

FAMILIAS DE POLIEDROS. UN ESTUDIO CON ALUMNOS DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA.

María Florencia Cruz

Facultad de Humanidades y Ciencias. Departamento de matemática.

HUMANIDADES: CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.¹

INTRODUCCIÓN

Consideramos que las propuestas de enseñanza deben promover en los alumnos la oportunidad de desarrollar habilidades para adoptar una posición fundada y crítica en las diversas circunstancias en las que, como miembro de la sociedad, deberán intervenir y tomar decisiones. La elaboración y validación de conjeturas es una actividad propia del hacer matemático que genera condiciones para que el estudiante se responsabilice de la validez de sus producciones. La propuesta que presentamos se implementa con alumnos de tercer año del profesorado de matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral que cursan Geometría Euclídea Espacial (GEE). Los estudiantes han cursado y aprobado Geometría Euclídea Plana, por lo que utilizaron el trabajo deductivo propio de la geometría. El problema que se aborda en este trabajo de investigación apunta a estudiar cómo determinan y validan estudiantes del profesorado de matemática las familias de poliedros. La propuesta consta de dos momentos, el primero, de reflexión individual para responder la consigna, y el segundo en grupos de tres integrantes, para socializar las familias obtenidas fundamentando las características utilizadas para construirlas. En este trabajo analizamos lo realizado por los distintos grupos de estudiantes, en la determinación de las familias sobre un universo dado, de diez poliedros. Para el desarrollo de la propuesta se construyen modelos de dichos poliedros. Algunos grupos reciben estos modelos contruidos en un material denominado Polydron que consiste en un conjunto de polígonos realizado en plástico que poseen bisagras para unirse y formar poliedros y otros grupos representaciones tridimensionales planas. La totalidad de los estudiantes reciben dos de los poliedros con representaciones en software de geometría dinámica dado que Polydron no permite realizar estos poliedros que nos interesa que formen parte del universo (pirámide y prisma oblicuos).

MARCO DE REFERENCIA

La actividad de clasificar es una de las características esenciales de cualquier rama del pensamiento humano y, en particular, una actividad fundamental en las matemáticas. Guillén (1991/2005) sostiene que la enseñanza conduce a considerar las clasificaciones como particiones en las que las subfamilias establecidas deben ser disjuntas y deben de dar cuenta de la totalidad del universo objeto de clasificación. Las clasificaciones particiones pueden ser disjuntas es decir sus clases no tienen elementos en común, o solapadas en este caso las clases comparten elementos. Para convertir las clasificaciones solapadas en disjuntas se agrega uno o varios adjetivos hasta lograr que las clases no compartan elementos. En la mayoría de las clasificaciones se establecen solamente dos clases, por un lado los objetos que cumplen una propiedad y por otro los que no la cumplen, estas

¹ Proyecto acreditado en el que se enmarca la investigación: "Estudios de procesos de validación en la producción de conocimientos en clases de matemática de distintos niveles educativos". Director del proyecto: Ana María Mantica

Director del autor: Ana María Mantica. Co-director del autor: Marcela Götte.

son clasificaciones dicotómicas. La clasificación jerárquica indica la clasificación de un conjunto de conceptos de manera que los conceptos particulares forman subconjuntos de los más generales.

De Villiers (1994) considera que en la clasificación jerárquica se hace referencia a la clasificación de un conjunto de conceptos de tal manera que los conceptos más particulares forman subconjunto de los conjuntos más generales, y que en la clasificación por partición de conceptos los distintos subconjuntos de conceptos diferentes son considerados disjuntos unos de otros. Esta investigación muestra que muchos alumnos, incluso después de comparaciones en tablas y otras actividades, si se les da la oportunidad, prefieren definir en particiones.

ANÁLISIS DE LO REALIZADO POR LOS ESTUDIANTES

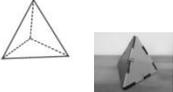
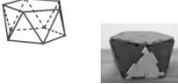
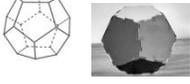
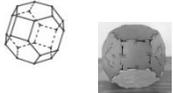
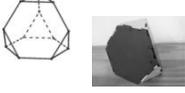
En la implementación de la actividad se les distribuyen a los estudiantes un conjunto de diez modelos de poliedros para la formación de familias. En un primer momento se les presenta la actividad a los estudiantes esperando respuestas individuales, luego se reunirán en grupos de a tres para compartir lo realizado en forma individual y permitir un momento de reflexión grupal acerca de las familias propuestas por cada uno, a continuación se hará una puesta en común con el grupo clase. La segunda actividad no tiene momentos de trabajo individual sino que continúan el trabajo en los grupos anteriormente formados, al finalizar al igual que en la primera actividad se hará una puesta en común donde cada grupo podrá exponer las familias de poliedros formadas.

Se presentarán a los estudiantes las siguientes tareas:

Primera tarea: Dividir los diez poliedros dados, utilizándolos a todos, en no menos de tres familias que contengan cada una al menos a dos de ellos.

Segunda tarea: Dividir los diez poliedros dados, utilizándolos a todos, en no menos de tres familias que contengan cada una al menos a dos de ellos y que cada poliedro pertenezca a una y solo una familia.

A continuación presentamos los modelos de poliedros que se entregarán a los estudiantes para resolver la tarea dada.

