

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería Química

Tesis presentada como parte de los requisitos de la Universidad Nacional del Litoral, para la obtención del grado académico de DOCTOR en el campo de
INGENIERÍA QUÍMICA

Desarrollo de modelos y metodologías de optimización de plantas batch multiproducto de procesos biotecnológicos y alimenticios

INGAR - Instituto de Desarrollo y Diseño

Marta Susana Moreno

Director: Dr. Jorge Marcelo Montagna
Co-Director: Dr. Oscar Alberto Iribarren

Miembros del Jurado:
Dr. José Alberto Bandoni
Dra. María Soledad Diaz
Dr. Jacinto Luis Marchetti

Moreno, Marta Susana

Desarrollo de modelos y metodologías de optimización de plantas batch multiproducto de procesos biotecnológicos y alimenticios: dirigida por Jorge Marcelo Montagna y Oscar Alberto Iribarren.

1a ed. - Santa Fe: el autor, 2008.

306 p. ; 30x21 cm.

ISBN 978-987-05-3899-8

1. Optimización. 2. Biotecnología. 3. Tesis Doctoral.

CDD 664.024

A mis padres

Agradecimientos

Agradezco muy especialmente a mi director de tesis, Dr. Marcelo Montagna, que me ha sabido guiar durante la realización de este trabajo. Gracias por su ayuda, confianza y sobre todo su apoyo constante, sin el no hubiese podido culminar este trabajo. Mi agradecimiento al Dr. Oscar Iribarren por sus consejos y sugerencias en el desarrollo de este trabajo.

Quiero agradecer al Consejo de Investigaciones Científicas y Técnicas por el soporte financiero para la realización de esta Tesis.

A mis padres por darme la oportunidad de ser lo que soy hoy.

Gracias también, a todas las personas que conocí y me acompañaron en el desarrollo de este trabajo en el INGAR (Instituto de Desarrollo y Diseño).

Finalmente, gracias de corazón a aquellas personas que han estado a mi lado para darme su apoyo, a los compañeros de doctorado y amigos, que no los voy a nombrar porque si no puedo dejar a alguien sin mencionar. Gracias a TODOS.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1: Introducción	1
1.1 Introducción	2
1.2 Características de los procesos batch	4
1.2.1 Tipos de equipos para plantas batch	5
1.2.1.1 Unidades en paralelo	6
1.2.1.2 Políticas de transferencia y almacenamiento	7
1.3 Clasificación de plantas batch	8
1.4 Formulación de problemas de programación matemática	10
1.4.1 Algoritmos de solución para problemas de programación matemática	11
1.4.1.1 Problemas mixto enteros lineales (MILP)	11
1.4.1.2 Problemas mixtos enteros no lineales (MINLP)	12
1.5 Programación disyuntiva generalizada (GDP)	14
1.5.1 Reformulaciones de los problemas disyuntivos	15
1.6 Revisión del estado del arte	17
1.7 Objetivos de la Tesis	25
1.8 Organización de la Tesis	27
CAPÍTULO 2: Optimización multiperiodo para el diseño y planeamiento de plantas batch multiproducto	29
2.1 Introducción	30
2.2 Descripción del problema	32
2.3 Formulación del modelo	35
2.3.1 Unidad batch	35
2.3.2 Unidad semicontinua	37
2.3.3 Restricciones de tiempo	41
2.3.4 Tanque de almacenamiento intermedio	45
2.3.5 Restricciones de planeamiento	50
2.3.5.1 Escenario 1: Una materia prima	50
2.3.5.2 Escenario 2: Dos o más materias primas	51
2.3.5.3 Vida útil de productos y materias primas	52
2.3.5.4 Restricciones de penalidad por entregas tardías	53
2.3.6 Función objetivo	54
2.3.6.1 Venta de los productos y costos de las materias primas	54
2.3.6.2 Costos de inventario	55
2.3.6.3 Costos de operación, entregas tardías y disposición de residuos	55
2.3.6.4 Costo de inversión por equipamiento	56
2.3.7 Resumen de la formulación	58
2.4 Ejemplos	59
2.4.1 Ejemplo 1: Producción de oleorresinas	60
2.4.1.1 Resultados computacionales	69
2.4.1.2 Caso a: Penalidades por entregas fuera de término	70
2.4.2 Ejemplo 2	74
2.4.2.1 Problema de planeamiento de la producción	79

2.4.2.2 Efectividad del modelo multiperiodo	80
2.5 Conclusiones	83
2.6 Nomenclatura	84

CAPÍTULO 3: Nuevas alternativas en el diseño y planeamiento de plantas batch multiproducto en un escenario multiperiodo

3.1 Introducción	90
3.2 Definición del problema.....	91
3.3 Formulación del problema	94
3.3.1 Restricciones de asignación de unidades y grupos	94
3.3.2 Restricciones de diseño.....	97
3.3.3 Restricciones de tiempo	100
3.3.4 Restricciones de planeamiento.....	103
3.3.5 Función objetivo	103
3.3.5.1 Costos de inversión por equipamiento	103
3.3.6 Resumen de la formulación	105
3.4 Ejemplos	105
3.4.1 Ejemplo 1: Producción de oleorresinas	106
3.4.1.1 Caso a: Alternativas en la estructura de la planta	110
3.4.2 Ejemplo 2.....	115
3.4.3 Ejemplo 3.....	122
3.4.4 Ejemplo 4.....	125
3.5 Conclusiones	128
3.6 Nomenclatura	129

CAPÍTULO 4: Diseño y planeamiento óptimo empleando duplicación en serie

4.1 Introducción	134
4.2 Duplicación de unidades en serie.....	136
4.3 Programación disyuntiva generalizada lineal (LGDP).....	138
4.4 Descripción del problema	139
4.5 Formulación del modelo utilizando programación disyuntiva generalizada.....	142
4.5.1 Restricciones de planeamiento.....	145
4.5.2 Función objetivo	145
4.5.3 Resumen de la formulación	146
4.6 Solución del modelo.....	147
4.6.1 Relajación big-M	147
4.6.2 Reformulación big-M del modelo para el proceso de extracción vegetal.....	148
4.6.3 Relajación de la cáscara convexa.....	149
4.6.4 Reformulación de la cáscara convexa del modelo para el proceso de extracción vegetal	150
4.7 Ejemplos	152
4.7.1 Ejemplo 1: Producción de oleorresinas	153
4.7.1.1 Comparando reformulaciones MILP.....	160
4.7.1.2 Análisis de las diferentes configuraciones en serie	161
4.8 Conclusiones	162
4.9 Nomenclatura.....	164

CAPÍTULO 5: Diseño óptimo de plantas batch considerando unidades en serie	167
5.1 Introducción	168
5.2 Definición del problema.....	170
5.3 Formulación GDP para el modelo de diseño	171
5.4 Ejemplo: Proceso de proteínas recombinantes.....	175
5.4.1 Unidades batch intensivas.....	179
5.4.1.1 Fermentación en serie.....	179
5.4.2 Unidades compuestas o batch extensivas	183
5.4.2.1 Homogeneización en serie.....	184
5.4.3 Modelo convexificado	187
5.4.4 Reformulación Big-M del modelo para el proceso biotecnológico	188
5.4.5 Ejemplo numérico.....	190
5.4.5.1 Estudio de distintas alternativas estructurales	195
5.4.5.2 Análisis de sensibilidad de los resultados	200
5.5 Formulación LGDP para el modelo de diseño	202
5.5.1 Formulación lineal para el proceso de proteínas recombinantes	204
5.5.2 Reformulación Big-M del modelo LGDP	206
5.5.3 Ejemplo numérico.....	210
5.6 Conclusiones	211
5.7 Nomenclatura.....	213
CAPÍTULO 6: Diseño y operación óptima de plantas batch multiproducto incluyendo unidades en serie	217
6.1 Introducción	218
6.2 Definición del problema.....	220
6.3 Formulación del modelo	223
6.4 Ejemplo: Producción de oleorresinas.....	226
6.4.1 Ejemplo numérico.....	233
6.4.1.1 Estudio de distintas alternativas para el problema	238
6.5 Formulación lineal para el proceso de producción de oleorresinas	245
6.5.1 Reformulación de la cáscara convexa del modelo para el proceso de oleorresinas.....	252
6.5.2 Ejemplo numérico.....	256
6.6 Conclusiones	258
6.7 Nomenclatura.....	260
CAPÍTULO 7: Conclusiones	263
7.1 Conclusiones generales.....	264
7.2 Trabajo futuro	268
APÉNDICES	271
Apéndice A Extracción batch sólido – líquido	272
Apéndice B Descripción del proceso de producción de proteínas recombinantes.....	278
Apéndice C Variables del proceso de producción de oleorresinas	286
REFERENCIAS	297

Lista de Tablas

Tabla 2.1. Ejemplo 1 - Datos del proceso.	62
Tabla 2.2. Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos	62
Tabla 2.3. Ejemplo 1 - Tamaños estándares disponibles para cada etapa.	63
Tabla 2.4. Ejemplo 1 - Datos de la extracción e inventario inicial.	64
Tabla 2.5. Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.	65
Tabla 2.6. Ejemplo 1 - Solución óptima para el problema de diseño.	65
Tabla 2.7. Ejemplo 1 - Resultados del problema de planeamiento de la producción	66
Tabla 2.8. Ejemplo 1 - Tamaños de los problemas para diferente número de periodos.	69
Tabla 2.9. Ejemplo 1 - Diferente número de tamaños discretos.	70
Tabla 2.10. Ejemplo 1 - Tiempos de resolución para diferentes valores de BM	70
Tabla 2.11. Caso a - Ejemplo 1 - Costos de la materia prima.	71
Tabla 2.12. Caso a - Ejemplo 1 - Solución óptima para el problema de diseño.	71
Tabla 2.13. Caso a - Ejemplo 1 - Plan óptimo de producción.	72
Tabla 2.14. Caso a - Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.	73
Tabla 2.15. Ejemplo 2 - Datos del proceso.	74
Tabla 2.16. Ejemplo 2 - Tamaños estándar disponibles para cada etapa.	74
Tabla 2.17. Ejemplo 2 - Factor de conversión, costos y cantidades iniciales en inventario de materias primas.	75
Tabla 2.18. Ejemplo 2 - Datos de las materias primas y productos.	75
Tabla 2.19. Ejemplo 2 - Solución óptima para el problema de diseño.	76
Tabla 2.20. Ejemplo 2 - Cantidad óptima producida q_{it} en cada periodo.	76
Tabla 2.21. Ejemplo 2 - Evaluación económica de los resultados.	76
Tabla 2.22. Problema de planeamiento - Costos, precios y cotas en las demandas.	80
Tabla 2.23. Problema de planeamiento - Evaluación económica de los resultados.	80
Tabla 2.24. Tamaños óptimos para los problemas (a) y (b).	82
Tabla 2.25. Problema (a) - Cantidad óptima producida q_{it} en cada periodo.	82
Tabla 2.26. Problema (b) - Cantidad óptima producida q_{it} en cada periodo.	83
Tabla 2.27. Problema (a) y (b) - Evaluación económica de los resultados.	83
Tabla 3.1. Ejemplo 1 - Datos del proceso.	107
Tabla 3.2. Ejemplo 1 - Tamaños estándar disponibles para cada etapa.	107
Tabla 3.3. Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.	108
Tabla 3.4. Ejemplo 1 - Resultados del problema de planeamiento de la producción.	108
Tabla 3.5. Ejemplo 1 - Tamaños óptimos de las unidades.	109
Tabla 3.6. Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.	110
Tabla 3.7. Caso a - Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.	112
Tabla 3.8. Caso a - Ejemplo 1 - Tiempos de operación en cada etapa.	112
Tabla 3.9. Caso a - Ejemplo 1 - Tamaños óptimos de las unidades.	112
Tabla 3.10. Caso a - Ejemplo 1 - Resultados del problema de planeamiento de la producción.	113
Tabla 3.11. Ejemplo 2 - Datos del proceso.	115
Tabla 3.12. Ejemplo 2 - Tamaños estándar disponibles.	115
Tabla 3.13. Ejemplo 2 - Datos de las materias primas y productos.	116
Tabla 3.14. Ejemplo 2 - Factor de conversión, costos y cantidades iniciales en inventario de materias primas.	116
Tabla 3.15. Ejemplo 2 - Evaluación económica de los resultados.	116
Tabla 3.16. Ejemplo 2 - Tamaños óptimos de las unidades.	117
Tabla 3.17. Ejemplo 2 - Configuración óptima de la planta para cada periodo y producto.	118

Tabla 3.18. Ejemplo 3 - Datos de las materias primas y productos.	122
Tabla 3.19. Ejemplo 3 - Evaluación económica de los resultados.	123
Tabla 3.20. Ejemplo 3 - Plan óptimo de producción.	124
Tabla 3.21. Ejemplo 3 - Conformación óptima de las unidades.	124
Tabla 3.22. Ejemplo 4 - Factores de tamaño y tiempos de operación para el producto D.	125
Tabla 3.23. Ejemplo 4 - Plan óptimo de producción.	125
Tabla 3.24. Ejemplo 4 - Evaluación económica de los resultados.	126
Tabla 4.1. Ejemplo 1 - Datos del proceso.	153
Tabla 4.2. Ejemplo 1 - Tamaños estándares disponibles.	154
Tabla 4.3. Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.	154
Tabla 4.4. Ejemplo 1 - Tiempos de extracción (h) para las diferentes configuraciones.	155
Tabla 4.5. Ejemplo 1 - Solución óptima para el problema de diseño.	155
Tabla 4.6. Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.	155
Tabla 4.7. Ejemplo 1 - Comparación de resultados de ambas reformulaciones.	160
Tabla 4.8. Ejemplo 1 - Alternativas en la operación de extracción.	161
Tabla 5.1. Fermentación - Factores de tamaño S_{ijh}	182
Tabla 5.2. Homogenización - Factores de tamaño T_{ijhp}^1	187
Tabla 5.3. Demandas de los productos.	191
Tabla 5.4. Factores de tamaño S_{ip}	191
Tabla 5.5. Factores de tiempo T_{ijhp}^0	192
Tabla 5.6. Factores de tiempo T_{ip}^1	192
Tabla 5.7. Costo del equipamiento.	192
Tabla 5.8. Solución óptima para el problema de diseño.	193
Tabla 5.9. Caso a - Solución óptima para el problema sin duplicación en paralelo.	195
Tabla 5.10. Caso b - Solución óptima para el problema sin duplicación en serie.	196
Tabla 5.11. Caso b - Solución óptima sin considerar el costo del inóculo.	197
Tabla 5.12. Caso c - Solución óptima para el problema sin duplicación.	198
Tabla 5.13. Resumen de costos asociados a cada caso resuelto.	198
Tabla 5.14. Fermentación - Tiempos hipotéticos en cada etapa.	199
Tabla 5.15. Caso hipotético - Solución óptima.	200
Tabla 5.16. Soluciones óptimas variando la cota inferior del fermentador.	201
Tabla 5.17. Soluciones óptimas variando el costo del inóculo.	201
Tabla 5.18. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para las unidades batch en cada operación.	210
Tabla 5.19. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para las unidades semicontinuas en cada operación.	210
Tabla 5.20. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para las unidades de retenido.	210
Tabla 5.21. Tamaños discretos óptimos para el problema de diseño.	211
Tabla 6.1. Datos y demandas de los productos.	234
Tabla 6.2. Cotas empleadas en las variables de decisión del proceso.	234
Tabla 6.3. Costo del equipamiento.	234
Tabla 6.4. Valores óptimos de las variables de decisión del proceso.	235
Tabla 6.5. Tamaños y duplicación óptima de las unidades en las operaciones del proceso.	235
Tabla 6.6. Tiempos de operación para cada producto en las operaciones del proceso.	235
Tabla 6.7. Comparación del problema original con el de 4 unidades en paralelo en la extracción.	238

Tabla 6.8. Caso a - Solución óptima para el problema sin duplicación en serie.....	239
Tabla 6.9. Caso a - Variables de decisión para el problema sin duplicación en serie.....	239
Tabla 6.10. Caso a - Tiempos de operación en el problema sin duplicación en serie.....	239
Tabla 6.11. Caso b - Solución óptima para el problema sin duplicación en paralelo.	240
Tabla 6.12. Caso b - Variables de decisión para el problema sin duplicación en paralelo.	240
Tabla 6.13. Caso b - Tiempos de operación en el problema sin duplicación en paralelo.	241
Tabla 6.14. Caso c - Valores estimados para las variables de decisión del proceso.	241
Tabla 6.15. Caso c - Solución óptima para el problema con factores fijos.....	242
Tabla 6.16. Caso c - Tiempos de operación para el problema con factores fijos.....	242
Tabla 6.17. Caso d - Valores de las variables de decisión del proceso obtenidos para cada producto.....	243
Tabla 6.18. Caso d - Solución óptima para el problema multiproducto fijando las variables de proceso.....	244
Tabla 6.19. Resumen de costos asociados a cada caso resuelto.....	244
Tabla 6.20. Ejemplo - Valores discretos para las variables de proceso de cada producto.	256
Tabla 6.21. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para cada operación.	257
Tabla 6.22. Valores discretos adoptados para las variables de decisión del proceso.....	257
Tabla 6.23. Tamaños y duplicación óptima de las unidades en las operaciones del proceso. ...	257
Tabla 6.24. Tiempos de operación para cada producto en las operaciones del proceso.	257
Tabla C.1. Valores de los parámetros de los factores de tamaño y tiempo.....	294

Lista de Figuras

Figura 1.1. Planta batch multiproducto.....	9
Figura 1.2. Planta batch multipropósito.....	9
Figura 2.1. Flujo de materiales en la planta.....	35
Figura 2.2. Tiempo de ciclo para una etapa batch j	41
Figura 2.3. Flowsheet del proceso de producción de oleorresinas.....	61
Figura 2.4. Ejemplo 1 - Configuración óptima de la planta de oleorresinas mostrando las unidades en paralelo y tanques de almacenamiento.....	66
Figura 2.5. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto B.....	67
Figura 2.6. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto C.....	68
Figura 2.7. Caso a - Ejemplo 1 - Configuración óptima de la planta de oleorresinas.....	72
Figura 2.8. Ejemplo 2 - Flowsheet óptimo de la planta.....	76
Figura 2.9. Resultados para las materias primas.....	77
Figura 2.10. Ejemplo 2 - Resultados para el producto P1.....	77
Figura 2.11. Ejemplo 2 - Resultados para el producto P2.....	78
Figura 2.12. Ejemplo 2 - Resultados para el producto P3.....	78
Figura 3.1. Grupos en la etapa j	95
Figura 3.2. Ejemplo 1 - Estructura óptima de la planta.....	111
Figura 3.3. Caso a - Ejemplo 1 - Estructura óptima de la planta.....	114
Figura 3.4. Ejemplo 2 - Perfil para la materia prima R1.....	119
Figura 3.5. Ejemplo 2 - Perfil para la materia prima R2.....	119
Figura 3.6. Ejemplo 2 - Perfil para el producto A.....	120
Figura 3.7. Ejemplo 2 - Perfil para el producto B.....	120
Figura 3.8. Ejemplo 2 - Perfil para el producto C.....	121
Figura 3.9. Ejemplo 4 - Estructura óptima de las unidades para el producto D en cada periodo.....	127
Figura 4.1. Configuraciones en serie h para la operación p	140
Figura 4.2. Opciones de diseño para la planta batch.....	141
Figura 4.3. Alternativas factibles en la operación de extracción.....	156
Figura 4.4. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto A.....	157
Figura 4.5. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto B.....	157
Figura 4.6. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto C.....	158
Figura 4.7. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto D.....	158
Figura 5.1. Configuraciones en serie h para la operación p	171
Figura 5.2. Flowsheet de la planta para la producción de proteínas recombinantes.....	176
Figura 5.3. Opciones en serie para la operación de homogeneización.....	185
Figura 5.4. Diseño óptimo de la planta batch para la producción de proteínas recombinantes.....	194
Figura 6.1. Alternativas estructurales a en la planta.....	222
Figura 6.2. Operaciones en el proceso de producción de oleorresinas.....	227
Figura 6.3. Configuración óptima de la planta batch para la producción de oleorresinas.....	236
Figura A.1. Esquema de la operación de extracción.....	272
Figura A.2. Extracción de n etapas en contracorriente.....	274
Figura B.1. Flowsheet de la planta batch para la producción de proteínas mostrando unidades compuestas.....	285
Figura C.1. Un extractor.....	290
Figura C.2. Dos extractores en serie operando en contracorriente.....	292

Resumen

El continuo crecimiento en la complejidad, competitividad e incertidumbre del mercado de los químicos de alto valor agregado y los productos alimenticios con cortos ciclos de vida, ha renovado el interés en las operaciones batch y en el desarrollo de modelos de optimización.

Desde el punto de vista de las operaciones involucradas, numerosos procesos de la industria biotecnológica y alimenticia corresponden a la categoría de procesos batch, generalmente implementados en plantas multiproducto debido a los niveles de producción, la estacionalidad de la demanda y la diversificación de los productos desarrollados. Debido a que los productos típicos de los procesos mencionados usualmente presentan estacionalidad en la disponibilidad de materias primas y patrones de demanda que varían en el tiempo debido a cambios estacionales o de mercado, en los últimos años se ha incrementado el esfuerzo de investigación en el desarrollo de modelos de optimización multiperiodo.

Enmarcados en este escenario multiperiodo, en la primera parte de esta tesis se aportan avances en el desarrollo de modelos y metodologías de optimización de plantas batch multiproducto empleando programación matemática y programación disyuntiva generalizada.

Primero se propone un modelo MILP que aborda de manera rigurosa las decisiones de diseño y planeamiento de la producción simultáneamente. De esta manera, se consideran variaciones de precios, costos y demandas de productos en cada periodo debido a razones estacionales y/o de mercado. En el diseño se incluyen todos los tipos de unidades habitualmente considerados en procesos batch y se adopta la política comercial de provisión de equipos considerando que las unidades se encuentran disponibles en tamaños estándares. Posteriormente, se extiende el trabajo previo con un nuevo modelo MILP, que permite la expansión de la capacidad en el horizonte de tiempo, donde nuevas unidades pueden agregarse en diferentes periodos. A diferencia de enfoques previos, las unidades operando en paralelo en cada etapa pueden tener diferentes tamaños. Adicionalmente, este modelo tiene en cuenta configuraciones flexibles de la planta, donde las unidades de cada etapa pueden organizarse en diferentes

estructuras para cada producto en cada periodo de tiempo. Debido a que los problemas MINLP originales son no convexos, se aplican esquemas de reformulación que permitan eliminar términos bilineales, obteniendo problemas MILP que garantizan optimalidad global.

Otro aporte de esta tesis corresponde a la incorporación de la novedosa decisión estructural de duplicar unidades en serie para efectuar una determinada operación en los modelos de optimización de plantas batch multiproducto. Se estudia en qué casos es factible la duplicación en serie y cual es el efecto que la misma tiene sobre distintas operaciones.

Bajo este concepto, se desarrolló un primer modelo lineal basado en programación disyuntiva, que integra los aspectos de diseño y planeamiento que involucra la nueva decisión de duplicar unidades en serie conjuntamente con la tradicional duplicación en paralelo. En este caso, la duplicación ocurre en bloque para toda la operación y las unidades de la serie son de igual tamaño. Luego, se proponen dos modelos uno lineal y otro no lineal que extienden el modelo previo en cuanto al diseño permitiendo que cada una de las etapas pueda tener unidades con diferentes tamaños y duplicarse en paralelo de manera independiente a las restantes etapas en la serie.

Finalmente, se propone un modelo MINLP que incorpora información del proceso en el diseño de la planta batch considerando la opción de duplicar unidades en serie. Con estos modelos se superan las suposiciones empleadas en los modelos previos donde se trabajó con factores de tamaño y tiempo fijos. Al tener en cuenta las variables de proceso que afectan a las operaciones se optimiza teniendo en cuenta todos los trade-offs involucrados en el proceso.

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Introducción

La elaboración de todo producto químico involucra tres elementos claves: un proceso o receta, que describe el conjunto de pasos químicos y físicos requeridos para obtener el producto, una planta, la cual consiste de un conjunto de equipos dentro de los cuales estos pasos son ejecutados, y un mercado, que define las cantidades, tiempos y calidades del producto requerido.

Toda receta o proceso químico conducido en cualquier escala se puede descomponer en una serie ordenada de tareas u operaciones, las cuales deben ser ejecutadas para elaborar un producto.

Los procesos empleados en la industria química se pueden dividir en dos categorías, procesos continuos y discontinuos. En un proceso continuo, existe un flujo continuo de material que es procesado en diferentes equipos para elaborar los productos finales. Cada uno de estos equipos opera en estado estacionario y efectúa una función de procesamiento específica. Una característica distintiva de este tipo de procesos, es la correspondencia uno a uno entre los pasos de la receta y los equipos de la planta, es decir, el flowsheet es la realización física de la receta y su estructura permanece fija en el tiempo.

En un proceso discontinuo o batch, la salida del proceso aparece en cantidades de materiales o lotes. El producto final de este tipo de proceso se denomina batchada. Un proceso batch tiene un principio y un final y, por lo general, si la cantidad requerida de producto es mayor que la batchada, el proceso es realizado una y otra vez. En las plantas batch, la estructura de la receta y la estructura de la red de equipos de la planta pueden ser distintas, porque muchas veces es posible ejecutar más de un paso de la receta, en forma generalmente consecutiva, en un mismo equipo. Además, la configuración del equipamiento puede cambiar cada vez que un producto diferente sea elaborado.

Desde sus orígenes, el procesamiento batch es el principal modo de fabricación en la industria química. Aunque luego, debido a que la economía de escala fue clave para el éxito en los negocios, la ingeniería química y las industrias de proceso focalizaron toda la atención en el diseño y desarrollo de procesos continuos. La razón principal detrás del cambio del procesamiento por lotes al proceso continuo, fue que los procesos batch demandan más mano de obra y requieren de operadores calificados y

experimentados para producir productos batch con consistencia en calidad. En los procesos continuos el control automático reemplaza esa calificación del operario.

Sin embargo, en los últimos años se ha evidenciado un creciente y renovado interés en los procesos batch. Esto se debe a que las características del mercado favorecen a productos químicos y bioquímicos de alto valor agregado y bajo volumen de producción que, a menudo, están sujetos a un alto nivel de incertidumbre. A estos productos, se ha incorporado también una amplia variedad de especialidades químicas (productos diseñados para un uso especial particular), que se destacan por sus ciclos de vida relativamente cortos.

Los procesos batch son particularmente convenientes, ya que ofrecen la flexibilidad necesaria para acomodar un número de productos diferentes, de reducido volumen, en la misma planta de procesamiento. Además, las plantas batch pueden ser fácilmente reconfiguradas o adaptadas para permitir modificaciones de producción y/o cubrir un amplio rango de condiciones de operación dentro de la misma configuración de la planta. Por otra parte, un rasgo importante de estos procesos es que tratan con cantidades discretas de materias primas o productos, reduciendo de este modo los riesgos de pérdidas a dichas cantidades. Los procesos discontinuos son económicos para la producción en pequeña escala, ya que esto requiere bajo número de equipos en el proceso y el almacenaje intermedio es accesible. Finalmente, los procesos batch permiten que más de un tipo de producto sea procesado simultáneamente, mientras que los productos sean separados por la disposición de los equipos, y producir varios productos con el mismo equipamiento.

Desde el punto de vista de las operaciones involucradas, numerosos procesos de la industria biotecnológica y alimenticia corresponden a la categoría de procesos batch, generalmente implementados en plantas multiproducto teniendo en cuenta los niveles de producción, la estacionalidad de la demanda y la diversificación de los productos desarrollados.

Puesto que los productos típicos de los procesos mencionados usualmente presentan estacionalidad en la disponibilidad de materias primas y patrones de demanda que varían en el tiempo debido a cambios estacionales o de mercado, en los últimos años, los modelos de optimización multiperiodo han sido objeto de un incipiente esfuerzo de investigación. Los modelos multiperiodo para el diseño y planeamiento de la producción en plantas químicas, involucran diseñar plantas que operan bajo

variaciones en los parámetros del modelo a lo largo del horizonte de tiempo. En general, para la representación matemática de este tipo de problemas son utilizadas formulaciones que involucran decisiones continuas y discretas: Programación Mixta Entera No Lineal (MINLP), que presentan problemas de convergencia y en los que no se puede garantizar que la solución hallada por los resolvedores sea la óptima global.

El diseño y planeamiento de procesos batch multiproducto en este escenario requiere el desarrollo de metodologías que permitan determinar la estructura, configuración y las distintas políticas de producción de la planta, con el fin de optimizar los objetivos y satisfacer simultáneamente las restricciones y especificaciones del problema.

En este trabajo, se aportan avances en el desarrollo de modelos y metodologías de optimización de plantas batch multiproducto empleando programación matemática y programación disyuntiva generalizada. Para contextualizar el trabajo, se juzgó conveniente realizar un rápido repaso de las características, equipos empleados y políticas empleadas en los procesos batch. Esto constituirá la primera parte del capítulo introductorio de esta tesis.

La segunda parte, se centra en presentar las formulaciones generales de los modelos empleados en este trabajo junto a una breve descripción de los algoritmos y reformulaciones empleadas para la resolución de los mismos.

Finalmente, una vez expuestos los antecedentes y objetivos de la tesis, se reserva un último apartado para explicar la organización del resto de la memoria.

1.2 Características de los procesos batch

Una planta batch o discontinua consta de una serie de etapas integradas por equipos que operan en forma semicontinua o batch, de distintos tipos y tamaños, conectados entre sí en forma adecuada para llevar a cabo una serie de tareas diferentes, siguiendo una receta para elaborar un determinado producto.

A su vez, cada una de las etapas puede operar con una única o bien múltiples unidades en paralelo. Estas unidades en paralelo pueden trabajar en distintas formas: fuera de fase y/o en fase. Es frecuente que en este tipo de plantas, además de equipos

batch y semicontinuos, se agregue un tercer tipo de unidades que corresponden a los tanques de almacenamiento intermedio. La adición de este tipo de unidades o las unidades en paralelo permiten incrementar la eficiencia en la utilización del equipamiento en la planta.

1.2.1 Tipos de equipos para plantas batch

Las unidades discontinuas o batch admiten un lote de material (una bachada), operan sobre él produciendo un cambio físico o químico y luego lo descarga, sea como producto final o como bachada en tránsito que sufrirá nuevas transformaciones en otra etapa del proceso. Estos equipos operan de una manera cíclica por bachadas, y se especifican por su volumen o capacidad. Una unidad batch se caracteriza por un tiempo de procesamiento necesario para llevar a cabo la tarea y no permite la carga y descarga simultánea de material.

Las unidades semicontinuas operan continuamente con arranques y detenciones periódicos, en forma intermitente, y se caracterizan por su velocidad de procesamiento. En general, este tipo de unidades conectan dos unidades batch, descargando la que se encuentra aguas arriba y cargando la que se encuentra aguas abajo del equipo semicontinuo. También, es usual encontrar en una planta batch subtrenes de unidades semicontinuas, es decir, una serie de equipos semicontinuos conectados entre sí, sin unidades batch o tanques de almacenamiento entre ellos. Todos los ítems pertenecientes al subtren operan durante el mismo espacio de tiempo para evitar la acumulación de material.

Los materiales procesados en plantas batch a menudo se pueden almacenar en unidades de almacenamiento, tales como tanques que, usualmente, se instalan entre dos etapas de procesamiento. La adición de tanques de almacenamiento intermedio permite reducir tiempos ociosos de los equipos, acomodar perturbaciones, moderar el efecto producido por fallas de ciertos equipos, dar mayor flexibilidad al secuenciamiento, etc. Sin embargo, la función más importante es la de coordinar la operación de etapas sucesivas que poseen capacidades diferentes, ya sea por sus tamaños o por sus tiempos de residencia disímiles. Así, la introducción de una unidad de almacenamiento divide el proceso en dos subprocesos que desacoplan las operaciones aguas arriba y aguas abajo del tanque. Esto permite, en general, distintos e independientes tamaños de bachadas y

tiempos de ciclo limitante en cada subproceso. La instalación de un tanque incrementaría el costo de la planta, pero debido a que desacopla los subprocesos con tiempos de ciclo menores, puede conducir a tamaños de equipos más pequeños, lo que resulta en una reducción neta del costo global.

1.2.1.1 Unidades en paralelo

El tamaño de bachada que puede ser procesado en una planta es dependiente de la etapa limitante en capacidad y el tiempo entre bachadas no puede ser menor que el de la etapa limitante en tiempo. Así, este tipo de plantas presentan lo que se conoce como cuellos de botella en capacidad y tiempo. Para eliminarlos se pueden duplicar unidades en una etapa operando en fase o fuera de fase, respectivamente.

Debido a la diferencia de tiempos de procesamiento en las distintas etapas para un producto, pueden surgir tiempos ociosos lo que resulta en una baja utilización de los equipos. Para reducir estos tiempos ociosos e incrementar el aprovechamiento de los equipos, en las etapas limitantes en tiempo se adicionan unidades en paralelo fuera de fase. En este tipo de arreglo, la bachada de material de la etapa anterior se alimenta alternativamente a las diferentes unidades fuera de fase.

Si una etapa es limitante en tiempo, el hecho de agregar unidades en paralelo fuera de fase afectará el tiempo de ciclo limitante y reducirá el tamaño de los equipos que tenían tiempo ocioso, debido a un mejor aprovechamiento de los mismos. Las unidades en paralelo fuera de fase reducen a la mitad el tiempo de ciclo de la etapa, pero la reducción total del tiempo de ciclo limitante dependerá además de las otras etapas.

Para eliminar los cuellos de botella en capacidad se agregan unidades en paralelo operando en fase. La bachada que proviene de la etapa previa se divide y se alimenta simultáneamente a todas las unidades en fase de la etapa. Cada unidad procesa el material durante un periodo de tiempo igual para todas las unidades y cuando esto se completa las bachadas de las unidades en paralelo se fusionan para ser transferidas a la siguiente etapa. Esto no afecta al tiempo de ciclo limitante, pero sí se incrementa el tamaño de bachada que puede ser procesado en una etapa.

La adición de unidades en paralelo en fase sólo es conveniente si el tamaño de la unidad esta acotado. Si no existen estas cotas, este tipo de arreglo no mejora los costos

de la planta, debido a que por la economía de escala, es mas barato tener una unidad de gran tamaño que dos unidades de menor tamaño operando en fase.

Las unidades semicontinuas en paralelo en una etapa siempre son operadas en fase.

Teniendo en cuenta las características de las plantas y de los procesos batch, en muchos casos se adoptan configuraciones flexibles de las unidades. Considerando que los productos elaborados tienen diferentes tamaños de batchada, requerimientos de capacidad y tiempos de procesamiento, las unidades se acomodan para cada producto de modo de satisfacer diferentes requerimientos operativos. Por ejemplo, una etapa batch puede ser limitante en capacidad para un producto y limitante en tiempo para otro y esto conduce a la posibilidad de cambiar la configuración de los equipos para los diferentes productos. De esta manera, se pueden tener equipos en paralelo operando en fase para algunos productos, si la etapa es limitante en capacidad y, trabajando fuera de fase para otros, para los cuales la misma etapa es limitante en tiempo. Esto se denomina operación flexible de unidades en paralelo.

1.2.1.2 Políticas de transferencia y almacenamiento

En los procesos batch es posible encontrar diferentes políticas de transferencia de batchadas entre las etapas de procesamiento. Estas políticas dependen de las capacidades del almacenamiento entre dos etapas consecutivas. Las políticas que se emplean son (Biegler et al., 1997):

- ↳ Transferencia sin espera (*Zero Wait – ZW*): se establece que no puede existir retraso entre el momento en que finaliza el procesamiento de un lote en una etapa y el instante en el que comienza el tratamiento de esa carga en la etapa siguiente. De esta forma, este modo de operación no requiere almacenamiento intermedio entre etapas, y se adopta en procesos batch en los cuales se manejan materiales perecederos.
- ↳ Sin almacenamiento intermedio (*No Intermediate Storage – NIS*): se establece que no existen facilidades de almacenamiento entre las etapas del proceso, no obstante, se permite que los productos permanezcan en los equipos cuando finaliza el procesamiento, hasta que se desocupe la siguiente etapa. Es decir, que la misma unidad de procesamiento se utiliza

como almacenamiento. Esta política produce un incremento de los tiempos ociosos de los equipos ya que, cuando los mismos cumplen la función de tanque, no están disponibles para procesar otra bachada.

- ↪ Almacenamiento intermedio finito (*Finite Intermediate Storage – FIS*): establece que existen unidades de almacenamiento de capacidad limitada entre etapas consecutivas. Así, los tanques permiten el almacenamiento transitorio de cantidades limitadas de materiales. Además, esto supone que la capacidad es suficiente como para que cada subproceso pueda trabajar con su propio tamaño de bachada y tiempo de ciclo, pero restringido a que ambos operen con la misma velocidad de producción. Esto es, la relación de tamaño de bachada/tiempo de ciclo debe ser la misma en los dos subprocesos.
- ↪ Almacenamiento intermedio ilimitado (*Unlimited Intermediate Storage – UIS*): este modo permite almacenar los materiales en el tanque intermedio para una cantidad de tiempo indefinida. También, como su nombre indica, no hay ningún límite sobre la capacidad de los dispositivos de almacenamiento que puede ser utilizada. Esto es, las dimensiones de la unidad de almacenamiento son suficientes para contener todo el material generado en cada etapa.

1.3 Clasificación de plantas batch

En una planta discontinua, se procesa una secuencia de lotes o bachadas de productos en forma consecutiva determinando campañas de duración limitada. El tamaño de la campaña está determinado por los requerimientos de producción.

Una planta batch puede ser utilizada para fabricar una única clase de producto. Este tipo de plantas reciben el nombre de planta batch monoproducto. En la misma, todas las unidades están totalmente dedicadas a la producción del mismo producto todo el tiempo. Todas las unidades se pueden diseñar para ajustarse exactamente a una bachada resultando así un diseño balanceado.

Cuando una planta batch se utiliza para elaborar dos o más productos pueden surgir dos tipos de plantas, multiproducto y multipropósito.

Una planta batch multiproducto o *flowshop* es una instalación en la cual los productos presentan recetas similares y utilizan esencialmente los mismos equipos operados en la misma secuencia (ver figura 1.1). Por lo tanto, los equipos de procesamiento se organizan siguiendo la secuencia de tareas en las que participan.

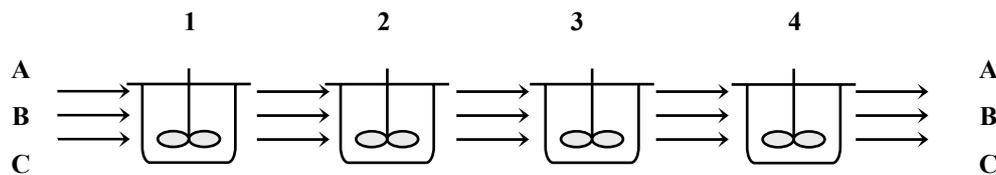


Figura 1.1. Planta batch multiproducto

Por su parte, una planta batch multipropósito o *jobshop* es aquella en la que los productos presentan recetas disímiles y por lo tanto, pueden obtenerse a partir de distintas etapas o pueden seguir un tren de procesamiento distinto (ver figura 2).

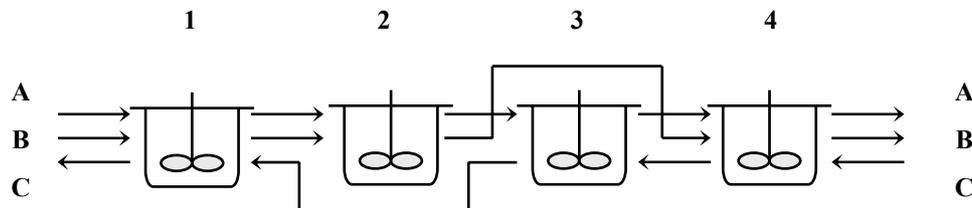


Figura 1.2. Planta batch multipropósito

Otro aspecto importante en plantas batch es el tipo de campaña de producción que se utiliza para manufacturar los diferentes productos. Una opción es la de utilizar campañas monoproducto (*Single product campaign – SPC*), es decir, un producto es elaborado hasta alcanzar la cantidad total requerida, luego la producción cambia para realizar el siguiente producto. En estas campañas monoproducto se procesa una secuencia de lotes o bachadas de productos en forma consecutiva, determinando una campaña por producto. La otra opción es emplear campañas mixtas (*Mixed product campaign – MPC*), en la cuales se procesan bachadas de distintos productos de acuerdo

a una secuencia seleccionada, que puede o no repetirse periódicamente. El diseñador debe decidir qué productos producir en una campaña y que tan larga debe ser esa campaña.

Algunas características relevantes que distinguen a las plantas batch multipropósito de las multiproducto son la posibilidad de elaborar dos o más productos al mismo tiempo y su operación está basada en órdenes de producción que van definiendo los arreglos productivos. Así, estas plantas son más flexibles que las multiproducto, pero esta mayor flexibilidad tiene como contrapartida un mayor esfuerzo de planificación, programación de tareas y asignación de recursos.

En esta tesis los esfuerzos de investigación se basan, tal como se mencionó en párrafos previos, en plantas batch multiproducto.

1.4 Formulación de problemas de programación matemática

Un problema de programación matemática puede escribirse de una manera general como:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = f(x, y) \\ \text{s.a} \quad & h(x, y) = 0 \\ & g(x, y) \leq 0 \\ & x \in X \subseteq \mathfrak{R}^n \\ & y \in \{0,1\}^m \end{aligned} \tag{1.1}$$

donde $f(x,y)$ representa una función objetivo escalar, $h(x,y)$ y $g(x,y)$ son restricciones del problema en forma de igualdades y desigualdades. Las variables x son variables continuas, y generalmente corresponden a variables de estado o de diseño del sistema, mientras que las variables y son variables discretas, que en la mayoría de las aplicaciones están restringidas a valores 0 ó 1, y sirven para definir la selección de un ítem o de una acción.

El problema definido en (1.1) corresponde a un problema mixto entero no lineal (*Mixed Integer Non Linear Programming* – MINLP) cuando una cualquiera de las

funciones involucradas es no lineal. En cambio, si todas las funciones de (1.1) son lineales, el problema corresponde a un programa mixto entero lineal (*Mixed Integer Linear Programming* – MILP).

Los modelos más empleados para representar en forma algebraica los problemas de optimización que se deben resolver en ingeniería de procesos son programas mixto enteros, bien sea lineales o no lineales. Algunos ejemplos de decisiones discretas involucradas en estos procesos son: la cantidad de equipos en paralelo y el número y ubicación de los tanques de almacenamiento.

Una de las grandes limitaciones de la programación matemática cuando aparecen ecuaciones no lineales es que sólo se puede garantizar la optimalidad global cuando se cumplen ciertas condiciones. Estas son, función objetivo convexa definida sobre una región factible (restricciones) también convexa.

La formulación y resolución de los principales tipos de problemas de programación matemática puede ser realizada en sistemas de modelado, como GAMS (*Generalized Algebraic Modeling System* – Brooke et al., 1998).

1.4.1 Algoritmos de solución para problemas de programación matemática

En el desarrollo de este trabajo de tesis se estudiarán problemas del tipo MILP y MINLP. Es por ello que en esta sección se presenta una breve descripción de los algoritmos más comúnmente empleados para resolver este tipo de problemas.

1.4.1.1 Problemas mixto enteros lineales (MILP)

Cuando en el problema (1.1) tanto la función objetivo como las restricciones son lineales en x e y , el problema que resulta es del tipo MILP. La forma del problema se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = c^T x + d^T y \\
 \text{s.a} \quad & Ax + By \leq b \\
 & x \in X \subseteq \mathfrak{R}^n \\
 & y \in \{0,1\}^m
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Los métodos de solución para resolver los problemas MILP están basados en los métodos de ramificación y acotamiento (*Branch and Bound* – B&B) y sus variantes, donde cada subproblema lineal se resuelve utilizando el método simplex (Dakin, 1965). Este algoritmo consiste en una enumeración en árbol, en el cual el espacio de variables enteras se divide en forma sucesiva, dando lugar a subproblemas lineales que se resuelven en cada nodo del árbol.

Los códigos más importantes para resolver problemas MILP están desarrollados sobre programas originalmente dedicados a problemas lineales. Los más conocidos son CPLEX (ILOG, 2000), XPRESS y OSL.

1.4.1.2 Problemas mixtos enteros no lineales (MINLP)

Si la función objetivo y/o alguna de las restricciones del problema (1.1) son no lineales y hay variables binarias involucradas en la formulación, el problema resultante es del tipo MINLP. El mismo se puede formular de forma general como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = f(x, y) \\
 \text{s.a} \quad & g_j(x, y) \leq 0 \quad j \in J \\
 & x \in X \subseteq \mathfrak{R}^n \\
 & y \in \{0,1\}^m
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

donde se asume que $f(x,y)$, $g(x,y)$ son funciones convexas diferenciables, J es el conjunto de índices de las desigualdades y X está dado por el conjunto compacto convexo: $X = \{x | x^L \leq x \leq x^U, Ax \geq b\}$

Los métodos más empleados y desarrollados para resolver este tipo de problemas son (Vecchiotti, 2000):

- ↪ Ramificación y acotamiento (*Branch and Bound* – B&B) (Gupta y Ravindran, 1985; Nabar y Schrage, 1991; Borchers y Mitchell, 1994)
- ↪ Descomposición generalizada de Benders (*Generalized Benders Decomposition* – GBD) (Geoffrion, 1972)
- ↪ Aproximación exterior (*Outer Approximation* – OA) (Durán y Grossmann, 1986); Aproximación exterior con relajación de igualdades (*Outer Approximation /Equality Relaxation* – OA/ER) (Kocis y Grossmann, 1987); Aproximación exterior con función de penalidad aumentada (*Augmented Penalty/ Outer Approximation /Equality Relaxation* – AP/OA/ER) (Viswanathan y Grossmann, 1990)
- ↪ Planos de corte extendido (*Extended Cutting Plane* – ECP) (Westerlund y Pettersson, 1995)

Los métodos que resuelven modelos MINLP se basan en la resolución de subproblemas para obtener cotas del problema original. El método de ramificación y acotamiento no es más que una extensión de los métodos de ramificación empleados para resolver problemas MILP, con la diferencia de que en cada nodo se debe resolver un NLP y la resolución de los diferentes NLP, partiendo de su inmediato anterior, no es tan eficiente como cuando se resuelve un problema lineal.

El método de descomposición generalizada de Benders y el método de las aproximaciones exteriores, iteran entre dos subproblemas. El primero es un NLP con valores fijos de las variables binarias y, por lo tanto, es una cota superior a la solución óptima del problema, y un problema Maestro –que suele ser MILP– que es una cota inferior a la solución óptima del problema. Los métodos GBD y OA/ER se diferencian en la definición del problema maestro MILP. OA/ER emplea linealizaciones acumuladas para las funciones, mientras que el método GBD emplea acumulación de funciones lagrangianas paramétricas en las variables discretas. Todos estos métodos garantizan la optimalidad global en caso de que los problemas sean convexos.

El método ECP no depende del uso de subproblemas y algoritmos NLP, porque el algoritmo se basa en la resolución de una secuencia de problemas MILP. En este método, las variables discretas y continuas convergen simultáneamente y la función objetivo tiene que definirse como lineal.

El código comercial DICOPT, que está disponible en el sistema de modelado GAMS para resolver problemas de tipo MINLP, es una implementación del método de aproximación exterior.

1.5 Programación disyuntiva generalizada (GDP)

Recientemente ha aparecido un nuevo enfoque en el cual se representa los problemas de optimización discretos/continuos con modelos que mezclan restricciones algebraicas, disyunciones lógicas y relaciones lógicas (Balas, 1985; Beaumont, 1991; Raman y Grossmann, 1993, 1994; Turkay y Grossmann, 1996; Hooker, 2000; Lee y Grossmann, 2000). En particular, el MINLP del problema (1.3) se puede formular como un problema disyuntivo generalizado de la siguiente manera (Raman y Grossmann, 1994):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = \sum_{k \in K} c_k + f(x) \\
 \text{s.a} \quad & g(x) \leq 0 \\
 & \bigvee_{j \in I_k} \begin{bmatrix} Y_{jk} \\ h_{jk}(x) \leq 0 \\ c_k = \gamma_{jk} \end{bmatrix} \quad k \in K \\
 & \Omega(Y) = \text{Verdadero} \\
 & x \in \mathfrak{R}^n, c \in \mathfrak{R}^m, Y \in \{\text{Verdadero, Falso}\}^m
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

La formulación GDP (1.4) comprende tres tipos de restricciones: (a) restricciones globales $g(x)$, que son independientes de las decisiones discretas, (b) disyunciones, condicionadas al operador OR (\vee), y (c) restricciones $\Omega(Y)$ que involucran lógica pura.

Aquí, $x \in \mathfrak{R}^n$ es un vector de variables continuas, Y_{jk} son variables booleanas que establecen si un termino en la disyunción es verdadero y, por lo tanto, deben cumplirse las ecuaciones dentro de dicho termino. La función objetivo involucra el término $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^1$ que depende de las variables x y $c_k \in \mathfrak{R}^1$ que son variables continuas que representan el costo asociado con cada disyunción (depende de las decisiones discretas). Si Y_{jk} es verdadera, entonces se le asigna a c_k el valor de los cargos

fijos γ_{ik} . La desigualdad $g: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^q$ es un conjunto de restricciones que no depende de las disyunciones. Este modelo general asume que $f(x)$ y $g(x)$ son funciones convexas.

Una disyunción $k \in K$ se compone de varios términos $j \in J_k$, cada uno conteniendo un conjunto de restricciones convexas $h_{jk}: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^p$ y una variable de costo c_k , conectadas entre si por el operador lógico OR (\vee) que impone el contenido de una única disyunción. Finalmente, las restricciones representadas por $\Omega(Y)$ son relaciones lógicas, en forma de lógica de proposiciones, que involucran solamente variables booleanas y que expresan relaciones entre los conjuntos de disyunciones.

Las decisiones discretas están representadas por las variables booleanas Y_{jk} en términos de las disyunciones $k \in K$ y las proposiciones lógicas $\Omega(Y)$ generadas por usar el conjunto de variables booleanas Y_{jk} . De este modo, solo las restricciones dentro de la disyunción $j \in J_k$, donde Y_{jk} es verdadero, se cumplen; de lo contrario las restricciones correspondientes no se cumplen.

1.5.1 Reformulaciones de los problemas disyuntivos

Es importante remarcar que el problema GDP se puede transformar en un MINLP de la forma del problema (1.3). A efectos del modelado, la representación disyuntiva es conveniente y ventajosa dado que captura de forma mucho más directa los aspectos cualitativos y cuantitativos del modelo (Vecchiotti y Grossmann, 1999; Vecchiotti, 2000). Si bien existen ciertas reglas del arte acerca de cómo modelar problemas disyuntivos, no existe consenso ni teoría general de cómo desarrollar modelos de manera sistemática. Por lo general, los desarrolladores de tales modelos emplean reglas del arte propias, adecuadas a las características y necesidades del problema que están resolviendo, que se corrigen a medida que se va experimentando con la solución del mismo (Vecchiotti, 2000).

La forma más directa de hacer la reformulación un problema GDP a uno MINLP consiste en reemplazar la variables booleanas Y_{jk} por variables binarias y_{jk} y las disyunciones por restricciones del tipo “big-M” (Lee y Grossmann, 2000), de la forma:

$$\begin{aligned} h_{jk}(x) &\leq BM(1 - y_{jk}) \quad j \in I_k, \quad k \in K \\ \sum_{j \in I_k} y_{jk} &= 1 \quad k \in K \end{aligned} \tag{1.5}$$

donde BM es una cota superior válida a la restricción correspondiente. Las proposiciones lógicas $\Omega(Y) = \text{verdadero}$, se convierten en desigualdades algebraicas lineales que dependen sólo de las variables binarias. La mayor desventaja de la reformulación big-M es que la relajación inicial suele ser débil.

Una reformulación alternativa emplea la transformación de la cáscara convexa. Suponiendo que las desigualdades involucradas en la disyunción son convexas y que la variable x esta acotada ($0 \leq x \leq x^U$), la cáscara convexa de la disyunción del problema (1.4) está dada por:

$$\begin{aligned}
 x &= \sum_{j \in I_k} v_{jk}, & c_k &= \sum_{j \in I_k} \gamma_{jk} \lambda_{jk} & k \in K \\
 0 &\leq v_{jk} \leq \lambda_{jk} v_{jk}^U & j \in I_k, & k \in K \\
 \sum_{j \in I_k} \lambda_{jk} &= 1, & 0 \leq \lambda_{jk} \leq 1 & j \in I_k, k \in K & (1.6) \\
 \lambda_{jk} h_{jk}(v_{jk} / \lambda_{jk}) &\leq 0 & j \in I_k, & k \in K \\
 x \in \mathfrak{R}^n, c_k, v_{jk} &\geq 0, & j \in I_k, & k \in K
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones en (1.6) definen un conjunto convexo en el espacio (x, c, v, λ) y las variables x son expresadas como la suma de variables desagregadas v_{jk} , que son asignadas a cada término disyuntivo, mientras que c_k se expresa como una combinación de γ_{jk} con factores de peso λ_{jk} , que determinan la validez de las desigualdades en los correspondientes términos disyuntivos. Las variables λ_{jk} son variables binarias que representan las variables booleanas Y_{jk} y v_{jk}^U define una cota superior válida para las variables desagregadas, usualmente x^U . Finalmente, las proposiciones lógicas $\Omega(Y)$ del problema GDP son reformuladas como desigualdades lineales (Raman y Grossmann, 1991, 1994). La cáscara convexa presenta una relajación que es más ajustada que la relajación big-M (Vecchietti, 2000).

1.6 Revisión del estado del arte

La síntesis, diseño y scheduling óptimos de plantas batch multiproducto descritas por factores de tamaño y tiempo fijos han recibido considerable atención en los últimos años, por lo que, varios trabajos destacados han sido publicados.

El problema de diseño de una planta de procesos batch consiste en determinar la estructura de la planta, el número de unidades a utilizar en cada etapa y su dimensión. En la mayor parte de los trabajos publicados en el área, se recurre a modelos basados en programación mixta entera no lineal (MINLP). Sparrow et al. (1975) emplearon un método heurístico y otro de ramificación y acotamiento (*Branch and Bound*) para resolver el problema para una planta batch multiproducto. Este trabajo incluye la selección óptima del número de unidades en paralelo y el volumen de las mismas, las cuales se consideraron disponibles en un conjunto pre-especificado de tamaños discretos.

Grossmann y Sargent (1979) formularon el problema en un rango continuo de tamaños para las unidades como un modelo MINLP y demostraron que se puede reformular como un programa posinomial. Luego, los autores concluyen que éste posee un único óptimo local, por lo tanto, global. En el trabajo de Knopf et al. (1982), se extiende la formulación anterior al incluir unidades semicontinuas conservando la estructura posinomial. Además, los autores proponen encontrar la solución del problema a través de la forma convexificada del mismo lograda a través de una transformación exponencial, de modo de linealizar ciertas restricciones del problema.

Takamatsu et al. (1982) fueron los primeros en desarrollar un procedimiento para resolver el problema para una planta batch monoproducto que incorpora tanques de almacenamiento intermedio.

Yeh y Reklaitis (1987) consideraron la síntesis y el diseño aplicado a una planta batch monoproducto. Estos autores dividen el problema en dos subproblemas, uno de síntesis y otro de dimensionamiento. En cada uno, proporcionaron reglas heurísticas para la asignación de tareas, la adición de unidades en paralelo y la localización de tanques de almacenamiento descartando el costo y diseño de estos últimos. Posteriormente, Modi y Karimi (1989) incluyeron el costo del almacenamiento a través de un procedimiento heurístico para una planta multiproducto. Sin embargo, la localización de las unidades de almacenamiento estaba fija.

Para demostrar el impacto que puede producir el problema de scheduling en el problema de diseño, Birewar y Grossmann (1989) desarrollaron, en primer lugar, una serie de modelos de scheduling para plantas batch multiproducto. Estos modelos minimizan el tiempo de ciclo para distintas políticas de almacenamiento (UIS o ZW). Luego, los autores demuestran que las restricciones de esos modelos pueden incorporarse al problema simplificado de diseño con una sola unidad por etapa.

El modelo de Birewar y Grossmann (1990a) es, posiblemente, el primer modelo multiperiodo para plantas batch multiproducto. Estos autores abordaron en forma simultánea el planeamiento de la producción y el scheduling de plantas batch multiproducto. Debido a que no considera el diseño, el modelo corresponde a programa lineal (PL). En este modelo se tienen en cuenta costos de inventario, tiempos de limpieza y sus costos asociados, así como también penalidades por no cumplir con las órdenes de producción. A posteriori, con el objeto de obtener diseños más económicos y eficientes, estos autores (1990b) propusieron un modelo MINLP no convexo el cual integra síntesis, diseño y scheduling de plantas batch multiproducto. Se plantea una asignación flexible de tareas a unidades en la que dos tareas adyacentes pueden ser fusionadas en una unidad apropiada. Básicamente, estos autores propusieron un procedimiento sistemático para generar un conjunto de unidades candidatas y así la asignación potencial de tareas.

Patel et al. (1991) formularon el problema de diseño con unidades batch en paralelo y equipos semicontinuos. Además, tienen en cuenta la posibilidad de añadir almacenamiento intermedio. Los modelos que presentan estos autores permiten incluir en una etapa unidades de tamaños disímiles y fueron resueltos por la técnica “*simulated annealing*”.

Varvarezos et al. (1992) desarrollaron un método de optimización para los problemas de diseño multiperiodo convexos, bien sea MINLP o NLP. Los autores proponen un método de descomposición basado en aproximación exterior para resolver estos problemas. Con el propósito de ilustrar este método, lo aplicaron a modelos multiperiodo para el diseño y expansión de la capacidad de plantas batch multiproducto.

Varios de los estudios teóricos previos se basan en la suposición de que los tamaños de los equipos toman valores continuos. Voudouris y Grossmann (1992) demostraron que tales modelos MINLP pueden ser reformulados como problemas MILP cuando los tamaños de equipos se restringen a valores discretos. Además, estos

modelos pueden garantizar soluciones óptimas globales en un tiempo computacional razonable. En un trabajo posterior (1993), estos autores desarrollaron un esquema de linealización para obtener una formulación MILP para plantas batch que operan de una manera cíclica. Por ende, los requerimientos de producción se dividen en un número de ciclos que se repite a lo largo del horizonte de diseño. El modelo integra los problemas de síntesis, diseño y scheduling de la planta, sin incluir unidades semicontinuas.

Por otra parte, Tarifa y Chiotti (1995) consideraron el problema de diseño bajo incertidumbre donde se estudiaron dos objetivos opuestos: máxima flexibilidad y mínimo costo. Se considera la presencia de incertidumbre tanto en los parámetros como en las demandas de los productos. Se desarrolló un modelo basado en la teoría de conjuntos borrosos o difusos (*fuzzy sets*) con el que se obtuvieron diferentes soluciones y que, como afirmaron los autores, deberían ser empleadas por el inversionista para apoyar su decisión.

Ierapetritou y Pistikopoulos (1996) estudiaron el diseño de plantas batch multiproducto/multipropósito bajo incertidumbre en las demandas de los productos y en los parámetros del proceso. Estos autores propusieron una formulación utilizando programación estocástica de dos etapas. A su vez, consideraron dos casos, equipos en tamaños discretos y continuos.

En 1995, Ravemark y más tarde en 1998, Ravemark y Rippin propusieron un número de formulaciones MINLP convexas para el diseño preliminar de plantas batch multiproducto. Estos modelos incluyen unidades batch operando tanto en fase como fuera de fase, unidades semicontinuas en paralelo, así como también la asignación de tanques de almacenamiento intermedio.

La óptima ubicación de los tanques de almacenamiento intermedio fue nuevamente estudiada por Vecchiatti y Montagna (1998). Se obtuvo un modelo MINLP que extendió los modelos presentados previamente al permitir que la ubicación del tanque sea diferente para cada producto.

Petkov y Maranas (1998a) estudiaron el diseño óptimo de plantas batch multiproducto bajo incertidumbre en las demandas de los productos donde se consideraron distribuciones normales de probabilidad. Al asumir normalidad para la incertidumbre en la demanda de los productos y un modo de operación en campañas monoproducto, el problema de optimización estocástico original de dos etapas es

transformado en un modelo MINLP determinístico independiente de la discretización implícita o explícita en las variables inciertas.

Van den Heever y Grossmann (1999) consideraron un modelo de optimización multiperiodo utilizando programación disyuntiva generalizada para el diseño, operación y expansión de capacidad en plantas químicas. Para la solución del modelo resultante se propusieron dos algoritmos, cuya finalidad es la de reducir el tiempo de solución de los problemas MINLP.

Montagna et al. (2000) proponen un modelo MINLP para el diseño de un proceso biotecnológico en una planta batch multiproducto, en la que se tienen en cuenta no sólo todas las opciones para aumentar la eficiencia de la planta, sino también unidades compuestas donde ítems semicontínuos operan sobre el material contenido por ítems batch.

Recientemente, Iribarren et al. (2004) presentaron una estrategia de solución para la síntesis de procesos de producción de varias proteínas y con diversos huéspedes. Existen varios organismos huésped que pueden expresar cada uno de los productos y se requieren, aguas abajo, distintos procesamientos de separación y tareas de purificación, en parte, dependientes del huésped seleccionado. Asimismo, pueden estar disponibles operaciones unitarias alternativas para algunas de estas tareas de separación. Un modelo de optimización mixto entero representa estas decisiones, el cual optimiza el beneficio de la planta y permite tomar las decisiones de elección del huésped, selección de operaciones aguas abajo, la configuración y tamaño de las unidades y scheduling simultáneamente. Estos autores (Montagna et al., 2004) presentaron un modelo para un proceso similar utilizando programación disyuntiva generalizada como herramienta de modelado.

El empleo de factores de tamaño y tiempo constantes requiere fijar arbitrariamente las variables de decisión del proceso, lo cual simplifica la formulación y resolución del modelo, pero por otro lado, impide obtener mejores soluciones. En una formulación alternativa, modelos de performance del proceso son utilizados para describir los factores de tamaño y tiempo como funciones de aquellas variables seleccionadas como variables de optimización. Estos modelos de performance se obtienen de los balances de masa y expresiones cinéticas que describen cada operación unitaria. Pueden plantearse con distinto nivel de detalle, pero en general, se mantienen tan simples como sea posible, aún reteniendo la influencia de las variables de proceso

seleccionadas para optimizar la planta. Salomone e Iribarren (1992) desarrollaron estos modelos para una planta monoproducción y más tarde, Montagna et al. (1994) lo ampliaron a plantas multiproducción. Estas contribuciones tenían en común que la estructura de planta era un dato en el problema de optimizar las variables de proceso. El mismo modelo matemático para el diseño de planta es empleado en ambas formulaciones, con los modelos de performance como restricciones adicionales.

Una descripción más detallada de la performance de las etapas batch requiere modelarlas con ecuaciones diferenciales. Barrera y Evans (1989) primero y Salomone et al. (1994) después, propusieron que esta optimización simultánea podía lograrse integrando el modelo de la planta batch con módulos de simulaciones dinámicas para las unidades batch. Este enfoque permite optimizar la planta, pero implica un gran esfuerzo computacional. Barrera y Evans (1989) propusieron un modelo multinivel donde la estructura de planta está en un nivel superior, el dimensionamiento de las unidades en un nivel intermedio y las variables de proceso de optimización en un nivel inferior. Los autores restringieron su estudio a los dos niveles inferiores, que presentaron problemas de viabilidad porque la optimización en el nivel de variables de proceso violaba, ya sea restricciones de tamaño impuestas en el nivel intermedio u objetivos de producción impuestos en el nivel superior. A propósito, el enfoque presentado por Salomone et al. (1994) propone un algoritmo cuya secuencia de resolución supera los problemas de infactibilidades reportados por Barrera y Evans (1989).

Bathia y Biegler (1996) plantean el problema como un sistema de ecuaciones algebraicas y diferenciales. Ellos encontraron que la optimización de las etapas individuales secuencialmente da pobres resultados comparado con la optimización simultánea.

Allgor et al. (1999) describieron el modelo multinivel como una secuencia de iteraciones ad hoc entre subproblemas estructurales y de optimización de variables de proceso. Estos autores proponen modelos basados en las cotas de las variables del proceso para optimizar la estructura de la planta, para un proceso particular: reactor batch – destilación batch.

Asenjo et al. (2000) exploraron estrategias alternativas para la optimización simultánea de las variables de proceso y la estructura de una planta batch para elaborar proteínas. En una primera formulación, ellos proponen adjudicar valores a las variables

del proceso, lo cual fija los factores de tamaño y tiempo que se pueden emplear para optimizar la estructura de la planta batch. Luego, los autores proponen optimizar primero las variables de proceso, desatendiendo la estructura de planta, que se deja como una decisión posterior. La optimización se realiza para campañas monoproducción (SPC), bajo la política de almacenamiento intermedio libre, no comprometida con ninguna estructura de planta.

En un trabajo posterior (Pinto et al., 2001), estos autores propusieron un modelo que optimiza, simultáneamente, las variables de proceso y la estructura de la planta batch para la producción de proteínas recombinantes. El modelo completo incluye modelos de performance del proceso, para las unidades en cada etapa, y la representación posinomial original, para la planta batch multiproducción. El modelo resultante es un MINLP que considera unidades en paralelo, operando en y fuera de fase, junto a la asignación de tanques de almacenamiento intermedio, a través de variables binarias 0-1. Los modelos de performance incluidos son no lineales y no convexos por lo que, tal como lo reportaron los autores, no se puede garantizar la optimalidad global con este modelo.

Por otro lado, Corsano et al. (2004) abordaron la optimización integral de procesos de fermentación mediante un modelo de superestructura, el cual considera la duplicación en serie y en paralelo fuera de fase. El comportamiento de los fermentadores se describe a través de un conjunto de ecuaciones algebraicas y diferenciales. Estas últimas, se escribieron como ecuaciones en diferencias finitas. El modelo fue formulado como un problema no lineal (NLP). Las variables de diseño de las etapas batch, a saber, factores de tamaño, tiempos de ciclo y costos operativos, se calculan como funciones de las variables de proceso. Con este modelo se determina, simultáneamente, el número óptimo de las unidades empleadas en el proceso, su política de operación óptima, es decir, si se conectan en serie o en paralelo fuera de fase, así como las variables de diseño y operación de cada unidad. El modelo de redes de fermentadores propuesto fue utilizado para la producción de levadura de torula y etanol. Posteriormente, estos autores (Corsano et al., 2006) extendieron el modelo NLP previo para procesos fermentativos incorporando unidades semicontinuas en el proceso aguas abajo, evaluando la recirculación o desecho de corrientes residuales.

Finalmente, Dietz et al. (2005) consideraron el diseño óptimo de plantas batch multiproducción. Estos autores desarrollaron un algoritmo maestro de optimización, es

decir, un algoritmo genético (GA) acoplado a una simulación de eventos discretos (DES). Se determina la estructura de planta (unidades en paralelo, asignación de tanques de almacenamiento intermedio), las variables de decisión de planta batch (tamaños de equipo, tamaños de batch) y las variables de decisión de proceso (por ejemplo, la concentración final en etapas seleccionadas, la relación volumétrica de fases en la extracción líquido-líquido). Tanto los costos de inversión como el impacto ambiental se minimizan. Como caso de estudio, estos autores resolvieron el mismo problema de proteínas recombinantes tratado previamente por Asenjo et al., 2000.

Por otro lado, en los últimos años se desarrollaron trabajos para ajustar el proceso a nuevas condiciones rediseñando una instalación existente, problema conocido como *retrofit* o de actualización de la capacidad. En los procesos batch el principal objetivo es, a menudo, expandir la capacidad existente para satisfacer mayores demandas o para elaborar nuevos productos.

Un trabajo pionero en retrofit de plantas multiproducto fue propuesto por Vaselenak et al. (1987). Se considera la adición de unidades en el proceso para satisfacer modificaciones en las demandas del producto. Estos autores desarrollaron una formulación MINLP donde las unidades en paralelo, ya sea en fase o fuera de fase, mantenían la misma configuración para todos los productos.

Posteriormente, este trabajo fue extendido por Fletcher et al. (1991) quienes escogieron una estrategia de operación por separado para cada producto. Esto relajó la limitación del modelo originalmente propuesto, en el cual se asumía que las nuevas unidades se usaban de la misma manera para todos los productos. De esta manera, los resultados eran al menos tan buenos como aquellos obtenidos utilizando la primera formulación. Los autores destacaron el estudio de la reasignación de los equipos existentes y el uso alternativo de nuevas unidades con más de una unidad por etapa. Sin embargo, esto podía resultar en grandes problemas MILP que se hacían difíciles de resolver.

Petkov y Maranas (1998b) extendieron su trabajo previo (1998a) para abordar la expansión de la capacidad de plantas batch multiproducto. La expansión se modela a través de la adición de unidades extras de igual tamaño en cada etapa al final de cada periodo de tiempo. Se emplea aquí también la suposición de normalidad para las demandas inciertas. La formulación del problema involucra una etapa interior, que identifica los niveles óptimos de producción y una etapa externa, que establece las

decisiones de diseño/capacidad de expansión al maximizar el valor presente neto de la planta.

Van den Heever y Grossmann (1999) también aplicaron su modelo al problema de retrofit donde consideraron el planeamiento de la expansión.

Yoo et al. (1999) desarrollaron un modelo general de retrofit donde presentaron una superestructura generalizada con el interesante concepto de grupo. Un grupo se define como un conjunto de unidades, las cuales operan en fase, pero aquellas que se encuentran en grupos diferentes operan fuera de fase. La división de unidades de cada etapa en grupos difiere de producto a producto.

Lee et al. (2000) abordaron un modelo MINLP para la expansión de la capacidad de un sistema de distribución compuesta por complejos multiplantas y depósitos. Una superestructura generalizada fue generada para asignar las unidades a los grupos en cada planta considerada.

Montagna (2003) extendió el modelo propuesto por Yoo et al. (1999) a través de la asignación de tanques de almacenamiento intermedio. De esta manera, se obtiene una formulación más realista aunque con un incremento en el nivel de complejidad para su resolución.

Recientemente, Goel et al. (2004) abordaron, por primera vez, el problema de la fiabilidad del equipo y la capacidad de mantenimiento en el problema de retrofit. Se obtuvo una solución para el retrofit donde la capacidad de producción fue definida por tres parámetros: el tamaño de bachada limitante, el tiempo de ciclo limitante y la disponibilidad global de la planta. Asimismo, estos autores desarrollaron un MINLP que combina un modelo de proceso y un modelo de disponibilidad para obtener el tamaño óptimo, el modo óptimo de operación y la asignación óptima de un nuevo equipo durante la etapa de retrofit.

Por último, Barbosa-Póvoa (2007) presentó una revisión sobre los trabajos publicados sobre el diseño y retrofit de plantas batch multiproducto y multipropósito. Se discuten las limitaciones y huecos en los enfoques publicados previamente, concluyendo que, a pesar del gran número de trabajos en el área, existe aún una necesidad del desarrollo adicional sobre la generalización y aplicación de los modelos.

1.7 Objetivos de la Tesis

El objetivo principal de este trabajo de tesis consiste en desarrollar modelos y metodologías generales para el diseño y planeamiento óptimos de la producción de plantas batch multiproducto, orientados a superar limitaciones de trabajos previos en esta área.

De acuerdo a las revisiones realizadas primero por Rippin (1993) y recientemente por Barbosa-Póvoa (2007), a pesar del considerable número de estudios publicados en los últimos años, existen áreas por investigar y manejar que ellos consideran como “huecos o gaps” en la literatura de procesos batch. En general, la evolución en el área se ha dado a partir de sucesivos desarrollos que van incorporando nuevas opciones o alternativas. En muchos casos no se trata de una evolución sistemática por lo que nuevos enfoques no consideran algunos desarrollos previos. Teniendo en cuenta además los problemas sin resolver existentes, se tiene un área caracterizada por “huecos” o problemas sin resolver a los que hace referencia Rippin (1993). Siguiendo con esta idea, el objetivo de este trabajo es “llenar algunos huecos más” y contribuir al desarrollo del área de investigación de plantas batch.

Esta tesis se desarrolla sobre tres grandes ejes como se detalla a continuación:

1. Desarrollar modelos de optimización multiperiodo generales, que incorporen, simultáneamente, tanto el diseño como el planeamiento de la producción de plantas batch multiproducto.
2. Incorporar una nueva decisión estructural en modelos de diseño de procesos batch como lo es la duplicación de unidades en serie para efectuar una determinada operación o tarea.
3. Añadir modelos de performance del proceso a los modelos de diseño previos donde se aborda la duplicación de unidades en serie a fin de optimizar simultáneamente las variables de decisión del proceso con esta nueva opción estructural.

Para llevar a cabo el primero de los puntos mencionados, se proponen dos modelos enmarcados en un escenario de optimización multiperiodo empleando programación matemática mixta entera. En general, modelos previos de plantas batch se han basado en decisiones de diseño desatendiendo el punto de vista de gestión y

administración que, en el caso de plantas batch con productos de ciclo de vida cortos y demandas variables por periodo, cobran gran importancia. Así, teniendo en cuenta las fluctuaciones estacionales o de mercado en las demandas de productos y disponibilidad de materias primas presentes en diversos procesos batch, los modelos multiperiodo planteados integran los problemas de diseño y de planeamiento de la producción a fin de evaluar la interacción entre las decisiones de planeamiento y diseño.

Las decisiones de planeamiento incorporan políticas comerciales (compras, ventas, penalidades por entregas tardías) y políticas de inventario no sólo de productos finales sino también de materias primas. Por otro lado, entre las decisiones de diseño se selecciona los tamaños de las unidades teniendo en cuenta su disponibilidad comercial en tamaños estándares, se considera la duplicación en paralelo con tamaños distintos y la posibilidad de obtener la configuración de la planta en cada periodo. Además, con el segundo modelo es posible abordar el problema de retrofit considerado conjuntamente con decisiones de planeamiento.

Debido a que los problemas multiperiodo MINLP originales son no convexos y no se pueden convexificar de manera satisfactoria, se aplican esquemas de reformulación que permitan eliminar términos no convexos o bilineales, obteniendo problemas MILP que garantizan optimalidad global.

Con el propósito de ejecutar el segundo objetivo, se presentan modelos generales empleando programación disyuntiva generalizada que incorporan la opción de duplicar unidades en serie. Esta decisión es nueva en esta área de investigación, en cuanto no ha sido abordada en modelos sistemáticos previamente publicados. Como se mencionó, el empleo de programación disyuntiva facilita la representación de niveles múltiples de decisión de un modo muy simple, por lo que se incluye en este trabajo de tesis.

En consecuencia, se desarrolla un primer modelo multiperiodo en el que se incluye la opción de duplicar unidades en serie. En este caso, las unidades en la serie son de igual tamaño y se permite la duplicación en paralelo de todo el conjunto. Luego, se desarrollan dos modelos de diseño, uno no lineal y otro lineal, en los que las unidades en la serie, que efectúan una determinada operación, pueden tomar tamaños distintos y duplicarse en paralelo de manera independiente una de otra.

Es importante mencionar que los trade-offs que se pueden presentar en la duplicación en serie dependen de la operación y que, a diferencia de la duplicación en

paralelo que se aplica a cualquier etapa del proceso, esta opción se aplica sólo a las operaciones que admiten este tipo de duplicación.

En esta tesis se analizarán distintas alternativas para esta problemática. Se abordarán varios casos de modo de estudiar los diferentes efectos que tiene la duplicación en serie de acuerdo al tipo de operación. Además, se evaluarán modelos con factores de tamaño y tiempos fijos y también, como función de variables de diseño del proceso a través de modelos de performance.

En base a este último concepto, el tercer objetivo se lleva a cabo incorporando modelos de performance del proceso a la formulación del modelo de diseño que tiene en cuenta la nueva opción de duplicar unidades en serie. Estos modelos de performance permiten determinar los factores de tamaño y tiempo en función de variables de decisión del proceso (variables de mayor impacto económico) que se optimizan conjuntamente con las decisiones de duplicar en serie y en paralelo fuera de fase. De este modo se permite incorporar información del proceso de producción en el diseño considerando la nueva opción de duplicar unidades en serie.

Como casos particulares de estudio, para la aplicación de los modelos en esta tesis, se consideran procesos de la industria biotecnológica y alimenticia. Específicamente, dentro de ellos, la elaboración de extractos vegetales (oleorresinas) y la producción proteínas recombinantes.

1.8 Organización de la Tesis

Esta tesis se ha organizado siguiendo el siguiente esquema.

Luego de este capítulo introductorio, el capítulo dos presenta un modelo MILP multiperiodo general, el cual considera simultáneamente las decisiones de diseño y planeamiento en plantas batch multiproducto. El capítulo tres describe un nuevo modelo MILP multiperiodo que permite obtener una configuración flexible de la planta en cada periodo de tiempo para cada producto conjuntamente con su plan de producción. Esta formulación se incluye la opción de duplicar unidades en paralelo con tamaños disímiles operando, bien sea en fase o fuera de fase.

Una nueva opción de diseño como la de duplicar unidades en serie para efectuar una determinada operación, es introducida en el capítulo 4. Además, se presenta un modelo lineal multiperiodo empleando programación disyuntiva generalizada que integra las decisiones de diseño y planeamiento de una planta batch multiproducto. Luego, el capítulo 5 presenta dos modelos disyuntivos generales, uno lineal y otro no lineal. Ambos modelos incluyen la opción de duplicar unidades en serie con tamaños diferentes y la opción de duplicación en paralelo fuera de fase de manera independiente. Se analizan distintos casos teniendo en cuenta que el efecto de la duplicación en serie depende de la operación considerada.

En el capítulo seis se integran modelos de performance que incluyen variables de proceso a los modelos generales previos de diseño considerando la duplicación en serie. Se plantean entonces, un modelo MINLP general no convexo y un modelo lineal particular para el proceso de producción de oleorresinas empleando programación disyuntiva generalizada.

Finalmente en el capítulo 7, se detallan las conclusiones obtenidas tras la realización de los estudios descritos en los capítulos anteriores, con un análisis de las direcciones sobre las que deben continuar los esfuerzos en las líneas de investigación tratadas en esta tesis doctoral.

En los apéndices se pueden encontrar algunos desarrollos y descripciones detalladas de los procesos involucrados en este trabajo, tanto para la planta de oleorresinas como la de proteínas recombinantes, que han sido presentadas de este modo para no interferir con la descripción de los objetivos centrales de esta tesis.

CAPÍTULO 2

*Optimización multiperiodo para
el diseño y planeamiento de
plantas batch mutiproducto*

2.1 Introducción

En el problema de diseño de plantas batch multiproducto se especifican los requerimientos de la producción de cada producto y el tiempo total u horizonte de tiempo disponible para la elaboración de todos los productos. Para resolverlo, se genera un procedimiento con el objeto de determinar la configuración de la planta y los tamaños de los equipos minimizando el costo de capital.

En numerosas publicaciones se ha considerado este problema asumiendo varias condiciones: recetas fijas, en general campañas monoproducción, un horizonte de tiempo con condiciones estables, etc. Empleando estas suposiciones, varios modelos fueron desarrollados y resueltos a través de diferentes metodologías: programación matemática (Ravermark y Rippin, 1998; Montagna et al., 2000), métodos heurísticos (Patel et al., 1991; Wang et al., 1996, Jayaraman et al., 2000; Huang y Wang, 2002; Dietz et al., 2006) o simulación (Maruejols et al., 2002; Petrides et al., 2002).

Por otro lado, algunos trabajos han reconocido los trade-offs entre las decisiones de síntesis y diseño, los problemas de operación y scheduling y se han desarrollado modelos más complejos para evaluarlos. Por ejemplo, Birewar y Grossmann (1989, 1990b) consideraron la relación entre los problemas de diseño, síntesis y scheduling. Voudouris y Grossmann (1993) desarrollaron un modelo MINLP donde los problemas de síntesis, diseño y scheduling fueron integrados, incluyendo la asignación y el dimensionamiento del almacenamiento intermedio. Xia y Macchietto (1997) resolvieron la síntesis y el diseño de plantas batch a través de un método estocástico. Montagna et al. (2004) plantearon un modelo utilizando programación disyuntiva para resolver la síntesis y el diseño de una planta batch para la producción de múltiples proteínas recombinantes.

En general, modelos previos en esta área suelen desacoplar los problemas de diseño y planeamiento. La mayor parte de los enfoques solucionan sólo uno de estos problemas realizando varias suposiciones sobre el otro. Asimismo, gran parte de las formulaciones suelen trabajar con condiciones constantes, sin considerar variaciones debido a fluctuaciones estacionales o de mercado. Este enfoque dificulta considerar procesos que operan bajo variaciones en los parámetros del modelo a lo largo del horizonte de planeamiento.

Actualmente, uno de los desafíos más importantes afrontados por los negocios es el de ajustar los recursos de la firma con el objeto de satisfacer las exigencias del mercado sujetas a fluctuaciones durante el tiempo, principalmente costos, precios, existencias, demandas, etc. En numerosas industrias, los productos exhiben patrones de demanda distintivos que, junto al suministro de materias primas, presentan variaciones debido al mercado o cambios estacionales. A causa de estas fluctuaciones temporales, la investigación de los modelos de optimización multiperiodo despierta un gran interés.

Teniendo en cuenta estas características, algunos trabajos han desarrollado modelos en un contexto multiperiodo. Un estudio pionero en la optimización multiperiodo de plantas batch multiproducto fue realizado por Birewar y Grossmann (1990a). Estos autores emplearon un modelo de programación lineal (PL) para el planeamiento de la producción de plantas batch que considera beneficios y el costo de inventario del producto final. Sin embargo, las decisiones de diseño no fueron incluidas en este enfoque. Varvarezos et al. (1992) recurrieron a métodos de descomposición para resolver modelos MINLP multiperiodo. Van den Heever y Grossmann (1999) presentaron un modelo multiperiodo no lineal planteado a través de programación disyuntiva generalizada para el diseño, el planeamiento de las operaciones y la expansión de la capacidad en sistemas generales de procesos químicos. Estos autores propusieron dos algoritmos para la solución del modelo con el objeto de reducir los tiempos de resolución de los problemas MINLP.

Tomando en cuenta estos trabajos previos, en este capítulo se presenta una nueva formulación mixta entera lineal (MILP) para plantas batch multiproducto en un escenario multiperiodo (Moreno et al., 2007). El modelo propuesto aborda de manera rigurosa las decisiones de diseño y planeamiento de la producción simultáneamente. De esta manera, se tienen en cuenta las variaciones de precios, costos y demandas de productos en cada periodo debido a razones estacionales y/o de mercado. En esta primera aproximación, se asume que los parámetros del modelo que sufren variaciones en cada periodo toman valores determinísticos. Desde el punto de vista del diseño, se incluyen todos los tipos de unidades habitualmente considerados en procesos batch: tanques de almacenamiento, unidades batch y semicontinuas.

Adicionalmente, se plantea el escenario multiperiodo con periodos de tiempo disímiles, lo cual supera la fuerte limitación planteada por modelos previos que consideraban campañas monoproducción. Así, un horizonte de tiempo largo puede ser

descompuesto en periodos más cortos donde la suposición de campaña monoprodueto es razonable.

Por otra parte, el modelo propuesto considera a las unidades disponibles en tamaños discretos, lo cual corresponde con la política comercial usual para la adquisición de equipos en esta industria. De hecho, esta misma política ha sido empleada por otros autores (Sparrow et al., 1975; Voudouris y Grossmann, 1992; Ierapetritou y Pistikopoulos, 1996; Tan y Mah, 1998; Dietz et al., 2005).

Por último, con el propósito de obtener un modelo MILP se aplica un método de linealización sobre los términos no lineales. De esta forma, el modelo original no lineal y no convexo es transformado para obtener una formulación que puede ser resuelta a optimalidad global con un esfuerzo computacional razonable.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera. En la sección 2.2 se definen las principales características del problema multiperiodo. La sección 2.3 presenta una descripción de la formulación matemática para el modelo propuesto. Ejemplos numéricos que ilustran el enfoque propuesto se incluyen en la sección 2.4 y se discuten sus resultados. Algunas conclusiones relevantes de este capítulo se presentan en la sección 2.5. Por último, en la sección 2.6 se presenta la nomenclatura empleada en este capítulo.

2.2 Descripción del problema

El problema multiperiodo para el diseño y planeamiento de la producción de una planta batch multiproducto se define a continuación. Se asume que un total de $i = 1, 2, \dots, I$ productos son elaborados en una planta discontinua que consiste de $j = 1, 2, \dots, J$ etapas de procesamiento batch, $k = 1, 2, \dots, K$ etapas semicontinuas que forman $b = 1, 2, \dots, B$ subtrenes semicontinuos. Tanques de almacenamiento intermedio pueden situarse entre etapas batch dividiendo el proceso original en $p = 1, 2, \dots, J-1$ subprocesos. Los productos son fabricados en un horizonte de tiempo H , el cual es dividido en $t = 1, 2, \dots, T$ periodos de tiempo de longitud H_t , no necesariamente iguales.

Los datos básicos para las etapas son los factores de tamaño en cada etapa batch/semicontinua para cada producto i en cada periodo t , S_{ijt}/D_{ikt} y los tiempos de procesamiento para cada producto i en una etapa batch j , t_{ijt} , que dependen de la receta

de producción. Para cada producto i , se conocen las demandas mínimas y máximas en cada periodo t DE_{it}^L / DE_{it}^U .

La función objetivo del problema, ψ , es maximizar el valor presente neto del beneficio a lo largo del horizonte de tiempo global, tomando en cuenta ingresos debidos a la venta de productos, gastos por la compra de materias primas y los costos de penalidad, inversión e inventario. Si los periodos de tiempo son iguales, costos de disposición de residuos son incorporados a la función objetivo. El término residuos empleado en esta tesis se refiere a los elementos vencidos (materias primas y productos) manejados en la planta.

Las suposiciones fundamentales para el desarrollo del modelo, habituales en la bibliografía para esta clase de problemas, son las siguientes:

- ↪ Los factores de tamaño son constantes para cada producto.
- ↪ Cuando en una etapa existen múltiples unidades en paralelo, éstas tienen el mismo tamaño.
- ↪ La planta opera con campañas monoproducto (SPC) en cada periodo de tiempo.
- ↪ Las unidades batch en paralelo operan fuera de fase, mientras que las unidades semicontinuas operan en fase.
- ↪ Cuando no se asignan tanques de almacenamiento, se emplea la política de transferencia sin espera (ZW).
- ↪ Si en el proceso se emplean tanques de almacenamiento intermedio, su rol es sólo desacoplar las operaciones de las etapas aguas arriba de aquéllas aguas abajo del tanque; los mismos no actúan como almacenamiento a largo plazo, adoptando así la política de almacenamiento intermedio finito (FIS).

En la solución de este problema se consideran tres niveles de decisión, a saber:

- ↪ Decisiones estructurales.
- ↪ Decisiones de diseño.
- ↪ Decisiones de planeamiento de la producción.

Las dos primeras decisiones son independientes de los periodos de tiempo e involucran costos de inversión, mientras que el último nivel es válido para cada periodo de tiempo. El primer nivel decide el número de unidades en paralelo en cada etapa del proceso, las cuales operan fuera de fase en la etapa batch j y en fase en la etapa semicontinua k . Además en este nivel, se realiza la asignación de los tanques de almacenamiento intermedio. La asignación y dimensionamiento del almacenamiento intermedio se han incluido en el modelo para obtener un diseño de planta más eficiente. Por esta razón, una planta multiproducto puede visualizarse como una serie de subprocesos p los cuales están separados por un tanque de almacenamiento. Las decisiones de diseño involucran la selección del tamaño de los equipos para las unidades batch, las unidades semicontinuas y los tanques de almacenamiento intermedio de un conjunto de tamaños discretos disponibles para cada uno de ellos.

Finalmente, el último nivel determina en cada periodo t la cantidad total a producir q_{it} , el número de batchadas en la etapa j , n_{ijt} , y el tiempo total empleado para producir cada producto i , T_{it} . Además, en el planeamiento de la planta, se incluyen consideraciones de inventario debido a posibles variaciones estacionales en la disponibilidad de materias primas y a fluctuaciones en las demandas de los productos. Por esta razón, materia prima y producto final se pueden mantener en stock hasta que sean consumidos. De esta manera se obtienen los niveles de inventario para cada producto IP_{it} y materia prima IM_{it} al final de cada periodo t . Asimismo, ventas totales, QS_{it} , cantidades de materia prima comprada, C_{it} , y empleada en la elaboración del producto i , RM_{it} , en cada periodo t , se determinan con esta formulación. Se establecen también en este nivel, cuando los periodos considerados tienen igual longitud, la cantidad de residuos tanto de producto, PW_{it} , como de materia prima, RW_{it} , debido a su vencimiento. En la figura 2.1 se puede apreciar en forma esquemática el flujo de materiales manejados en la planta.

En este modelo se consideran dos escenarios: el primero, cuando la manufactura del producto i depende de una única materia prima, y el segundo, un caso más general, en el cual la producción de i requiere varias materias primas.

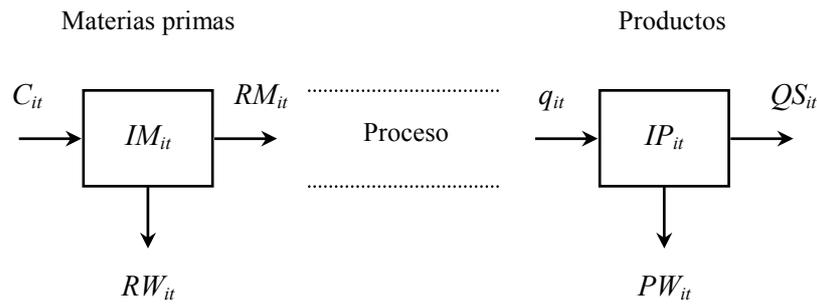


Figura 2.1. Flujo de materiales en la planta.

2.3 Formulación del modelo

El modelo optimiza el proceso sobre todos los periodos de tiempo considerados y tiene como objetivo maximizar el beneficio sujeto a las restricciones descriptas a continuación.

2.3.1 Unidad batch

La literatura general sobre procesos batch (Biegler et al., 1997) determina el tamaño de una unidad en la etapa batch j , V_j , a través de una ecuación de dimensionamiento que se aplica a cada producto i como sigue:

$$V_j \geq S_{ij} B_i \quad \forall i, j \quad (2.1)$$

donde B_i es el tamaño de bachada para el producto i , esto es, los kg de producto que salen de la última etapa del proceso y S_{ij} es el factor de tamaño del producto i en la etapa j , es decir, el tamaño necesario en la etapa j para producir 1 kg de producto final i .

La asignación de un tanque de almacenamiento desacopla el proceso en dos subprocesos: uno aguas arriba del tanque y el otro aguas abajo del mismo. Esto permite que los tamaños de bachada, a ambos lados del tanque, puedan escogerse independientemente. Por consiguiente, el valor único anterior B_i se reemplaza por el tamaño de bachada B_{ij} definido para el producto i en la etapa j . Restricciones apropiadas

ajustan los tamaños de bachada entre las diferentes unidades. Considerando el carácter multiperiodo de este enfoque, el tamaño de una unidad en la etapa batch j viene dado por:

$$V_j \geq S_{ijt} B_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (2.2)$$

donde B_{ijt} y S_{ijt} denotan el tamaño de bachada y el factor de tamaño, respectivamente del producto i en la etapa j para cada periodo t .