<p>1. Cubo</p> 	<p>2. Tetraedro regular o pirámide</p> 	<p>3. Octaedro o anti-prisma</p> 	<p>4- Antiprisma</p> 	<p>6- Pirámide oblicua, base pentágono regular²</p> 
<p>5- Dodecaedro regular</p> 	<p>8- Octaedro truncado³</p> 	<p>9- Tetraedro truncado⁴</p> 	<p>10- Prisma</p> 	<p>7- Prisma oblicuo, base trapezoide⁵</p> 

² Poliedro construido con Cabri 3D

³ Denominación tomada de Guillén (1991)

⁴ Denominación tomada de Guillén (1991)

⁵ Poliedro construido con Cabri 3D

Para el análisis que presentamos en este trabajo consideramos la clasificación presentada por los grupos en cada una de las tareas asignadas.

Clasificación grupo A, Y, B. (Trabajo con representaciones tridimensionales planas)

Tarea uno: Tabla 1

• Tiene caras triangulares 3- 2- 9-	• Tiene caras cuadriláteros 10-
• Tiene caras pentagonales 4- 6-	
5-	
	7- 8- 1-

Tarea dos: Tabla 2

• Todas sus caras son triángulos 2- 3	• Seis de sus caras son cuadriláteros 1- 7- 8-
• Tiene caras pentagonales 4- 5- 6	• Alguna pero no todas sus caras son triángulos y en cada vértice concurren 3 aristas 9- 10

Clasificación grupo D, J, S. (Trabajo con Polydron)

Tarea uno: Tabla 3

• Poliedros regular 1- 2- 5-	• Poliedros irregulares, sus caras son regulares pero no iguales entre sí 4- 8- 9-	• Poliedros irregulares, poseen caras irregulares. 3- 10-6- 7-
---------------------------------	---	---

Tarea dos: Tabla 4

• Poseen vértices en el que concurren tres aristas y tienen al menos una cara que es cuadrado 1- 8- 10-	• Poseen vértices en el que concurren tres aristas y no tienen ninguna cara que sea cuadrado 9- 7- 2- 6- 5-	• Poseen vértices en los que concurren 4 aristas 3- 4-
--	--	---

Clasificación grupo B, B, P. (Trabajo con Polydron)

Tarea uno: Tabla 5

• Poliedros regulares 2- 5-	• Poliedros que tienen 6 vértices. 3- 10-	• Poliedros con todas sus caras regulares no iguales. 4- 8- 9-
• Poliedros con 6 caras. 1- 7-	6-	

Tarea dos: Tabla 6

• Tiene caras que son triángulos equiláteros. 2- 4- 9	• Tiene caras que son triángulos irregulares y ninguna es un cuadrado 3- 6-
• Tiene caras que son cuadrados. 1- 8- 10	• No tiene caras que son triángulos y no tiene caras que son cuadrados. 5- 7-

Clasificación grupo M, V. (Trabajo con representaciones tridimensionales planas).

Tarea uno: Tabla 7

• Poliedros regulares	• Poliedros oblicuos 6-	• Concurren cuatro aristas en todos sus vértices 3- 4
• Concurren 3 aristas en cada vértice 1- 2- 5 8- 9- 10	7	

Tarea dos: No logran responder la tarea propuesta puesto que el poliedro 10 no se incluye en las familias consideradas. Tabla 8

<ul style="list-style-type: none"> • Poliedros regulares 1- 2- 5 	<ul style="list-style-type: none"> • Poliedros oblicuos 6-7
<ul style="list-style-type: none"> • Concurren cuatro aristas en todos sus vértices 3- 4 	<ul style="list-style-type: none"> • Concurren 3 aristas en cada vértice y concurren 2 polígonos regulares distintos en cada vértice 8-9-

REFLEXIONES FINALES

Teniendo en cuenta que las clasificaciones obtenidas en las respuestas planteadas por los estudiantes no responden en forma estricta a las mencionadas por Guillén (1991, 2005) o por De Villers (1994), autores considerados en el marco de referencia, plantearemos una clasificación más adecuada que nos permite realizar el análisis del trabajo elaborado por los estudiantes del profesorado de matemática.

Consideramos:

- Clasificaciones particionales: las familias no tienen poliedros en común.
- Clasificaciones inclusivas: existe una relación de inclusión entre todas las familias determinadas. Cada familia excepto el universo está incluida en otra.
- Clasificaciones solapadas: son las no inclusivas ni particionales.

Por lo expresado anteriormente se aprecia que las clasificaciones propuestas por estos estudiantes son de tipo particionales o solapadas, no aparecen clasificaciones inclusivas, los autores considerados en el marco de referencia, plantean que por lo general los estudiantes se caracterizan por preferir las clasificaciones que consideramos de tipo solapadas o del tipo particionales. De Villers expresa que definiciones jerárquicas (lo que definimos como inclusivas) aseguran que todos los teoremas demostrados para un concepto se aplican automáticamente a sus casos especiales, exaltando así las ventajas de este tipo de clasificaciones.

Teniendo en cuenta que los estudiantes están en el tercer año del profesorado de matemática y han cursado geometría euclídea plana, se espera que elaboren clasificaciones inclusivas que es la realizada de cuadriláteros, que trabajan en esa cátedra. Han realizado, por tanto, un trabajo deductivo, propio del quehacer geométrico, haciendo uso de las ventajas que las clasificaciones inclusivas ofrecen.

Para lograr una mayor seguridad sobre estas suposiciones realizaremos entrevistas a alumnos que participaron de la actividad y de este modo tener más argumentos que nos permitan vislumbrar por qué tomaron dichas clasificaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

De Villiers, M. (1994). The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. For the Learning of Mathematics 14(1) 11-18. Disponible en <http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/classify.pdf>

Guillén Soler, G. (1991). El mundo de los poliedros. Madrid: Síntesis.

Guillén Soler, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. Educación Matemática, 17 (2) 117-152

Puig Adam, P. (1980). Curso de Geometría Métrica. Tomo I. Fundamentos. Euler, G. Madrid: Puig Ediciones.