La cantidad de producto i producida en el periodo de tiempo t , q_{it} , depende del número de bachadas n_{ijt} , y está definida por:

$$q_{it} = B_{ijt} n_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (2.3)$$

Combinando las ecuaciones (2.2) y (2.3) se obtiene la siguiente restricción:

$$n_{ijt} \geq \frac{S_{ijt} q_{it}}{V_j} \quad \forall i, j, t \quad (2.4)$$

Como se mencionó anteriormente, la variable V_j está acotada a tomar valores del conjunto $SV_j = \{v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jn_j}\}$, donde v_{js} representa el tamaño discreto s para el equipo batch j y n_j es el número de tamaños discretos disponibles para la etapa j . Para abordar de manera rigurosa la situación planteada en estas etapas se introduce la variable binaria z_{js} . Esta variable binaria adopta el valor “1” si la unidad en la etapa batch j tiene el tamaño s , caso contrario z_{js} es cero. Empleando la definición anterior, $1/V_j$ puede ser expresado en términos de las variables discretas como sigue:

$$\frac{1}{V_j} = \sum_s \frac{z_{js}}{v_{js}} \quad \forall j \quad (2.5)$$

$$\sum_s z_{js} = 1 \quad \forall j \quad (2.6)$$

De esta manera, sustituyendo la ecuación (2.5) en (2.4), se puede formular una nueva expresión que restringe los volúmenes a tamaños discretos.

$$n_{ijt} \geq \sum_s \left(\frac{S_{ijt} q_{it}}{v_{js}} \right) z_{js} \quad \forall i, j, t \quad (2.7)$$

La restricción (2.7) es no lineal debido a los términos bilineales $q_{it} z_{js}$. Con el objeto de eliminar estas bilinealidades, se define una nueva variable continua no negativa e_{ijst} para representar este producto (Voudouris y Grossmann, 1992; Ierapetritou y Pistikopoulos, 1996). De esta forma, se obtienen las siguientes restricciones lineales:

$$n_{ijt} \geq \sum_s \left(\frac{S_{ijt}}{v_{js}} \right) e_{ijst} \quad \forall i, j, t \quad (2.8)$$

$$e_{ijst} \leq q_{it}^U z_{js} \quad \forall i, j, s, t \quad (2.9)$$

$$q_{it} = \sum_s e_{ijst} \quad \forall i, j, t \quad (2.10)$$

donde q_{it}^U representa la cota superior para q_{it} .

2.3.2 Unidad semicontinua

Las unidades semicontinuas operan continuamente con arranques y detenciones periódicos. El tiempo de procesamiento del producto i para la unidad semicontinua k en el periodo t , θ_{ikt} , considerando la existencia de G_k unidades en paralelo operando en fase, puede ser calculado por:

$$\theta_{ikt} = \frac{D_{ikt} B_{ijt}}{G_k R_k} \quad \forall i, k, t \quad (2.11)$$

Aquí, j es la etapa batch contigua a la unidad k , D_{ikt} es el factor de tamaño del producto i para la unidad semicontinua k en el periodo t , es decir, el tamaño necesario en la etapa k para obtener 1 kg de producto final i , y R_k es el tamaño del ítem semicontinuo k , usualmente una velocidad de procesamiento. Este tamaño depende del tipo de unidad, por ejemplo, en bombas es la potencia, en intercambiadores de calor es el área de intercambio, etc.

Una serie de equipos semicontinuos, sin unidad batch o tanque de almacenamiento entre ellos, es un subtren semicontinuo b . Todas las unidades pertenecientes al subtren deben operar durante el mismo tiempo para evitar la acumulación de material. Bajo este concepto, el tiempo de operación de un subtren semicontinuo b es el máximo tiempo de procesamiento de todas las unidades semicontinuas k que pertenecen a ese subtren. Así, el tiempo de operación de un subtren semicontinuo b para el producto i en el periodo t , ϕ_{ibt} , viene dado por:

$$\phi_{ibt} = \max_{k \in b}(\theta_{ikt}) \quad \forall i, b, t \quad (2.12)$$

Esta ecuación fue reformulada para evitar el uso de funciones discontinuas. Además, sustituyendo la ecuación (2.3) en la expresión (2.11), la relación de arriba puede expresarse en su forma continua como:

$$\phi_{ibt} \geq \frac{D_{ikt} q_{it}}{G_k R_k n_{ijt}} \quad \forall i, b, k \in b, t \quad (2.13)$$

En definitiva, al establecer que el tiempo de operación de un subtren semicontinuo sea igual al tiempo de procesamiento más largo de todas las etapas incluidas en el subtren, se satisface la exigencia de que todas las etapas operen durante la misma longitud de tiempo. De hecho, esto implica suponer que las velocidades de las etapas semicontinuas restantes en el subtren, siempre pueden ser reducidas durante la operación de la planta para incrementar su tiempo de procesamiento.

En forma similar al caso batch, el tamaño de la unidad semicontinua R_k está condicionado a tomar valores del conjunto $SR_k = \{ \omega_{k1}, \omega_{k2}, \dots, \omega_{km_k} \}$, donde ω_{ku} indica el tamaño discreto u para la unidad semicontinua k y m_k es el número de tamaños

discretos disponibles para la etapa k . A su vez, se define una nueva variable binaria a_{ku} la cual toma el valor 1 si el equipo en la etapa semicontinua k tiene el tamaño u y de lo contrario se anula.

Análogamente, la inversa de los tamaños semicontinuos se puede expresar en términos de las variables discretas definidas como:

$$\frac{1}{R_k} = \sum_u \frac{a_{ku}}{\omega_{ku}} \quad \forall k \quad (2.14)$$

$$\sum_u a_{ku} = 1 \quad \forall k \quad (2.15)$$

Tal y como propusieron Kocis y Grossmann (1988), las unidades en paralelo se pueden expresar en términos de variables discretas 0-1. Por esta razón, se define la variable binaria x_{kg} , la cual indica que la etapa semicontinua k tiene g unidades de igual tamaño en paralelo si adopta el valor 1. Caso contrario, la variable es cero. Es necesario señalar que la definición anterior se utiliza para representar un número entero para G_k , donde son consideradas las opciones factibles g disponibles para cada etapa. En ese caso, el número de unidades en paralelo se calcula en función de la variable binaria x_{kg} en la ecuación (2.16).

$$\frac{1}{G_k} = \sum_g \frac{x_{kg}}{g} \quad \forall k \quad (2.16)$$

$$\sum_g x_{kg} = 1 \quad \forall k \quad (2.17)$$

Luego, introduciendo las ecuaciones (2.14) y (2.16) en (2.13), se obtiene la siguiente expresión no lineal:

$$\phi_{ibt} n_{ijt} \geq \sum_g \sum_u \left(\frac{D_{ikt} q_{it}}{g \omega_{ku}} \right) a_{ku} x_{kg} \quad \forall i, b, k \in b, t \quad (2.18)$$

Con el propósito de reformular la ecuación que modela el tiempo de operación del subtren semicontinuo como una expresión lineal, se incluye a continuación una nueva variable ξ_{ibt} en la formulación del modelo.

$$\xi_{ibt} = \phi_{ibt} n_{ijt} \quad \forall i, b, t \quad (2.19)$$

donde n_{ijt} corresponde a la etapa j que está inmediatamente contigua al subproceso b . Aquí se tiene en cuenta que en el resto del modelo se considerará este producto para el tiempo de las unidades semicontinuas como se verá en las siguientes secciones.

La restricción (2.18) ahora puede escribirse como:

$$\xi_{ibt} \geq \sum_g \sum_u \left(\frac{D_{ikt} q_{it}}{g \omega_{ku}} \right) a_{ku} x_{kg} \quad \forall i, b, k \in b, t \quad (2.20)$$

A pesar de la definición anterior, la ecuación (2.20) aún es no lineal debido al producto vectorial $q_{it} a_{ku} x_{kg}$. Básicamente, éste producto puede ser eliminado al introducir la variable continua positiva h_{ikugt} . Dicha variable es igual a q_{it} si ambas variables binarias a_{ku} y x_{kg} toman el valor 1, de lo contrario esta variable toma el valor cero. En consecuencia, la ecuación (2.20) se puede transformar en la siguiente expresión lineal.

$$\xi_{ibt} \geq \sum_g \sum_u \left(\frac{D_{ikt}}{g \omega_{ku}} \right) h_{ikugt} \quad \forall i, b, k \in b, t \quad (2.21)$$

Para definir las variables h_{ikugt} se introducen las siguientes restricciones de equivalencia (Voudouris y Grossmann, 1993)

$$\sum_g h_{ikugt} \leq q_{it}^U a_{ku} \quad \forall i, k, u, t \quad (2.22)$$

$$\sum_u h_{ikugt} \leq q_{it}^U x_{kg} \quad \forall i, k, g, t \quad (2.23)$$

$$q_{it} = \sum_g \sum_u h_{ikugt} \quad \forall i, k, t \quad (2.24)$$

2.3.3 Restricciones de tiempo

Una unidad batch opera periódicamente con pasos de carga, procesamiento y descarga de material. El tiempo de ciclo requerido para procesar una batchada del producto i en la etapa j en cada periodo t , T_{ijt} , es la suma del tiempo de procesamiento del producto i en la etapa batch j , t_{ijt} , más el tiempo de carga o llenado, $\phi_{ib_j^u t}$, y el tiempo de descarga o vaciado, $\phi_{ib_j^d t}$. Aquí, $\phi_{ib_j^u t}$ y $\phi_{ib_j^d t}$ corresponden al tiempo del subtren aguas arriba (*upstream*) b_j^u y aguas abajo (*downstream*) b_j^d de la etapa j , respectivamente, si los mismos se incluyen en la planta (ver figura 2.2).

Considerando la existencia de M_j unidades en paralelo operando fuera de fase en la etapa batch j , así como también la presencia de los subtrenes semicontinuos aguas arriba y aguas abajo de la etapa batch j , T_{ijt} esta dado por:

$$T_{ijt} = \frac{\phi_{ib_j^u t} + t_{ijt} + \phi_{ib_j^d t}}{M_j} \quad \forall i, j, t \quad (2.25)$$

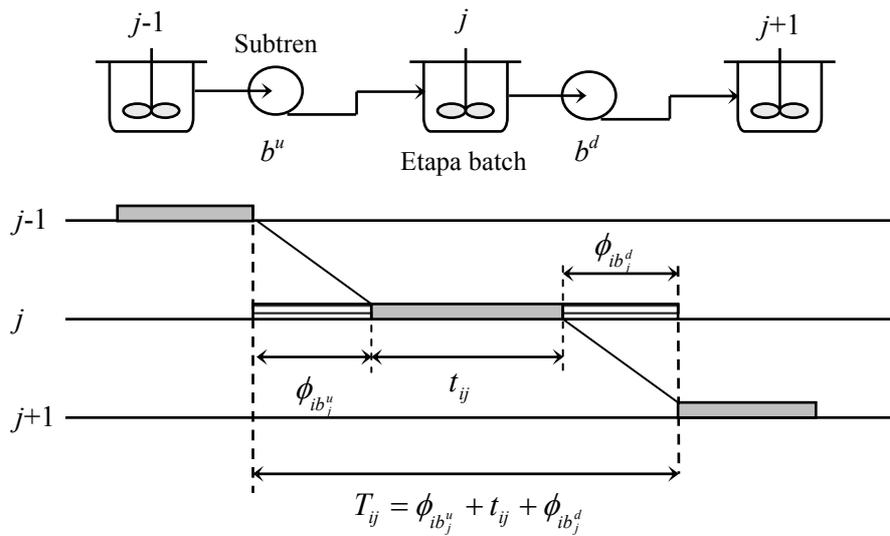


Figura 2.2. Tiempo de ciclo para una etapa batch j

De la misma manera que en la sección anterior, se introducen las variables discretas y_{jm} con el objeto de manejar las unidades en paralelo en una etapa batch j . La variable binaria adopta el valor 1 si la etapa batch j tiene m unidades del mismo tamaño en paralelo, de lo contrario adopta el valor cero.

A fin de representar un número entero para M_j se plantean las siguientes restricciones donde se consideran las opciones factibles m , disponibles para cada etapa batch.

$$M_j = \sum_m \frac{y_{jm}}{m} \quad \forall j \quad (2.26)$$

$$\sum_m y_{jm} = 1 \quad \forall j \quad (2.27)$$

El tiempo de ciclo limitante para el producto i en el subproceso p en un periodo de tiempo t , TL_{it}^p , representa el tiempo transcurrido entre dos batches sucesivas del producto i que dejan el subproceso p . El mismo se calcula como el máximo tiempo de todas las etapas integrantes de ese subproceso.

$$TL_{it}^p = \max_{j \in p, b \in p} (T_{ijt}, \phi_{ibt}) \quad \forall i, p, t \quad (2.28)$$

Esta condición se puede expresar como:

$$TL_{it}^p \geq \frac{\phi_{ib_j^u t} + t_{ijt} + \phi_{ib_j^d t}}{M_j} \quad \forall i, p, j \in p, t \quad (2.29)$$

$$TL_{it}^p \geq \phi_{ibt} \quad \forall i, p, b \in p, t \quad (2.30)$$

Como ya se ha comentado, la asignación de un tanque de almacenamiento divide el proceso en dos subprocesos. De este modo, cada subproceso puede tener diferente tamaño de batchada y tiempo de ciclo. Si bien la asignación de los tanques incrementaría el costo de la planta, gracias al desacople de las operaciones a ambos lados, los

subprocesos con tiempos menores al ciclo limitante TL_{it}^p pueden operar con tamaños de equipos mas pequeños, lo que resulta en una reducción de los costos de capital.

Básicamente, como notaron Modi y Karimi (1989), los subprocesos están acoplados a través de la condición de que el tiempo de producción asignado al producto i sea el mismo para todos los subprocesos. Por lo tanto, el tiempo total para elaborar el producto i , T_{it} , o bien, la velocidad de producción PR_{it} , en cada periodo de tiempo t debe ser igual en todos los subprocesos para evitar la acumulación de material. La ecuación (2.31) define el tiempo total para elaborar el producto i en el periodo de tiempo t .

$$T_{it} = n_{ijt} TL_{it}^p \quad \forall i, p, j \in p, t \quad (2.31)$$

La productividad de i en el periodo de tiempo t se define como:

$$PR_{it} = \frac{B_{ijt}}{TL_{it}^p} \quad \forall i, p, j \in p, t \quad (2.32)$$

En las ecuaciones (2.31) y (2.32), el número de bachadas n_{ijt} y el tamaño de bachada B_{ijt} debe ser el mismo en todas las unidades que pertenecen a un subproceso p .

Al introducir la ecuación (2.3) las expresiones anteriores pueden ser formuladas como:

$$PR_{it} = \frac{q_{it}}{n_{ijt} TL_{it}^p} = \frac{q_{it}}{T_{it}} \quad \forall i, t \quad (2.33)$$

El hecho de que q_{it} y T_{it} sean iguales para todos los subprocesos, asegura que la velocidad de producción aguas arriba y aguas abajo del tanque de almacenamiento sea la misma.

Multiplicando las ecuaciones (2.29) y (2.30) por n_{ijt} , y teniendo en cuenta las ecuaciones (2.26), (2.31) y (2.19), estas restricciones pueden ser planteadas de la siguiente manera:

$$T_{it} \geq \sum_m \left(\frac{\xi_{ib_j^a t} + t_{ijt} n_{ijt} + \xi_{ib_j^d t}}{m} \right) y_{jm} \quad \forall i, j, t \quad (2.34)$$

$$T_{it} \geq \xi_{ibt} \quad \forall i, b, t \quad (2.35)$$

Las no linealidades en la restricción (2.34) son eliminadas por la introducción de nuevas variables w_{ijmt} y μ_{ibjmt} para representar los productos $n_{ijt} y_{jm}$ e $\xi_{ibt} y_{jm}$, respectivamente. Ahora, esta ecuación puede escribirse como:

$$T_{it} \geq \sum_m \left(\frac{\mu_{ib_j^a jmt}}{m} \right) + \sum_m \left(\frac{t_{ijt}}{m} \right) w_{ijmt} + \sum_m \left(\frac{\mu_{ib_j^d jmt}}{m} \right) \quad \forall i, j, t \quad (2.36)$$

$$w_{ijmt} \leq n_{ijt}^U y_{jm} \quad \forall i, j, m, t \quad (2.37)$$

$$n_{ijt} = \sum_m w_{ijmt} \quad \forall i, j, t \quad (2.38)$$

$$\mu_{ibjmt} \leq \xi_{ibt}^U y_{jm} \quad \forall i, b, j, m, t \quad (2.39)$$

$$\xi_{ibt} = \sum_m \mu_{ibjmt} \quad \forall i, b, j, t \quad (2.40)$$

donde n_{ijt}^U y ξ_{ibt}^U representan las cotas superiores para las variables n_{ijt} y ξ_{ibt} , respectivamente. La cota superior para ξ_{ibt} puede obtenerse analíticamente de la restricción (2.20).

Considerando campañas monoproducto (SPC) y una política de transferencia sin espera (ZW) en el periodo t , la restricción del horizonte de tiempo de producción se puede expresar como:

$$\sum_i T_{it} \leq H_t \quad \forall t \quad (2.41)$$

La longitud de cada periodo de tiempo H_t puede variar y es posible agregar muchos periodos o dividirlos si es necesario. Por esta razón, la condición SPC no es demasiado restrictiva desde el punto de vista práctico. Con este enfoque es posible conseguir programas de producción más flexibles y una formulación más realista para el problema de diseño.

2.3.4 Tanque de almacenamiento intermedio

La asignación de un tanque de almacenamiento intermedio entre dos etapas batch provoca que el proceso sea dividido en dos subprocesos: uno aguas arriba y otro aguas abajo del tanque. Por lo tanto, para J etapas batch existen, como máximo, $J-1$ posiciones posibles para los tanques de almacenamiento a ser asignados entre dos etapas batch consecutivas.

Las restricciones de capacidad para los tanques de almacenamiento son balances de masa simplificados sobre las unidades de almacenamiento. Diferentes expresiones han sido propuestas. Modi y Karimi (1989) presentaron una cota superior relativamente ajustada para el tamaño de las unidades de almacenamiento dada por la siguiente ecuación:

$$VT_j \geq ST_{ij} (B_{ij} + B_{i,j+1}) \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.42)$$

donde VT_j es el tamaño del tanque de almacenamiento asignado después de la etapa batch j , y ST_{ij} es el factor de tamaño correspondiente al tanque de almacenamiento intermedio.

Otra expresión para obtener una cota superior para las unidades de almacenamiento, pero no tan ajustada como la expresión previa, viene dada por las siguientes restricciones (Ravermark, 1995; Voudouris y Grossmann, 1993), que aplicadas a cada periodo de tiempo t tienen la forma:

$$VT_j \geq 2 ST_{ijt} B_{ijt} d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.43)$$

$$VT_j \geq 2 ST_{ijt} B_{i,j+1,t} d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.44)$$

Adicionalmente, como no se define a priori la ubicación de los tanques de almacenamiento, se asigna una variable binaria d_j para seleccionar sus posiciones en el proceso. La variable d_j toma el valor 1 si un tanque es colocado en la posición j , o cero si esto último no ocurre. Así, las ecuaciones (2.43) y (2.44) se generalizan para dimensionar el tanque sólo si este último existe.

En esta formulación se prefieren estas últimas ecuaciones para modelar la capacidad de los tanques de almacenamiento pues si bien no son tan ajustadas como (2.42), pueden emplearse transformaciones más simples.

De hecho, si no existe ningún tanque de almacenamiento intermedio entre dos etapas batch consecutivas, entonces, sus tamaños de bachada deben ser iguales.

$$B_{ijt} = B_{i,j+1,t} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.45)$$

Si se ubica un tanque de almacenamiento entre las etapas batch j y $j+1$, los tamaños de bachada de las dos etapas pueden tomar valores diferentes. A su vez, no se permite que la diferencia de los tamaños de bachada sea más grande que un valor dado Λ_{ij} , dependiente del problema. Esto puede expresarse matemáticamente en función de la variable binaria d_j como:

$$B_{ij} - \Lambda_{ij} d_j \leq B_{i,j+1} \leq B_{ij} + \Lambda_{ij} d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.46)$$

Si ningún tanque de almacenamiento se asigna en la posición j (es decir, $d_j = 0$) no hay diferencia entre los tamaños de bachada consecutivos y se tiene (2.45). Por el contrario, si un tanque es asignado (es decir, $d_j = 1$), la diferencia no debe ser mayor o menor que Λ_{ij} y las ecuaciones (2.43) y (2.44) se deben satisfacer.

Al introducir (2.3) las ecuaciones (2.43) y (2.44) se pueden formular como:

$$n_{ijt} \geq 2 \left(\frac{ST_{ijt} q_{it}}{VT_j} \right) d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.47)$$

$$n_{i,j+1,t} \geq 2 \left(\frac{ST_{ijt} q_{it}}{VT_j} \right) d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.48)$$

Ahora bien, una expresión similar a (2.46) se puede establecer empleando el número de bachadas y la misma puede dividirse en dos expresiones como sigue:

$$n_{i,j+1,t} \geq n_{ijt} - \Lambda_{ij} d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.49)$$

$$n_{i,j+1,t} \leq n_{ijt} + \Lambda_{ij} d_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.50)$$

Aquí, Λ_{ij} representa la diferencia máxima permitida entre los números de bachada para el problema.

El tamaño del tanque de almacenamiento VT_j , al igual que los demás equipos en la planta, se encuentra disponible en tamaños estándares. De hecho, la variable VT_j está limitada a adoptar valores del conjunto $SI_j = \{vt_{j1}, vt_{j2}, \dots, vt_{jnt_j}\}$, donde vt_{jv} representa el tamaño discreto v para el tanque de almacenamiento en la posición j y nt_j es el número de tamaños discretos disponibles para los tanques de almacenamiento. Por este motivo, se introduce la variable binaria st_{jv} la cual indica que el tanque en la posición j tiene el tamaño v si adopta el valor 1, de lo contrario adopta el valor cero.

En este modelo se ha asumido que en todas las posiciones j la alternativa $v = 1$ representa el tamaño 0 o, en otras palabras, que no se asigna ningún tanque de almacenamiento.

El lado derecho de las ecuaciones (2.47) y (2.48) involucra la inversa de la capacidad de los tanques de almacenamiento. Por ello, se plantean las siguientes restricciones para definir el tamaño del tanque en función de las variables binarias.

$$\sum_v st_{jv} = 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.51)$$

$$\frac{1}{VT_j} = \sum_{v \neq 1} \frac{st_{jv}}{vt_{jv}} \quad \forall j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (2.52)$$

Es necesario señalar que $v \neq 1$ implica que la sumatoria en la última expresión, se realiza sobre los volúmenes distintos de cero. Tomando en consideración la ecuación

(2.52), se obtienen las siguientes restricciones de capacidad para las unidades de almacenamiento a partir de (2.47) y (2.48).

$$n_{ijt} \geq 2 \sum_{v \neq 1} \left(\frac{ST_{ijt} q_{it}}{vt_{jv}} \right) st_{jv} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.53)$$

$$n_{i,j+1,t} \geq 2 \sum_{v \neq 1} \left(\frac{ST_{ijt} q_{it}}{vt_{jv}} \right) st_{jv} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.54)$$

Al introducir una nueva variable continua no negativa f_{ijvt} para representar el producto bilineal $q_{it} st_{jv}$, las ecuaciones (2.53) y (2.54) se pueden transformar en restricciones lineales como se muestra a continuación.

$$n_{ijt} \geq 2 \sum_{v \neq 1} \left(\frac{ST_{ijt}}{vt_{jv}} \right) f_{ijvt} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.55)$$

$$n_{i,j+1,t} \geq 2 \sum_{v \neq 1} \left(\frac{ST_{ijt}}{vt_{jv}} \right) f_{ijvt} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.56)$$

$$f_{ijvt} \leq q_{it}^U st_{jv} \quad \forall i, v, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.57)$$

$$q_{it} = \sum_v f_{ijvt} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.58)$$

Utilizando la variable binaria st_{jv} en lugar de la variable d_j las restricciones (2.49) y (2.50) pueden ser escritas como:

$$n_{i,j+1,t} \geq n_{ijt} - \Lambda_{ij} (1 - st_{j1}) \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.59)$$

$$n_{i,j+1,t} \leq n_{ijt} + \Lambda_{ij} (1 - st_{j1}) \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t \quad (2.60)$$

Cuando la variable binaria st_{j1} toma el valor 1 indica que se selecciona un tanque de almacenamiento con tamaño 0. En realidad, no se ubica ningún tanque después de la etapa j . Luego el número de bachadas en las etapas j y $j+1$ debe ser el mismo. Mientras que, si la variable binaria st_{j1} toma el valor 0, un tanque de almacenamiento con tamaño distinto de cero es asignado entre las etapas j y $j+1$. Por consiguiente, la diferencia en el número de bachadas no puede ser mayor que el parámetro Λ_{ij} .

Tomando en cuenta la estructura de la planta, sus etapas batch y semicontinuas, diferentes restricciones deben emplearse dependiendo de la posición considerada para asignar un tanque de almacenamiento intermedio. Por ejemplo, si existen subtrenes semicontinuos en la planta y los tanques de almacenamiento son ubicados inmediatamente después de una etapa batch, antes del subtren semicontinuo aguas abajo, la ecuación (2.34), y posteriormente la restricción (2.36), deben ser modificadas. En este caso, es necesario formular las siguientes restricciones para reemplazar a la ecuación (2.34).

$$T_{it} \geq \sum_m \left(\frac{\xi_{ib_j^a t} + t_{ijt} n_{ijt}}{m} \right) y_{jm} \quad \forall i, j, t \quad (2.61)$$

$$T_{it} \geq \sum_m \left(\frac{\xi_{ib_j^a t} + t_{ijt} n_{ijt} + \xi_{ib_j^d t}}{m} \right) y_{jm} - BM(1 - st_{j1}) \quad (2.62)$$

$$\forall i, j = 1, 2, \dots, J-1, t$$

La restricción (2.62) es del tipo big-M, donde BM es un escalar cuyo valor es lo suficientemente grande de tal forma que si el tanque de almacenamiento no existe (es decir, $st_{j1} = 1$), asegura que la ecuación (2.34) sea considerada. En caso contrario, (2.62) carece de valor práctico.

Es importante destacar que también se pueden plantear otras formulaciones factibles, considerando estructuras alternativas para la posición de las unidades de almacenamiento según las características de la receta de producción.

2.3.5 Restricciones de planeamiento

Las siguientes restricciones de planeamiento manejan los inventarios, no sólo de productos finales sino también de materias primas, y exigen que la producción total cumpla con la demanda de los productos en todos los periodos de tiempo t .

Este modelo asume dos escenarios teniendo en cuenta la relación entre productos y materias primas.

2.3.5.1 Escenario 1: Una materia prima

En este caso, se asume que cada producto final requiere un único ingrediente el cual es procesado para fabricarlo y que no es compartido por los demás productos. Aquí, el ingrediente se identifica con el mismo subíndice i del producto. La suposición es válida cuando se purifica, aísla o extrae sólo una materia prima para obtener el producto final. Si bien es un caso más particular que el correspondiente al escenario 2, ha sido separado en este trabajo teniendo en cuenta un ejemplo específico sobre el cual se aplicará que se condice con esta situación. Un ejemplo representativo es un proceso de extracción vegetal como el que ocurre en una planta de producción de oleorresinas.

La cantidad de producto i almacenado al final del periodo t , IP_{it} , depende del inventario que queda del intervalo previo $IP_{i,t-1}$, la cantidad neta producida en el periodo q_{it} , el volumen total de ventas QS_{it} y la cantidad desechada debido a su vencimiento PW_{it} , como se muestra a continuación:

$$IP_{it} = IP_{i,t-1} + q_{it} - QS_{it} - PW_{it} \quad \forall i, t \quad (2.63)$$

donde se asume que las ventas totales están acotadas por las demandas máximas de los productos, DE_{it}^U .

$$QS_{it} \leq DE_{it}^U \quad \forall i, t \quad (2.64)$$

Análogamente, el inventario de materias primas IM_{it} al final del periodo t , depende de la cantidad almacenada en el periodo anterior $IM_{i,t-1}$, las compras realizadas

durante el periodo C_{it} , la cantidad utilizada en el proceso de producción RM_{it} y los desechos de materia prima debido a la degradación de la misma, RW_{it} .

$$IM_{it} = IM_{i,t-1} + C_{it} - RM_{it} - RW_{it} \quad \forall i,t \quad (2.65)$$

Asimismo, los inventarios de materia prima y de producto final almacenados durante el periodo t , no pueden exceder las respectivas capacidades de almacenamiento máximas disponibles IP_{it}^U e IM_{it}^U .

$$0 \leq IP_{it} \leq IP_{it}^U \quad \forall i,t \quad (2.66)$$

$$0 \leq IM_{it} \leq IM_{it}^U \quad \forall i,t \quad (2.67)$$

Se asume conocida la cantidad inicial en inventario, tanto de materia prima como de producto final IM_{i0} e IP_{i0} , para cada producto i al comienzo del horizonte de tiempo. El empleo de estas cantidades tiene un fuerte impacto cuando el modelo es utilizado únicamente para el planeamiento de la producción sin considerar el diseño, por ejemplo, una planta existente.

La cantidad de materia prima necesaria para producir el producto i se obtiene a través de un balance de masa.

$$RM_{it} = F_{it} q_{it} \quad \forall i,t \quad (2.68)$$

Aquí, F_{it} es un parámetro que considera la conversión del proceso y puede sufrir variaciones en cada periodo t , por ejemplo, debido a cambios en la composición de las materias primas.

2.3.5.2 Escenario 2: Dos o más materias primas

En un planteo más general, el modelo puede ser fácilmente extendido a plantas en las cuales varias materias primas están involucradas en la manufactura de cada

producto, como ocurre en la mayoría de las industrias. Aquí, el proceso maneja $c = 1, 2, \dots, CT$ ingredientes para elaborar los productos.

En este escenario, la restricciones (2.65) y (2.67) para el inventario de materias primas se reemplazan por las siguientes expresiones:

$$IM_{ct} = IM_{c,t-1} + C_{ct} - RM_{ct} - RW_{ct} \quad \forall c, t \quad (2.69)$$

$$0 \leq IM_{ct} \leq IM_{ct}^U \quad \forall c, t \quad (2.70)$$

Aquí IM_{ct} es el inventario de la materia prima c al final del periodo t , C_{ct} son las compras realizadas durante el periodo, RM_{ct} la cantidad de c utilizada en el proceso de producción y RW_{ct} los desechos de materia prima c .

Sea F_{cit} el parámetro que considera la conversión de la materia prima c para elaborar el producto i durante el periodo t . La cantidad empleada de materia prima c en el periodo t para producir el producto i RM_{cit} , se obtiene de un balance de masa. Por consiguiente, se plantea la ecuación:

$$RM_{cit} = F_{cit} q_{it} \quad \forall c, i, t \quad (2.71)$$

El consumo total de la materia prima c para la producción en el periodo t , RM_{ct} , se obtiene de la siguiente expresión:

$$RM_{ct} = \sum_i RM_{cit} \quad \forall c, t \quad (2.72)$$

2.3.5.3 Vida útil de productos y materias primas

Cuando el problema tiene en cuenta periodos de tiempo de igual longitud, se pueden añadir a la formulación consideraciones de vida útil o durabilidad, no sólo de los productos sino también de las materias primas, (Lakhdar et al., 2005). Sean ζ_i y χ_i el número de periodos de tiempo durante los cuales las materias primas y los productos deben ser utilizados o vendidos, respectivamente. Con el propósito de garantizar que las

existencias de ambos en cada periodo t no se puedan emplear después de ζ_i o χ_i periodos, se imponen las siguientes restricciones:

$$IP_{it} \leq \sum_{\tau=t+1}^{t+\chi_i} QS_{i\tau} \quad \forall i, t \quad (2.73)$$

$$IM_{it} \leq \sum_{\tau=t+1}^{t+\zeta_i} RM_{i\tau} \quad \forall i, t \quad (2.74)$$

$$IM_{ct} \leq \sum_{\tau=t+1}^{t+\zeta_c} RM_{c\tau} \quad \forall c, t \quad (2.75)$$

La expresión (2.73) asegura la vida útil del producto i al imponer que sea vendido en menos de χ_i periodos de tiempo desde que el momento en el que fue almacenado entretanto la ecuación (2.74) asegura que la materia prima sea procesada en menos de ζ_i periodos. En el caso de que se trate con varias materias primas c (escenario 2) se emplea la restricción (2.75). Cabe aclarar que las restricciones previas tienen sentido únicamente cuando los periodos son de igual longitud, como así también los últimos términos de las ecuaciones (2.63), (2.65) y (2.69) y el término correspondiente de la función objetivo del problema.

2.3.5.4 Restricciones de penalidad por entregas tardías

Utilizando restricciones apropiadas de penalidad por entregas fuera de tiempo, se pueden cuantificar los fracasos por no cumplir con los compromisos pactados. Si un determinado lote del producto i se demora en cumplir con la demanda mínima del mismo en el periodo t , DE_{it}^L , entonces tiene lugar una entrega tardía \mathcal{G}_{it} en ese periodo (El Hafsi y Bai, 1998; Lakhdar et al., 2005). Las entregas tardías son indeseables, por lo que se cuantifican a través de las variables \mathcal{G}_{it} y por el término correspondiente al costo de penalidad, el cual se minimiza en la función objetivo. Este término tiene en cuenta los gastos incurridos debidos a la tardanza en satisfacer la demanda pactada.

$$\mathcal{G}_{it} \geq \mathcal{G}_{i,t-1} + DE_{it}^L - QS_{it} \quad \forall i, t \quad (2.76)$$

2.3.6 Función objetivo

La función objetivo ψ del problema consiste en maximizar el valor presente neto del beneficio total del proyecto, teniendo en cuenta la diferencia entre las ventas, ψ_P y los costos totales. Los costos totales incluyen compras de materias primas, ψ_{RM} , inversión en equipamiento, ψ_{EQ} , costos de inventario, ψ_I y operación, ψ_O , penalidades por entregas fuera de término, ψ_D y, por último, si los periodos son iguales, se agregan los costos por disposición de residuos, ψ_W .

$$\max \psi = \psi_P - \psi_{RM} - \psi_{EQ} - \psi_I - \psi_O - \psi_D - \psi_W$$

A continuación cada uno de estos términos se considera por separado.

2.3.6.1 Venta de los productos y costos de las materias primas

Las sumatorias en las expresiones (2.77), (2.78) y (2.79) se toman sobre todos los productos y periodos considerados.

$$\psi_P = \sum_t \sum_i np_{it} QS_{it} \quad (2.77)$$

$$\psi_{RM} = \sum_t \sum_i \kappa_{it} C_{it} \quad (2.78)$$

$$\psi_{RM} = \sum_t \sum_c \kappa_{ct} C_{ct} \quad (2.79)$$

La primera ecuación corresponde a los ingresos debido a las ventas de los productos, ψ_p , donde np_{it} es el precio del producto final i en el periodo t . La siguiente expresiones (2.78) y (2.79) representan el costo por la compra de materias primas, ψ_{RM} para el escenario 1 y escenario 2, respectivamente, donde κ_{it} es el precio de compra del único ingrediente utilizado para manufacturar el producto i en cada periodo t y κ_{ct} es el precio de cada materia prima c . Éste parámetro tiene en cuenta las fluctuaciones del mercado por cosecha, transporte, instalaciones de refrigeración, etc.

2.3.6.2 Costos de inventario

Para determinar los costos de inventario, se debe considerar la variación de cada material mantenido en almacenamiento durante el horizonte de tiempo. Birewar y Grossmann (1990a) propusieron que el inventario se podía expresar como un promedio en cada periodo t . Entonces, de acuerdo a esta definición, el costo total de inventario ψ_I tanto para materia prima como para producto terminado, puede ser evaluado a través de las ecuaciones (2.80) para el escenario 1 y (2.81) para el escenario 2.

$$\psi_I = \sum_t \sum_i \left[\varepsilon_{it} \left(\frac{IM_{i,t-1} + IM_{it}}{2} \right) H_t + \sigma_{it} \left(\frac{IP_{i,t-1} + IP_{it}}{2} \right) H_t \right] \quad (2.80)$$

$$\psi_I = \sum_t \left[\sum_c \varepsilon_{ct} \left(\frac{IM_{c,t-1} + IM_{ct}}{2} \right) H_t + \sum_i \sigma_{it} \left(\frac{IP_{i,t-1} + IP_{it}}{2} \right) H_t \right] \quad (2.81)$$

En la ecuación (2.80) ε_{it} y σ_{it} son coeficientes de costos para el inventario de cada materia prima y producto, respectivamente, en cada periodo t .

2.3.6.3 Costos de operación, entregas tardías y disposición de residuos

Como fue mencionado anteriormente, los costos debido a la operación de la planta y por entregas tardías así como también los costos por disposición de los

residuos, son incluidos en la función objetivo. Matemáticamente estos términos se formulan a través de las expresiones (2.82) a (2.85).

$$\psi_O = \sum_t \sum_i co_{it} q_{it} \quad (2.82)$$

$$\psi_D = \sum_t \sum_i cp_{it} g_{it} \quad (2.83)$$

$$\psi_W = \sum_t \sum_i (wp_{it} PW_{it} + wr_{it} RW_{it}) \quad (2.84)$$

$$\psi_W = \sum_t \left(\sum_i wp_{it} PW_{it} + \sum_c wr_{ct} RW_{ct} \right) \quad (2.85)$$

Los costos operativos dados por la ecuación (2.82) son proporcionales a la producción a través de los coeficientes de costo co_{it} para cada producto i en el periodo t . Estos costos incluyen consumos de energía en el proceso (vapor, electricidad), mano de obra, etc. La siguiente expresión representa los costos incurridos debido a las entregas fuera de término a través del coeficiente de costo cp_{it} para cada producto i en el periodo t . Tomando en cuenta que wp_{it} y wr_{it} son coeficientes de costo por el manejo de los desechos de producto terminado y de materias primas, respectivamente, la ecuación (2.84) corresponde al costo total de disposición de desechos para el escenario 1 planteado en la sección 2.3.5.1. Para el escenario 2, el costo total de disposición de desechos viene dado por la ecuación (2.85). Cabe resaltar que estas últimas ecuaciones se agregan como un término en la función objetivo, sólo para el caso en que los periodos de tiempo considerados en el problema sean de igual longitud.

2.3.6.4 Costo de inversión por equipamiento

El término de la función objetivo correspondiente a los costos de capital, que involucra a los equipos batch, las unidades semicontinuas y los tanques de almacenamiento en la planta, se muestra a continuación:

$$\psi_{EQ} = \sum_j M_j \alpha_j V_j^{\beta_j} + \sum_k G_k \gamma_k R_k^{\delta_k} + \sum_j^{J-1} \pi_j VT_j^{\Omega_j} \quad (2.86)$$

donde α_j , γ_k , π_j son los coeficientes de costo y β_j , δ_k , Ω_j son los exponentes de costo apropiados para el horizonte de planeamiento, que dependen del tipo de equipo que esta siendo considerado (Ravermark y Rippin, 1998).

Como es bien conocido, el costo de inversión se calcula a través una expresión de ley de potencia sobre la capacidad, donde los tamaños V_j , R_k y VT_j , habitualmente, son considerados como valores continuos. No obstante, en este trabajo, las unidades son seleccionadas de un conjunto de tamaños discretos disponibles. De este modo, manteniendo la expresión de potencia y considerando los tamaños discretos disponibles, el término de costo de capital se calcula en función de las variables binarias definidas en secciones anteriores.

$$\begin{aligned} \psi_{EQ} = & \sum_j \sum_m \sum_s m \alpha_j v_{js}^{\beta_j} y_{jm} z_{js} + \sum_k \sum_g \sum_u g \gamma_k \omega_{ku}^{\delta_k} x_{kg} a_{ku} \\ & + \sum_j^{J-1} \sum_{v \neq 1} \pi_j vt_{jv}^{\Omega_j} st_{jv} \end{aligned} \quad (2.87)$$

Finalmente se obtiene la siguiente expresión:

$$\psi_{EQ} = \sum_j \sum_m \sum_s cb_{jms} r_{jms} + \sum_k \sum_g \sum_u cs_{kgu} \rho_{kgu} + \sum_j^{J-1} \sum_{v \neq 1} ct_{jv} st_{jv} \quad (2.88)$$

donde los términos $cb_{jms} = m \alpha_j v_{js}^{\beta_j}$ representan el costo del volumen estándar para las unidades batch, $cs_{kgu} = g \gamma_k \omega_{ku}^{\delta_k}$ el costo de los tamaños estándares para los semicontinuos y $ct_{jv} = \pi vt_{jv}^{\Omega_j}$ el costo de los tamaños estándares para las unidades de almacenamiento. Las restricciones (2.89) y (2.90) introducen nuevas variables r_{jms} y ρ_{kgu} con el propósito de eliminar el producto de las variables binarias z_{js} , y_{jm} y a_{ku} , x_{kg} , respectivamente.

$$r_{jms} \geq z_{js} + y_{jm} - 1 \quad \forall j, m, s \quad (2.89)$$

$$\rho_{kgu} \geq x_{kg} + a_{ku} - 1 \quad \forall k, g, u \quad (2.90)$$

Es importante resaltar que las variables r_{jms} y ρ_{kgu} no necesitan ser definidas como binarias, sino que son variables continuas, acotadas en el intervalo $[0, 1]$. Las expresiones (2.89) y (2.90) junto con las cotas (2.91) y (2.92) fuerzan a que éstas variables tomen valores de 0 ó 1, comportándose entonces como si fuesen variables binarias.

$$0 \leq r_{jms} \leq 1 \quad (2.91)$$

$$0 \leq \rho_{kgu} \leq 1 \quad (2.92)$$

2.3.7 Resumen de la formulación

En síntesis, el modelo multiperiodo final es un problema MILP el cual consiste en maximizar el valor presente neto del beneficio representado por la ecuación (2.93) sujeta a las restricciones (2.6), (2.8) – (2.10), (2.15), (2.17), (2.21) – (2.24), (2.27), (2.35) – (2.41), (2.51), (2.55) – (2.60), (2.63) – (2.68), (2.73), (2.74), (2.76), (2.89) – (2.92) y las cotas necesarias para las restricciones de planeamiento del escenario 1.

$$\begin{aligned} \psi = & \sum_t \sum_i np_{it} QS_{it} - \sum_t \sum_i \kappa_{it} C_{it} \\ & - \sum_j \sum_m \sum_s cb_{jms} r_{jms} - \sum_k \sum_g \sum_u cs_{kgu} \rho_{kgu} - \sum_j \sum_{v \neq 1}^{J-1} ct_{jv} st_{jv} \\ & - \sum_t \sum_i \left[\varepsilon_{it} \left(\frac{IM_{i,t-1} + IM_{it}}{2} \right) H_t + \sigma_{it} \left(\frac{IP_{i,t-1} + IP_{it}}{2} \right) H_t \right] \\ & - \sum_t \sum_i (co_{it} q_{it} + cp_{it} \mathcal{G}_{it} + wp_{it} PW_{it} + wr_{it} RW_{it}) \end{aligned} \quad (2.93)$$

Todos los parámetros en la ecuación (2.93) se basan en el valor presente neto. Los términos de ingresos y egresos de la sumatoria que define la función objetivo son descontados a una tasa anual específica.

Alternativamente, es posible formular un modelo similar para el escenario 2 planteado en la sección 2.3.5.2. En este caso el modelo MILP consiste en maximizar el valor presente neto del beneficio representado por la ecuación (2.94) sujeta a las restricciones (2.6), (2.8) – (2.10), (2.15), (2.17), (2.21) – (2.24), (2.27), (2.35) – (2.41), (2.51), (2.55) – (2.60), (2.63), (2.64), (2.66), (2.69) – (2.72), (2.73), (2.75), (2.76), (2.89) – (2.92) y las cotas necesarias.

$$\begin{aligned}
 \psi = & \sum_t \sum_i np_{it} QS_{it} - \sum_t \sum_i \kappa_{it} C_{it} \\
 & - \sum_j \sum_m \sum_s cb_{jms} r_{jms} - \sum_k \sum_g \sum_u cs_{kgu} \rho_{kgu} - \sum_j \sum_{v \neq 1}^{J-1} ct_{jv} st_{jv} \\
 & - \sum_t \left[\sum_c \varepsilon_{ct} \left(\frac{IM_{c,t-1} + IM_{ct}}{2} \right) H_t + \sum_i \sigma_{it} \left(\frac{IP_{i,t-1} + IP_{it}}{2} \right) H_t \right] \\
 & - \sum_t \sum_i (co_{it} q_{it} + cp_{it} g_{it} + wp_{it} PW_{it}) - \sum_t \sum_c wr_{ct} RW_{ct}
 \end{aligned} \tag{2.94}$$

Es importante destacar que en el modelo planteado en este capítulo, las variables discretas solo dependen del diseño de la planta y son independientes de los periodos de tiempo, lo que permite manejar grandes problemas con un bajo esfuerzo computacional.

2.4 Ejemplos

El modelo MILP presentado en la sección 2.3 puede ser aplicado en casos y contextos muy diferentes. Dependiendo de la vida útil del producto, las características de las instalaciones de producción, los objetivos de administración, etc., diferentes elementos del modelo pueden ser enfatizados, o incluso, no tenerse en cuenta. Por ejemplo, en un problema de largo plazo, con periodos de un año, la política de inventarios es menos significativa. Por otro lado, en un modelo de corto plazo, con periodos de una semana, la inclusión de la inversión en equipamiento es, probablemente, menos significativa. A pesar de ello, se enfatiza aquí una integración íntima entre el diseño y planeamiento para horizontes de tiempo apropiados, como el uso de coeficientes de costos ajustados al periodo de tiempo considerado.

Por tal motivo, varios factores deben ser analizados cuando se formula el modelo. La importancia de los elementos contemplados en el modelo y los trade-offs entre ellos están fuertemente relacionados con el escenario específico modelado.

En esta sección, se proponen dos ejemplos para ilustrar las características significativas del enfoque MILP descripto para el diseño y planeamiento de la producción de plantas batch multiproducto en un escenario multiperiodo. El ejemplo 1 presenta un caso real para la producción de oleorresinas en la que se utiliza, fundamentalmente, una única materia prima para la elaboración de cada producto, mientras que el ejemplo 2 es un problema académico en el cual se considera que la manufactura de cada producto requiere de varias materias primas.

Los ejemplos fueron implementados y resueltos en el software GAMS 21.6 en una computadora Pentium (R) IV, 3.00 GHz. El resolovedor comercial empleado para los problemas MILP es CPLEX 9.0.

Por otro lado, se debe destacar que todos los problemas fueron resueltos con una diferencia de integralidad (*integrality gap*) de 0%, con lo cual, se asegura que la solución hallada es la óptima.

2.4.1 Ejemplo 1: Producción de oleorresinas

Las oleorresinas se obtienen de especias o hierbas culinarias por extracción con un solvente volátil no acuoso, de tipo orgánico y la posterior eliminación del solvente por evaporación a temperaturas moderadas y en vacío parcial. Las oleorresinas reproducen las condiciones de aroma, sabor y preservación de los condimentos naturales en su totalidad en forma concentrada, incluso los compuestos no volátiles, a diferencia de los aceites esenciales (aceites grasos, ceras, gomorresinas, etc.). Habitualmente son líquidos viscosos o sustancias semisólidas. Cuando se parte de especias o hierbas culinarias se denominan comercialmente oleorresinas y tienen aplicación al nivel de la industria alimenticia en reemplazo de los condimentos naturales porque pueden ser almacenados sin degradarse y porque el sabor que aportan está estandarizado. Cuando se parte de cualquier otro vegetal de características aromáticas se denominan resinoides y tienen su empleo en la industria perfumística.

En esta sección se considera como primer ejemplo una planta batch que elabora cinco oleorresinas ($I = 5$), a saber: laurel (A), orégano (B), pimienta (C), romero (D), y

tomillo (E). Todos los productos se obtienen vía las siguientes etapas: (1) molienda, tarea en la cual la materia prima se reduce a un tamaño de partícula lo suficientemente pequeño como para facilitar la tarea de extracción posterior; (2) extracción de cuatro etapas en un arreglo en contracorriente, la cual produce la disolución de los principios activos en un solvente orgánico; (3) prensado, etapa en la que se utiliza presión hidráulica para recuperar el extracto líquido retenido en el sólido; (4) evaporación, separa el solvente de los productos fluidos finales; (5) espesado, separa el solvente de los productos finales semisólidos; (6) mezcla, tarea en la cual el extracto se mezcla con diluyentes, agentes solubilizantes, y/o aceites esenciales para reforzar el aroma; y por último (7) empaque del producto terminado (ver figura 2.3).

Las etapas 1, 4, 5 y 7 son etapas semicontinuas y se pueden duplicar hasta tres ítems. Las etapas 2, 3 y 6 son etapas batch, cada una de las cuales puede consistir de hasta dos unidades en paralelo. Por consideraciones del proceso, los tanques de almacenamiento pueden ser ubicados después de las etapas batch 2 (posición 1) y 3 (posición 2). Este modelo corresponde al escenario 1 planteado previamente en la sección 2.3.5.1.

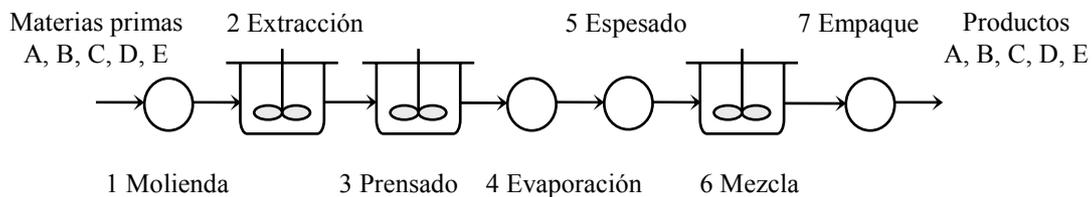


Figura 2.3. Flowsheet del proceso de producción de oleorresinas.

Las tablas 2.1 a 2.4 contienen los datos para este ejemplo. Las unidades de los factores de tamaño en las etapas semicontinuas de la tabla 2.1 están en kW/(kg h) para las etapas 1 y 7, y en m²/(kg h) para las etapas 4 y 5.

Tabla 2.1. Ejemplo 1 - Datos del proceso.

<i>i</i>	Factor de tamaño etapas batch			Tiempo de operación			Factor de tamaño etapas semicontinuas				Factor de tamaño para el almacenamiento			
	S_{ijt} (L/kg)			t_{ijt} (h)			D_{ikt}				ST_{ijt} (L/kg)			
	2	3	6	2	3	6	1	4	5	7	Posición 1	Posición 2		
A	20	15	1,5	1,5	1	0,5	0,3	0,045	0	0,023	25	20		
B	80	55	1,5	1,5	1	0,5	1,2	0,18	0	0,094	90	60		
C	20	15	1,5	2,5	2	2	0,3	0,045	0,110	0,023	25	18		
D	40	25	1,5	1,5	1	1	0,6	0,090	0,225	0,047	50	25		
E	30	20	1,5	1,5	1	1	0,43	0,065	0,160	0,034	35	30		
β_j	0,6	0,6	0,6				γ_k	0,22	0,40	0,62	0,4	τ_j	0,5	0,5
α_j	592	582	457				δ_k	370	250	210	250	π_j	450	450

Tabla 2.2. Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.

<i>t</i>	Costos de la materia prima					Precios de los productos					Cotas de las demandas				
	κ_{it} (\$/kg)					np_{it} (\$/kg)					$DE_{it}^L - DE_{it}^U$ ($\times 10^2$ kg)				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
1	2,2	0,5	1,2	0,6	0,7	55	45	40	42	48	3,5-20	4,5-25	2,5-30	3,5-25	3,0-25
2	2,2	0,5	1,2	0,6	1,6	55	48	40	42	48	2,0-20	4,0-24	3,0-25	3,5-25	3,5-24
3	2,2	0,5	1,2	0,6	1,6	55	48	40	42	48	3,0-24	4,0-20	2,0-30	3,5-25	3,0-24
4	2,2	1,5	1,2	0,6	1,6	55	48	40	42	48	3,5-20	4,0-20	4,0-30	3,5-25	2,5-30
5	1,5	1,5	2,5	1,8	1,6	52	48	44	45	52	2,5-15	3,5-20	3,0-24	3,5-24	2,0-35
6	1,5	1,5	2,5	1,8	1,6	52	48	44	45	52	3,0-15	4,0-24	4,0-25	3,0-24	2,0-35
7	1,5	1,5	2,5	1,8	1,6	52	48	44	45	52	4,0-20	4,0-24	2,0-24	3,0-24	2,5-30
8	1,5	1,5	2,5	1,8	1,6	52	48	44	45	52	4,0-20	3,5-24	2,0-25	4,0-24	2,0-35
9	2,2	1,5	2,5	0,6	1,6	55	48	44	42	48	3,5-20	3,5-24	3,5-20	4,0-25	2,0-24
10	2,2	1,5	2,5	0,6	1,6	55	48	44	42	48	3,0-15	4,0-30	2,0-24	4,0-25	2,0-25
11	2,2	1,5	1,2	0,6	0,7	55	45	40	42	48	2,5-15	4,0-25	2,5-30	4,0-25	4,5-20
12	2,2	1,5	1,2	0,6	0,7	55	45	40	42	48	3,0-15	3,5-25	4,0-30	4,0-25	3,0-24

Con el propósito de hallar el factor de conversión del proceso F_{it} necesario para la ecuación (2.68), se utilizan las expresiones que se detallan en el Apéndice A.

$$X_{it,S}^{n+1} [1 + E_i (1 - \eta_i)] = X_{it,S}^n (1 + E_i - \eta_i) + \eta_i X_{it,S}^1 \quad \forall i, t \quad (2.95)$$

$$F_{it} = \frac{1}{(X_{it,S}^{n+1} - X_{it,S}^1)} \quad \forall i, t \quad (2.96)$$

Donde E_i es el factor de extracción, η_i es la extensión de la extracción y $X_{it,S}$ es la concentración del producto i en el vegetal alimentado (sólido). El superíndice n es el número de cada etapa para la extracción en contracorriente de n etapas.

Se considera un horizonte de tiempo de 6000 h, el cual se ha dividido en doce periodos iguales, como se muestra en la tabla 2.2. El número de periodos de vida útil para los productos y las materias primas es de 9 y 3, respectivamente. El coeficiente de costo de inventario para el producto final es \$1,5/(ton h) y para la materia prima es \$1/(ton h) asumiendo además, el mismo valor para todos los productos. Las penalidades por entregas tardías y por disposición de residuos dependen del precio de los materiales manejados. Por ende, se adopta como coeficiente de costo un valor igual a un 20% por sobre el precio de los mismos. Por último, se considera una tasa anual de descuento del 10%.

Tabla 2.3. Ejemplo 1 - Tamaños estándares disponibles para cada etapa.

Opción	Volúmenes discretos, v_{js}			Tamaños discretos, ω_{ku}				Tamaños discretos, v_{fv}
	2	3	6	1	4	5	7	Tanques
1	500	500	50	5	0,7	0,7	2,5	0
2	1000	750	100	10	1	1	5	1000
3	1500	1000	150	15	1,5	1,5	10	2000
4	2000	1200	200	20	2	2	15	4000
5	2500	1500	250	25	2,5	2,5	20	5000
6	3000	2000	500	30	3	3	30	

Tabla 2.4. Ejemplo 1 - Datos de la extracción e inventario inicial.

<i>i</i>	Parámetros de extracción			Inventario inicial
	$X_{i,S}^{n+1}$	E_i	η_i	IM_{i0} (kg)
A	0,1	1	0,85	2000
B	0,025	1,2	0,99	2000
C	0,1	0,9	0,90	2000
D	0,05	1,4	0,95	2000
E	0,07	1	0,75	2000

El modelo fue resuelto empleando los datos mencionados previamente. El mismo presenta 7979 variables de las cuales 70 son binarias y 7493 ecuaciones y se resuelve en 71,83 s (tiempo de CPU). El valor de la función objetivo en la solución óptima es de \$3.058.800,57. Los detalles económicos de la solución obtenida se presentan en la tabla 2.5.

En la tabla 2.6 se presentan los tamaños óptimos de los equipos asignados a cada una de las etapas de la planta, así como también el número de unidades en paralelo. La tabla 2.7 resume los resultados óptimos del plan de producción para todos los productos.

Además, en la figura 2.4 se ilustra la estructura óptima del proceso de producción de oleorresinas para este problema. En este caso, dos unidades en paralelo han sido seleccionadas para el extractor y el mezclador. La adición de unidades en paralelo operando fuera de fase permite la reducción de los tiempos ociosos en las restantes etapas de cada subproceso. En las etapas de molienda y espesado, se han agregado tres unidades en paralelo mientras que en la etapa de evaporación se asignaron dos unidades. Estas unidades semicontinuas operan en fase y están indicadas por los círculos superpuestos en la figura 2.4. A su vez, un tanque de almacenamiento es incluido entre las etapas batch de prensado y mezcla. La ubicación de este tanque intermedio inmediatamente después de la etapa de prensado desacopla la operación de la planta lo cual permite una reducción del tamaño de los equipos que pertenecen al subproceso aguas abajo, disminuyendo así el costo de capital.

Tabla 2.5. Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	6.013.721,09
Costos de materias primas	2.489.530,72
Costo de inversión por unidades batch	203.589,49
Costo de inversión por unidades semicontinuas	5.248,96
Costo de inversión por tanques de almacenamiento	31.819,81
Costos de inventario de materia prima	73.568,96
Costos de inventario de producto	137.655,10
Costos operativos	13.507,50
Costos por disposición de residuos	0,00
Penalidades por entrega tardía	0,00
TOTAL: Beneficio (\$)	3.058.800,57

Tabla 2.6. Ejemplo 1 - Solución óptima para el problema de diseño.

	Etapa						
	1	2	3	4	5	6	7
V_j		2500 L	2000 L			150 L	
R_k	25 HP			3 m ²	3 m ²		30 HP
VT_j			5000 L				
M_j		2	1			2	
G_k	3			2	3		1

Tabla 2.7. Ejemplo 1 - Resultados del problema de planeamiento de la producción.

t	A ($\times 10^2$ kg)				B ($\times 10^2$ kg)				C ($\times 10^2$ kg)				D ($\times 10^2$ kg)				E ($\times 10^2$ kg)			
	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	IM_{it}																
1	20,0	20,0	0,0	0,0	70,3	25,0	45,3	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	82,8	25,0	57,8	1360
2	20,0	20,0	0,0	0,0	64,3	24,0	85,6	0,0	58,6	25,0	33,6	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	66,9	24,0	100,7	0,0
3	24,0	24,0	0,0	0,0	53,2	20,0	118,8	0,0	79,3	30,0	82,8	0,0	72,0	25,0	47,0	0,0	0,0	24,0	76,7	0,0
4	20,0	20,0	0,0	0,0	0,0	20,0	98,8	0,0	79,3	30,0	132,1	136,9	74,0	25,0	96,0	0,0	0,0	30,0	46,7	0,0
5	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0	20,0	78,8	0,0	9,9	24,0	118,0	0,0	0,0	24,0	72,0	0,0	0,0	35,0	11,7	0,0
6	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0	24,0	54,8	0,0	0,0	25,0	93,0	0,0	0,0	24,0	48,0	0,0	23,3	35,0	0,0	0,0
7	50,2	20,0	30,2	0,0	0,0	24,0	30,8	0,0	0,0	24,0	69,0	0,0	0,0	24,0	24,0	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0
8	54,7	20,0	65,0	0,0	0,0	15,8	15,0	0,0	0,0	25,0	44,0	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0	35,0	35,0	0,0	0,0
9	0,0	20,0	45,0	0,0	0,0	3,5	11,5	0,0	0,0	20,0	24,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	24,0	24,0	0,0	0,0
10	0,0	15,0	30,0	0,0	0,0	4,0	7,5	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0
11	0,0	15,0	15,0	0,0	0,0	4,0	3,5	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	20,0	20,0	0,0	0,0
12	0,0	15,0	0,0	0,0	0,0	3,5	0,0	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	24,0	24,0	0,0	0,0

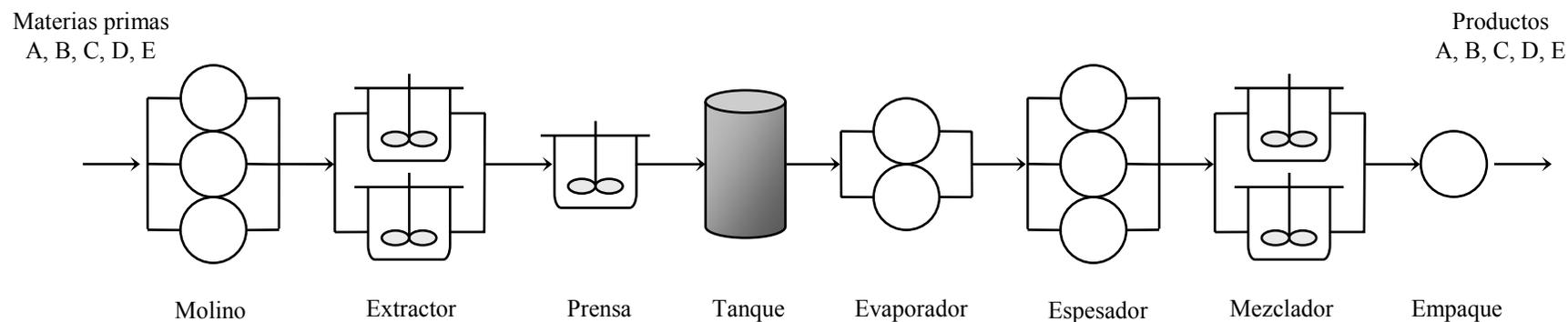


Figura 2.4. Ejemplo 1 - Configuración óptima de la planta de oleorresinas mostrando las unidades en paralelo y tanques de almacenamiento.

En las figuras 2.5 y 2.6 se graficó el plan de producción obtenido para los productos B y C. En dichas figuras, se pueden observar los perfiles de compra, venta, producción e inventarios arrojados por la solución óptima en cada periodo.

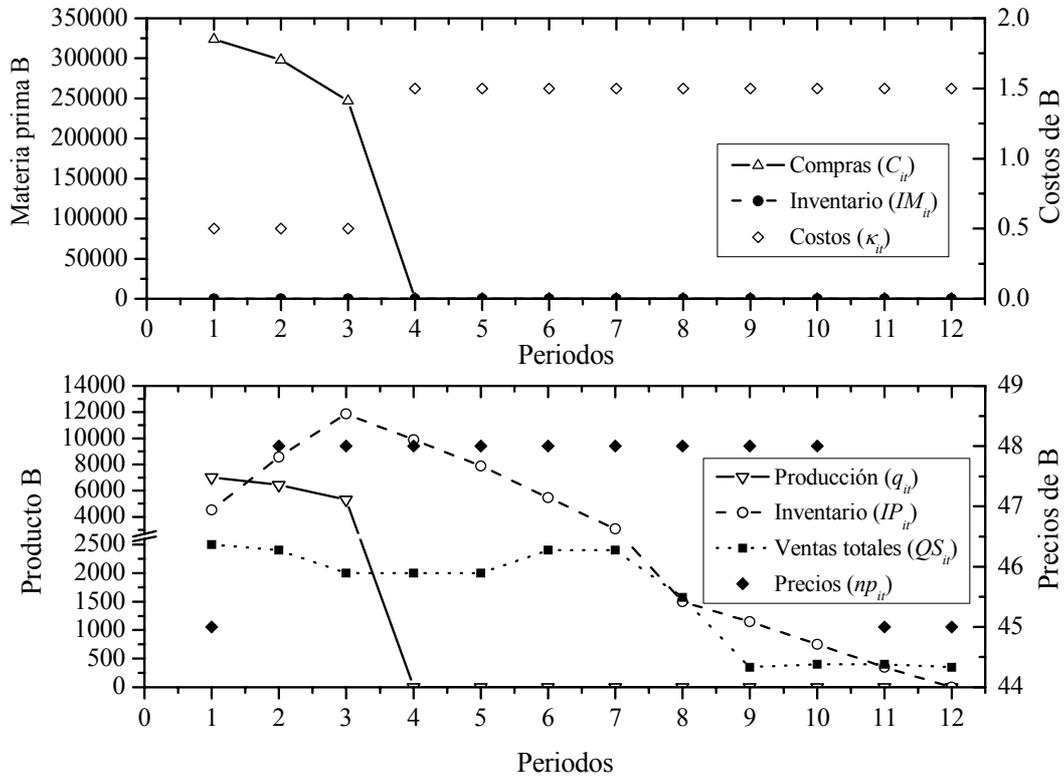


Figura 2.5. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto B.

Debido a que B se encuentra en muy baja concentración en la materia prima (ver tabla 2.4) y junto a su reducido beneficio, hacen del producto B el menos conveniente de producir. El primer diagrama de la figura 2.5 muestra que la materia prima para B se compra durante los tres periodos iniciales donde el precio de la misma es el más bajo. Se puede ver en el segundo diagrama que la producción del producto B se efectúa únicamente durante los tres primeros periodos, ya que los costos son menores principalmente debido al bajo precio de la materia prima. La mayor parte de las cantidades producidas en estos periodos se mantiene en inventario para satisfacer las demandas máximas en los intervalos siguientes y las demandas mínimas en los últimos cuatro periodos.

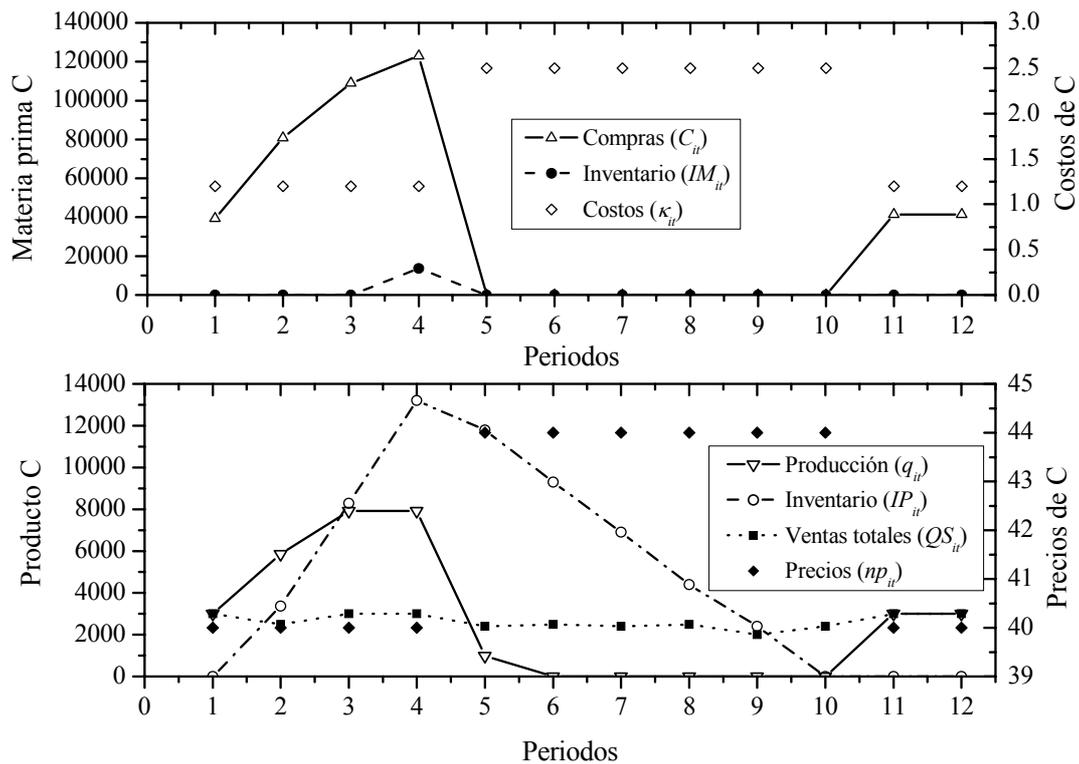


Figura 2.6. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto C.

Por otro lado, en la solución óptima, la producción de C es una de las más importantes (ver tabla 2.7) y corresponde a uno de los productos más convenientes de fabricar. El primer diagrama de la figura 2.6 muestra que el perfil de compras de C alcanza su máximo valor en el cuarto periodo a causa del bajo precio de la materia prima. De hecho, cuando el precio súbitamente aumenta, las compras cesan en un comienzo, pero más tarde se reanudan cuando el precio de la materia prima disminuye nuevamente en los últimos periodos. La cantidad extra de materia prima adquirida en el cuarto periodo se mantiene en inventario. En el segundo diagrama se puede observar que la producción de C ocurre en gran parte de los intervalos. Asimismo, el producto C incrementa su inventario durante los primeros cuatro periodos puesto que, las demandas son considerablemente menores que la capacidad de producción de estos periodos y la mayor parte de esta cantidad se consume para satisfacer las demandas en los periodos posteriores cuando la producción se detiene. La producción se reestablece en los dos últimos periodos para satisfacer las demandas máximas.

2.4.1.1 Resultados computacionales

Para evaluar la performance computacional, se resolvieron varios casos considerando diferente número de periodos para el ejemplo 1. Los tamaños de los distintos problemas generados, en lo concerniente al número de variables, tanto discretas como continuas, número de restricciones, tiempo de resolución, así como también el número de periodos de tiempo, se reflejan en la tabla 2.8.

Tabla 2.8. Ejemplo 1 - Tamaños de los problemas para diferente número de periodos.

Número de periodos	Función objetivo (\$)	Variables discretas	Variables continuas	Restricciones	Tiempo (CPU s)	Gap relativo (%)
3	3.203.497,10	70	2129	1967	3,44	0,0
5	3.140.075,46	70	3429	3195	8,51	0,0
10	3.031.563,45	70	6679	6265	56,87	0,0
12	3.058.800,57	70	7979	7493	71,83	0,0
15	3.231.584,77	70	9929	9335	363,20	0,0
20	3.126.618,24	70	13179	12405	233,12	0,0
24	3.396.607,13	70	15779	14861	306,00	0,0

Se puede notar que, aunque el número de variables continuas aumenta con el número de periodos considerado, mientras se considere el mismo número de opciones de tamaños para las etapas, el número de variables discretas permanece igual para todos los problemas. Los resultados computacionales evidencian un incremento cuando un gran número de periodos es considerado. No obstante, se han obtenido tiempos razonables de computación.

Van den Heever y Grossmann (1999) manifestaron que, en problemas multiperiodo donde las variables binarias crecen con cada periodo de tiempo adicional, el tiempo de solución del problema MILP aumenta casi exponencialmente. Por el contrario, la formulación presentada en este capítulo no consume tanto tiempo como las estudiadas por estos autores puesto que, sólo el número de variables continuas aumenta con el número de periodos, es decir, no hay variaciones en la configuración de la planta durante el horizonte de tiempo.

Por otro lado, la performance del modelo se afecta, adicionalmente, por el número de tamaños discretos disponibles para los equipos en cada etapa de la planta. Para demostrar este concepto, se considera el mismo problema del ejemplo 1 pero, el horizonte de tiempo es ahora dividido en 10 periodos iguales. La tabla 2.9 fue confeccionada cambiando el número de tamaños estándar disponibles en cada etapa. La

misma muestra tanto las variables continuas como las discretas y los tiempos de resolución en segundos de CPU obtenidos para los distintos números de tamaños discretos considerados.

Tabla 2.9. Ejemplo 1 - Diferente número de tamaños discretos.

Número de tamaños discretos	Variables continuas	Variables discretas	Tiempo (CPU s)
3	4150	45	9,03
6	6679	70	56,87
10	10289	108	368,25

Tal y como expusieron Gupta y Karimi (2003), los tiempos de solución dependen fuertemente de los valores de los parámetros BM utilizados en las restricciones tipo big-M como la ecuación (2.62) del modelo presentado en la sección 2.3. De este modo, aún cuando el parámetro BM puede tomar cualquier valor lo suficientemente grande y positivo, éste debe ser seleccionado con criterio. En este trabajo, varios valores de BM se testearon para evaluar su efecto sobre los tiempos de resolución. En general, el tiempo de resolución más pequeño corresponde al valor de BM adoptado como el máximo del tiempo disponible para cada periodo, esto es, H_t (ver tabla 2.10).

Tabla 2.10. Ejemplo 1 - Tiempos de resolución para diferentes valores de BM .

BM	Tiempo (CPU s)		
	Número de periodos		
	5	10	12
H_t	8,51	56,87	71,83
$2 H_t$	8,06	63,62	73,26
$5 H_t$	8,97	78,48	64,00
$10 H_t$	13,56	64,31	82,91

2.4.1.2 Caso a: Penalidades por entregas fuera de término

Con el propósito de demostrar que el modelo permite el manejo de penalidades por entregas tardías se realizaron los siguientes cambios en el ejemplo 1. Primero, se supone que el tiempo de vida útil de las materias primas y productos disminuye a un solo periodo. Segundo, el costo de penalidad por entregas fuera de término es también disminuido a un 10% del precio del producto en cada periodo. Tercero, se considera un

cambio en los costos de las materias primas tal y como se detallan en la tabla 2.11. El resto de los datos del ejemplo 1 para este caso no sufren cambios.

Tabla 2.11. Caso a - Ejemplo 1 - Costos de la materia prima.

<i>i</i>	Costos de la materia prima, κ_i (\$/kg)											
	Periodos											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	2,2	8,2	8,2	8,2	1,5	1,5	1,5	1,5	2,2	2,2	2,2	2,2
B	0,5	0,5	0,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,5	3,5	3,5
C	1,2	1,2	1,2	1,2	2,5	2,5	2,5	3,5	3,5	3,5	1,2	1,2
D	0,6	0,6	0,6	0,6	4,8	4,8	4,8	4,8	0,6	0,6	0,6	0,6
E	0,7	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	4,6	4,6	4,6	0,7	0,7

En la solución óptima, el valor de la función objetivo para este caso es de \$2.350.986,17. Los valores óptimos para el problema de diseño que arroja el modelo se muestran en la tabla 2.12 mientras que, la tabla 2.13 refleja en detalle el plan de producción obtenido en la solución óptima.

Tabla 2.12. Caso a - Ejemplo 1 - Solución óptima para el problema de diseño.

	Etapa						
	1	2	3	4	5	6	7
V_j		3000 L	2000 L			200 L	
R_k	30 HP			2.5 m ²	3 m ²		30 HP
VT_j							
M_j		1	1			1	
G_k	3			3	3		2

La figura 2.7 ilustra la estructura óptima de la planta para este nuevo caso. Aquí, las etapas batch no se duplican en paralelo, y por lo tanto hay una unidad en cada una de ellas. En las etapas semicontinuas, en cambio, existen 3 unidades en paralelo operando en fase a excepción de la última etapa donde solo hay 2. No se incluye ningún tanque de almacenamiento intermedio en este caso. Como se puede ver, la configuración es bastante diferente a la encontrada previamente en el problema original.

Tabla 2.13. Caso a - Ejemplo 1 - Plan óptimo de producción.

t	A ($\times 10^2$ kg)				B ($\times 10^2$ kg)				C ($\times 10^2$ kg)				D ($\times 10^2$ kg)				E ($\times 10^2$ kg)			
	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	IM_{it}																
1	40,0	20,0	20,0	321,2	25,0	25,0	0,0	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	44,0	25,0	19,0	587,7
2	24,0	20,0	24,0	0,0	24,0	24,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	29,0	24,0	24,0	0,0
3	0,0	24,0	0,0	0,0	40,0	20,0	20,0	630,8	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0
4	0,0	0,0	0,0	0,0	13,6	20,0	13,6	0,0	54,0	30,0	24,0	345,3	49,0	25,0	24,0	537,8	30,0	30,0	0,0	0,0
5	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0	13,6	0,0	0,0	25,0	24,0	25,0	0,0	24,0	24,0	24,0	0,0	35,0	35,0	0,0	0,0
6	15,0	15,0	0,0	0,0	4,0	4,0	0,0	0,0	0,0	25,0	0,0	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0	35,0	35,0	0,0	0,0
7	20,0	20,0	0,0	0,0	4,0	4,0	0,0	0,0	49,0	24,0	25,0	276,2	3,0	3,0	0,0	0,0	65,0	30,0	35,0	485,7
8	40,0	20,0	20,0	200,7	3,5	3,5	0,0	0,0	20,0	25,0	20,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	24,0	35,0	24,0	0,0
9	15,0	20,0	15,0	0,0	7,5	3,5	4,0	185,5	0,0	20,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0
10	0,0	15,0	0,0	0,0	4,0	4,0	4,0	0,0	2,0	2,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0	4,0	0,0	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	20,0	20,0	0,0	0,0
12	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	30,0	30,0	0,0	0,0	25,0	25,0	0,0	0,0	24,0	24,0	0,0	0,0

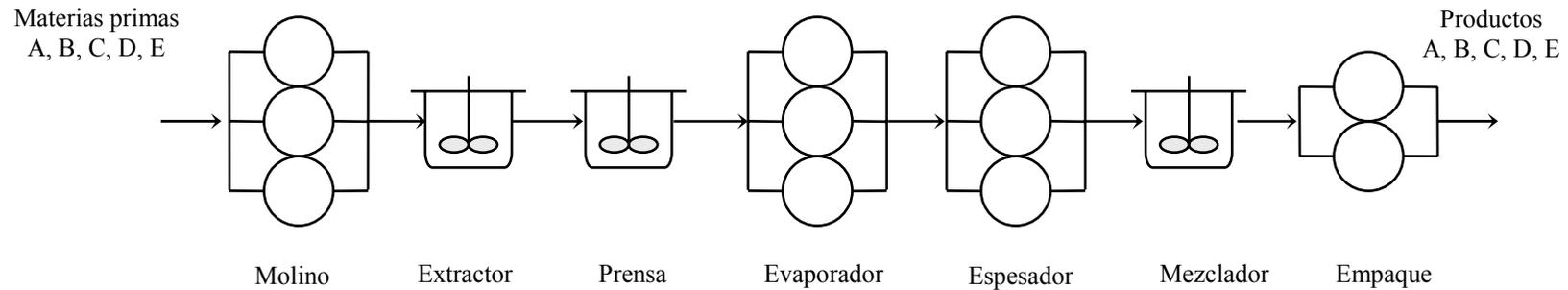


Figura 2.7. Caso a - Ejemplo 1 - Configuración óptima de la planta de oleorresinas.

Por otra parte, el detalle de los resultados económicos de este caso se puede ver en la tabla 2.14.

Tabla 2.14. Caso a - Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	5.234.952,76
Costos de materias primas	2.522.254,94
Costo de inversión por unidades batch	138.847,51
Costo de inversión por unidades semicontinuas	6.621,81
Costo de inversión por tanques de almacenamiento	0,00
Costos de inventario de materia prima	172.044,93
Costos de inventario de producto	26.171,41
Costos operativos	11.765,98
Costos por disposición de residuos	0,00
Penalidades por entrega tardía	5.871,30
TOTAL: Beneficio (\$)	2.350.986,17

En esta tabla se observa que existe un costo de penalidad de \$5.871,30 puesto que no se cumple con las demandas mínimas del producto A en el cuarto periodo, del producto B en el último periodo, del producto D en el octavo y del producto E en el décimo periodo (ver en la tabla 2.13 los periodos en los cuales se anulan las ventas). Esto se debe, principalmente al alto precio de la materia prima y la imposibilidad de almacenar por varios periodos no solo los productos finales sino también las materias primas. Por ejemplo, si seguimos el plan de producción del producto D se puede apreciar que, en el cuarto periodo, se produce una cantidad extra por sobre la demanda máxima de ese periodo que es llevada a inventario para satisfacer la demanda máxima del periodo siguiente. Asimismo, se adquiere una cantidad adicional de materia prima a la utilizada en ese periodo, que se mantiene en inventario a fin de emplearla en la producción del siguiente periodo donde el costo de la misma crece abruptamente (ver tabla 2.11). En el quinto periodo, las ventas se cubren con el inventario del periodo anterior mientras que la producción en este periodo se lleva a inventario para cubrir la demanda máxima del sexto periodo en el cual la producción se detiene. En el séptimo intervalo de tiempo se produce una cantidad que cubre sólo la demanda mínima. En el octavo periodo la producción se detienen nuevamente y no se vende el producto incurriendo así en una penalidad por no entregar la cantidad mínima convenida. Finalmente, la producción de D se reanuda en los últimos cuatro periodos donde el precio de la materia prima disminuye considerablemente a fin de satisfacer las demandas máximas.

2.4.2 Ejemplo 2

En este ejemplo, se considera una planta batch multiproducto que involucra la fabricación de tres productos P1, P2 y P3 empleando dos materias primas C1 y C2 procesadas en seis etapas batch en un horizonte de planeamiento de 2 años (12000 h). Debido a la provisión estacional de materias primas, un intervalo discreto de 3 meses es utilizado para el modelo multiperiodo, resultando en 8 periodos de tiempo idénticos. La tabla 2.15 presenta los factores de tamaño y tiempo de procesamiento de cada producto. De acuerdo a lo ya señalado, las unidades en cada etapa pueden ser duplicadas, por ende, las etapas batch pueden consistir de hasta cuatro ítems en paralelo. Los tamaños discretos disponibles para los equipos en cada etapa de la planta se muestran en la tabla 2.16. En la tabla 2.17 se detallan los coeficientes de costo, periodos de vida útil, cantidades iniciales, así como también los factores de conversión F_{cit} de cada materia prima, los que se asumen iguales para todos los periodos. Las cotas sobre las demandas, los costos de cada ingrediente y los precios de los productos en cada periodo se presentan en la tabla 2.18.

Tabla 2.15. Ejemplo 2 - Datos del proceso.

<i>i</i>	Factor de tamaño del batch						Tiempo de operación						Factor de tamaño del almacenamiento				
	S_{ijt} (L/kg)						t_{ijt} (h)						ST_{ijt} (L/kg)				
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
P1	5,0	2,6	1,6	3,6	2,2	2,9	9,3	5,4	4,2	2,0	1,5	1,3	2,0	2,5	1,2	2,4	3,0
P2	4,7	2,3	1,6	2,7	1,2	2,5	8,5	5,8	4,1	2,5	1,4	1,5	2,5	2,0	1,2	2,5	1,2
P3	4,2	3,6	2,4	4,5	1,6	2,1	9,7	5,5	4,3	2,1	1,2	1,3	2,0	3,3	1,4	2,2	1,6

Tabla 2.16. Ejemplo 2 - Tamaños estándar disponibles para cada etapa.

Opción	Volúmenes discretos, v_{js} (L)						Tamaños discretos, v_{tj} (L)	
	1	2	3	4	5	6	Tanques	
1	2000	1500	1000	1000	500	500	0	
2	2500	2000	1250	1500	750	750	1500	
3	3000	2500	1500	2000	1000	1000	2000	
4	3500	3000	2000	2500	1250	1250	2500	
5	4000	3500	2500	3000	1500	1500	3000	
	Coeficiente de costo				α_j	1250	π_j	950
	Exponente de costo				β_j	0,6	τ_j	0,6

Tabla 2.17. Ejemplo 2 - Factor de conversión, costos y cantidades iniciales en inventario de materias primas.

	Factor de conversión, F_{ci}			Inventario inicial	Costo de almacenamiento	Vida útil (periodos)
	P1	P2	P3	IM_{c0} (kg)	ε_c (\$/ton h)	ζ_c
C1	0,5	1,0	0,7	20000	0,05	3
C2	1,5	1,2	1,0	40000	0,05	3

Tabla 2.18. Ejemplo 2 - Datos de las materias primas y productos.

t	Costos de materia prima		Precios de los productos			Cotas en las demandas		
	κ_{it} (\$/kg)		np_{it} (\$/kg)			$DE_u^L - DE_u^U$ ($\times 10^3$ kg)		
	C1	C2	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1	1,0	0,5	2,05	2,60	2,00	25-50	22,5-45	20-40
2	1,5	0,8	2,25	2,60	2,20	26,5-53	24-48	21-42
3	1,5	0,5	2,25	2,40	2,20	27,5-55	25,5-51	22,5-45
4	1,0	0,8	2,05	2,40	2,00	28,5-57	26,5-53	24-48
5	1,0	0,5	2,05	2,60	2,00	31,5-63	28,5-57	26-52
6	1,5	0,8	2,25	2,60	2,20	34-68	29,5-59	26,5-53
7	1,5	0,5	2,25	2,40	2,20	36-72	31-62	27,5-55
8	1,0	0,8	2,05	2,40	2,00	36-72	31-62	27,5-55

El coeficiente de costo de inventario se asume invariante para todos los productos finales e igual a \$0,4/(ton h) y la vida útil del producto es de 4 periodos de tiempo. Los coeficientes de costos por entregas fuera de término se consideran como el 50% del precio de los productos. Los tanques de almacenamiento intermedio pueden asignarse después de cada una de las etapas batch a excepción de la última, es decir, existen 5 ($J-1$) posiciones posibles en este ejemplo.

El problema presenta 2369 variables continuas y 79 variables binarias en 3604 restricciones. El tiempo de resolución es de 47,89 CPU s con un 0% de margen de optimalidad, obteniéndose un valor para la función objetivo de \$123.131,12.

En la tabla 2.19 se detallan los tamaños óptimos seleccionados y el número de unidades en cada etapa. En la figura 2.8 se aprecia la estructura de la planta, donde en la etapa batch 1 existen dos unidades en paralelo operando fuera de fase y una en el resto de las etapas de la planta. De esta manera, el tiempo de ciclo limitante determinado por la etapa 1 es reducido a la mitad. Finalmente, se asigna un tanque de almacenamiento entre las etapas 3 y 4 que desacopla la operación de la planta. Esto permite una reducción en los tamaños de las unidades que pertenecen al subproceso aguas abajo y por ende, una reducción en el costo de capital. La tabla 2.20 muestra la producción

óptima q_{it} para cada producto durante el horizonte de planeamiento. Un análisis detallado de los resultados económicos se resume en la tabla 2.21.

Tabla 2.19. Ejemplo 2 - Solución óptima para el problema de diseño.

	Etapa (L)					
	1	2	3	4	5	6
V_j	3000	2000	1250	1000	500	750
VT_j			1500			
M_j	2	1	1	1	1	1

Tabla 2.20. Ejemplo 2 - Cantidad óptima producida q_{it} en cada periodo.

i	Periodo								Total (kg)
	1	2	3	4	5	6	7	8	
A	50000	53000	98608	13391	63000	68000	72000	58909	476908
B	67629	25370	51000	53000	82396	33603	31000	44640	388638
C	40000	73814	13185	84056	15943	54560	53439	39111	374108

Tabla 2.21. Ejemplo 2 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	2.789.021,86
Costos de materias primas	1.626.893,70
Costo de inversión por unidades batch	711.922,07
Costo de inversión por tanques de almacenamiento	76.450,15
Costos de inventario de materia prima	102.498,80
Costos de inventario de producto	24.159,99
Costos operativos	123.966,02
Costos por disposición de residuos	0,00
Penalizaciones por entrega tardía	0,00
TOTAL: Beneficio (\$)	123.131,12

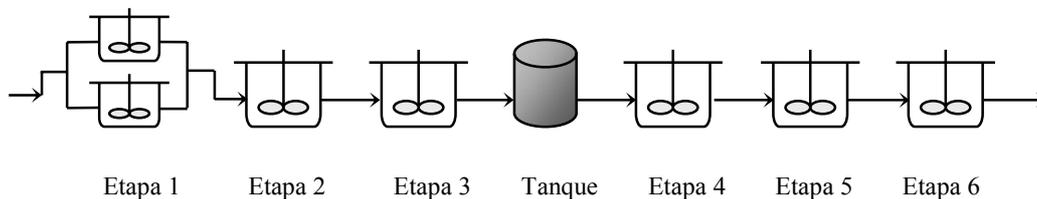


Figura 2.8. Ejemplo 2 - Flowsheet óptimo de la planta.

Finalmente, a través de las figuras 2.9 a 2.12 se ilustra en detalle el plan óptimo de producción. Notar que muestran el resultado para los productos y materias primas, en

las cuales los perfiles de producción, inventario, compra y venta son desagregados por periodo en la solución óptima.

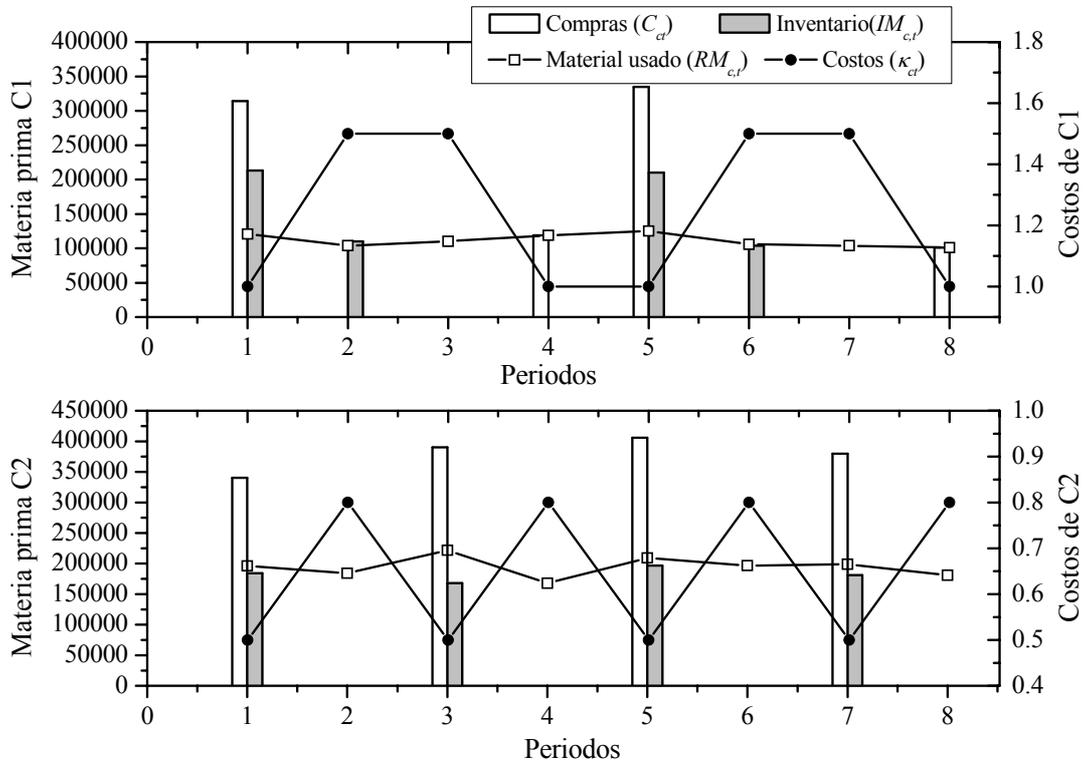


Figura 2.9. Resultados para las materias primas.

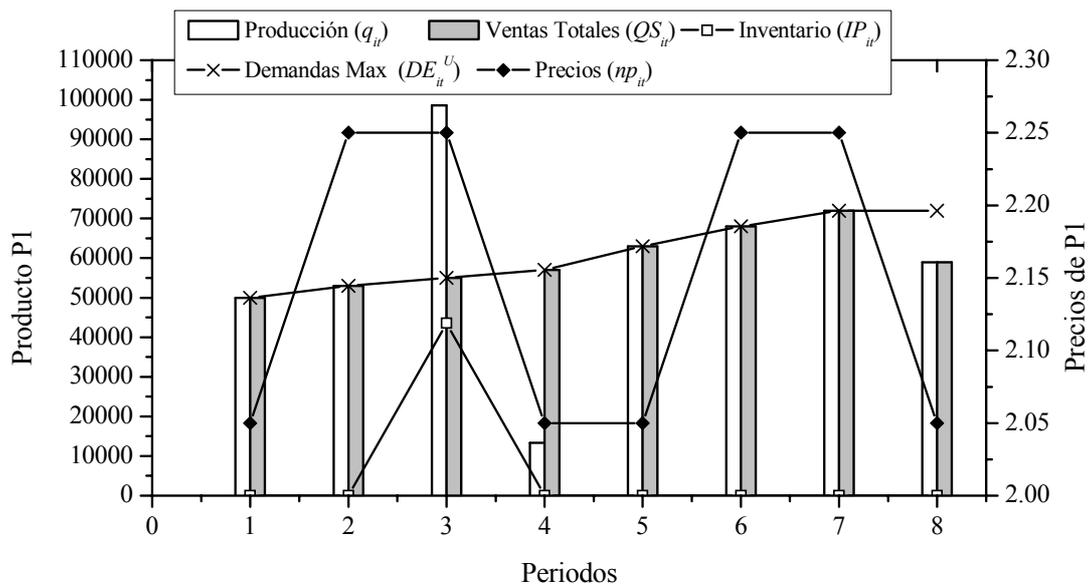


Figura 2.10. Ejemplo 2 - Resultados para el producto P1.

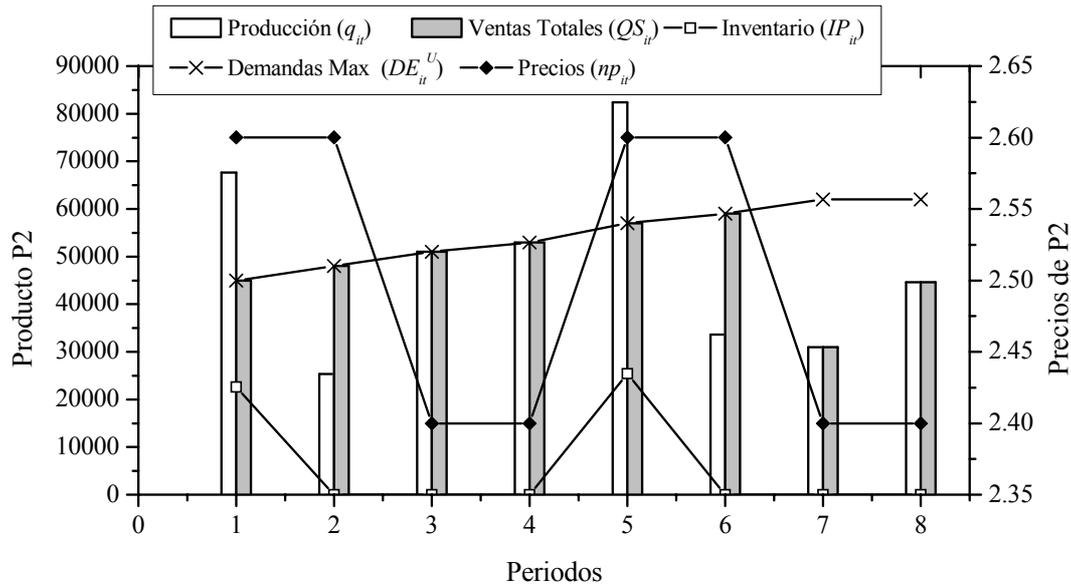


Figura 2.11. Ejemplo 2 - Resultados para el producto P2.

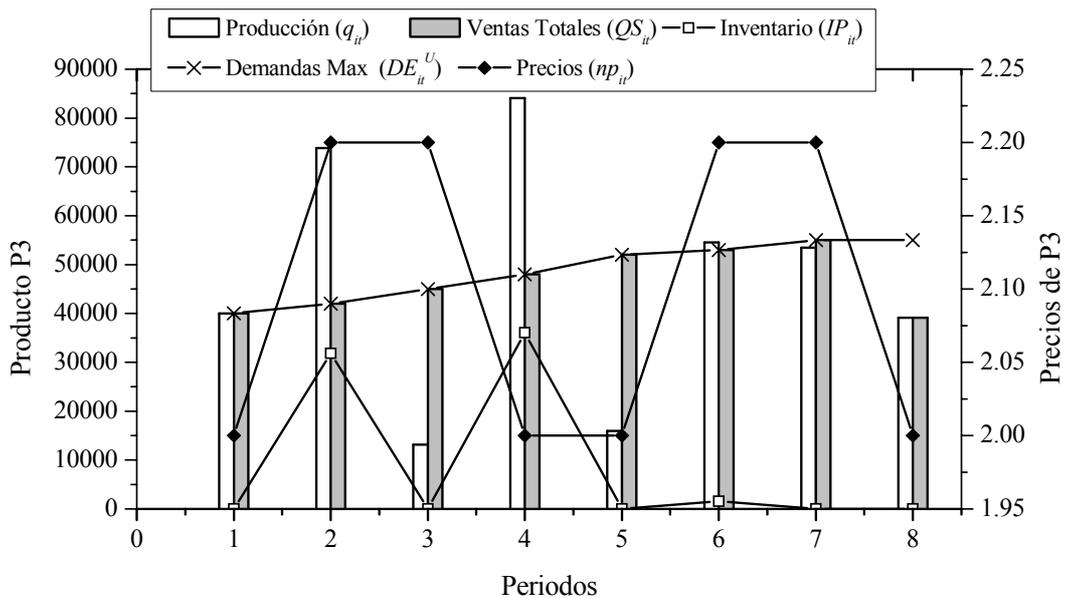


Figura 2.12. Ejemplo 2 - Resultados para el producto P3.

La figura 2.9 se divide en dos diagramas correspondientes a las materias primas C1 y C2. En el primer diagrama, se puede observar que las compras de C1 se efectúan únicamente en los periodos 1, 4, 5 y 8 donde los costos de este ingrediente tienen los valores más bajos. Además, el material extra adquirido en los periodos 1 y 5 se mantiene en inventario, para luego ser utilizado en la producción de los periodos subsiguientes. Notar que, el material comprado en los periodos 4 y 8 se consume totalmente en aquellos periodos. En el segundo diagrama, los costos de la materia prima

C2 tiene una variación cíclica, esto provoca que las compras sean efectuadas solo en los periodos donde el costo es más bajo y el material extra es reservado como inventario para ser empleado en la producción del intervalo siguiente.

La figura 2.10 muestra que el producto P1 es elaborado en todos los periodos pero, en el periodo 3 la cantidad en exceso es almacenada con el objeto de satisfacer la demanda máxima en el periodo siguiente, donde la producción alcanza su mínimo valor. Asimismo, se cumple con las demandas máximas en todos los periodos, excepto en el último de ellos.

La figura 2.11 ilustra el perfil del producto P2, donde claramente se puede ver que la producción en los periodos 1 y 5 es mayor que las demandas debido a que los costos de ambas materias primas son los más bajos. La cantidad extra se reserva como inventario para cumplir con las demandas mínimas en los periodos posteriores. En los últimos dos periodos no se satisfacen las demandas máximas mientras que son cubiertas sólo las demandas mínimas, en principio, debido al bajo precio del mismo.

Los resultados óptimos para el producto P3 se detallan en la figura 2.12. El exceso de producción en los periodos 2, 4 y 6 se lleva a inventario para satisfacer las demandas máximas en los periodos subsecuentes. Sólo en el último periodo las ventas de este producto no satisfacen dichas demandas.

Es interesante notar que no ocurren las entregas tardías ni residuos de materias primas o productos finales en ninguno de los periodos en este caso.

2.4.2.1 Problema de planeamiento de la producción

Para demostrar la versatilidad de este enfoque, en este problema se considera sólo el planeamiento de la producción. Se asume que la estructura de la planta esta dada por la solución óptima arrojada en el ejemplo 2 y los otros elementos del problema pueden variar. En este problema se consideran los mismos datos correspondientes al ejemplo 2 original. Supóngase ahora que los productos se deben elaborar en un horizonte de planeamiento de un año (6000 h) dividido en 12 periodos, permitiendo a los administradores obtener un detallado plan de producción para cada mes. La tabla 2.22 presenta los nuevos datos para el problema de planeamiento.

Tabla 2.22. Problema de planeamiento - Costos, precios y cotas en las demandas.

<i>t</i>	Costos de materia prima		Precios de los productos			Cotas de las demandas		
	κ_{it} (\$/kg)		np_{it} (\$/kg)			$DE_{it}^L - DE_{it}^U$ ($\times 10^3$ kg)		
	C1	C2	P1	P2	P3	P1	P2	P3
1	1,0	0,5	2,05	2,60	2,00	8-16	8,4-16,9	7,5-15
2	1,5	0,8	2,25	2,60	2,20	8,5-17,1	9-18	7,8-15,7
3	1,5	0,5	2,25	2,40	2,20	8,9-17,8	9,5-19,1	8,4-16,9
4	1,0	0,8	2,05	2,40	2,00	9,2-18,5	9,9-19,9	8,5-17
5	1,0	0,5	2,05	2,60	2,00	9,5-19	9,7-19,5	8,7-17,5
6	1,5	0,8	2,25	2,60	2,20	10-20	10-20	8,9-17,9
7	1,5	0,5	2,25	2,40	2,20	10,5-21	10,1-20	8-16
8	1,0	0,8	2,05	2,40	2,00	11-22	10-20	8,7-17,5
9	1,0	0,5	2,05	2,60	2,00	11,7-23,5	10,5-21	8,7-17,5
10	1,5	0,8	2,05	2,60	2,00	12,2-24,5	10,8-21,7	9,6-19,2
11	1,5	0,5	2,25	2,60	2,20	12,5-25	11,2-22,5	10-20
12	1,0	0,8	2,25	2,60	2,20	13,5-27	11,6-23,2	10,5-21

Los resultados se presentan en la tabla 2.23. El modelo involucra 3068 variables continuas y 4592 restricciones. Es importante resaltar que el problema fue resuelto en sólo 0,12 CPU s ya que las variables binarias no están involucradas, generando de esta forma un problema lineal (PL).

Tabla 2.23. Problema de planeamiento - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	1.445.442,64
Costos de materias primas	824.137,77
Costos de inventario de materia prima	18.266,02
Costos de inventario de producto	2.597,82
Costos operativos	63.134,73
Costos por disposición de residuos	0,00
Penalidad por entrega tardía	0,00
TOTAL: Beneficio (\$)	537.306,30

2.4.2.2 Efectividad del modelo multiperiodo

En esta sección se intenta demostrar la capacidad del escenario multiperiodo propuesto para contemplar fluctuaciones en las demandas y suministro de materias primas. Para ello se tratará de dimensionar el error cometido al trabajar con un solo periodo en problemas con fluctuaciones en sus condiciones.

A fin de realizar la demostración, como primer paso se resuelve un problema sin considerar variaciones estacionales, asumiendo una demanda constante a lo largo del horizonte de tiempo. Para ello se consideran dos casos utilizando los datos presentados en el ejemplo 2. En el primer caso, problema (a), se consideran las cotas superiores de las demandas correspondientes al primer periodo las cuales son los valores más bajos entre los considerados en el problema original. El segundo caso, problema (b), se resuelve considerando las cotas superiores de las demandas del octavo periodo, donde las demandas alcanzan su máximo valor para cada producto. En ambos casos, estos requerimientos están fijos, es decir no existe rango aceptable de demandas y los mismos se deben satisfacer en el horizonte considerado, tal cual es la suposición adoptada en los modelos tradicionales de diseño (Modi y Karimi, 1989; Ravermark y Rippin, 1998; Montagna et al., 2000).

Evidentemente, las diferentes demandas mencionadas provocan configuraciones de la planta disímiles. En la tabla 2.24 se presenta la estructura óptima de la planta obtenida para los problemas (a) y (b), donde los números entre paréntesis corresponden al número de unidades en paralelo.

Estos resultados se utilizarán para mostrar los errores cometidos cuando estos valores son empleados en un problema multiperiodo. Debido a que no estaba disponible una formulación multiperiodo, trabajos previos solían diseñar la planta usando los resultados conseguidos por un modelo de un único periodo. Con la intención de mostrar las diferencias entre ambos enfoques, el ejemplo original de 8 periodos es resuelto nuevamente pero ahora se fijan los tamaños de las unidades. En consecuencia, se obtiene un problema de planeamiento como el de la sección 2.4.2.1. Análogamente, se consideran dos casos, en los que los tamaños de los equipos están dados por los valores arrojados por ambas soluciones en tabla 2.24. De esta manera, se obtiene el planeamiento óptimo de producción de la planta.

Utilizando los volúmenes dados en el problema (a), el valor de la función objetivo es \$11.371,32, mientras que con los tamaños del problema (b) es de \$45.348,21. Ambas soluciones son considerablemente más bajas que la solución óptima obtenida en el problema original: \$123.131,12. Las tablas 2.25 y 2.26 detallan la producción óptima q_{it} para cada producto en todos los periodos de tiempo, mientras que en la tabla 2.27 se describen los resultados económicos de ambos problemas.

Analizando los resultados en detalle, el desempeño más deficiente corresponde al problema (a). La planta ha sido diseñada sin pronósticos sobre los periodos sucesivos,

y solo se consideró la información del primer periodo. Por ende, se obtuvo una planta pequeña, la cual no puede cumplir con las demandas crecientes de los siguientes periodos. La última columna de la tabla 2.25 muestra la cantidad total producida que es mucho menor que los resultados obtenidos en la tabla 2.16 pues la dimensión de los equipos no permite satisfacer las demandas crecientes de los siguientes periodos. Por lo tanto, se produce una severa reducción en las ganancias por ventas.

Por otra parte, los resultados del problema (b) reflejan un beneficio menor comparado con el ejemplo 2 original. Sin embargo, si se estudian los resultados de la tabla 2.26 se alcanza una producción mayor. Esto es un resultado razonable tomando en cuenta que se han utilizado los valores más elevados de las demandas para diseñar la planta. Por tanto, su capacidad permite mayores volúmenes de producción. A pesar de ello, no se obtiene el beneficio óptimo debido a que el costo de inversión en equipamiento es más elevado que lo necesario. Así pues, aunque los ingresos por ventas se han incrementado un 6,26% (y los costos de suministros proporcionalmente), los costos de inversión también han subido un 18,03% se tiene una planta que ha sido sobredimensionada. Por consiguiente, el beneficio total del problema (b) es más bajo que el del ejemplo 2.

En conclusión, este ejemplo enfatiza el valor de considerar las decisiones de diseño y planeamiento simultáneamente en un contexto multiperiodo. En el ejemplo 2, la resolución conjunta de ambos problemas permitió encontrar una política óptima de producción, relacionada a la estructura de la empresa tomando ventaja de los precios y costos estacionales y de la opción de inventario.

Tabla 2.24. Tamaños óptimos para los problemas (a) y (b).

Problema	Etapa (L)						Almacenamiento
	1	2	3	4	5	6	$j = 3$
(a)	4000 (1)	3000 (1)	2000 (1)	1500 (1)	750 (1)	1250 (1)	2500
(b)	4000 (2)	2000 (1)	1500 (1)	1500 (1)	750 (1)	1250 (1)	2000

Tabla 2.25. Problema (a) - Cantidad óptima producida q_{it} en cada periodo.

i	Periodo								Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	(kg)
A	50000	53000	55000	35435	31500	47802	72000	36000	380737
B	53451	39548	33724	53000	83221	32778	31000	62000	388722
C	33067	42000	45000	48000	26000	53000	30359	39714	317140

Tabla 2.26. Problema (b) - Cantidad óptima producida q_{it} en cada periodo.

i	Periodo								Total (kg)
	1	2	3	4	5	6	7	8	
A	65059	37940	55000	57000	63000	68000	72000	72000	490000
B	93000	-	51000	53000	78008	37991	62000	62000	437000
C	40000	42000	45000	48000	52000	53000	55000	55000	390000

Tabla 2.27. Problema (a) y (b) - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo		
	Ejemplo 2	Problema (a)	Problema (b)
Ingresos por ventas	2.789.021,86	2.469.168,58	2.963.700,00
Costos de materias primas	1.626.893,70	1.438.452,40	1.739.700,00
Costo de inversión por unidades batch	711.922,07	710.335,63	839.653,42
Costo de inversión por tanques de almacenamiento	76.450,15	103.869,40	90.853,49
Costos de inventario de materia prima	102.498,80	91.278,51	103.834,60
Costos de inventario de producto	24.159,99	5.200,85	12.610,27
Costos operativos	123.966,02	108.660,47	131.700,00
Costos por disposición de residuos	0,00	0,00	0,00
Penalidad por entrega tardía	0,00	0,00	0,00
TOTAL: Beneficio (\$)	123.131,12	11.371,32	45.348,22

2.5 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un nuevo modelo multiperiodo para optimizar simultáneamente las decisiones de diseño y el planeamiento de la producción de una planta batch multiproducto. A fin de garantizar que la solución hallada sea la óptima global, se transformó la formulación no lineal original en un modelo de programación mixta entera lineal (MILP).

Este modelo representa, explícitamente, el efecto de las variaciones en las demandas de los productos y la disponibilidad de las materias primas debido a fluctuaciones estacionales o de mercado. A su vez, no solo los costos de inventario de los productos finales sino también los de materias primas son incorporados de una manera sencilla. Adicionalmente, se consideran penalidades por entregas tardías y los costos por la disposición de residuos.

Desde el punto de vista de la estructura de la planta, el modelo presentado es general, involucrando todas las opciones tradicionales en bibliografía, esto es, unidades batch, semicontinuas y tanques de almacenamiento. Además, para incrementar la

eficiencia del diseño de la planta batch, se abordaron las opciones habituales, tales como la duplicación de unidades y asignación de tanques de almacenamiento intermedio. Por último, se adoptó una política comercial más real para provisión de los equipos, los cuales se encuentran disponibles en tamaños discretos.

La formulación MILP multiperiodo implica decisiones discretas para la selección de la estructura y decisiones continuas para obtener el plan de producción de la planta en cada periodo. Además, el modelo expone la interacción entre las decisiones comerciales y de diseño, políticas de producción, ventas y de inventario, de manera simultánea. En general, los modelos previos solo consideraron un periodo con cantidades fijas a producir en el horizonte de planeamiento.

Para ilustrar el comportamiento y la robustez del modelo, en este trabajo se presentaron dos ejemplos correspondientes a cada uno de los escenarios mencionados anteriormente en la sección 2.3.5. Con el primer ejemplo se realizó una evaluación de la performance del modelo analizando los resultados computacionales. Para ello, se consideraron por un lado diferente número de periodos y por otro, números de tamaños estándares disponibles disímiles. Posteriormente, a través del segundo ejemplo, el efecto del contexto multiperiodo fue evaluado para justificar este enfoque. Si se considera un único periodo, se obtienen soluciones muy diferentes y desfavorables. Por otra parte, se advierte que las decisiones de planeamiento afectan severamente el diseño final.

Esta es una formulación interesante que permite a los administradores tener un feedback acerca del impacto de sus decisiones, considerando interacciones entre las políticas de inventario, ventas, producción y diseño simultáneamente. Se trata por lo tanto de un enfoque novedoso.

2.6 Nomenclatura

Subíndices

<i>b</i>	Subtren semicontinuo
<i>g</i>	Número de unidades en paralelo en las etapas semicontinuas
<i>i</i>	Producto
<i>j</i>	Etapas batch
<i>k</i>	Etapas semicontinuas

m	Número de unidades en paralelo en las etapas batch
s	Tamaños discretos para las etapas batch
t	Periodo de tiempo
u	Tamaños discretos para las etapas semicontinuas
v	Tamaños discretos para los tanques de almacenamiento

Superíndices

d	Aguas abajo (<i>downstream</i>)
L	Cota inferior
n	Número de etapas en la extracción
p	Subproceso
u	Aguas arriba (<i>upstream</i>)
U	Cota superior

Parámetros

co_{it}	Coefficiente de costo operativo para el producto i en el periodo t
D_{ikt}	Factor de tamaño del producto i en la etapa semicontinua k en el periodo t
DE_{it}	Demanda para el producto i en el periodo t
F_{cit}	Parámetro que tiene en cuenta la conversión en el proceso de la materia prima c para elaborar el producto i en el periodo t
H	Horizonte de tiempo
H_t	Tiempo de producción neto disponible para todos los productos en el periodo t
m_j	Número de tamaños discretos disponibles para la etapa k
n_j	Número de tamaños discretos disponibles para la etapa j
np_{it}	Precio del producto i en el periodo t
nt_j	Número de tamaños discretos disponibles para los tanques de almacenamiento
S_{ijt}	Factor de tamaño del producto i en la etapa j para cada periodo t
ST_{ijt}	Factor de tamaño del producto i para un tanque de almacenamiento intermedio en la posición j
t_{ijt}	Tiempo de procesamiento del producto i en la etapa batch j en el periodo t
wp_{it}	Costo de eliminación de residuos por producto i en el periodo t
wr_{it}	Costo de eliminación de residuos por materia prima i en el periodo t
$X_{it,S}$	Concentración de producto i en el periodo t en el sólido alimentado S
α_j	Coefficiente de costo para una unidad batch en la etapa j
β_j	Exponente de costo para una unidad batch en la etapa j
γ_k	Coefficiente de costo para una unidad semicontinua en la etapa k

δ_k	Exponente de costo para la unidad semicontinua en la etapa k
ε_{it}	Coefficiente de costo de inventario para la materia prima i en el periodo t
η_i	Extensión de la extracción para el producto i
κ_{it}	Precio de la materia prima para el producto i en el periodo t
v_{js}	Volumen estándar de tamaño s para la unidad batch en la etapa j
νt_{jv}	Volumen estándar de tamaño v para el tanque de almacenamiento asignado en la posición j
π_j	Coefficiente de costo para un tanque de almacenamiento intermedio asignado en la posición j
σ_{it}	Coefficiente de costo de inventario para el producto i en el periodo t
Ω_j	Exponente de costo para un tanque de almacenamiento intermedio asignado en la posición j
ζ_i	Periodos de tiempo durante los cuales la materia prima i debe ser utilizada
χ_i	Periodos de tiempo durante los cuales el producto i debe ser utilizadas
ω_{ku}	Tamaño estándar u para la unidad semicontinua en la etapa k
Λ_{ij}	Máxima relación permitida entre el número de batchadas consecutivos

Variables binarias

a_{ku}	Adopta el valor 1 si el equipo en la etapa semicontinua k tiene tamaño u
d_j	Adopta el valor 1 si el tanque es asignado en la posición j
st_{jv}	Adopta el valor 1 si el tanque en la posición j tiene tamaño v
x_{kg}	Adopta el valor 1 si la etapa semicontinua k tiene g unidades del mismo tamaño en paralelo
y_{jm}	Adopta el valor 1 si la etapa batch j tiene m unidades de igual tamaño en paralelo
z_{js}	Adopta el valor 1 si el equipo en la etapa batch j tiene tamaño s

Variables enteras

G_k	Número de unidades semicontinuas en paralelo en fase en la etapa k
M_j	Número de unidades batch en paralelo fuera de fase en la etapa j

Variables Continuas

B_{ijt}	Tamaño de batchada del producto i en la etapa j en el periodo t
C_{it}	Cantidad de materia prima i comprada en el periodo t
e_{ijst}	Variable continua que representa el producto de las variables $q_{it} z_{js}$
f_{ijvt}	Variable continua que representa el producto de las variables $q_{it} st_{jv}$
h_{ikugt}	Variable continua que representa el producto de las variables $q_{it} a_{ku} x_{kg}$

IM_{it}	Inventario de materia prima i al final de un periodo t
IP_{it}	Inventario de producto final i al final de un periodo t
n_{ijt}	Número de batchadas del producto i en la etapa j en el periodo t
PR_{it}	Productividad de i en el periodo de tiempo t
PW_{it}	Producto i desechado en el periodo t debido su vencimiento.
q_{it}	Cantidad total de producto i producida en el periodo t
QS_{it}	Cantidad de producto i vendido al final del periodo t
r_{jms}	Variable continua que representa el producto de las variables binarias $z_{js} y_{jm}$
R_k	Tamaño del ítem semicontinuo k
RM_{it}	Cantidad de materia prima para elaborar el producto i en el periodo t
RW_{it}	Materia prima i desechada en el periodo t debido al tiempo de vida limitado
T_{it}	Tiempo total para elaborar el producto i en el periodo t
T_{ijt}	Tiempo requerido para procesar una batchada del producto i en la etapa j en el periodo t
TL^p_{it}	Tiempo de ciclo limitante para el producto i para un subproceso p en el periodo t
V_j	Tamaño de una unidad batch en la etapa j
VT_j	Tamaño del tanque de almacenamiento intermedio asignado en la posición j
w_{ijk}	Variable continua que representa el producto de las variables $n_{ijt} y_{jk}$
θ_{ikt}	Tiempo de procesamiento del producto i para la unidad semicontinua k en el periodo t
μ_{ibjmt}	Variable continua que representa el producto de las variables $\xi_{ibt} y_{jm}$
ξ_{ibt}	Variable que representa el producto de las variables $\phi_{ibt} n_{ijt}$
ρ_{kgu}	Variable continua que representa el producto de las variables binarias $a_{ku} x_{kg}$
ϕ_{ibt}	Tiempo de operación de un subtren semicontinuo b para el producto i en el periodo t
\mathcal{G}_{it}	Cantidad con entrega tardía para el producto i en el periodo t

CAPÍTULO 3

*Nuevas alternativas en el diseño y
planeamiento de plantas batch
multiproducto en un escenario
multiperiodo*

3.1 Introducción

Diversos productos alimenticios y químicos de alto valor agregado presentan demandas que típicamente varían periodo a periodo debido a cambios estacionales o de mercado e incluso es muy común la incorporación o retiro de un producto teniendo en cuenta su corto ciclo de vida. Por tal motivo, en los últimos años se ha incrementado el esfuerzo de investigación a fin de desarrollar modelos de optimización multiperiodo.

En este capítulo se presenta un nuevo modelo de programación mixta entera lineal (MILP) que puede manejar simultáneamente las decisiones de diseño y planeamiento en un enfoque multiperiodo. Este trabajo extiende el estudio realizado en el capítulo 2 de esta tesis presentando una formulación más flexible (Moreno y Montagna, 2007a).

Desde el punto de vista del diseño, el nuevo modelo multiperiodo permite la expansión de la capacidad en el horizonte de tiempo, por lo que nuevas unidades se pueden agregar en diferentes periodos de tiempo. De este modo se tienen en cuenta los trade-offs entre los ahorros por la economía de escala versus el costo de instalar la capacidad antes que ésta sea requerida.

Como se ha señalado anteriormente, en plantas batch multiproducto existen diversos arreglos de unidades disponibles con el objeto de reducir el costo de inversión y mejorar la operación; la usual es duplicar unidades en paralelo trabajando ya sea en fase o fuera de fase (Ravermark y Rippin, 1998; Montagna et al., 2000).

Bajo este concepto, el modelo propuesto considera ambos tipos de operación de las unidades en paralelo y, a diferencia de los enfoques previos en la literatura, las unidades duplicadas en cada etapa pueden tener tamaños distintos.

Adicionalmente, este modelo tiene en cuenta configuraciones flexibles de la planta, donde las unidades disponibles en cada etapa se pueden organizar en diferentes estructuras para cada producto en cada periodo de tiempo. De este modo, el rendimiento puede mejorar ya que las unidades se pueden configurar de diferente manera para cada producto incrementando bien sea su velocidad de producción (unidades trabajando fuera de fase) o su capacidad (unidades trabajando en fase).

Finalmente, se asume que para cada operación unitaria existe un conjunto de tamaños discretos disponible para las unidades empleadas en llevarlas a cabo. Esta suposición se justifica ya que se corresponde con la provisión comercial real del

equipamiento donde la mayoría de los equipos tienen tamaños estándares. Así, seleccionando entre los tamaños discretos disponibles, el modelo determina el diseño óptimo de la planta.

Desde el punto de vista del planeamiento, al igual que en el modelo presentado en el capítulo previo, se incluyen variaciones en los precios, costos, demandas y suministros de materias primas debidas a fluctuaciones estacionales o de mercado. A su vez, esta formulación considera periodos de diferente longitud e inventarios no sólo de productos sino también de materias primas.

Por otro lado, este enfoque puede ser aplicado a un problema de *retrofit* cuando es necesario el rediseño o actualización de las instalaciones a fin de expandir la capacidad existente con el objeto de soportar un incremento en la demanda o la manufactura de nuevos productos.

El resto de este capítulo se organiza de la siguiente manera. Primero, las características principales de este problema se presentan en detalle en la sección 3.2. Luego, la sección 3.3 describe la formulación multiperiodo incluyendo todos los elementos de los problemas de diseño y planeamiento. La versatilidad del enfoque propuesto se demuestra a través de su aplicación a ejemplos representativos en la sección 3.4. En la sección 3.5 se discuten algunas conclusiones significativas de este trabajo. Finalmente, en la sección 3.6 se detalla la nomenclatura empleada en este capítulo.

3.2 Definición del problema

El problema abordado en este capítulo se puede establecer de la siguiente manera. En un escenario multiperiodo una planta batch multiproducto procesa $i = 1, 2, \dots, I$ productos. Cada producto sigue la misma secuencia de producción a través de las $j = 1, 2, \dots, J$ etapas de procesamiento batch de la planta. Cada etapa j puede consistir de una o más unidades $k = 1, 2, \dots, K_j$, donde K_j es el máximo número de unidades en paralelo que pueden agregarse en la etapa j . Las unidades duplicadas pueden tener tamaños iguales o diferentes. Dichas unidades operan en fase para incrementar la capacidad, o bien, fuera de fase para disminuir el tiempo de ciclo limitante.

Debido a que se trata de un problema multiperiodo, el horizonte de planeamiento H es dividido en $t = 1, 2, \dots, T$ periodos de tiempo específicos H_t , no necesariamente de la misma longitud. La fabricación del producto i en la etapa j en cada periodo t , requiere un tiempo de procesamiento establecido t_{ijt} y un factor de balance de materia S_{ijt} , denominado factor de tamaño, que especifica el volumen requerido en la etapa j para producir una masa unitaria del producto final i . Para cada producto i se conocen, en cada periodo t , las cotas superior e inferior en sus demandas DE_{it}^L / DE_{it}^U . La disponibilidad y costo de las materias primas varían en cada periodo t y también se asumen conocidas.

Considerando decisiones de diseño, este modelo involucra la selección del tamaño de cada unidad batch k en la etapa j V_{jk} , el cual está condicionado a tomar valores de un conjunto de tamaños discretos disponibles $SV_j = \{v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jn_j}\}$, donde v_{js} representa el tamaño discreto s para la etapa batch j y n_j es el número de tamaños disponibles en esa etapa.

Yoo et al. (1999) desarrollaron un modelo genérico de retrofit donde presentaron una superestructura general con el interesante concepto de grupo. Un grupo se define como un conjunto de unidades que operan en fase pero, los grupos diferentes de una misma etapa, operan fuera de fase. La división de unidades de cada etapa en grupos en este modelo difiere de producto a producto, es decir, para cada producto i las unidades pueden agruparse de diferente manera. A su vez, unidades nuevas y existentes pueden ser utilizadas en fase y fuera de fase conformando grupos. De este modo se tiene una formulación de una gran flexibilidad.

Cabe hacer notar que el concepto de grupo fue usado también por otros autores. Lee et al. (2000) emplearon nuevamente este concepto para desarrollar un modelo que aborda el problema de expansión de la capacidad de varias plantas batch multiproducto. Estos autores generaron una superestructura general para asignar las unidades a los grupos en cada planta considerada. Montagna (2003) extendió el modelo original propuesto por Yoo et al. (1999) a través de la asignación de tanques de almacenamiento intermedio. De este modo, se obtiene una formulación más realista aunque con un incrementado nivel de complejidad en la resolución.

Utilizando el concepto de grupo, en este capítulo se determina la configuración de los grupos en cada etapa j para cada producto i en cada periodo de tiempo t , utilizando las unidades batch disponibles en dicha etapa.

Una característica clave de este modelo es que las unidades pueden agregarse en diferentes periodos de tiempo t , por ejemplo, con el objeto de satisfacer la expansión proyectada de la planta o para cumplir con demandas mayores a lo largo del horizonte de tiempo.

Se asume que la planta opera con campañas monoproducción (SPC) en cada periodo de tiempo. Considerando el enfoque multiperiodo abordado y dependiendo de la longitud de los periodos, esta suposición no constituye una fuerte restricción como en formulaciones anteriores. Asimismo, las batchadas se transfieren de etapa a etapa sin demora, es decir, se utiliza una política de transferencia sin espera (ZW).

En el diseño de la planta, el modelo incorpora unidades batch V_{jk} seleccionando entre tamaños discretos disponibles v_{js} . En cada periodo de tiempo t , el modelo determina el número de grupos G_{ijt} en la etapa j y cuáles de las unidades existentes en ese periodo son asignadas a cada uno para cada producto i .

En este modelo, al igual que en el modelo desarrollado en el capítulo previo, se consideran dos escenarios. En el primero, la manufactura del producto i depende de una única materia prima mientras que en el segundo, la producción de i requiere de un conjunto de materias primas CT .

Por otro lado, en cuanto a las decisiones de planeamiento de la producción, el modelo permite determinar para cada periodo t y cada producto i la cantidad a producir q_{it} , el número de batchadas n_{it} y el tiempo total T_{it} requerido para elaborar el producto i . Además, se obtienen los niveles de inventario tanto de producto final, IP_{it} , como de materia prima, IM_{it} , al final de cada periodo t . También las ventas totales, QS_{it} , la cantidad de materia prima comprada, C_{it} , y la cantidad de materia prima utilizada para la producción, RM_{it} , del producto i en cada periodo t , se determina con esta formulación.

En definitiva, el modelo considera, simultáneamente, el diseño y planeamiento de la producción de la planta. El criterio de performance es maximizar el valor presente neto del beneficio a lo largo del horizonte de tiempo global, teniendo en cuenta ingresos por la venta de los productos, gastos por la compra de materias primas, los costos de inversión e inventario y las penalidades por entregas tardías. Si los periodos de tiempos

son iguales, costos por disposición de residuos por vencimiento de materias primas y productos son a su vez añadidos a la función objetivo.

3.3 Formulación del problema

Esta sección describe las restricciones básicas y las características principales de la formulación matemática del modelo.

3.3.1 Restricciones de asignación de unidades y grupos

En esta sección se introducen diversas variables a fin de determinar la estructura de la planta. Debido a que las unidades pueden añadirse en cualquier periodo de tiempo, una variable binaria w_{jkt} es utilizada. Esta variable adopta el valor 1 si la unidad k se incluye en la estructura de la planta en la etapa j en el periodo t , caso contrario w_{jkt} es cero. Ante todo, cada unidad k en la etapa j puede agregarse únicamente en un solo periodo (el periodo en que esa unidad se adquiere), lo cual se expresa matemáticamente como:

$$\sum_t w_{jkt} \leq 1 \quad \forall j, k \quad (3.1)$$

Las unidades se incluyen en una manera secuencial para evitar soluciones óptimas alternativas con el mismo valor de la función objetivo.

$$\sum_{\tau=1}^t w_{jk\tau} \geq \sum_{\tau=1}^t w_{j,k+1,\tau} \quad \forall j, k = 1, 2, \dots, K_j - 1, t \quad (3.2)$$

Esta restricción asegura que una unidad se incorpora en la etapa j sólo si todas las anteriores han sido incluidas.

El concepto de grupo introducido por Yoo et al. (1999) se emplea para manejar unidades batch en paralelo trabajando simultáneamente en y fuera de fase. Con el

objeto de ilustrar los arreglos de unidades para formar los grupos, la figura 3.1 muestra un ejemplo de cuatro unidades ($K_j = 4$) en la etapa j . Estas unidades no son, necesariamente, idénticas. De esta manera, pueden existir hasta cuatro grupos de una unidad cada uno en la etapa j . Las unidades pueden ordenarse de diferentes maneras para determinar los grupos. La figura 3.1 es una opción donde las unidades han sido organizadas en dos grupos. Los grupos 1 y 2 operan fuera de fase. Las unidades encerradas por la línea de trazos forman un grupo, por ejemplo las unidades 1 y 4 forman el grupo 1 y operan en fase.

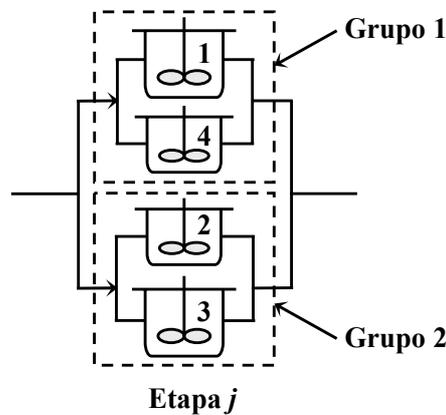


Figura 3.1. Grupos en la etapa j

Puesto que las unidades se pueden agrupar de diferentes maneras en cada etapa dependiendo del producto y del periodo de tiempo, se introduce la variable binaria y_{ijkgt} para representar esta situación. Esta variable toma el valor 1 si la unidad k en la etapa j es asignada al grupo g para el producto i en el periodo t , de lo contrario la variable se anula. Cada unidad k en la etapa j puede asignarse como máximo a un grupo g para el producto i en el periodo t .

$$\sum_{g=1}^{G_j^t} y_{ijkgt} \leq 1 \quad \forall i, j, k, t \quad (3.3)$$

El parámetro G_j^t es el máximo número de grupos permitidos en la etapa j . Además, la variable y_{ijgt} se introduce para indicar si el grupo g existe o no en la etapa j

para el producto i en el periodo t . El grupo g es generado en la etapa j en el periodo t sólo si, al menos una unidad k es asignada al mismo en ese periodo.

$$y_{ijgt} \leq \sum_{k=1}^{K_j} y_{ijkgt} \quad \forall i, j, g, t \quad (3.4)$$

Si la unidad k se asigna al grupo g en la etapa j en el periodo t , el grupo debe existir.

$$y_{ijkgt} \leq y_{ijgt} \quad \forall i, j, k, g, t \quad (3.5)$$

Es interesante notar que al incorporar la siguiente restricción en la formulación:

$$y_{ijgt} \leq 1 \quad \forall i, j, g, t \quad (3.6)$$

las variables y_{ijgt} no necesitan ser definidas como binarias, sino que son variables continuas, acotadas en el intervalo $[0, 1]$. Las expresiones (3.4) y (3.5) fuerzan a que las variables y_{ijgt} tomen valores de 0 ó 1, comportándose entonces como si fuesen variables binarias.

Si la unidad k se asigna al grupo g en la etapa j para el producto i en el periodo t , la unidad debe existir en ese periodo.

$$y_{ijkgt} \leq \sum_{\tau=1}^t w_{jk\tau} \quad \forall i, j, k, g, t \quad (3.7)$$

Si la unidad k existe en la etapa j en el periodo t , entonces, dicha unidad debe incluirse en un grupo g . Esto se expresa de la siguiente manera:

$$\sum_{\tau=1}^t w_{jk\tau} = \sum_{g=1}^{G_j^t} y_{ijkgt} \quad \forall i, j, k, t \quad (3.8)$$

Para evitar la asignación redundante de las unidades a los grupos que resultan en un mismo valor de la función objetivo, se añaden las siguientes restricciones (Yoo et al., 1999):

$$\sum_{k=1}^{K_j} 2^{K_j-k} y_{ijkgt} \geq \sum_{k=1}^{K_j} 2^{K_j-k} y_{ijk,g+1,t} \quad \forall i, j, g = 1, 2, \dots, G_j^T - 1, t \quad (3.9)$$

Estas restricciones ordenan los diferentes grupos a través de un peso 2^{K_j-k} asignado a cada unidad k . El orden de los grupos se obtiene al sumar los pesos de todas las unidades en el grupo.

3.3.2 Restricciones de diseño

Como se mencionó en la definición del problema, los tamaños de las unidades V_{jk} están disponibles en tamaños discretos v_{js} que corresponden a la provisión real comercial de los equipos. Para abordar rigurosamente esta situación, se define la variable binaria z_{jks} , la cual adopta el valor 1 si la unidad k en la etapa j tiene tamaño s , de lo contrario se anula. Así pues, la variable V_{jk} esta limitada a tomar valores del conjunto $SV_j = \{v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jn_j}\}$, donde n_j es el número de tamaños discretos disponibles para cada etapa. Utilizando la definición previa, V_{jk} se puede expresar en términos de las variables discretas como sigue:

$$V_{jk} = \sum_s^{n_j} v_{js} z_{jks} \quad \forall j, k \quad (3.10)$$

Si la unidad k en la etapa j se agrega en algún periodo t , la misma debe tomar un tamaño s para su volumen entre el conjunto de tamaños disponibles en esa etapa.

$$\sum_s^{n_j} z_{jks} = \sum_{t=1}^T w_{jkt} \quad \forall j, k \quad (3.11)$$

Si la unidad k en la etapa j existe, sólo uno de los tamaños disponibles en la etapa j debe ser seleccionado.

$$\sum_s^{n_j} z_{jks} \leq 1 \quad \forall j, k \quad (3.12)$$

La cantidad de producto i elaborado en el periodo de tiempo t , q_{it} , depende del número de bachadas, n_{it} , y el tamaño de bachada, B_{it} , del producto final i procesado en ese periodo como sigue:

$$q_{it} = B_{it} n_{it} \quad \forall i, t \quad (3.13)$$

La ecuación de dimensionamiento descrita en la literatura general que relaciona el tamaño de unidad con el tamaño de bachada de un producto i en cada etapa j , y considerando el enfoque multiperiodo, es:

$$V_j \geq S_{ijt} B_{it} \quad \forall i, j, t \quad (3.14)$$

donde S_{ijt} es el factor de tamaño en la etapa j para el producto i , que puede variar en cada periodo t teniendo en cuenta efectos estacionales.

Ahora bien, combinando las ecuaciones (3.13) y (3.14) se obtiene la siguiente restricción:

$$q_{it} \geq V_j \frac{n_{it}}{S_{ijt}} \quad \forall i, j, t \quad (3.15)$$

En esta formulación, la restricción previa debe ser modificada, no sólo para considerar el volumen de cada unidad k en cada etapa j , V_{jk} , sino también el volumen de las unidades en un grupo, es decir, las unidades que operan en fase. Al entrar a un grupo de unidades, la bachada se divide entre todas las unidades que conforman el grupo. Por lo tanto, el volumen de un grupo es igual al volumen total de todas las unidades que operan en fase. Por este motivo, los tamaños de las unidades incluidas en el grupo g en

la etapa j deben ser sumados. Así pues, la asignación de unidades a grupos debe tenerse en cuenta, por lo que los volúmenes V_{jk} se deben relacionar con la variable binaria y_{ijkgt} como se muestra en la siguiente expresión:

$$q_{it} \leq \sum_{k=1}^{K_j} (V_{jk} y_{ijkgt}) \frac{n_{it}}{S_{ijt}} + BM_{ijt} (1 - y_{ijgt}) \quad \forall i, j, g, t \quad (3.16)$$

La ecuación (3.16) es una restricción del tipo big-M que garantiza que las batchadas se pueden procesar en la etapa batch j si el grupo g existe para el producto i en el periodo de tiempo t ; de lo contrario, la restricción es redundante debido al gran valor de BM_{ijt} . El valor del parámetro BM_{ijt} se puede calcular mediante:

$$BM_{ijt} = K_j \max_s(v_{js}) \max_t(n_{it}^U / S_{ijt}) \quad \forall i, j, t \quad (3.17)$$

De hecho, al sustituir la restricción (3.10) en (3.16) se puede plantear una nueva ecuación que restringe los volúmenes de los equipos a tamaños discretos.

$$q_{it} \leq \sum_{k=1}^{K_j} \sum_s^{n_j} \left(\frac{v_{js}}{S_{ijt}} z_{jks} y_{ijkgt} n_{it} \right) + BM_{ijt} (1 - y_{ijgt}) \quad \forall i, j, g, t \quad (3.18)$$

La restricción (3.18) es no lineal debido al producto entre variables binarias y continuas. A fin de reformularlas como restricciones lineales, el producto $z_{jks} y_{ijkgt} n_{it}$ puede ser eliminado al introducir la variable continua h_{ijkgst} que es igual a n_{it} si ambas variables z_{jks} e y_{ijkgt} toman el valor 1; de lo contrario la variable h_{ijkgst} adopta el valor cero. Ahora bien, en base a lo expuesto, se pueden plantear las siguientes restricciones lineales:

$$q_{it} \leq \sum_{k=1}^{K_j} \sum_s^{n_j} \left(\frac{v_{js}}{S_{ijt}} \right) h_{ijkgst} + BM_{ijt} (1 - y_{ijgt}) \quad \forall i, j, g, t \quad (3.19)$$

$$\sum_s^{n_j} h_{ijkgst} \leq n_{it}^U y_{ijkgt} \quad \forall i, j, k, g, t \quad (3.20)$$

$$h_{ijkgst} \leq n_{it}^U z_{jks} \quad \forall i, j, k, g, s, t \quad (3.21)$$

$$\sum_s^{n_j} h_{ijkgst} \leq n_{it} + BM2_{it} (1 - y_{ijkgt}) \quad \forall i, j, k, g, t \quad (3.22)$$

$$\sum_s^{n_j} h_{ijkgst} \geq n_{it} - BM2_{it} (1 - y_{ijkgt}) \quad \forall i, j, k, g, t \quad (3.23)$$

donde n_{it}^U representa la cota superior para n_{it} y el valor de $BM2_{it}$ es la cota superior n_{it}^U .

3.3.3 Restricciones de tiempo

El tiempo t_{ij} durante el cual una bachada del producto i se procesa en una unidad en la etapa j y luego se transfiere a la siguiente se define como el tiempo de procesamiento del producto i en la etapa j . Asimismo, como ya se ha señalado, el tiempo máximo entre dos bachadas sucesivas del producto i en el proceso, determina el tiempo de ciclo limitante del producto i , TL_i . Considerando la aproximación multiperiodo de esta formulación, el tiempo de ciclo limitante del producto i en el periodo t esta dado por:

$$TL_{it} \geq t_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (3.24)$$

Tal como se ha indicado en la sección 3.1, la adición de unidades que operan fuera de fase en las etapas limitantes en tiempo reduce los tiempos ociosos en las etapas aguas arriba y aguas abajo junto a un aumento en la utilización de unidades. De este modo, si en la etapa j existen grupos de unidades en paralelo, TL_{it} puede ser calculado por la división entre el tiempo de procesamiento t_{ijt} y el número de grupos operando fuera de fase para el producto i en cada periodo t .

$$TL_{it} \geq \frac{t_{ijt}}{\sum_{g=1}^{G_j^t} y_{ijgt}} \quad \forall i, j, t \quad (3.25)$$

Por otro lado, el tiempo total para elaborar el producto i en el periodo t se define como:

$$T_{it} = TL_{it} n_{it} \quad \forall i, t \quad (3.26)$$

Multiplicando la ecuación (3.25) por el número de bachadas n_{it} y considerando la ecuación (3.26), la primera expresión toma la forma:

$$T_{it} \geq \frac{t_{ijt} n_{it}}{\sum_{g=1}^{G_j^t} y_{ijgt}} \quad \forall i, j, t \quad (3.27)$$

Sin embargo, la ecuación (3.27) es no lineal debido a la sumatoria en el denominador. Con el propósito de obtener una expresión lineal, el número de grupos en cada etapa j en cada periodo t se puede formular a través de la siguiente restricción:

$$\sum_{g=1}^{G_j^t} y_{ijgt} = \sum_{g=1}^{G_j^t} g u_{ijgt} \quad \forall i, j, t \quad (3.28)$$

$$\sum_{g=1}^{G_j^t} u_{ijgt} = 1 \quad \forall i, j, t \quad (3.29)$$

Aquí, la variable binaria u_{ijgt} adopta el valor 1 si hay g grupos operando fuera de fase en el periodo de tiempo t para el producto i en la etapa j . Utilizando (3.28) en la ecuación (3.27), se puede plantear ahora la siguiente expresión:

$$T_{it} \geq \sum_{g=1}^{G_j^t} \left(\frac{t_{ijt} n_{it}}{g} \right) u_{ijgt} \quad \forall i, j, t \quad (3.30)$$

No obstante, esta restricción es todavía no lineal, por lo que es necesario eliminar los productos bilineales $n_{it} u_{ijgt}$. Para tal fin, se define una nueva variable continua positiva e_{ijgt} para representar este producto (Voudouris y Grossmann, 1992). De este modo, se obtienen las siguientes restricciones lineales:

$$T_{it} \geq \sum_{g=1}^{G_j^T} \left(\frac{t_{ijt}}{g} \right) e_{ijgt} \quad \forall i, j, t \quad (3.31)$$

$$e_{ijgt} \leq n_{it}^U u_{ijgt} \quad \forall i, j, g, t \quad (3.32)$$

$$\sum_{g=1}^{G_j^T} e_{ijgt} = n_{it} \quad \forall i, j, t \quad (3.33)$$

Por último, considerando las políticas SPC – ZW en el periodo t , el tiempo total requerido para producir todas las batchadas programadas en el periodo no puede exceder la longitud del mismo H_t .

$$\sum_{i=1}^I n_{it} TL_{it} \leq H_t \quad \forall t \quad (3.34)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (3.26), la restricción previa se expresa de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^I T_{it} \leq H_t \quad \forall t \quad (3.35)$$

El diseñador adopta la longitud de cada periodo de tiempo H_t . Es posible agregar varios periodos o dividirlos tanto como sea necesario, dependiendo de los escenarios específicos a ser evaluados. Por esta razón, la restricción de SPC no es tan restrictiva desde un punto de vista práctico. Con esta aproximación, es posible obtener programas de producción más flexibles y una formulación más realista para el problema de diseño.

3.3.4 Restricciones de planeamiento

Las restricciones de planeamiento de la producción empleadas en la formulación del modelo presentado en este capítulo son las mismas que fueron ya definidas en el capítulo 2, sección 2.3.5, para los dos escenarios: una única materia prima para cada producto o un conjunto de materias primas compartidas.

3.3.5 Función objetivo

La función objetivo de este modelo, ψ , es la de maximizar el valor presente neto del beneficio sobre el horizonte de planeamiento. Dicha función tiene en cuenta el valor de los productos, ψ_p , los gastos incurridos por la compra de materias primas, ψ_{RM} , el costo de inversión por equipamiento, ψ_{EQ} , y los costos de inventario, ψ_p , tanto de productos finales como de materias primas. Además, se incluyen costos de operación, ψ_o , penalidades por entregas tardías, ψ_D y, si los periodos son de la misma duración, el manejo de los desechos, ψ_w .

$$\max \psi = \psi_p - \psi_{RM} - \psi_{EQ} - \psi_I - \psi_o - \psi_D - \psi_w \quad (3.36)$$

Cada uno de los términos se consideró por separado en las secciones 2.3.6.1 a 2.3.6.3 del capítulo 2 para el escenario 1, esto es, un único ingrediente para elaborar cada producto. La diferencia entre ambos modelos para la función objetivo radica en el término correspondiente al costo de inversión el cual se detalla a continuación.

3.3.5.1 Costos de inversión por equipamiento

El costo de inversión debido a la compra de las unidades batch se obtiene utilizando una expresión de la ley de potencia sobre la capacidad, donde α_{jt} y β_j son coeficientes de costos específicos para cada etapa j en cada periodo t .

$$\psi_{EQ} = \sum_t^T \sum_j^J \sum_k^{K_j} (\gamma_{jkt} + \alpha_{jt} V_{jk}^{\beta_j}) w_{jkt} \quad (3.37)$$

Es conveniente aclarar que los coeficientes α_{jt} tienen en cuenta los periodos de asignación y que el parámetro γ_{jkt} corresponde a los costos fijos asociados con cada unidad k en la etapa j agregada en el periodo t .

Como se puede ver, la función previa involucra términos no lineales. Pues bien, reemplazando ahora los tamaños de las unidades V_{jk} con los tamaños discretos apropiados empleando la restricción (3.10), el costo de inversión se obtiene de la siguiente expresión:

$$\psi_{EQ} = \sum_t^T \sum_j^J \sum_k^{K_j} \sum_s^{n_j} (\gamma_{jkt} + \alpha_{jt} v_{js}^{\beta_j}) z_{jks} w_{jkt} \quad (3.38)$$

Los términos no lineales involucrados en la ecuación anterior pueden ser sustituidos por términos lineales equivalentes luego de algunas transformaciones directas. Para tal fin, se introducen nuevas variables continuas r_{jkst} que permiten eliminar el producto de las variables binarias $z_{jks} w_{jkt}$ a través de la siguiente restricción:

$$r_{jkst} \geq z_{jks} + w_{jkt} - 1 \quad \forall j, k, s, t \quad (3.39)$$

Notar que la variable r_{jkst} toma el valor 1 cuando ambas variables z_{jks} y w_{jkt} toman éste mismo valor. Asimismo, se adicionan las siguientes cotas para forzar a las variables r_{jkst} a tomar estos valores.

$$0 \leq r_{jkst} \leq 1 \quad (3.40)$$

En síntesis, al emplear las variables r_{jkst} y los términos $c_{jkst} = \gamma_{jkt} + \alpha_{jt} v_{js}^{\beta_j}$ que representan el costo del tamaño estándar s para el equipo k en la etapa batch j en el periodo t , la ecuación (3.38) se puede reemplazar, finalmente, por una expresión lineal.

$$\psi_{EQ} = \sum_t^T \sum_j^J \sum_k^{K_j} \sum_s^{n_j} c_{jkst} r_{jkst} \quad (3.41)$$

3.3.6 Resumen de la formulación

La formulación final para el modelo multiperiodo de una planta batch multiproducto presentada en este capítulo involucra la maximización de la función objetivo representada por (3.42) sujeta a las expresiones de planeamiento (2.63) – (2.68), (2.73), (2.74), (2.76), dadas en el capítulo previo y las restricciones (3.1) – (3.9), (3.11), (3.12), (3.19) – (3.23), (3.28), (3.29), (3.31) – (3.33), (3.35), (3.39), (3.40) junto con las cotas que puedan aplicarse. Los términos bilineales han sido eliminados a través de un método eficiente para generar un modelo MILP, el cual puede ser resuelto a optimalidad global.

Así, considerando las expresiones previas, la función objetivo completa se define como:

$$\begin{aligned} \psi = & \sum_t^T \sum_i^I np_{it} QS_{it} - \sum_t^T \sum_i^I \kappa_{it} C_{it} - \sum_t^T \sum_j^J \sum_k^{K_j} \sum_s^{n_j} c_{jkst} r_{jkst} \\ & - \sum_t^T \sum_i^I \left[\varepsilon_{it} \left(\frac{IM_{i,t-1} + IM_{it}}{2} \right) H_t + \sigma_{it} \left(\frac{IP_{i,t-1} + IP_{it}}{2} \right) H_t \right] \\ & - \sum_t^T \sum_i^I (co_{it} q_{it} + cp_{it} \mathcal{G}_{it} + wp_{it} PW_{it} + wr_{it} RW_{it}) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Todos los parámetros en las ecuaciones anteriores se basan en el valor presente neto. Los términos de ingresos y egresos de la sumatoria que definen la función objetivo son descontados a una tasa específica.

3.4 Ejemplos

En esta sección se presentan cuatro ejemplos que demuestran el potencial del enfoque propuesto. De forma análoga al capítulo anterior, el primer ejemplo es una planta de oleorresinas, donde se emplea sólo una materia prima principal para la

producción de cada producto final. En cambio, el segundo ejemplo considera que la manufactura de cada producto depende de dos materias primas.

El modelo propuesto en este capítulo es también válido para resolver problemas de actualización de la capacidad conocidos como problemas de retrofit. En este tipo de problemas, partiendo de una planta existente, se debe determinar una nueva estructura para la misma debido a modificaciones en las condiciones de diseño originales. En la literatura se pueden encontrar una serie de trabajos referidos al problema de retrofit (Vaselenak et al., 1987; Fletcher et al., 1991; Yoo et al., 1999; Montagna, 2003; Goel et al., 2004).

Por lo tanto, se consideran dos ejemplos de retrofit empleando los mismos datos que el ejemplo 2 salvo algunos de los siguientes cambios. En el ejemplo 3 se presentan nuevos patrones de demanda para todos los productos mientras que en el ejemplo 4 se incorpora un nuevo producto en la planta. En estos problemas se tienen en cuenta en el costo de inversión de la función objetivo, únicamente las unidades agregadas. A diferencia de los trabajos de retrofit citados previamente, esta formulación incluye, adicionalmente, decisiones de planeamiento de la producción (inventarios, compras de materias primas, etc.).

Todos los ejemplos fueron implementados y resueltos empleando GAMS 21.6 en una computadora Pentium (R) IV, 3.00 GHz. El código CPLEX 9.0 fue empleado para resolver los problemas MILP.

Una diferencia de integralidad del 0% fue utilizada durante el procedimiento de solución para todos los problemas resueltos a fin de garantizar que la solución hallada es la óptima global.

3.4.1 Ejemplo 1: Producción de oleorresinas

Este ejemplo involucra el diseño y planeamiento de una planta batch que produce tres oleorresinas, específicamente, laurel (A), pimienta (B) y romero (C). La receta de cada producto requiere las siguientes operaciones batch: (1) extracción de cuatro etapas en contracorriente, (2) prensado, (3) evaporación y por último, (4) mezcla. Todas las etapas que llevan a cabo estas operaciones pueden duplicarse hasta dos unidades, las que pueden ser idénticas o no. Por ende, el máximo número de grupos que puede existir en una etapa es, también, dos. Un horizonte de tiempo global de tres años

(18000 h) se ha considerado, el cual se divide en seis periodos de tiempo iguales de seis meses cada uno (3000 h). Este ejemplo corresponde al escenario 1 planteado en la sección 2.3.5.1.

Con el propósito de obtener el factor de conversión F_{it} necesario para la ecuación (2.68), se deben realizar los balances de masa para cada extracción batch (ver apéndice A). Los valores de éste y otros parámetros como el tiempo de procesamiento y el factor de tamaño para cada producto se presentan en la tabla 3.1. Para simplificar, se asume que estos valores permanecen invariantes en todos los periodos. La tabla 3.2 resume los tamaños discretos para cada etapa y los coeficientes de costo asociados. Los datos de α_j en la tabla corresponden a un periodo, por lo que los coeficientes α_{jt} se calculan utilizando estos valores y teniendo en cuenta la cantidad de periodos en los que se utiliza el equipo. Los costos fijos γ_{jkt} se consideran idénticos para todos los periodos, unidades y etapas. En la tabla 3.3 se reportan los precios de las materias primas, productos finales y cotas máximas sobre las demandas pronosticadas en estos periodos.

Tabla 3.1. Ejemplo 1 - Datos del proceso.

<i>i</i>	Factor de tamaño				Tiempo de operación				Factor de conversión	Inventario inicial
	S_{ijt} (L/kg)				t_{ijt} (h)				F_{it}	IM_{i0} (kg)
	1	2	3	4	1	2	3	4		
A	20	15	12	1,5	3,8	1,4	2,3	0,5	13,382	2500
B	20	15	12	1,5	3,2	2	2,5	2	13,811	2500
C	40	25	24	1,5	2,9	1	2,2	1	22,409	2500

Tabla 3.2. Ejemplo 1 - Tamaños estándar disponibles para cada etapa.

Opción	Tamaños discretos, v_{js} (L)			
	1	2	3	4
1	50	200	200	25
2	100	400	400	50
3	250	600	600	100
4	500	800	1000	250
5	1000	1000	1500	500
α_j	350	548	430	350
Costo fijo de instalación		γ_j	5050	
Exponente de costo		β_j	0,6	

Se asume que las demandas mínimas de los productos en cada periodo son el 50% de las demandas máximas y que la vida útil de los productos y materias primas es

de 3 y 2 periodos, respectivamente. Los coeficientes de costo de inventario por tonelada para el producto final y la materia prima son \$1,5/(ton h) y \$0,2/(ton h), respectivamente. Por otra parte, se considera el coeficiente de costo por entrega tardía como el 50% del precio del producto y el coeficiente de costo por manejo de residuos como un 20% por sobre el precio del producto. Por último, se emplea en este problema una tasa anual de descuento del 10%.

Tabla 3.3. Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.

<i>t</i>	Costos de la materia prima			Precios de los productos			Demandas máximas		
	κ_{it} (\$/kg)			np_{it} (\$/kg)			DE_{it}^U ($\times 10^2$ kg)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	1,2	1,2	1,4	20	38	35	20	30	25
2	1,2	1,2	1,4	20	38	36	25	35	30
3	1,3	1,5	1,4	20	42	37	45	50	40
4	1,5	1,5	1,5	25	42	38	50	50	45
5	1,5	1,8	1,5	25	45	39	55	60	50
6	1,6	1,8	1,6	25	45	40	60	60	60

La formulación matemática involucra 4439 restricciones lineales y 2687 variables de las cuales, 516 son binarias. La solución óptima se obtuvo luego de 143,0 segundos (tiempo de CPU) con un valor de la función objetivo de \$1.533.821,3.

En la tabla 3.4 se resume para cada producto final la cantidad producida, vendida y en inventario junto a la cantidad comprada y en inventario de materia prima en cada periodo. La tabla 3.5 muestra el tamaño de los equipos en cada etapa, indicando entre paréntesis el periodo en el cual la unidad es asignada.

Tabla 3.4. Ejemplo 1 - Resultados del problema de planeamiento de la producción.

<i>t</i>	A ($\times 10^2$ kg)					B ($\times 10^2$ kg)					C ($\times 10^2$ kg)				
	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{it}	IM_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{it}	IM_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{it}	IM_{it}
1	20,0	20,0	0,0	242,6	0,0	30,0	30,0	0,0	389,3	0,0	32,55	25,0	7,55	704,2	0,0
2	25,0	25,0	0,0	334,5	0,0	46,8	35,0	11,8	646,3	0,0	22,45	30,0	0,0	503,2	0,0
3	45,0	45,0	0,0	602,2	0,0	38,2	50,0	0,0	527,5	0,0	40,0	40,0	0,0	896,3	0,0
4	50,0	50,0	0,0	669,1	0,0	63,75	50,0	13,75	880,4	0,0	45,0	45,0	0,0	1008	0,0
5	55,0	55,0	0,0	736,0	0,0	46,25	60,0	0,0	638,7	0,0	61,38	50,0	11,38	1375	0,0
6	60,0	60,0	0,0	802,9	0,0	60,0	60,0	0,0	828,6	0,0	48,62	60,0	0,0	1089	0,0

Tabla 3.5. Ejemplo 1 - Tamaños óptimos de las unidades.

Unidad	Etapas (L)			
	1	2	3	4
k_1	250 (t_1)	200 (t_1)	200 (t_1)	25 (t_1)
k_2	250 (t_3)	-	200 (t_4)	-

Las siguientes conclusiones se pueden obtener de la tabla 3.4. No existe inventario del producto final A ya que es producido en todos los periodos y la cantidad producida en cada uno de ellos alcanza para cumplir con las demandas máximas (ver tabla 3.3). Para el producto B, en cambio, se produce una cantidad superior a la demanda máxima en el segundo y cuarto periodo. Esta cantidad extra se mantiene en inventario en los intervalos de tiempo mencionados, para satisfacer las demandas máximas en los periodos subsiguientes donde la producción se reduce debido al aumento de precio de la materia prima. La cantidad de producto C elaborada en el primer y quinto periodo es mayor que las demandas máximas correspondientes. Por tanto, este exceso de producción es almacenado como inventario para cumplir luego con las demandas en los intervalos siguientes. Por último, se puede ver que no existe inventario de materias primas para ninguno de los productos elaborados.

En la figura 3.2 se aprecia la estructura óptima de la planta en cada periodo para cada producto. En esta figura las unidades encerradas por las líneas de puntos se incluyen en el mismo grupo.

Como se puede observar en el primer periodo de tiempo se asigna sólo una unidad en todas las etapas. En el tercer periodo, se incorpora una segunda unidad en la etapa 1, que con la primera unidad operan fuera de fase conformando dos grupos para todos los productos. Esto se debe a que, para todos los productos, la etapa 1 presenta los tiempos de operación más extensos (ver tabla 3.1) constituyendo así la etapa limitante en tiempo. Esto se debe a que la demanda máxima de los productos en este periodo casi duplica su valor inicial (ver tabla 3.3) lo cual obliga a incrementar la velocidad de producción de la planta. Esta misma estructura se mantiene para todos los periodos posteriores.

En el cuarto periodo, una nueva unidad se agrega en la etapa 3. Para los productos B y C, las unidades en esta etapa se dividen en dos grupos, es decir, operan fuera de fase. Por el contrario, para el producto A, las unidades están agrupadas y por esto operan en fase.

Finalmente, en los últimos dos periodos las unidades duplicadas conforman dos grupos trabajando fuera de fase para todos los productos.

Por último, en la tabla 3.6 se reporta los resultados económicos en la solución óptima del problema, describiendo por separado los valores para cada uno de los términos de la función objetivo.

Tabla 3.6. Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	3.392.713,43
Costos de materias primas	1.572.339,52
Costo de inversión por unidades batch	263.264,57
Costos de inventario de materia prima	0,0
Costos de inventario de producto	16.744,10
Costos operativos	6.543,87
Costo por disposición de residuos	0,0
Penalizaciones por entrega tardía	0,0
TOTAL: Beneficio (\$)	1.533.821,37

3.4.1.1 Caso a: Alternativas en la estructura de la planta

En esta sección se describe un nuevo caso para el ejemplo 1 en el cual se realizan algunos cambios en los datos. Se trata de mostrar el manejo de unidades de tamaños diferentes en una determinada etapa. Se considera aquí que los coeficientes de costo α_j toman los siguientes valores 250, 248, 230 y 200 para las etapas de la planta, respectivamente. En la tabla 3.7 se detallan los precios, costos y demandas para este caso. Por último, se asume que los tiempos de operación en cada etapa toman los valores presentados en la tabla 3.8.

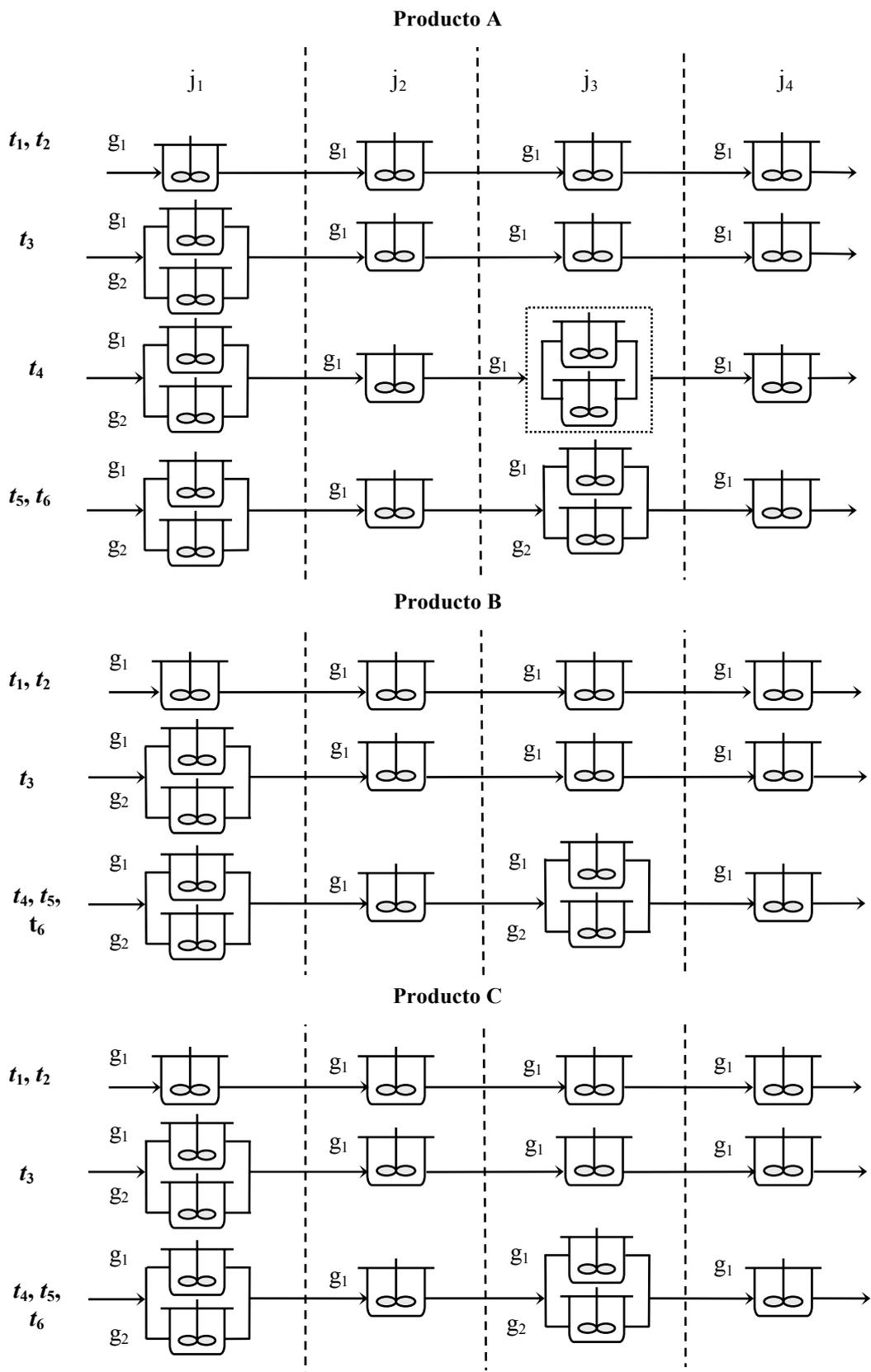


Figura 3.2. Ejemplo 1 - Estructura óptima de la planta.

Tabla 3.7. Caso a - Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.

<i>t</i>	Costos de la materia prima			Precios de los productos			Demandas máximas		
	κ_{it} (\$/kg)			np_{it} (\$/kg)			DE_{it}^U ($\times 10^2$ kg)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	2,2	1,2	0,6	55	40	42	20	30	25
2	2,2	1,2	0,6	55	40	42	25	35	30
3	1,5	2,5	1,8	52	44	45	50	55	50
4	1,5	2,5	1,8	52	44	45	65	70	60
5	1,5	2,5	1,8	52	44	45	140	150	145
6	2,2	1,2	0,6	55	40	42	170	175	170

Tabla 3.8. Caso a - Ejemplo 1 - Tiempos de operación en cada etapa.

<i>i</i>	Tiempo de operación, t_{ijt} (h)			
	1	2	3	4
A	1,5	1	2,5	0,5
B	2,5	2	3	2
C	1,5	1	1,5	1

La dimensión de esta formulación es la misma que la reportada en el ejemplo original, siendo el tiempo de resolución en este caso de 466,04 CPU s. La solución de este problema arroja un valor óptimo para la función objetivo de \$2.391.082,55. Los valores óptimos para los tamaños de las unidades seleccionadas en cada una de las etapas junto a los periodos en los cuales se incorporan a la planta figuran en la tabla 3.9. La solución del problema de planeamiento de la producción se observa en la tabla 3.10.

Tabla 3.9. Caso a - Ejemplo 1 - Tamaños óptimos de las unidades.

Unidad	Etapas (L)			
	1	2	3	4
k_1	500 (t_1)	600 (t_1)	400 (t_1)	50 (t_1)
k_2	250 (t_5)	-	400 (t_5)	-

Tabla 3.10. Caso a - Ejemplo 1 - Resultados del problema de planeamiento de la producción.

<i>t</i>	A ($\times 10^2$ kg)					B ($\times 10^2$ kg)					C ($\times 10^2$ kg)				
	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{it}	IM_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{it}	IM_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{it}	IM_{it}
1	20,0	20,0	0,0	242,6	0,0	30,0	30,0	0,0	389,3	0,0	55,0	25,0	30,0	1207	0,0
2	25,0	25,0	0,0	334,5	0,0	90,0	35,0	55,0	2283	1040	80,0	30,0	80,0	4257	2465
3	50,0	50,0	0,0	669,1	0,0	75,3	55,0	75,3	0,0	0,0	110,0	50,0	140,0	0,0	0,0
4	65,0	65,0	0,0	869,8	0,0	0,0	70,0	5,3	0,0	0,0	0,0	60,0	80,0	0,0	0,0
5	310,0	140,0	170,0	736,0	0,0	144,7	150,0	0,0	1998	0,0	65,0	145,0	0,0	1456	0,0
6	0,0	170,0	0,0	0,0	0,0	175,0	175,0	0,0	2417	0,0	170,0	170,0	0,0	3809	0,0

En la figura 3.3 se ilustra la configuración óptima de la planta para cada producto en cada periodo. Se puede observar en esta figura, conjuntamente con la tabla 3.9, que se asigna una unidad a cada etapa en el periodo inicial manteniendo la misma estructura hasta el cuarto periodo. Posteriormente, en el quinto periodo se incorporan dos unidades a la estructura de la planta: una en la etapa 1, de distinto tamaño que la primera y otra de igual tamaño que la inicial, en la etapa 3.

En la etapa 1, las dos unidades conforman un grupo, es decir, las unidades operan en fase para todos los productos elaborados en los últimos dos periodos. Este hecho se debe, principalmente, al gran incremento en la producción provocado por el aumento pronunciado en las demandas máximas de todos los productos en estos periodos (ver tabla 3.7).

En la etapa 3, las dos unidades forman dos grupos para los productos A y B, mientras que, para el producto C, estas unidades conforman un único grupo en el quinto periodo. Las unidades operan fuera de fase para los productos A y B con el propósito de disminuir el tiempo de ciclo limitante, que, como se puede ver en la tabla 3.8, es la etapa 3 la que limita el tiempo del proceso para estos productos.

En el último periodo, las unidades en la etapa 3 conforman un grupo para todos los productos, es decir, operan en fase con el fin de aumentar el volumen de producción de la etapa. Es interesante notar que el producto A no se elabora en este periodo y por lo tanto la conformación de las unidades en este periodo carece de relevancia.

Se advierte en este ejemplo como la estructura de la planta cambia con el transcurso del tiempo y, además, como esta estructura puede variar de acuerdo a los requisitos de los distintos productos.

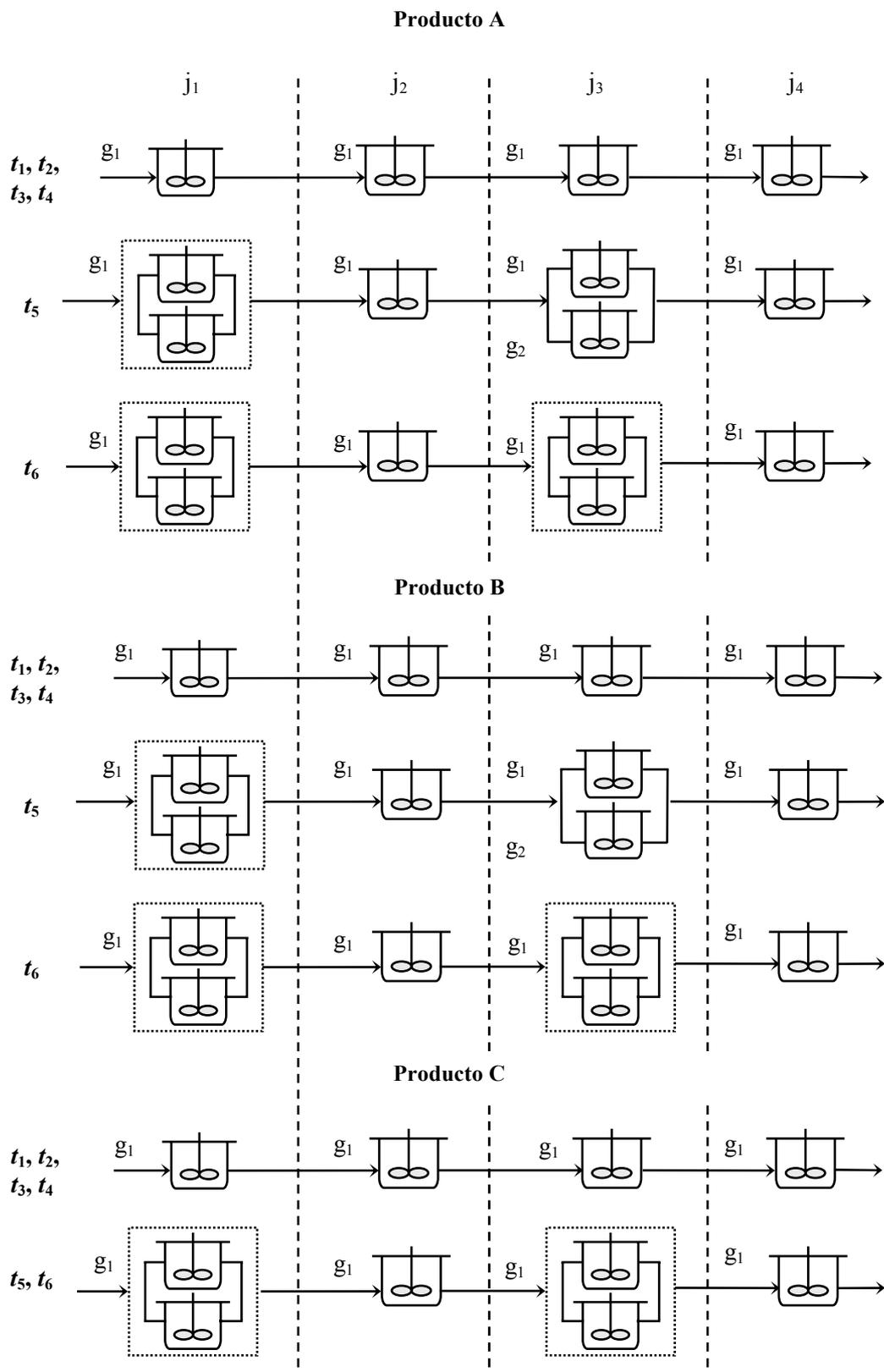


Figura 3.3. Caso a - Ejemplo 1 - Estructura óptima de la planta.

3.4.2 Ejemplo 2

Una planta batch manufactura los productos A, B y C a través de seis etapas diferentes utilizando dos materias primas R1 y R2. Se trata por lo tanto de un ejemplo del escenario 2 (ver sección 2.3.5.2). Se considera un horizonte de planeamiento de dos años (12000 h) con cuatro periodos de seis meses (3000 h) cada uno. Además, se asume que como máximo pueden existir dos grupos en cada etapa, en consecuencia, se pueden agregar hasta dos unidades en cada una de ellas.

Los datos del proceso para el problema de diseño se detallan en la tabla 3.11. La tabla 3.12 muestra los tamaños discretos disponibles para utilizar en cada etapa involucrada en la planta. En la tabla 3.13 se presentan los datos relacionados con los patrones de demanda máxima, costos de materia prima y precios de venta para todos los productos.

Tabla 3.11. Ejemplo 2 - Datos del proceso.

<i>i</i>	Factor de tamaño						Tiempo de operación					
	S_{ijt} (L/kg)						t_{ijt} (h)					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
A	5,0	2,6	1,6	3,6	2,2	2,9	9,3	5,4	4,2	2,0	1,5	1,3
B	4,7	2,3	1,6	2,7	1,2	2,5	8,5	5,8	4,1	2,5	1,4	1,5
C	4,2	3,6	2,4	4,5	1,6	2,1	9,7	5,5	4,3	2,1	1,2	1,3

Tabla 3.12. Ejemplo 2 - Tamaños estándar disponibles.

Opción	Tamaños discretos, v_{js} (L)					
	1	2	3	4	5	6
1	1500	500	400	700	500	500
2	2000	750	700	1000	750	750
3	2500	1000	1250	1500	1000	1000
4	3000	1500	1500	2500	1250	1250
5	3500	2000	2000	3000	1500	1500
α_j	135	148	140	150	150	145
Costo fijo de instalación			γ_j	2500		
Exponente de costo			β_j	0,6		

La demanda mínima en cada periodo se asume como el 50% de la demanda máxima para cada producto. Los parámetros F_{cit} y los datos de las materias primas se reflejan en la tabla 3.14. El coeficiente de costo de inventario para todos los productos

finales es \$0,4/(ton h) y la vida útil del producto es de 4 periodos de tiempo. Los coeficientes de costo por entrega tardía en cada periodo se asumen como el 50% del precio del producto. Se emplea en este problema una tasa anual de descuento del 10%.

Tabla 3.13. Ejemplo 2 - Datos de las materias primas y productos.

t	Costos de la materia prima		Precios de los productos			Demandas máximas		
	κ_{it} (\$/kg)		np_{it} (\$/kg)			DE_{it}^U ($\times 10^3$ kg)		
	R1	R2	A	B	C	A	B	C
1	1,0	0,5	2,20	2,80	2,10	50,0	45,0	40,0
2	1,5	0,8	2,25	2,70	2,30	55,0	51,0	45,0
3	1,6	0,6	2,20	2,80	2,10	63,0	53,0	52,0
4	1,1	0,9	2,25	2,70	2,30	72,0	59,0	55,0

Tabla 3.14. Ejemplo 2 - Factor de conversión, costos y cantidades iniciales en inventario de materias primas.

	Factor de conversión, F_{ci}			Inventario inicial	Costo de almacenamiento	Vida útil (periodos)
	A	B	C	IM_{i0} (kg)	ε_c (\$/ton h)	ζ_c
R1	0,5	1,0	0,7	20000	0,05	2
R2	1,5	1,2	1,0	40000	0,05	2

El modelo matemático resultante de este ejemplo, que comprende 4403 ecuaciones, 534 variables binarias y 2091 variables continuas, fue resuelto en 215,89 CPU s. La solución óptima arroja un valor para la función objetivo de \$127.098,4. El análisis detallado de los resultados económicos para este caso se muestra en la tabla 3.15 y la asignación óptima de unidades se resume en la tabla 3.16, incluyendo entre paréntesis el periodo en el cual la unidad es asignada.

Tabla 3.15. Ejemplo 2 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	1.317.286,9
Costos de materias primas	777.309,4
Costo de inversión por unidades batch	256.517,7
Costos de inventario de materia prima	98.435,7
Costos de inventario de producto	2.805,4
Costos operativos	55.120,2
Costo por disposición de residuos	0,0
Penalizaciones por entrega tardía	0,0
TOTAL: Beneficio (\$)	127.098,4

Tabla 3.16. Ejemplo 2 - Tamaños óptimos de las unidades.

Unidad	Etapas (L)					
	1	2	3	4	5	6
k_1	1500 (t_1)	750 (t_1)	700 (t_1)	1000 (t_1)	750 (t_1)	1000 (t_1)
k_2	1500 (t_1)	750 (t_3)	-	-	-	-

La tabla 3.17 muestra las diferentes configuraciones de unidades para cada producto en cada periodo de tiempo. En esta tabla las unidades entre paréntesis se incluyen en el mismo grupo, es decir, son unidades en paralelo operando en fase.

En el primer periodo hay una unidad en todas las etapas excepto en la etapa 1, donde existen dos unidades operando fuera de fase, generando de esta forma dos grupos. Luego, en el tercer periodo, se agrega una segunda unidad en la etapa 2 que, de forma análoga a la etapa 1, constituyen dos grupos para todos los productos.

Como se puede apreciar en la tabla 3.11, la etapa 1 es la que presenta los tiempos más largos en todos los productos por tanto, es ésta la etapa limitante en tiempo. En consecuencia se agrega la segunda unidad en el primer periodo en dicha etapa para disminuir el tiempo de ciclo limitante. Evidentemente, al ocurrir esto, la etapa limitante es ahora la etapa siguiente. Posteriormente, al producirse un incremento en las demandas de todos los productos en el tercer periodo (ver tabla 3.13) es necesario agregar la segunda unidad en la etapa 2 para disminuir el tiempo de ciclo limitante a fin de cumplir con dichas demandas.

Finalmente, los flujos óptimos de todos los productos y materias primas se ilustran en las figuras 3.4 a 3.8.

Tabla 3.17. Ejemplo 2 - Configuración óptima de la planta para cada periodo y producto.

Etapa	Periodos de tiempo											
	t_1			t_2			t_3			t_4		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$
2	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$
3	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
4	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
5	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
6	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)

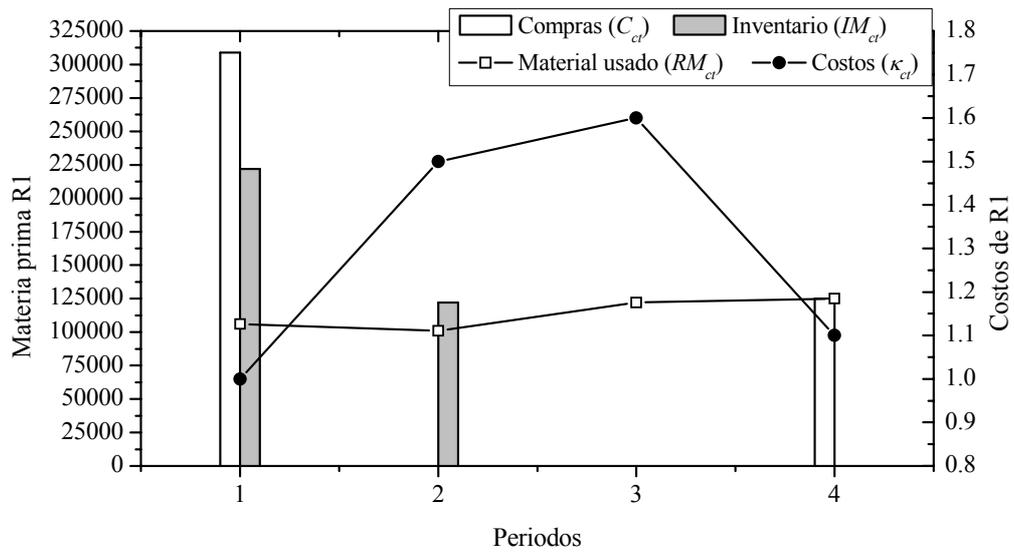


Figura 3.4. Ejemplo 2 - Perfil para la materia prima R1.

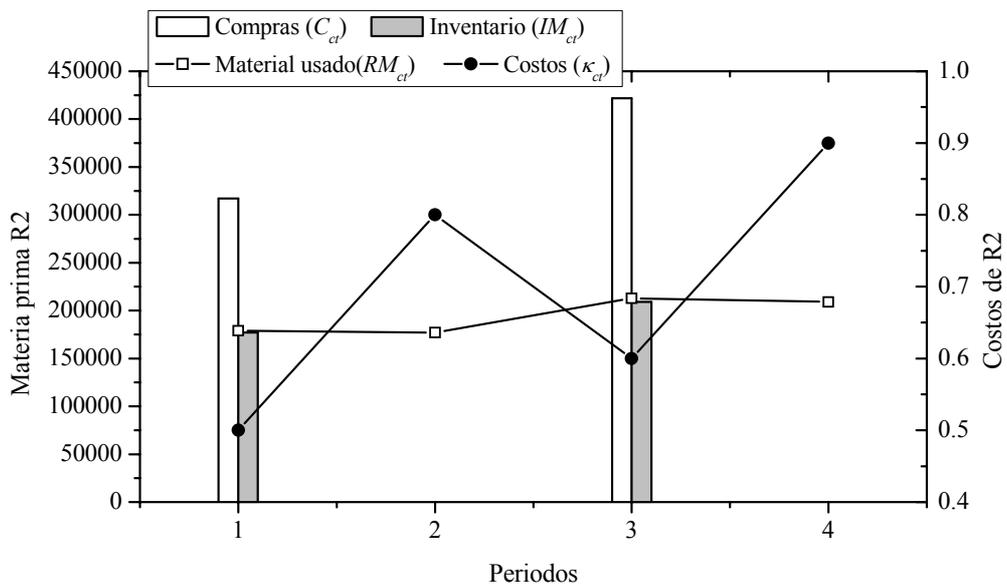


Figura 3.5. Ejemplo 2 - Perfil para la materia prima R2.

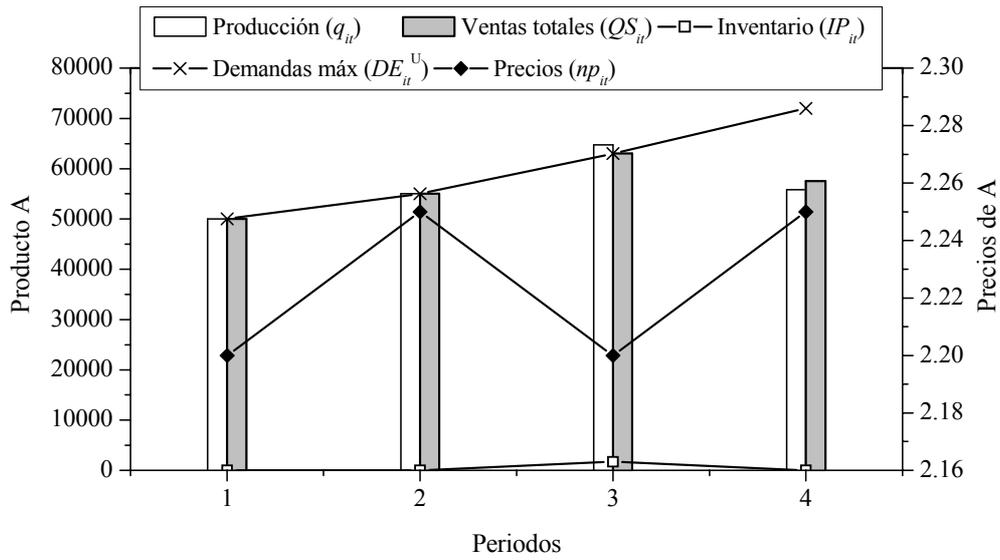


Figura 3.6. Ejemplo 2 - Perfil para el producto A.

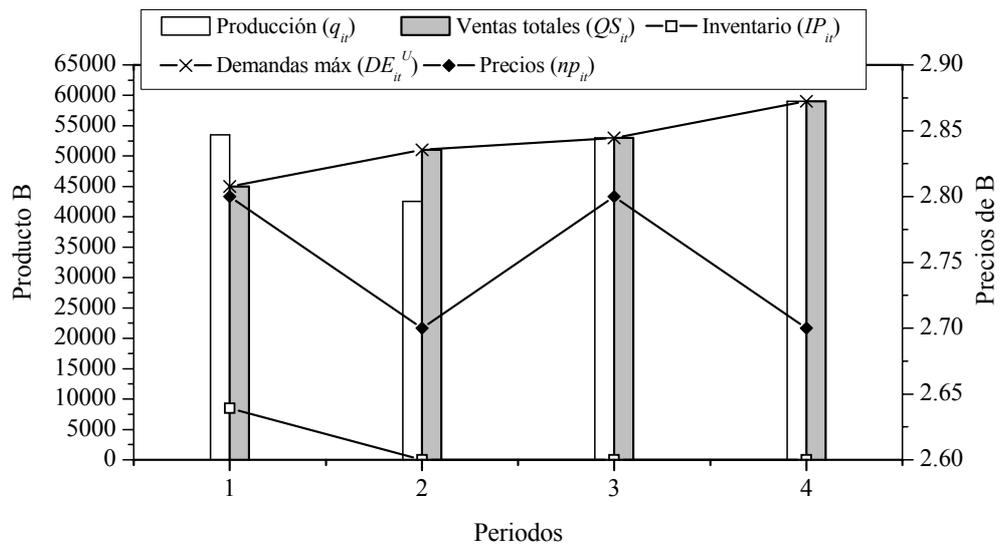


Figura 3.7. Ejemplo 2 - Perfil para el producto B.

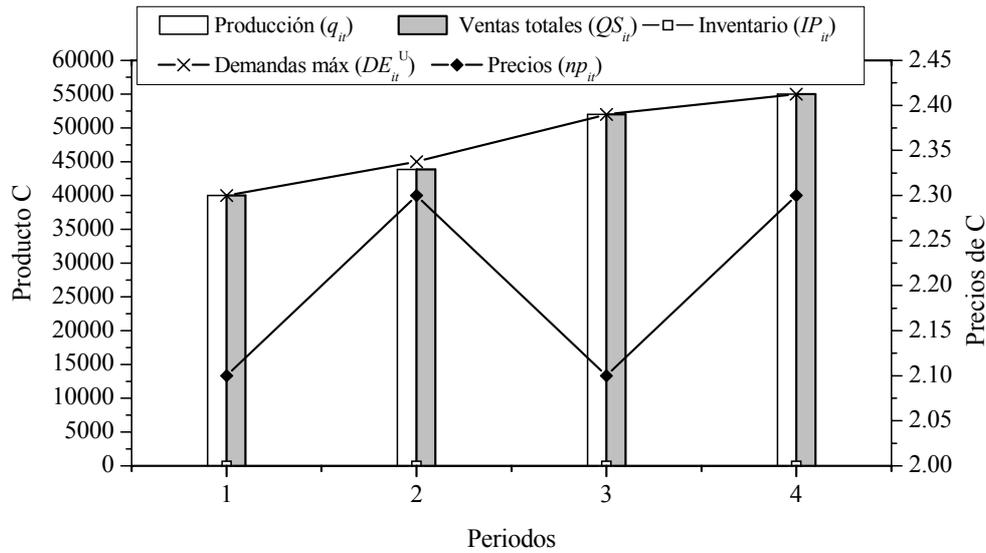


Figura 3.8. Ejemplo 2 - Perfil para el producto C.

Las figuras 3.4 y 3.5 ilustran los costos y las cantidades utilizadas, compradas y mantenidas en inventario a lo largo de cada periodo para las materias primas R1 y R2. Se puede ver que ambas materias primas se compran en los periodos donde los costos son los más bajos, esto es, en el primer y cuarto periodo para R1 y en el primer y tercer periodo para R2. La cantidad extra adquirida de la materia prima R1 en el primer periodo, se mantiene como inventario en éste y en el segundo periodo para emplearla luego en la producción de los siguientes dos periodos. Por otro lado, el material extra de R2 se utiliza para la producción en el intervalo de tiempo inmediatamente posterior.

Tal y como se aprecia en la figura 3.6, casi todas las demandas máximas del producto A se satisfacen principalmente con la producción realizada en cada periodo de tiempo, a excepción del último periodo donde la producción no alcanza a cubrirla. En el tercer periodo de tiempo, se produce una pequeña cantidad extra que se lleva a inventario para ser utilizada en el siguiente periodo. Para el producto B la figura 3.7 muestra que la producción en el primer periodo es mayor que su demanda máxima debido a que, en principio, los costos de las materias primas presentan los valores más bajos. Por esto, la cantidad en exceso se almacena en inventario para satisfacer la demanda máxima en el segundo periodo. En la figura 3.8 se observa que la producción de C cubre las demandas máximas en casi todos los periodos. Únicamente, en el segundo periodo, la producción es ligeramente menor que la correspondiente demanda máxima para ese intervalo.

3.4.3 Ejemplo 3

Utilizando los datos del ejemplo 2, se consideran en este caso nuevos objetivos de producción y precios de ventas para los cuatro periodos posteriores. De esta forma, se formula un problema de retrofit para cumplir con tales objetivos. En síntesis el modelo permite añadir nuevas unidades a fin de satisfacer las nuevas demandas y tiene como objetivo maximizar el valor actual neto del beneficio teniendo en cuenta, de manera simultánea, las decisiones de diseño y planeamiento de la producción.

Inicialmente, se asume la existencia de una planta con una configuración como la que se obtuvo en la tabla 3.16 para el ejemplo 2 original. Asimismo se toman los siguientes dos años como horizonte de tiempo, el cual es dividido en cuatro intervalos tiempo de igual longitud. Los factores de tamaño, tiempo de procesamiento y tamaños discretos disponibles son los mismos que en el ejemplo previo (ver tablas 3.11 y 3.12). En la tabla 3.18 se presentan los nuevos datos relacionados con las demandas máximas, costos de materias primas y precios de los productos.

Tabla 3.18. Ejemplo 3 - Datos de las materias primas y productos.

t	Costos de la materia prima		Precios de los productos			Demandas máximas		
	κ_{it} (\$/kg)		np_{it} (\$/kg)			DE_{it}^U ($\times 10^3$ kg)		
	R1	R2	A	B	C	A	B	C
1	1,6	0,6	2,25	2,90	2,20	75,0	65,0	60,0
2	1,1	0,9	2,30	2,80	2,40	78,0	67,0	62,5
3	1,7	0,7	2,25	2,90	2,20	90,0	80,0	75,0
4	1,2	1,0	2,30	2,80	2,40	92,0	83,0	80,0

La formulación de este problema involucra 4117 variables continuas y 1058 variables binarias en 8525 restricciones. Al resolver este caso, la solución óptima indica que en el segundo periodo se agrega una nueva unidad en las etapas 1 y 3 y que el beneficio neto obtenido es de \$391.708,2. Los tamaños óptimos de estas unidades son 1500 L en la etapa 1 y 700 L en la etapa 3. Esta solución se obtuvo en un tiempo de 280,51 CPU segundos.

Los resultados económicos en la solución óptima de este problema se resumen en la tabla 3.19.

Tabla 3.19. Ejemplo 3 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	1.929.385,7
Costos de materias primas	1.308.314,3
Costo de inversión por unidades batch	51.207,9
Costos de inventario de materia prima	99.743,8
Costos de inventario de producto	510,3
Costos operativos	77.901,0
Costo por disposición de residuos	0,0
Penalizaciones por entrega tardía	0,0
TOTAL: Beneficio (\$)	391.708,2

Un detalle de las decisiones de planeamiento de la producción obtenidas en la solución óptima se refleja en la tabla 3.20. Como se puede observar la cantidad extra de ambas materias primas comprada en los periodos de tiempo con los costos más bajos, se mantiene en inventario. Los productos son elaborados en todos los periodos con el propósito de satisfacer las demandas máximas especificadas, a excepción del producto C que en el primer periodo vende una cantidad ligeramente superior a la demanda mínima.

En la tabla 3.21 figuran los distintos arreglos de las unidades para cada producto en cada periodo. En esta tabla, las unidades entre paréntesis conforman un grupo. En el primer periodo, la estructura de la planta no cambia con respecto a la original (ver tabla 3.16) y las unidades duplicadas en las etapas 1 y 2 operan fuera de fase para reducir el tiempo de ciclo limitante para todos los productos.

Como fue mencionado anteriormente, la estructura óptima se obtiene agregando dos unidades en el segundo periodo, una en la etapa 1 y otra en la etapa 3. Para el producto B existen 2 grupos en la etapa 1 donde las unidades 1 y 2 están agrupadas, mientras que para los productos A y C, se generan tres grupos con una unidad cada uno, los cuales operan fuera de fase a fin de disminuir el tiempo de ciclo limitante determinado por esta etapa (ver tabla 3.11). En la etapa 3, las unidades en paralelo operan fuera de fase para los productos A y C, mientras que para el producto B conforman un grupo, es decir, trabajan en fase.

Para todos los intervalos de tiempo posteriores, en las etapas 2 y 3 existen dos grupos con una unidad cada uno y las tres unidades en la etapa 1, conforman tres grupos a fin de reducir el tiempo de ciclo limitante para todos los productos.

Tabla 3.20. Ejemplo 3 - Plan óptimo de producción.

<i>t</i>	A ($\times 10^3$ kg)			B ($\times 10^3$ kg)			C ($\times 10^3$ kg)			R1 ($\times 10^3$ kg)		R2 ($\times 10^3$ kg)	
	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}	C_{ct}	IM_{ct}	C_{ct}	IM_{ct}
1	75,00	75,00	0,0	65,00	65,00	0,0	37,75	37,75	0,0	108,9	0,0	448,1	259,9
2	78,00	78,00	0,0	67,00	67,00	0,0	62,50	62,50	0,0	328,2	178,5	0,0	0,0
3	92,02	90,00	2,02	80,00	80,00	0,0	75,00	75,00	0,0	0,0	0,0	623,6	314,6
4	89,98	92,00	0,0	83,00	83,00	0,0	80,00	80,00	0,0	183,9	0,0	0,0	0,0

Tabla 3.21. Ejemplo 3 - Conformación óptima de las unidades.

Etapa	Periodos de tiempo					
	t_1			t_2		
	A	B	C	A	B	C
1	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$	$(k_1, k_2)-(k_3)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$
2	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$
3	(k_1)	(k_1)	(k_1)	$(k_1)-(k_2)$	(k_1, k_2)	$(k_1)-(k_2)$
4	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
5	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
6	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)

Etapa	Periodos de tiempo					
	t_3			t_4		
	A	B	C	A	B	C
1	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$	$(k_1)-(k_2)-(k_3)$
2	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$
3	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$	$(k_1)-(k_2)$
4	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
5	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)
6	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)	(k_1)

3.4.4 Ejemplo 4

Análogamente al ejemplo previo, se asume una planta existente correspondiente a la solución óptima del ejemplo 2 que produce, actualmente, los productos A, B y C mencionados anteriormente. En este caso, se introduce un nuevo producto D que será elaborado en esta planta en un horizonte de planeamiento de dos años dividido en cuatro periodos. Las demandas máximas para todos los productos A, B y C en todos los periodos son iguales a la cantidad correspondiente al último periodo en el ejemplo 2 (ver última fila de la tabla 3.13), mientras que para el producto D muestra una tendencia creciente a lo largo de los intervalos, a saber: 42000 kg, 47000 kg, 55000 kg y 60000 kg, respectivamente. Los costos de las materias primas y los precios de los productos A, B y C son los mismos que en el ejemplo 3 (ver tabla 3.18). Los datos para el nuevo producto D se presentan en la tabla 3.22 y el precio de venta del producto es \$2,6 en todos los periodos de tiempo.

Tabla 3.22. Ejemplo 4 - Factores de tamaño y tiempos de operación para el producto D.

Producto D	Etapas					
	1	2	3	4	5	6
S_{ijt} (L/kg)	5,5	4,2	1,5	2,9	1,4	2,3
t_{ijt} (h)	5,5	5,2	3,9	2,7	1,5	1,9

Este problema presenta 11201 ecuaciones y 6715 variables, de las cuales 1078 son binarias. El valor de la función objetivo en la solución óptima es de \$390.000,2. La estructura óptima de la planta requiere, en el segundo periodo de tiempo, la adición de una nueva unidad de 1500 L en la etapa 1 y de una unidad de 700 L en la etapa 3. La tabla 3.23 muestra el plan óptimo de producción y la tabla 3.24 resume los resultados económicos para este caso.

Tabla 3.23. Ejemplo 4 - Plan óptimo de producción.

t	A ($\times 10^3$ kg)			B ($\times 10^3$ kg)			C ($\times 10^3$ kg)			D ($\times 10^3$ kg)		
	q_{it}	QS_{it}	IP_{it}									
1	72,00	72,00	0,0	59,00	59,00	0,0	28,95	28,95	0,0	21,00	21,00	0,0
2	72,00	72,00	0,0	59,00	59,00	0,0	55,00	55,00	0,0	48,65	47,00	1,64
3	72,00	72,00	0,0	59,00	59,00	0,0	55,00	55,00	0,0	53,35	55,00	0,0
4	63,00	63,00	0,0	59,00	59,00	0,0	55,00	55,00	0,0	60,00	60,00	0,0

Tabla 3.24. Ejemplo 4 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	1.968.376,1
Costos de materias primas	1.350.412,8
Costo de inversión por unidades batch	51.207,9
Costos de inventario de materia prima	96.766,6
Costos de inventario de producto	436,3
Costos operativos	78.691,3
Costo por disposición de residuos	0,0
Penalidades por entrega tardía	0,0
TOTAL: Beneficio (\$)	390.861,2

En la figura 3.9 se muestra en detalle la estructura de las unidades para el nuevo producto D en cada periodo. La conformación de las unidades para el resto de los productos coincide con la descrita en la tabla 3.21, a excepción del producto B en el segundo periodo, donde todas las unidades en paralelo en las etapas 1 y 3 operan fuera de fase.

Como se ilustra en la figura 3.9, las unidades duplicadas en las etapas 1 y 2 en el primer periodo conforman un grupo, es decir operan en fase con el fin de producir mayores cantidades de D. Tal como se ha comentado en el párrafo previo, en el segundo periodo se incorpora una tercera unidad en la etapa 1, que, junto a las unidades 1 y 2, conforman un grupo para este producto. Cabe aclarar que esta nueva unidad, de hecho, no es empleada para este producto, ya que con el volumen total de las dos unidades anteriores le alcanza para la producción en ese periodo. La unidad fue agregada a la planta para disminuir el tiempo de ciclo de los otros productos. En cambio, en la etapa 3 la nueva unidad incorporada en este periodo opera fuera de fase con la unidad 1 conformando dos grupos.

Finalmente, en los últimos dos periodos todas las unidades duplicadas en paralelo en las etapas 1, 2 y 3 están divididas en grupos de una unidad cada uno que operan fuera de fase para reducir el tiempo de ciclo limitante para este producto.

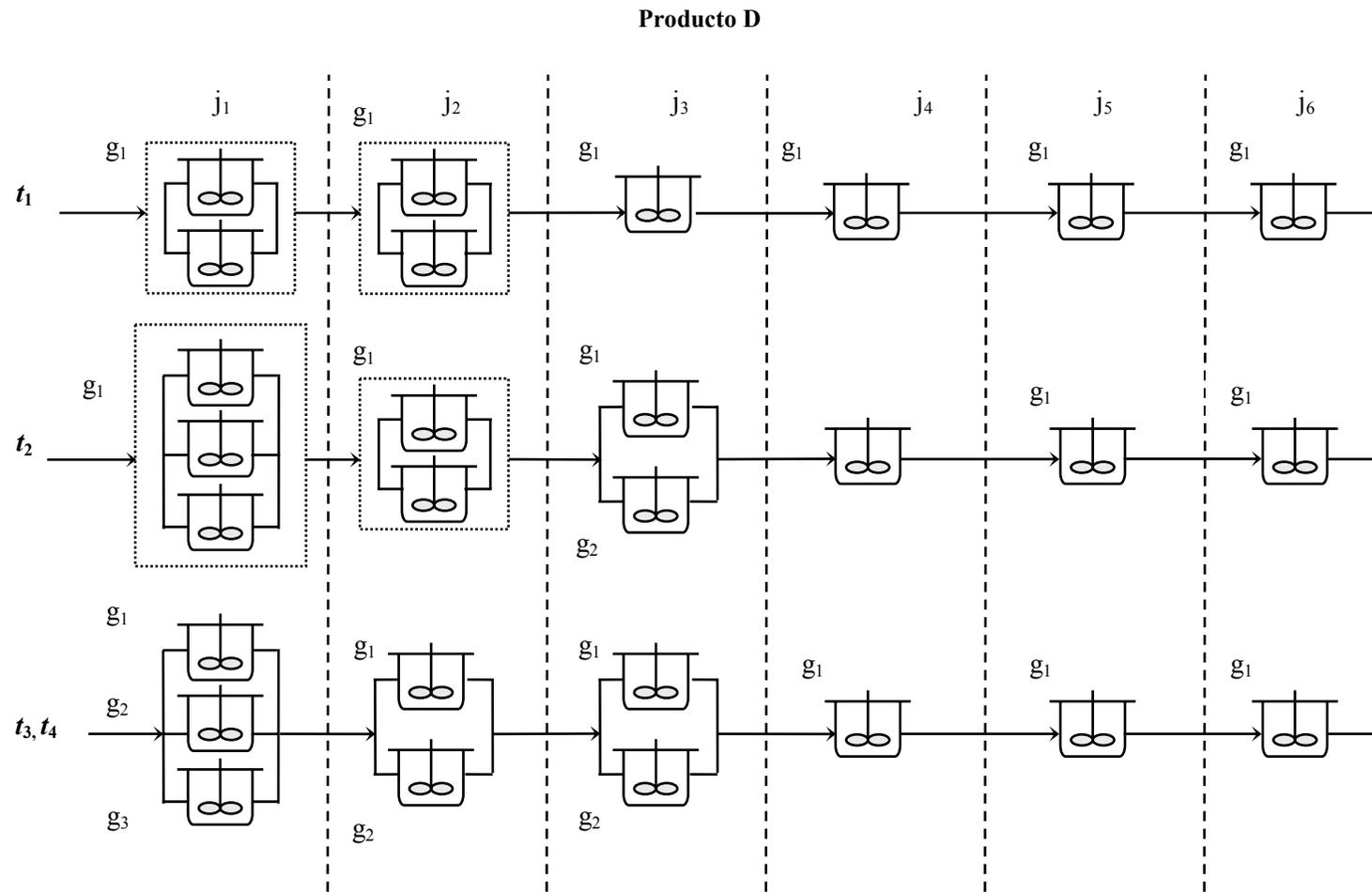


Figura 3.9. Ejemplo 4 - Estructura óptima de las unidades para el producto D en cada periodo.

3.5 Conclusiones

En este capítulo se propuso un nuevo modelo MILP multiperiodo que integra las decisiones de diseño y planeamiento de la producción, optimizando la estructura de la planta conjuntamente con las políticas de producción, compras, ventas e inventarios para cada producto en cada periodo.

Tal como se ha expresado previamente, el contexto en el cual opera una planta batch multiproducto es dinámico. Diversas fluctuaciones tanto de mercado como estacionales afectan la estructura óptima adoptada durante la vida útil de la planta. Por tal motivo, las unidades incluidas en una planta y su configuración no se pueden mantener constantes durante el horizonte de tiempo. Además, existen trade-offs críticos entre las decisiones de diseño y de planeamiento en un escenario estable que se intensifican en el caso multiperiodo. Sin embargo, la mayor parte de los artículos en esta área asumen condiciones constantes durante el horizonte de tiempo y priorizan los enfoques de descomposición que resuelven estos problemas por separado.

En este contexto, una formulación que tiene en cuenta simultáneamente todos estos elementos es útil para evaluar los trade-offs entre ellos. Análogamente al modelo presentado en el capítulo 2, el problema de planeamiento integrado en el modelo propuesto aquí, tiene en cuenta las variaciones en precios, demandas de los productos, costos y disponibilidad de materias primas debido a fluctuaciones estacionales o de mercado. De igual forma, en el problema de diseño se sigue la política de aprovisionamiento de equipos al considerar las unidades disponibles en tamaños discretos.

En relación con la formulación previa, en este modelo se enfatiza la flexibilidad, pues se obtiene un diseño mucho más flexible de la planta con la incorporación de unidades en cada periodo del horizonte, las cuales además pueden tener tamaños diferentes. A través del empleo de grupos, las unidades en cada etapa pueden operar bien sea en fase o fuera de fase. Además se admite que cada producto presente diferentes configuraciones de las unidades en cada periodo.

El problema global fue modelado empleando programación matemática mixta entera lineal (MILP). En general, las restricciones no lineales originales fueron transformadas en expresiones lineales a fin de obtener este modelo que puede ser resuelto a optimalidad global.

El comportamiento del modelo fue ilustrado y evaluado a través de dos ejemplos que emplean una y varias materias primas en la producción respectivamente. Cabe destacar que todas las consideraciones realizadas en el capítulo previo sobre el modelo presentado, son válidas para esta unidad (por ejemplo, las ventajas de la formulación multiperiodo). Por ello en este capítulo se ha enfatizado en nuevos ejemplos que permiten aprovechar la mayor flexibilidad de la nueva formulación. Tal es el caso de los dos problemas de retrofit resueltos. En ambos se trata de actualizar la capacidad de una planta existente debido a cambios en las demandas, incorporación de nuevos productos, etc. La posibilidad de incorporar unidades de cualquier dimensión en cualquier periodo, facilita la resolución de los problemas de retrofit.

Además, teniendo en cuenta el gran número de variables involucradas en esta formulación y los fuertes trade-offs entre ellas, se pueden distinguir diferentes aplicaciones para este modelo. Más allá de los problemas estándares resueltos en este capítulo, varios otros escenarios pueden ser planteados. Por ejemplo, se pueden configurar las unidades disponibles en una determinada planta y planificar la producción en un problema focalizado sólo en el planeamiento.

Es preciso tener en cuenta que cada problema que se resuelva está afectado por muchos factores: el número y la longitud de los periodos, la dimensión de las fluctuaciones, los ciclos de vida de los productos, etc. Por esta razón, el empleo de estos modelos debe ser ajustado y estudiado en profundidad teniendo en cuenta el contexto específico en el cual se está trabajando.

3.6 Nomenclatura

Subíndices

g	Grupo
i	Producto
j	Etapas batch
k	Unidad
s	Tamaños discretos para las unidades
t	Periodo
τ	Periodo

Superíndices

T	Total
L	Cota inferior
U	Cota superior

Parámetros

co_{it}	Coefficiente de costo operativo para el producto i en el periodo t .
DE_{it}	Demanda para el producto i en el periodo t .
F_{cit}	Parámetro que tiene en cuenta la conversión en el proceso de la materia prima c para elaborar el producto i en el periodo t .
G_j^T	Número total de grupos en la etapa j .
H	Horizonte de tiempo
H_t	Tiempo de producción neto disponible para todos los productos en el periodo t .
K_j	Máximo número de unidades que pueden añadirse en la etapa j .
n_j	Número de tamaños discretos disponibles para la etapa j .
np_{it}	Precio del producto i en el periodo t .
S_{ijt}	Factor de tamaño del producto i en la etapa j para cada periodo t .
t_{ijt}	Tiempo de procesamiento del producto i en la etapa batch j en el periodo t .
w_{p_i}	Costo de eliminación de residuos por producto i .
w_{r_i}	Costo de eliminación de residuos por materia prima i .
α_j	Coefficiente de costo para una unidad batch en la etapa j .
β_j	Exponente de costo para una unidad batch en la etapa j .
ε_i	Coefficiente de costo de inventario para la materia prima i .
κ_{it}	Precio de la materia prima para el producto i en el periodo t .
v_{js}	Volumen estándar de tamaño s para la unidad batch en la etapa j .
σ_i	Coefficiente de costo de inventario para el producto i .
ζ_i	Periodos de tiempo durante los cuales la materia prima i debe ser utilizada.
χ_i	Periodos de tiempo durante los cuales el producto i debe ser utilizado.

Variables binarias

u_{ijgt}	Adopta el valor 1 si en la etapa batch j para el producto i hay g grupos en el periodo t .
w_{jkt}	Adopta el valor 1 si la unidad k en la etapa batch j es agregada en el periodo t .
y_{ijgt}	Adopta el valor 1 si el grupo g en la etapa j existe en el periodo t para el producto i .

- y_{ijkgt} Adopta el valor 1 si la unidad k en la etapa batch j es asignada al grupo g para el producto i en el periodo t .
- z_{jks} Adopta el valor 1 si la unidad k en la etapa batch j tiene tamaño s .

Variables enteras

- G_{ijt} Número de grupos en la etapa j para el producto i en el periodo t .

Variables Continuas

- B_{it} Tamaño de bachada del producto i en el periodo t .
- C_{it} Cantidad de materia prima i comprada en el periodo t .
- e_{ijgt} Variable continua que representa el producto de las variables $n_{it} u_{ijgt}$
- h_{ijkgst} Variable continua que representa el producto de las variables $z_{jks} y_{ijkgt} n_{it}$
- IM_{it} Inventario de materia prima i al final de un periodo t .
- IP_{it} Inventario de producto final i al final de un periodo t .
- n_{it} Número de bachadas del producto i en el periodo t .
- PW_{it} Producto i desechado en el periodo t debido su vencimiento.
- q_{it} Cantidad total de producto i producida en el periodo t .
- QS_{it} Cantidad de producto i vendido al final del periodo t .
- RM_{it} Cantidad de materia prima para elaborar el producto i en el periodo t .
- RW_{it} Materia prima i desechada en el periodo t debido al tiempo de vida limitado.
- r_{jkst} Variable continua que representa el producto de las variables binarias $z_{jks} w_{jkt}$
- T_{it} Tiempo total para elaborar el producto i en el periodo t .
- TL_{it} Tiempo de ciclo limitante para el producto i en el periodo t .
- V_{jk} Tamaño de una unidad batch k en la etapa j .
- \mathcal{G}_{it} Cantidad con entrega tardía para el producto i en el periodo t .

CAPÍTULO 4

*Diseño y planeamiento óptimo
multiperiodo empleando
duplicación en serie*

4.1 Introducción

A lo largo de los últimos años, el diseño y la optimización estructural de plantas batch multiproducto han sido extensamente investigados. Sin embargo, la decisión estructural de duplicar unidades en serie, en una determinada operación, no ha sido incluida en los modelos generales para el diseño de plantas batch publicados previamente. En general todos los modelos se han basado en un conjunto de etapas que estaba predeterminado y fijo.

El objetivo principal de este capítulo es incorporar la nueva decisión estructural de duplicar unidades en serie en los modelos de optimización de plantas batch multiproducto (Moreno y Montagna, 2007b). De esta manera, cada operación empleada para elaborar un producto puede llevarse a cabo en una única unidad o en varias unidades trabajando en serie. Es importante mencionar que las relaciones de compromiso que se plantean al emplear esta nueva decisión estructural dependen de la operación en particular. Es por lo tanto diferente del efecto de la tradicional duplicación en paralelo fuera de fase que, independientemente de la operación de que se trate, permite disminuir los tiempos de ciclo limitantes y además se puede aplicar a cualquier operación. También es diferente de la duplicación en paralelo en fase, cuyo efecto para cualquier etapa es el de permitir procesar una batchada de mayor tamaño, opción utilizada en general cuando se alcanza la cota superior disponible para un equipo.

Por otro lado, los modelos de factores de tamaño y tiempo fijos son los más extensamente utilizados en la literatura para el diseño de procesos batch multiproducto y se emplearán en el modelo presentado en este capítulo, de modo de adoptar la nueva alternativa estructural manteniendo la formulación usual para este problema.

Tradicionalmente, en la literatura de procesos batch cada tarea u operación de la receta de producción de un producto ha sido asignada a un único tipo de unidad de procesamiento denominada etapa del proceso. Por otro lado, algunos trabajos en bibliografía han presentado la opción de fusionar tareas de la receta en una única unidad de procesamiento en el proceso (Birewar y Grossmann, 1990; Ravemark, 1995). Sin embargo, la opción de dividir una operación o tarea de la receta en varias unidades conectadas en serie no ha sido incorporada, según la bibliografía consultada, en modelos generales de diseño de plantas batch multiproducto.

Una de las operaciones típicas en ingeniería de procesos que emplea unidades en serie la constituye la operación de extracción. En particular las extracciones vegetales empleadas principalmente en industrias alimenticias y farmacéuticas se utilizarán como ejemplo de aplicación del modelo para la nueva decisión estructural.

En este tipo de industrias, de manera similar a lo presentado en capítulos previos, existe una fuerte variación de costos, disponibilidad de materias primas y demandas de productos periodo a periodo debido a cambios estacionales o de mercado.

Enmarcado en este escenario multiperiodo, este trabajo integra los aspectos de diseño y planeamiento de la producción del problema de plantas batch multiproducto que involucran la nueva decisión de duplicar unidades en serie conjuntamente con la tradicional duplicación en paralelo.

Gran parte de los modelos de optimización publicados previamente (Voudouris y Grossmann, 1992; Ierapetritou y Pistikopoulos, 1996; Ravemark y Rippin, 1998; Montagna et al., 2000; Moreno et al. 2007) involucran variables de decisión continuas y discretas, los que se formulan ya sea como problemas mixtos enteros lineales (MILP) o no lineales (MINLP). Actualmente, la programación disyuntiva generalizada (GDP) se propone como una alternativa de modelado al de programación mixta entera (Raman y Grossmann, 1994; Lee y Grossmann, 2000; Vecchietti et al., 2003; Sawaya y Grossmann, 2005). Así pues, la GDP permite combinar ecuaciones algebraicas y expresiones lógicas a través de disyunciones y proposiciones lógicas, las cuales facilitan la representación de las decisiones discretas.

Bajo este concepto, se presenta un modelo lineal empleando programación disyuntiva generalizada (LGDP) y se consideraron la relajación big-M así como también la de la cáscara convexa para la reformulación MILP del problema. La solución óptima determina el diseño de planta, es decir, la configuración en serie y el número de unidades idénticas en paralelo para cada operación de la planta, seleccionando los tamaños de las unidades de un conjunto de tamaños discretos disponibles. Análogamente con los capítulos previos y considerando similares políticas, se obtiene el plan de producción (compras, ventas, inventarios, etc.) para cada uno de los periodos considerados.

Un caso real de extracción de hierbas culinarias se resuelve como ejemplo para la producción de cuatro oleorresinas a través de cuatro operaciones. La nueva opción de duplicar en serie se evalúa focalizando en la operación de extracción.

El capítulo se organiza de la siguiente manera. La nueva opción de duplicar unidades en serie se presenta en la sección 4.2. En la sección 4.3 se muestra la representación general de problemas lineales mediante programación disyuntiva generalizada. En la sección 4.4 se define el problema abordado en este capítulo. La formulación disyuntiva del modelo se detalla en la sección 4.5 mientras que en la sección 4.6 se presentan las reformulaciones del mismo empleando las relajaciones big-M y cáscara convexa. En la sección 4.7 se presenta el proceso de producción de oleorresinas como ejemplo numérico que ilustra el comportamiento de la formulación propuesta. En la sección 4.8 se discuten los resultados y conclusiones del capítulo. Por último, el detalle de la nomenclatura empleada en este capítulo figura en la sección 4.9.

4.2 Duplicación de unidades en serie

Al incluir la opción de duplicar unidades en serie utilizando el enfoque tradicional del modelo de factores de tamaño y tiempo fijos, es necesario plantear algunas consideraciones y suposiciones especiales.

A diferencia de la duplicación en paralelo, ya sea en fase o fuera de fase, que es una opción válida para cualquier etapa de una planta batch, la duplicación en serie sólo se puede aplicar en operaciones específicas, que por sus características se benefician con este tipo de opciones. Por lo tanto, en el caso de la duplicación en serie las relaciones de compromiso que se pueden presentar en el proceso dependen, básicamente de cada operación. Por ejemplo, una aplicación útil de esta opción es la operación de extracción de múltiple etapa. Otras aplicaciones posibles son los procesos fermentativos en los que es factible el empleo de fermentadores en serie tanto en la producción de metabolitos primarios como así también en metabolitos secundarios como demostraron Corsano et al. (2004). Asimismo, la cromatografía es otra operación que admite duplicación en serie, permitiendo así aumentar los rendimientos del producto deseado.

Es interesante notar que esta opción obliga a revisar algunos de los supuestos adoptados para el diseño de plantas batch multiproducto. En primer lugar, estos modelos partían de un conjunto predeterminado de etapas, con lo cual no existía posibilidad de agregar o eliminar algunas de ellas. Para superar esta limitación esta suposición ha sido eliminada introduciendo el concepto de operación: una planta estará conformada por un

conjunto determinado y fijo de operaciones. En aquellas operaciones que por sus características admiten la duplicación en serie se incluyen etapas, donde el número de las mismas es variable de acuerdo al rango establecido por el diseñador. Además, sobre esta base podemos detectar, como se verá, distintos casos: por ejemplo cuando las etapas en serie son idénticas o cuando son diferentes.

Otro aspecto a tener en cuenta es el tema de la influencia o efecto que puede tener una decisión que se toma en una operación a partir de la duplicación en serie sobre las restantes operaciones. El modelo tradicional de diseño de plantas batch multiproducto supone que los factores de tamaño y tiempo están fijos. Por lo tanto se debe tener en cuenta que al agregar unidades en serie en una operación se pueden modificar los factores de tamaño de las operaciones aguas arriba y aguas abajo.

Un nivel de detalle mayor para el diseño de plantas batch multiproducto es considerar modelos de performance para los factores de tamaño y tiempo (Salomone e Iribarren, 1992; Montagna et al., 1994; Pinto et al., 2001). En este caso, dejan de ser parámetros para pasar a ser funciones de un conjunto de variables de decisión del proceso. De este modo, es posible que un cambio en una operación afecte a todas las restantes, a partir de las variaciones en estas variables de decisión. Sin embargo, plantean un gran desafío desde el punto de vista de la optimización pues el modelo no tiene ya una estructura matemática especificada (con factores fijos la estructura es posinomial).

En este capítulo se estudia la primera de las operaciones mencionadas, es decir, la extracción en múltiples etapas con un arreglo contracorriente. Esta operación consiste en una serie de unidades idénticas y constituye una práctica común en ingeniería utilizada para superar las desventajas de la extracción en una sola etapa tales como el largo tiempo de extracción, el alto consumo de solvente y una baja eficiencia de la extracción.

En una primera aproximación a la optimización de duplicación en serie, se mantendrá el rendimiento de la operación, de forma tal que los factores de tamaño de las operaciones aguas abajo y aguas arriba de aquella no se vean afectados por la duplicación.

Como es bien conocido, el factor de tamaño del producto i en la operación p , S_{ip} , se obtiene de la receta de producción y corresponde al volumen necesario en un equipo de la operación p para producir 1 kg de producto final i . Estos valores fueron calculados teniendo en cuenta un rendimiento en cada una de las operaciones. En consecuencia, y

considerando lo mencionado en el párrafo previo, éste valor no cambia para cada una de las posibles configuraciones ya que el rendimiento se mantiene igual.

De esta forma, al mantener constantes los rendimientos no se incorpora uno de los objetivos de la extracción en múltiple etapa que es precisamente aumentar el rendimiento de la operación. Sin embargo, si se incorpora otro de los objetivos de la extracción en etapas, esto es la disminución de los tiempos de extracción a medida que aumenta el número de unidades en serie.

De hecho, la relación solvente a sólidos, tiempos de procesamiento, factores de tamaño y rendimientos se adoptan de las recetas para una única etapa de extracción. Luego, manteniendo la misma relación solvente a sólidos y el rendimiento final de la operación, los tiempos de ciclo requeridos por un tren de 2, 3,... etc. extractores arreglados en contracorriente se calculan a través de la ecuación del tiempo de extracción propuesta por Timoschuk et al. (1997), la que se incluye en el apéndice C (ver ecuación (C.3)).

En síntesis, en la presente formulación la duplicación en serie implica la adopción de extractores con el mismo factor de tamaño que el original, pero con un tiempo de procesamiento más corto a medida que se incrementa el número de unidades en serie. Este trade-off económico afecta no sólo a la extracción, sino también, a través de la modificación en el tiempo de esta operación, a las operaciones aguas arriba y abajo de la extracción.

4.3 Programación disyuntiva generalizada lineal (LGDP)

En esta sección se presenta la representación general LGDP que se va a utilizar para formular el modelo de optimización. Esta formulación se puede plantear como (Sawaya y Grossmann, 2005):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = \sum_{k \in K} c_k + d^T x \\
 \text{s.a} \quad & Bx \leq b \\
 & \bigvee_{j \in J_k} \left[\begin{array}{l} Y_{jk} \\ A_{jk} x \leq a_{jk} \\ c_k = \gamma_{jk} \end{array} \right], \quad \forall k \in K \\
 & \Omega(Y) = \text{Verdadero} \\
 & 0 \leq x \leq U, c_k \in \mathfrak{R}_+^1, Y_{jk} \in \{\text{Verdadero, Falso}\} \quad \forall j \in J_k, \forall k \in K
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Aquí, x es un vector de variables continuas acotado por un vector de cotas superiores U , Y_{jk} son variables booleanas, $c_k \in \mathfrak{R}^1$ son variables continuas que representan el costo asociado con cada disyunción y γ_{jk} son cargos fijos. Una disyunción $k \in K$ está compuesta de varios términos $j \in J_k$, cada uno de los cuales contiene un conjunto de ecuaciones y/o desigualdades lineales ($A_{jk} x \leq a_{jk}$) representando las restricciones del problema, conectadas por el operador lógico OR (\vee) que hace cumplir el contenido de un único término de la disyunción. Las decisiones discretas se representan por variables booleanas Y_{jk} en términos de disyunciones $k \in K$ y proposiciones lógicas $\Omega(Y)$. De esta forma, sólo las restricciones dentro del término $j \in J_k$ donde Y_{jk} es verdadera, se deben satisfacer; por el contrario, las restricciones correspondientes en los otros términos, donde Y_{jk} es falsa, no se cumplen. Finalmente, $Bx \leq b$ son las restricciones comunes que se deben cumplir independientemente de las decisiones discretas seleccionadas.

Es importante remarcar que muchos algoritmos para la solución de estos problemas involucran la solución de un problema relajado. Existen diversas relajaciones posibles de un conjunto disyuntivo, en este trabajo se emplean las relajaciones big-M y de la cáscara convexa, detalladas en secciones posteriores. Así pues, el problema formulado como LGDP se puede reformular en un modelo MILP.

4.4 Descripción del problema

El problema que se considera en este capítulo se define a continuación. Una planta batch mutliproducto procesa $i = 1, 2, \dots, I$ productos a través de $p = 1, 2, \dots, P$

operaciones. Esta planta opera sobre un horizonte de tiempo H que se divide en un número finito de periodos de tiempo $t = 1, 2, \dots, T$ los que pueden, o no, tener la misma longitud H_t .

Cada operación p puede ser efectuada por un número diferente de unidades de igual tamaño en serie correspondientes a las configuraciones $h = 1, 2, \dots, H_p$ (ver figura 4.1). Además, la configuración de unidades en serie h seleccionada se puede duplicar en paralelo operando fuera de fase. De esta manera, cada operación p puede consistir de $m = 1, 2, \dots, M_p$ conjuntos de unidades del mismo tamaño operando fuera de fase.

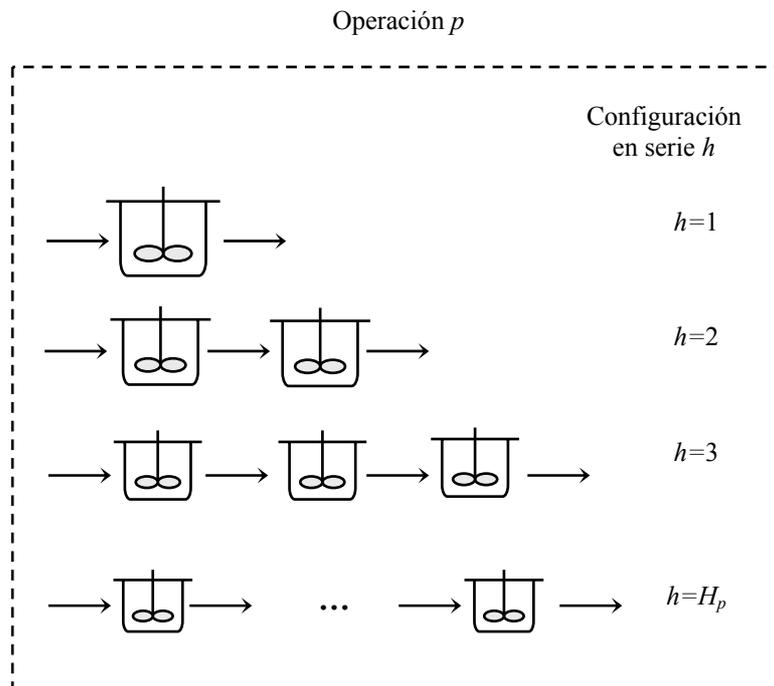


Figura 4.1. Configuraciones en serie h para la operación p

Otra decisión de diseño considerada en este modelo es la selección del tamaño de los equipos para las unidades batch en cada operación p , los cuales están condicionados a adoptar valores del conjunto $SV_p = \{v_{p1}, v_{p2}, \dots, v_{pn_p}\}$ de tamaños discretos disponibles.

La figura 4.2 muestra las opciones de diseño consideradas para cada operación en este modelo.

Los datos básicos para representar las operaciones son los factores de tamaño S_{ipt} y los tiempos de extracción diferentes para cada configuración de unidades en serie h t_{iph} requeridos por cada producto i en cada operación p en cada periodo t . Para cada

producto i , las cotas inferiores y superiores sobre sus demandas en cada periodo t , DE_{it}^L y DE_{it}^U , se asumen conocidas. La planta opera en campañas monoproducción (SPC) bajo la política de transferencia sin espera (ZW) en cada periodo de tiempo.

En este modelo se contemplan los dos escenarios mencionados en los capítulos anteriores en los que la elaboración del producto i depende bien sea de una única o de un conjunto de materias primas.

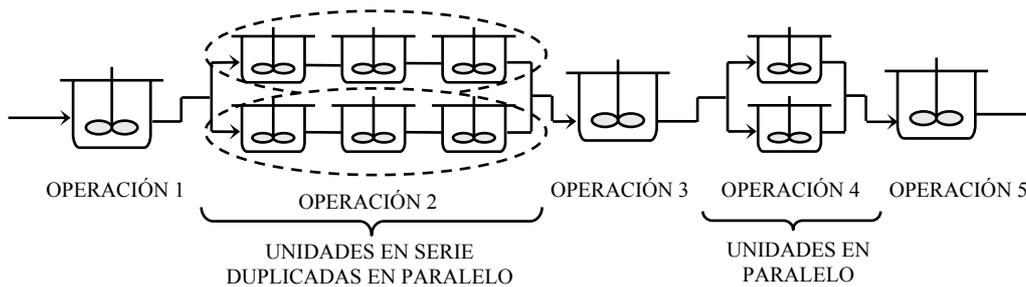


Figura 4.2. Opciones de diseño para la planta batch.

Al igual que en los capítulos previos, las decisiones de planeamiento permiten determinar en cada periodo t y para cada producto i , la cantidad a producir q_{it} , el número de batchadas n_{it} , y el tiempo total T_{it} para elaborar el producto. Además, se obtienen al final de cada periodo t , los niveles de inventarios de producto final, IP_{it} , y de materia prima, IM_{it} . Asimismo, se determinan las ventas totales QS_{it} , la cantidad de materia prima comprada C_{it} , y la materia prima empleada, RM_{it} , en la producción del producto i en cada periodo t .

El modelo consiste entonces en determinar simultáneamente el diseño y el planeamiento de la producción de la planta maximizando el valor presente neto del beneficio a lo largo del horizonte de tiempo, teniendo en cuenta ingresos por ventas de productos, gastos por compras de materias primas, costos de inversión, operación e inventarios. Si se consideran periodos de tiempo iguales, los costos por el manejo de residuos debidos a productos y materias primas vencidas se añaden también a la función objetivo. Las cotas sobre demandas de los productos, costos y disponibilidad de materias primas varían de periodo a periodo.

4.5 Formulación del modelo utilizando programación disyuntiva generalizada

En esta sección se presenta la formulación LGDP para el diseño y el planeamiento óptimo de plantas batch multiproducto en un escenario multiperiodo. La selección de las alternativas discretas en el problema de diseño se modela a través de las siguientes disyunciones embebidas:

$$\bigvee_{h \in H_p} \left[\begin{array}{c} Z_{ph} \\ \bigvee_{s \in SV_p} \left[\begin{array}{c} W_{phs} \\ n_{it} \geq \left(\frac{S_{ipt}}{v_{ps}} \right) q_{it} \quad \forall i, t \\ CO_p = h (\gamma_p + \alpha_p v_{ps}^{\beta_p}) \end{array} \right] \\ \bigvee_{m \in M_p} \left[\begin{array}{c} Y_{phm} \\ T_{it} \geq \frac{t_{iph}}{m} n_{it} \quad \forall i, t \\ CB_p = CO_p m \end{array} \right] \end{array} \right] \quad \forall p \quad (4.2)$$

Las disyunciones se han definido para cada operación p incluida en el proceso. Para cada operación p existen diferentes configuraciones h de unidades en serie para efectuarla. Sea H_p el conjunto de configuraciones h que se puede emplear para llevar a cabo la operación p . La variable booleana Z_{ph} es verdadera cuando se escoge la configuración h en la operación p y es falsa en caso contrario. En la solución óptima, será seleccionada una única alternativa para cada operación y sólo las restricciones incluidas en el término correspondiente se deben satisfacer.

Una vez que se selecciona la configuración en serie, se deben escoger los tamaños discretos de las unidades utilizadas. Por ello, se incluye una disyunción embebida donde la variable booleana W_{phs} es verdadera cuando se utiliza el tamaño discreto s en la operación p efectuada con la configuración en serie h . Sea SV_p el conjunto de tamaños discretos s disponibles para realizar la operación p . En este caso, se plantean restricciones apropiadas en cada término a fin de considerar el costo de esta configuración, CO_p , y asegurar un nivel de producción del producto i en el periodo t , q_{it} ,

para satisfacer las restricciones de demandas de los productos. Análogamente, sólo una variable booleana W_{phs} debe ser verdadera y se deben cumplir las restricciones de producción y costo correspondientes.

Finalmente, se añade otro conjunto de disyunciones embebidas, en las que la variable Y_{phm} es verdadera cuando se utilizan m unidades en paralelo operando fuera de fase en la operación p con la configuración en serie h . Sea M_p el número máximo de unidades que se pueden duplicar en paralelo en la operación p . Cada término incluye las restricciones sobre el costo de inversión de la operación p , CB_p , y el tiempo total dedicado a la producción del producto i en el periodo t .

Las disyunciones embebidas (4.2) muestran que la selección de un tamaño discreto s y del número de unidades m que operan fuera de fase es necesaria únicamente para la configuración h seleccionada para la operación p . Se detallan a continuación las restricciones incluidas en cada término.

Las restricciones en la primera disyunción embebida en (4.2) corresponden a las ecuaciones de diseño y de costo de las unidades de la alternativa elegida en cada operación. Estas ecuaciones se plantean teniendo en cuenta la formulación original del problema de diseño y aprovechando la suposición sobre los tamaños discretos disponibles para las unidades batch.

Tal como se ha expuesto anteriormente, la ecuación de dimensionamiento para cada operación p se puede expresar de la siguiente manera:

$$n_{it} \geq \frac{S_{ipt} q_{it}}{V_p} \quad \forall i, t \quad (4.3)$$

Aquí V_p es una variable continua que corresponde al tamaño de la unidad que efectúa la operación p . Las variables q_{it} y n_{it} son la cantidad elaborada y el número de batchadas del producto i en el periodo de tiempo t .

De manera análoga a los capítulos previos, el tamaño de las unidades batch V_p se encuentra disponible en un conjunto SV_p de tamaños discretos v_{ps} . De hecho, cada alternativa se puede formular por separado gracias al empleo de GDP. Así pues, la ecuación (4.3) se puede plantear para cada alternativa disponible, por tal motivo, se obtiene la siguiente expresión lineal:

$$n_{it} \geq \left(\frac{S_{ipt}}{v_{ps}} \right) q_{it} \quad (4.4)$$

donde el tamaño estándar de la unidad batch v_{ps} es un valor constante. Si en la solución la variable W_{phs} es verdadera, se selecciona el tamaño discreto v_{ps} en la operación p para la configuración en serie h . En consecuencia, teniendo en cuenta que en cada operación sólo una opción W_{phs} es verdadera, se satisface una única expresión (4.4). Las expresiones restantes donde W_{phs} es falsa no son consideradas.

La siguiente restricción en la primera disyunción de (4.2) representa el costo del equipo de esta alternativa, CO_p , utilizando una expresión de la ley de potencia sobre la capacidad más un costo fijo γ_p independiente del tamaño de la unidad en la operación p . Los parámetros α_p y β_p son el coeficiente y el exponente de costo, respectivamente, empleados para evaluar el costo de la unidad con un volumen v_{ps} .

Las restricciones en la segunda disyunción embebida en (4.2) consideran un nivel adicional de decisión: la adición de unidades en paralelo en cada operación p para la configuración en serie seleccionada previamente. Con el objeto de reducir el tiempo de ciclo limitante de un producto i , TL_i , se pueden introducir unidades duplicadas fuera de fase. Si la variable booleana Y_{phm} es verdadera, se seleccionan m conjuntos de unidades idénticas en paralelo como la configuración en serie elegida en la disyunción anterior. Luego, el tiempo de ciclo de producto i en el periodo t se determina a través de la expresión:

$$TL_{it} \geq \frac{t_{iph t}}{m} \quad (4.5)$$

El parámetro $t_{iph t}$ es el tiempo de procesamiento para el producto i en cada operación p usando la configuración h de unidades en serie en el periodo t . El tiempo total para manufacturar el producto i en el periodo t se define como:

$$T_{it} = n_{it} TL_{it} \quad \forall i, t \quad (4.6)$$

Multiplicando la ecuación (4.5) por el número de bachadas n_{it} , la expresión adopta la forma utilizada en la segunda disyunción de (4.2).

$$T_{it} \geq \left(\frac{t_{iph}}{m} \right) n_{it} \quad (4.7)$$

En esta restricción se considera a m como un valor constante, dado que corresponde a un término en la disyunción de (4.2), para cada opción m . Cuando la variable Y_{phm} es verdadera se emplea el valor discreto m correspondiente.

La última restricción en la segunda disyunción de (4.2) corresponde al costo de inversión total en la operación p , CB_p , el cual representa el costo para la configuración en serie, CO_p , y el número de unidades en paralelo m seleccionado para la misma.

Además de las restricciones contenidas en las disyunciones (4.2), existen otras que son independientes de las alternativas discretas. Por ejemplo, considerando las políticas SPC-ZW, los requerimientos de producción para todos los productos en el periodo t , se deben completar en el horizonte de producción correspondiente H_t . Luego:

$$\sum_i T_{it} \leq H_t \quad \forall t \quad (4.8)$$

4.5.1 Restricciones de planeamiento

Las expresiones empleadas en el problema de planeamiento de la producción coinciden con las presentadas en el capítulo 2 de esta tesis (ver sección 2.3.5).

4.5.2 Función objetivo

La función objetivo del problema ψ , consiste en maximizar el valor presente del beneficio dado por la diferencia entre los ingresos debido a ventas totales y los costos totales. Los costos totales incluyen las compras de materias primas, ψ_{RM} , la inversión en equipamiento, ψ_{EQ} , costos de inventarios, ψ_I , costos operativos, ψ_O , penalidades por entregas tardías, ψ_D , y, si se tienen en cuenta periodos de igual longitud, se incluyen los costos por el manejo de residuos, ψ_W .

$$\max \psi = \psi_P - \psi_{RM} - \psi_{EQ} - \psi_I - \psi_O - \psi_D - \psi_W \quad (4.9)$$

En la sección 2.3.6 del capítulo 2 de esta memoria se detalla cada uno de los términos de la función objetivo salvo el término correspondiente al costo de inversión por equipamiento que es diferente para este problema, y se expresa de la siguiente forma:

$$\psi_{EQ} = \sum_p CB_p \quad (4.10)$$

4.5.3 Resumen de la formulación

En definitiva, el modelo lineal multiperiodo para el diseño y planeamiento de la producción en plantas batch multiproducto empleando GDP consiste en maximizar la beneficio neto representada por la función (4.11) sujeta a las restricciones (4.2), (4.8) y las restricciones de planeamiento (2.63) – (2.68), (2.73), (2.74), (2.76) junto a las cotas necesarias para las restricciones de planeamiento del escenario 1 planteado en la sección 2.3.5.1 del capítulo 2.

$$\begin{aligned} \psi = & \sum_t \sum_i np_{it} QS_{it} - \sum_t \sum_i \kappa_{it} C_{it} - \sum_p CB_p \\ & - \sum_t \sum_i \left[\varepsilon_{it} \left(\frac{IM_{i,t-1} + IM_{it}}{2} \right) H_t + \sigma_{it} \left(\frac{IP_{i,t-1} + IP_{it}}{2} \right) H_t \right] \\ & - \sum_t \sum_i (co_{it} q_{it} + cp_{it} \mathcal{Q}_{it} + wp_{it} PW_{it} + wr_{it} RW_{it}) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Todos los parámetros en esta ecuación están basados en valores presentes netos. Todos los términos, tanto ingresos como egresos, se descuentan a una tasa anual específica.

Es interesante señalar que se puede formular un modelo análogo para cuando se requieren varias materias primas en la elaboración del producto, en cuyo caso se deben plantear las ecuaciones para el escenario 2 (ver sección 2.3.5.2, capítulo 2).

4.6 Solución del modelo

Para la solución del problema LGDP, se consideran dos metodologías para transformar las disyunciones en un programa mixto entero lineal (MILP): las relajaciones big-M (BM) y de la cáscara convexa (CH) (Vecchietti, 2000). Básicamente, estas transformaciones son requeridas puesto que los modelos se deben formular en un formato compatible con los resolvedores de los programas de optimización.

4.6.1 Relajación big-M

Para obtener la relajación BM, el problema LGDP dado en la ecuación (4.1) se reformula como un problema mixto entero lineal (MILP) al transformar las disyunciones en restricciones big-M y reemplazando las variables booleanas Y_{jk} por variables binarias $y_{jk} \in \{0,1\}$. Las restricciones lógicas $\Omega(Y)$ se convierten en desigualdades lineales, que conducen a la siguiente reformulación (Sawaya y Grossmann, 2005):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} \gamma_{jk} y_{jk} + d^T x \\
 \text{s.a} \quad & Bx \leq b \\
 & A_{jk} x - a_{jk} \leq BM_{jk} (1 - y_{jk}) \quad \forall j \in J_k, k \in K \\
 & \sum_{j \in J_k} y_{jk} = 1 \quad \forall k \in K \\
 & Dy \leq d \\
 & x \in \mathfrak{R}^n, y_{jk} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J_k, k \in K
 \end{aligned} \tag{BM}$$

Aquí, los parámetros BM_{jk} son los escalares big-M cuyo valor es lo suficientemente grande tal que vuelve al sistema de j th desigualdades en la k th disyunción redundante cuando $y_{jk} = 0$ (es decir, $Y_{jk} = \text{Falso}$). Las desigualdades $Dy \leq 0$ se pueden derivar sistemáticamente de las proposiciones lógicas $\Omega(Y)$.

Los valores más ajustados para el escalar BM_{jk} se pueden determinar a través de la siguiente expresión (Vecchietti et al., 2003):

$$BM_{jk} = \max(A_{jk} x - a_{jk}, x^L \leq x \leq x^U)$$

Es interesante notar que para determinar el mejor valor para BM_{jk} , se deben proveer las cotas superior e inferior sobre las variables continuas.

4.6.2 Reformulación big-M del modelo para el proceso de extracción vegetal

Por lo tanto, la disyunción en (4.2) se puede transformar en el siguiente problema MILP con constantes big-M positivas, las cuales son utilizadas para representar cotas suficientemente grandes.

$$\sum_h z_{ph} = 1 \quad \forall p \quad (4.12)$$

$$n_{it} \geq \left(\frac{S_{ipt}}{v_{ps}} \right) q_{it} - BM1_{it} (1 - w_{phs}) \quad \forall i, p, h \in H_p, s \in SV_p, t \quad (4.13)$$

$$\sum_s w_{phs} = z_{ph} \quad \forall p, h \in H_p \quad (4.14)$$

$$\sum_m y_{phm} = z_{ph} \quad \forall p, h \in H_p \quad (4.15)$$

$$T_{it} \geq \frac{t_{ipht}}{m} n_{it} - BM2_{it} (1 - y_{phm}) \quad \forall i, p, h \in H_p, m \in M_p, t \quad (4.16)$$

$$CO_p \geq h (\gamma_p + \alpha_p v_{ps}^{\beta_p}) - BM3_p (1 - w_{phs}) \quad \forall p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (4.17)$$

$$CO_p \leq h (\gamma_p + \alpha_p v_{ps}^{\beta_p}) + BM3_p (1 - w_{phs}) \quad \forall p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (4.18)$$

$$CB_p \geq m CO_p - BM4_p (1 - y_{phm}) \quad \forall p, h \in H_p, m \in M_p \quad (4.19)$$

$$CB_p \leq m CO_p + BM4_p (1 - y_{phm}) \quad \forall p, h \in H_p, m \in M_p \quad (4.20)$$

Una restricción big-M como la ecuación (4.13) se satisface si la variable binaria w_{phs} adopta el valor 1. Por el contrario, si w_{phs} toma el valor 0, la restricción se torna redundante, teniendo en cuenta que $BM1_{it}$ es un escalar lo suficientemente grande. Se pueden realizar interpretaciones similares para las restricciones big-M (4.16) a (4.20). Los valores más ajustados para las constantes big-M de las ecuaciones anteriores se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$BM1_{it} = n_{it}^U \quad \forall i, t \quad (4.21)$$

$$BM2_{it} = T_{it}^U \quad \forall i, t \quad (4.22)$$

$$BM3_p = H_p \{ \gamma_p + \alpha_p (\max v_{ps}^{\beta_p}) \} \quad \forall p \quad (4.23)$$

$$BM4_p = M_p H_p \{ \gamma_p + \alpha_p (\max v_{ps}^{\beta_p}) \} \quad \forall p \quad (4.24)$$

Los parámetros n_{it}^U y T_{it}^U son las cotas superiores del número de bachadas y el tiempo total empleado para elaborar el producto i , respectivamente.

Ahora bien, debido a que se trata de un problema de maximización, las ecuaciones (4.18) y (4.20) pueden ser eliminadas de la formulación BM sin perder rigurosidad.

En síntesis, la reformulación big-M del problema original consiste en la función objetivo (4.11) sujeta a las restricciones (4.12) – (4.17), (4.19), la restricción (4.8) sobre el horizonte de tiempo, más las restricciones de planeamiento (2.63) – (2.68) y (2.71) – (2.73) presentadas en el capítulo 2. También se deben añadir las cotas sobre las variables involucradas en el modelo.

4.6.3 Relajación de la cáscara convexa

Con el propósito de obtener la relajación CH, el problema LGDP se transforma en un MILP al sustituir las variables booleanas Y_{jk} por variables binarias y_{jk} y

desagregando las variables continuas $x \in \mathfrak{R}^n$ en nuevas variables $\omega_{jk} \in \mathfrak{R}^n$. Así pues, empleando las restricciones de la cáscara convexa para cada disyunción, se obtiene la siguiente reformulación:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} \gamma_{jk} y_{jk} + d^T x \\
 \text{s.a} \quad & Bx \leq b \\
 & A_{jk} \omega_{jk} \leq a_{jk} y_{jk} \quad \forall j \in J_k, k \in K \\
 & x = \sum_{j \in J_k} \omega_{jk} \quad \forall k \in K \\
 & \omega_{jk} \leq y_{jk} U_{jk} \quad \forall j \in J_k, k \in K \\
 & \sum_{j \in J_k} y_{jk} = 1 \quad \forall k \in K \\
 & Dy \leq d \\
 & x \in \mathfrak{R}^n, y_{jk} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J_k, k \in K
 \end{aligned} \tag{CH}$$

Las nuevas variables ω_{jk} son las variables desagregadas, mientras que los parámetros U_{jk} representan a sus cotas superiores.

Resulta interesante destacar que mientras que la relajación big-M añade una restricción a la formulación original, la relajación de cáscara convexa desagrega las variables continuas x en un nuevo conjunto de variables. Este punto es importante para la performance en el momento de resolver problemas de gran tamaño.

4.6.4 Reformulación de la cáscara convexa del modelo para el proceso de extracción vegetal

Utilizando las restricciones de cáscara convexa para cada disyunción en (4.2), se obtiene la siguiente reformulación:

$$\left(\begin{array}{c} S_{ipt} \\ y_{ps} \end{array} \right) q b_{iphst} \leq n b_{iphst} \quad \forall i, p, h \in H_p, s \in SV_p, t \tag{4.25}$$

$$n_{it} = \sum_h \sum_s nb_{iphst} \quad \forall i, p, t \quad (4.26)$$

$$nb_{iphst} \leq n_{it}^U w_{phs} \quad \forall i, p, h \in H_p, s \in SV_p, t \quad (4.27)$$

$$q_{it} = \sum_h \sum_s qb_{iphst} \quad \forall i, p, t \quad (4.28)$$

$$qb_{iphst} \leq q_{it}^U w_{phs} \quad \forall i, p, h \in H_p, s \in SV_p, t \quad (4.29)$$

$$\frac{t_{iph}}{m} nc_{iphmt} \leq Tc_{iphmt} \quad \forall i, p, h \in H_p, m \in M_p, t \quad (4.30)$$

$$T_{it} \geq \sum_h \sum_m Tc_{iphmt} \quad \forall i, p, t \quad (4.31)$$

$$Tc_{iphmt} \leq T_{it}^U y_{phm} \quad \forall i, p, h \in H_p, m \in M_p, t \quad (4.32)$$

$$n_{it} = \sum_h \sum_m nc_{iphmt} \quad \forall i, p, t \quad (4.33)$$

$$nc_{iphmt} \leq n_{it}^U y_{phm} \quad \forall i, p, h \in H_p, m \in M_p, t \quad (4.34)$$

$$h (\gamma_p + \alpha_p v_{ps}^{\beta_p}) w_{phs} \leq COb_{phs} \quad \forall p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (4.35)$$

$$CO_p = \sum_h \sum_s COb_{phs} \quad \forall p \quad (4.36)$$

$$COb_{phs} \leq CB_p^U w_{phs} \quad \forall p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (4.37)$$

$$m COc_{phm} \leq CBc_{phm} \quad \forall p, h \in H_p, m \in M_p \quad (4.38)$$

$$CB_p = \sum_h \sum_m CBc_{phm} \quad \forall p \quad (4.39)$$

$$CBc_{phm} \leq CB_p^U y_{phm} \quad \forall p, h \in H_p, m \in M_p \quad (4.40)$$

$$CO_p = \sum_h \sum_m COc_{phm} \quad \forall p \quad (4.41)$$

$$COc_{phm} \leq CB_p^U y_{phm} \quad \forall p, h \in H_p, m \in M_p \quad (4.42)$$

Nuevas variables, como por ejemplo nb_{iphst} , nc_{iphmt} , son generadas desagregando variables previas n_{it} , mientras que los parámetros n_{it}^U son sus cotas superiores.

Resumiendo, el problema MILP obtenido al aplicar la relajación de la cáscara convexa al modelo original consiste en maximizar la función objetivo (4.11) sujeta a las restricciones (4.8), (4.12), (4.14), (4.15) y (4.25) – (4.42) junto a las de planeamiento (2.63) – (2.68) y (2.71) – (2.73) detalladas en el capítulo 2.

4.7 Ejemplos

El modelo LGDP multiperiodo para el diseño y planeamiento de la producción propuesto en la sección 4.5 y las reformulaciones MILP presentadas en la sección previa se ilustran a través del siguiente ejemplo de extracción vegetal para la producción de oleorresinas. El problema corresponde al escenario 1 planteado en el capítulo 2 (ver sección 2.3.5.1). Adicionalmente, con este ejemplo numérico se realiza un estudio comparativo del desempeño computacional entre las reformulaciones big-M y cáscara convexa.

El código CPLEX 9.0 fue utilizado para resolver las reformulaciones MILP de este problema en el software GAMS 21.6 en una computadora Pentium (R) IV, 3.00 GHz. De igual forma que en los capítulos anteriores, en la resolución de los problemas la diferencia de integralidad es de 0% a fin de asegurar que la solución hallada es la óptima.

4.7.1 Ejemplo 1: Producción de oleorresinas

Considérese una planta batch multiproducto para la producción de cuatro oleorresinas, a saber: laurel (A), pimienta (B), romero (C) y tomillo (D). Para elaborar estos productos se utilizan las siguientes operaciones: (1) extracción, (2) prensado, (3) evaporación y (4) mezcla. Todas estas operaciones se pueden duplicar hasta tres unidades operando fuera de fase.

En este proceso, la operación de extracción es la única que admite la duplicación en serie debido a los trade-offs mencionados en secciones anteriores. Por tal motivo, varias configuraciones de unidades en serie con un arreglo en contracorriente están disponibles para llevar a cabo esta operación. En este caso la extracción se puede efectuar con un máximo de hasta siete unidades en serie.

En este ejemplo se considera un horizonte de tiempo global de dos años (12000 h) que se ha dividido, debido a las variaciones estacionales en la disponibilidad y precios de las materias primas, en un conjunto de 12 periodos de tiempo de igual longitud (1000 h), esto es, periodos de dos meses cada uno.

Las demandas, costos, y precios difieren de periodo a periodo. Las tablas 4.1 a 4.3 contienen los datos para este ejemplo. El tiempo de procesamiento de la operación 1 en la tabla 4.1, corresponde a la opción de utilizar de una única unidad. Para obtener el factor de conversión F_{it} necesario para la ecuación (2.68), se resuelven balances de masa para la extracción detallados en el apéndice A.

Tabla 4.1. Ejemplo 1 - Datos del proceso.

<i>i</i>	Factor de tamaño				Tiempo de operación				Factor de conversión
	S_{ipt} (L/kg)				t_{ipt} (h)				F_{it}
	1	2	3	4	1	2	3	4	
A	20	15	12	1,5	25,95	1	2,5	0,5	11,11
B	23	15	12	1,5	39,46	2,0	1,5	2,0	11,11
C	40	25	24	1,5	34,09	1,0	3,0	1,0	22,22
D	30	20	17	1,5	27,93	1,0	2,0	1,0	15,87

Tabla 4.2. Ejemplo 1 - Tamaños estándares disponibles.

Opción	Volúmenes discretos, v_{ps} (L)			
	1	2	3	4
1	500	500	250	50
2	1000	700	500	100
3	1500	1000	750	150
4	2500	1500	1000	200
5	3000	2000	1500	250
α_p	875	1150	800	700
Costo fijo de instalación	γ_p	2050		
Exponente de costo	β_p	0,6		

Tabla 4.3. Ejemplo 1 - Datos de las materias primas y productos.

t	Costos de la materia prima				Precios de los productos				Demandas máximas			
	κ_{it} (\$/kg)				np_{it} (\$/kg)				DE_{it}^U ($\times 10^2$ kg)			
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
1	1,5	2,5	1,2	1,8	36	40	37	37	28,0	27,0	37,0	35,0
2	1,5	2,5	1,2	0,6	36	40	35	37	30,0	28,0	39,0	36,0
3	2,2	1,2	1,2	0,6	38	38	35	37	32,0	30,0	41,0	38,0
4	2,2	1,2	1,2	0,6	38	38	35	37	34,0	32,0	45,0	40,0
5	1,7	2,7	2,5	2,0	36	40	37	37	39,0	37,0	48,0	45,0
6	1,7	2,7	2,5	0,8	36	40	35	37	42,0	39,0	49,0	48,0
7	2,4	1,4	2,5	0,8	38	38	35	37	44,0	41,0	53,0	50,0
8	2,4	1,4	2,5	0,8	38	38	35	37	47,0	43,0	55,0	52,0
9	1,9	2,9	2,5	2,2	36	40	37	37	50,0	44,0	56,0	53,0
10	1,9	2,9	2,5	1,0	36	40	35	37	51,0	45,0	57,0	54,0
11	2,6	1,6	1,2	1,0	38	38	35	37	52,0	46,0	58,0	55,0
12	2,6	1,6	1,2	1,0	38	38	35	37	52,0	46,0	58,0	55,0

Las demandas mínimas de las oleorresinas en cada periodo se asumen como el 50 % de las demandas máximas que figuran en la tabla 4.3. Para todos los productos elaborados, los coeficientes de costo de inventario por tonelada para el producto final y la materia prima son \$1,5/(ton h) y \$0,2/(ton h), respectivamente. Los coeficientes de costo por entregas tardías se asumen como el 50 % del precio del producto. La vida útil de los productos y materias primas es de 3 y 2 periodos, respectivamente.

Los tiempos de procesamiento para cada producto i en la operación de extracción toman valores más pequeños a medida que el número de unidades en serie crece. En la tabla 4.4 se resumen los tiempos de procesamiento en la extracción para cada configuración en serie h , t_{ipht} .

Tabla 4.4. Ejemplo 1 - Tiempos de extracción (h) para las diferentes configuraciones.

<i>i</i>	Número de unidades en serie						
	1	2	3	4	5	6	7
A	25,95	9,28	5,35	3,47	2,37	1,63	1,11
B	39,46	9,76	5,55	3,59	2,44	1,68	1,15
C	34,09	9,63	5,50	3,56	2,42	1,67	1,14
D	27,93	9,41	5,41	3,51	2,39	1,65	1,12

La solución óptima del problema presenta un beneficio neto de \$2.312.906,67. Se obtuvieron los mismos resultados aplicando las reformulaciones BM y CH del problema. La tabla 4.5 reporta las dimensiones óptimas seleccionadas en cada unidad para las operaciones involucradas en la planta indicando al mismo tiempo el número de unidades duplicadas fuera de fase y el número de unidades operando en serie.

Como se puede apreciar, en la operación 1 existen seis unidades en serie lo que permite a cada producto efectuar esta operación en el tiempo reportado en la penúltima columna de la tabla 4.4. En la operación 3 hay dos unidades en paralelo operando fuera de fase que permiten reducir tiempos ociosos en el resto de las operaciones. Por último, en las operaciones 2 y 4 una sola unidad es asignada.

Un análisis detallado de los resultados económicos para este ejemplo se presenta en la tabla 4.6.

Tabla 4.5. Ejemplo 1 - Solución óptima para el problema de diseño.

Operación	1	2	3	4
V_p (L)	1000	700	750	100
Unidades en serie	6	1	1	1
Unidades en paralelo	1	1	2	1

Tabla 4.6. Ejemplo 1 - Evaluación económica de los resultados.

Descripción	Valor óptimo
Ingresos por ventas	5.904.975,59
Costos de materias primas	2.864.187,37
Costo de inversión por unidades batch	506.376,54
Costos de inventario de materia prima	68.225,93
Costos de inventario de producto	132.304,08
Costos operativos	20.975,00
Costo por disposición de residuos	0,00
Penalidad por entrega tardía	0,00
TOTAL: Beneficio (\$)	2.312.906,67

Estos resultados muestran que ambas opciones de duplicación, fuera de fase y en serie, se han incluido en la estructura de la planta. A este respecto, es interesante resaltar que para la operación de extracción tanto la duplicación en paralelo como en fase eran factibles. Entre ambas, es preferible la duplicación en serie. Analizando en detalle los datos, se advierte que si se consideran seis unidades en paralelo operando fuera de fase el tiempo de procesamiento, por ejemplo para el producto C, se reduce a 5,68 h. En cambio, si hay seis unidades en serie el tiempo de esta operación es de sólo 1,67 h (ver figura 4.3). Por otra parte, el beneficio en el primer caso es de \$1.936.866,10, aproximadamente un 16% menor que el de la solución óptima obtenida previamente. De esta manera, se puede ver que la duplicación en serie tiene en este caso un efecto más fuerte sobre la performance de la planta que la tradicional opción de duplicación en paralelo.

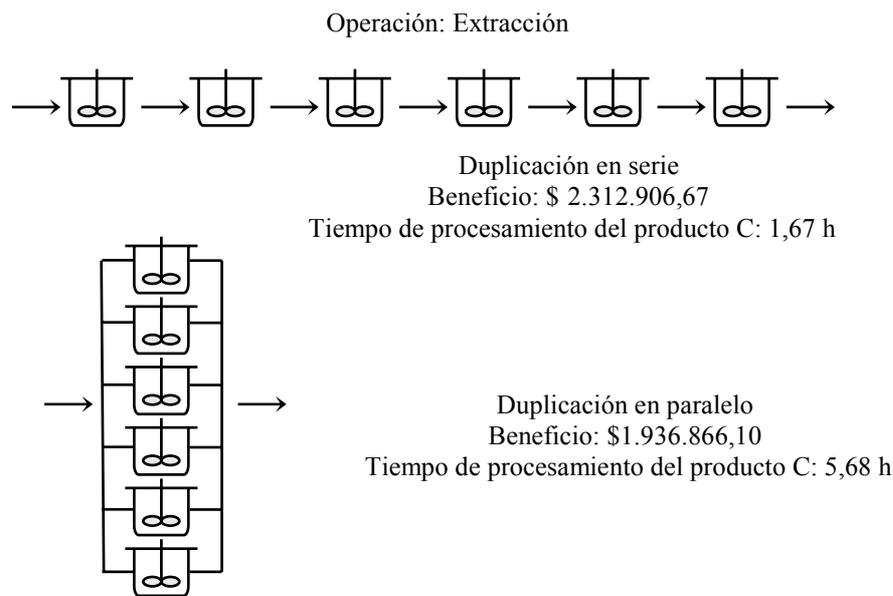


Figura 4.3. Alternativas factibles en la operación de extracción.

Finalmente, las figuras 4.4 a 4.7 ilustran los perfiles de producción, ventas, compras e inventarios para todos los productos en la solución óptima. Estas figuras se dividen en dos diagramas correspondientes a materias primas y productos finales.

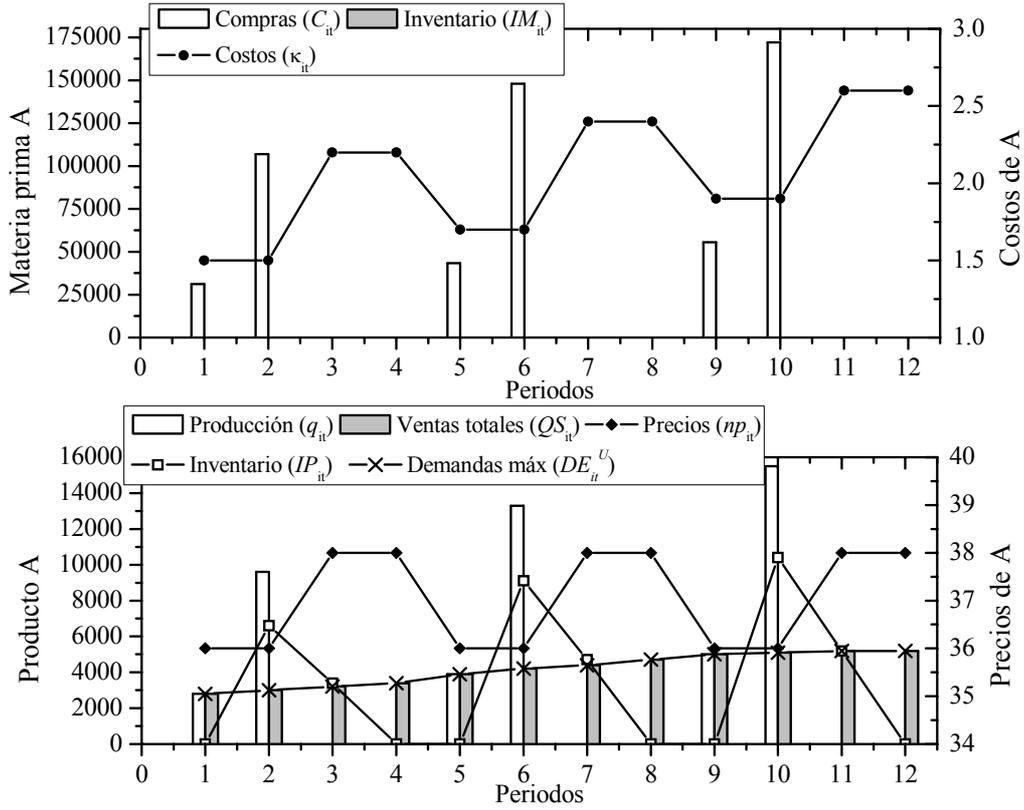


Figura 4.4. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto A.

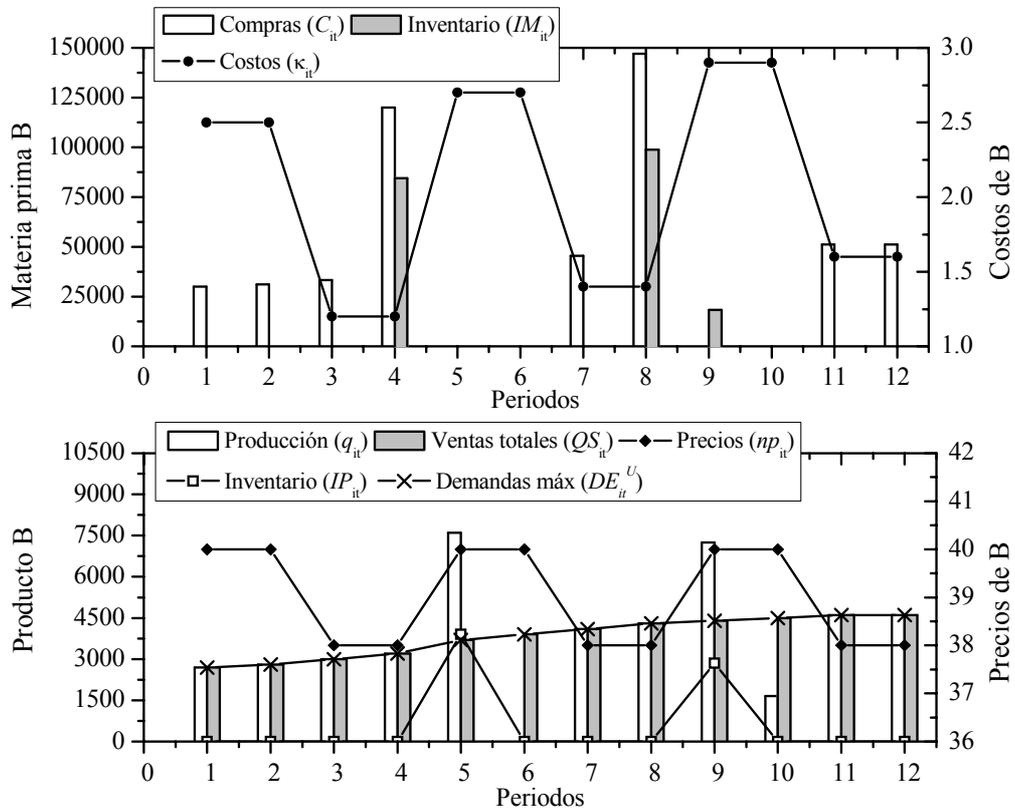


Figura 4.5. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto B.

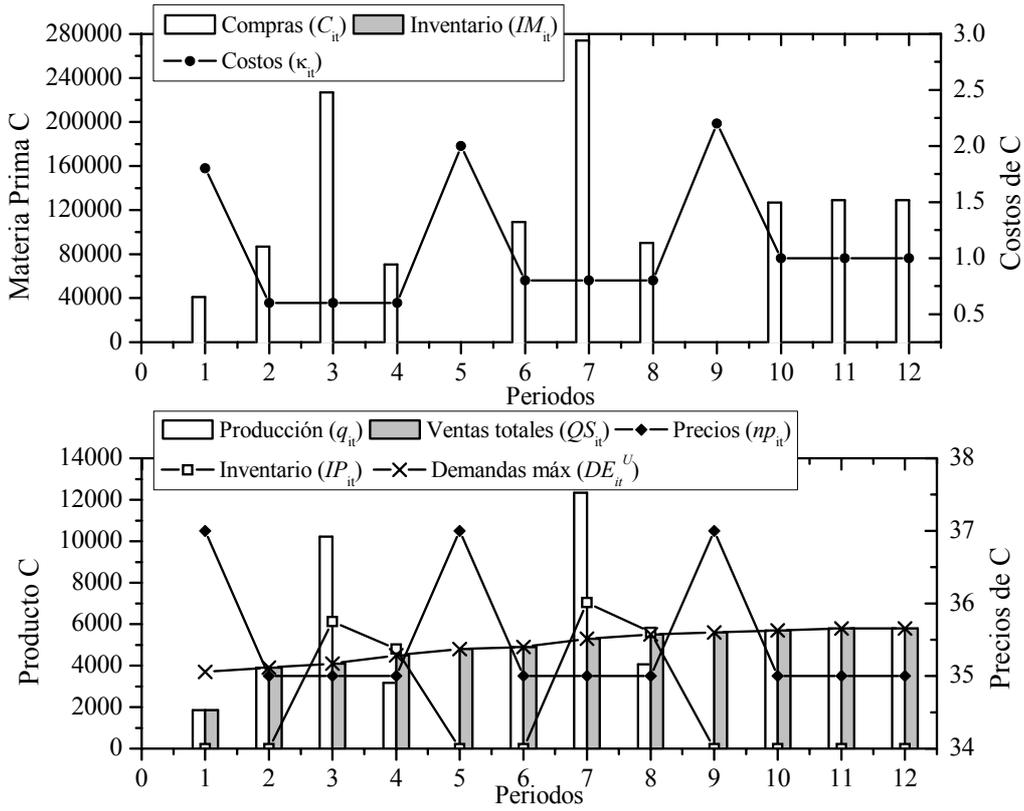


Figura 4.6. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto C.

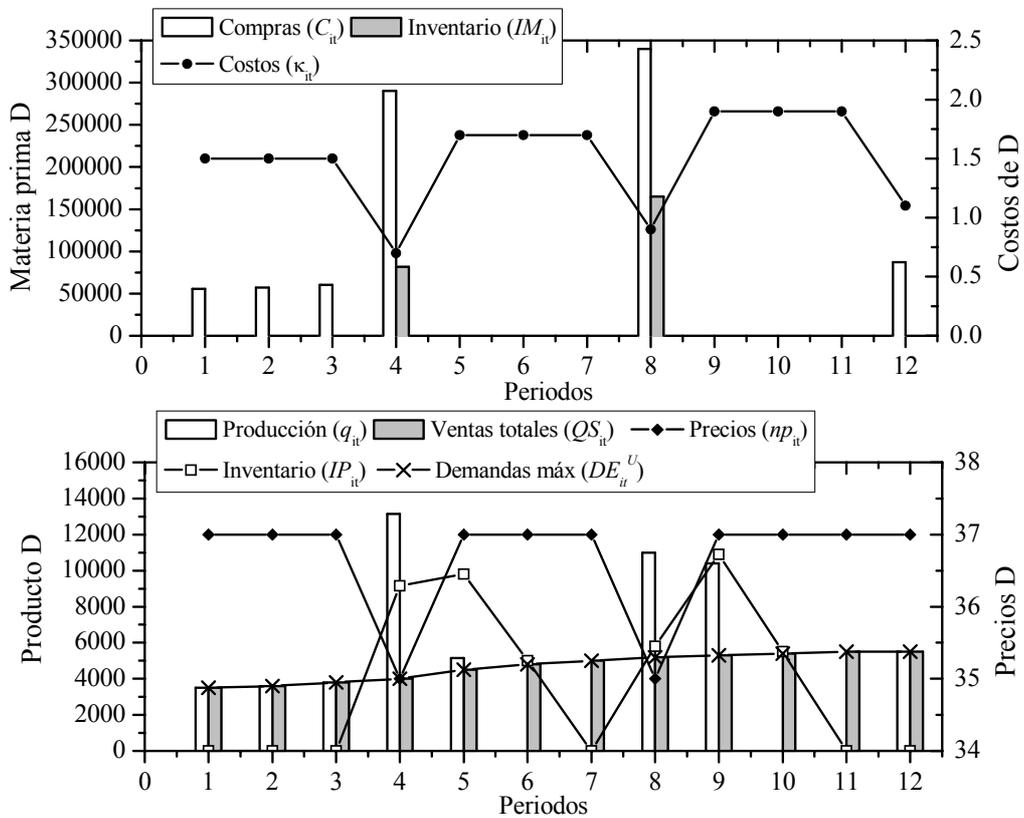


Figura 4.7. Ejemplo 1 - Perfiles para el producto D.

Los resultados del plan de producción para el producto A se muestran en la figura 4.4. Se puede observar en el primer diagrama de esta figura que la materia prima para A se compra en los periodos 1, 2, 5, 6, 9 y 10 a causa del bajo precio de la misma. Notar que en el segundo diagrama el producto A se produce únicamente en los periodos mencionados. El exceso de producción de los periodos 2, 6 y 10 se mantiene en inventario para satisfacer demandas máximas en los periodos siguientes donde la producción se detiene.

La figura 4.5 ilustra los perfiles del producto B. El primer diagrama muestra que las compras de materia prima se detienen durante los periodos 5, 6, 9 y 10 donde los costos tienen los valores más elevados. La cantidad adicional adquirida en los periodos 4 y 8 se lleva a inventario para emplearse después en la producción de B en los periodos posteriores. En el segundo diagrama se puede ver claramente que la producción en intervalos de tiempo 5 y 9 es superior que las demandas. La cantidad en exceso se mantiene en inventario a fin de cubrir las demandas máximas en los periodos inmediatamente posteriores.

Los resultados para el producto C se detallan en la figura 4.6. Se puede notar en el primer diagrama que las compras se realizan en casi todos los periodos excepto en el 5 y 9 debido a los altos precios. Además, no existe inventario de materia prima en ningún periodo para este producto. En el segundo diagrama se puede apreciar que este producto cumple con las demandas máximas en todos los periodos a excepción del primero, en principio por el elevado precio de la materia prima. Asimismo, la producción en los periodos 3 y 7 es mayor que las ventas, en consecuencia esto permite que se lleve a almacenar la cantidad adicional en dichos periodos. Estas reservas se consumen para satisfacer la demanda máxima en los periodos siguientes 4, 5, 8 y 9. Notar que en periodos 4 y 8, la producción es inferior que demandas máximas mientras que en los periodos 5 y 9 el producto C no se fabrica.

El primer diagrama de la figura 4.7 muestra que el perfil de compras del ingrediente para el producto D alcanza valores máximos en los periodos 4 y 8 donde los precios del mismo tienen su valor más bajo. Luego, cuando los precios aumentan súbitamente, las compras se detienen. El material extra se reserva en inventario para ser empleado en la producción del periodo siguiente. En los tres primeros periodos, donde los costos tienen altos valores, las compras se realizan para satisfacer las demandas máximas. En el segundo diagrama se puede observar que en los periodos 4, 5, 8 y 9 la producción de D es mayor a sus demandas. La cantidad producida en exceso se

almacena en inventario para cubrir las demandas máximas en los intervalos en los que no se elabora este producto.

Cabe destacar que no se producen entregas fuera de término ni pérdidas de materia prima o de producto final en ninguno de los periodos de tiempo en este caso.

4.7.1.1 Comparando reformulaciones MILP

Es importante resaltar que, mientras la relajación big-M añade más restricciones a la formulación original, la relajación de la cáscara convexa no sólo agrega restricciones, sino que incrementa considerablemente el número de variables cuando se compara con la formulación disyuntiva (4.2) del problema. Ahora bien, si se evalúa con respecto a la relajación big-M, se tiene un gran número de variables y restricciones, que hacen que el problema formulado mediante la relajación CH tenga un tamaño mayor. Sin embargo, la región factible relajada de la reformulación CH es más ajustada que la reformulación BM (Vecchietti et al., 2003). Por lo tanto, no está absolutamente claro cuál de los dos enfoques es el más eficiente.

En la tabla 4.7 se presenta una comparación de los resultados computacionales de las dos reformulaciones. Tal como lo expresó Vecchietti (2000), la solución del problema relajado para la reformulación de la cáscara convexa es más ajustada que la relajación BM. Esto se puede comprobar en la tabla 4.7 donde la solución del problema relajado para BM es un 24% mayor que la solución óptima mientras que para CH es sólo un 12%. Por otra parte, la reformulación CH requiere un número considerablemente más elevado de variables y restricciones que la reformulación BM, lo cual conduce, en este caso, a un aumento significativo en el tiempo de resolución requerido por CH pese a una mejor solución relajada. En consecuencia, la reformulación BM es más efectiva en la solución del problema presentado en este trabajo.

Tabla 4.7. Ejemplo 1 - Comparación de resultados de ambas reformulaciones.

Resultados	Big-M	Cáscara convexa
Solución óptima (\$)	2.312.906,67	2.312.906,67
Solución del problema relajado	2.858.651,59	2.632.941,52
Tiempo de resolución (CPU s)	108,67	417,56
Ecuaciones	4245	12815
Variables	627	8417
Variables discretas	90	90

Es interesante señalar que analizando la literatura en el área, la conveniencia de transformar un modelo planteado con GDP en su relajación BM o su relajación empleando la cáscara convexa, depende del problema en particular. Por ejemplo, el modelo de síntesis presentado por Montagna et al. (2004) fue resuelto empleando ambas relajaciones pero, en ese caso se obtuvieron mejores resultados computacionales empleando la cáscara convexa. En síntesis, y según lo reportó Vecchietti (2000) como una regla general, la formulación BM es competitiva cuando se tienen buenas cotas de las variables y para problemas grandes en donde es importante mantener el número de variables y de ecuaciones lo más bajo posible.

4.7.1.2 Análisis de las diferentes configuraciones en serie

En esta sección se presentan las posibles configuraciones en serie para la operación de extracción, donde se considera el límite de seis unidades a duplicar en paralelo fuera de fase. El objetivo es tratar de evaluar como se relaciona la opción de duplicación en serie versus otros elementos del modelo, de modo de analizar los trade-offs de esta opción de configuración de la planta.

En la tabla 4.8 figuran el beneficio neto, la cantidad de unidades en paralelo en cada una de las operaciones de la planta, junto al tiempo limitante para el producto C para las distintas configuraciones en serie en la etapa de extracción.

Tabla 4.8. Ejemplo 1 - Alternativas en la operación de extracción.

Unidades en serie en la extracción	Beneficio (\$)	Unidades en paralelo en las operaciones				TL _C (h)
		1	2	3	4	
1	1.936.866,10	6	1	1	1	5,68
2	2.218.247,67	2	1	1	1	4,82
3	2.227.303,70	2	1	1	1	3,00
4	2.256.950,52	1	1	1	1	3,56
5	2.312.360,69	1	1	1	1	3,00
6	2.312.906,67	1	1	2	1	1,67
7	2.280.024,37	1	1	2	1	1,50

Como se puede observar, la alternativa óptima corresponde a la obtenida previamente con seis etapas en serie en la operación de extracción y dos unidades en paralelo en la operación de evaporación. Asimismo se aprecia que el beneficio se incrementa al aumentar el número de unidades en serie al mismo tiempo que el tiempo

de ciclo limitante para el producto C va disminuyendo. Sin embargo, en la última configuración con 7 unidades en serie el beneficio empeora, en principio por el mayor costo de inversión en la unidad adicional, pese a la reducción en el tiempo de ciclo limitante.

Así también, se puede ver que el tiempo limitante para el producto C en las dos primeras configuraciones en serie de la tabla 4.8 está determinado por la operación de extracción. Esto mismo ocurre cuando hay 4 y 6 unidades en serie en esta operación. En cambio, cuando la serie corresponde a 3, 5 o 7 unidades, el tiempo limitante lo determina la operación de evaporación (ver tablas 4.1 y 4.4).

Se advierte también que la reducción que se logra en el tiempo de ciclo en la operación de extracción es más fuerte para la duplicación en serie que para la duplicación en paralelo, y por eso se prefiere la primera alternativa.

4.8 Conclusiones

En este capítulo se ha propuesto un modelo sistemático que incluye una novedosa decisión estructural de duplicar unidades en serie para efectuar una operación del proceso en plantas batch multiproducto.

Puesto que se trabaja con factores de tamaño y tiempo fijos, se realizaron las suposiciones necesarias para que la duplicación en serie en una determinada operación no afecte al resto de las operaciones en el proceso. Es decir, se mantuvo el rendimiento en cada una de las distintas configuraciones de forma tal que el factor de tamaño sea el mismo en la operación independientemente de la cantidad de unidades en serie en la misma. Esto plantea una limitación desde el punto de vista de los trade-offs que se pueden evaluar con el modelo, pero por otro lado, permite mantener la estructura del modelo adoptada hasta el presente para el diseño de plantas batch multiproducto.

La formulación del problema, al igual que en los modelos desarrollados en capítulos previos, optimiza simultáneamente el diseño y planeamiento considerando un contexto multiperiodo. La duplicación de unidades en paralelo fuera de fase se incluye para evaluar las relaciones de compromiso con la duplicación en serie y el tamaño de las unidades se considera disponible en valores discretos. Además, se consideró que los

tamaños de las unidades en la serie son iguales y que se duplica en paralelo todas las unidades en la serie conjuntamente.

El problema fue formulado como un modelo LGDP, donde se definieron variables booleanas relacionadas con la selección de las configuraciones en serie, los tamaños discretos y la duplicación en paralelo fuera de fase de las unidades en cada operación. Este modelo fue reformulado a un problema MILP equivalente mediante la relajaciones big-M y de la cáscara convexa a fin de permitir su resolución con los resolvidores MILP disponibles. Considerando estas reformulaciones, la reformulación de la cáscara convexa es más difícil de generar porque involucra mayor número de variables y restricciones que la reformulación big-M.

El modelo propuesto fue aplicado a un caso real de extracción vegetal para la producción de oleorresinas y se obtuvieron tanto el diseño óptimo como el plan de producción en cada periodo para la planta. El ejemplo resuelto muestra los trade-offs entre la duplicación en serie versus en paralelo teniendo en cuenta que en la operación de extracción a medida que aumenta el número de unidades en serie disminuye el tiempo de operación.

Asimismo, se realizó una comparación en cuanto a la performance computacional para las dos reformulaciones MILP. Para el caso propuesto, la reformulación big-M fue la que alcanzó la solución en menos tiempo de CPU.

Las suposiciones realizadas para el desarrollo del modelo presentado en este capítulo, se superan posteriormente en el capítulo 6 de esta tesis, donde se incorpora a la formulación los modelos de performance con lo cual se incluye la optimización de las variables de decisión que tienen el mayor impacto en el proceso. De este modo las variaciones ocasionadas por las distintas opciones en serie repercuten en las restantes operaciones batch.

Este modelo se presenta como una primera aproximación para tener en cuenta la duplicación en serie en plantas batch multiproducto. Para el caso de la extracción se produce una reducción en el tiempo de operación al agregar más etapas. Si bien este planteo tiene limitaciones, al suponer constantes los rendimientos y por ende los factores de tamaño y tiempo en todas las operaciones restantes, permite introducir esta nueva decisión estructural. Además, se ha utilizado la GDP que se muestra como un enfoque simple para plantear decisiones discretas.

4.9 Nomenclatura

Subíndices

h	Unidades en serie
i	Producto
m	Unidades en paralelo
p	Operación
s	Tamaños discretos para las etapas batch
t	Periodo de tiempo
τ	Periodo de tiempo

Superíndices

L	Cota inferior
U	Cota superior

Parámetros

co_{it}	Coefficiente de costo operativo para el producto i en el periodo t
DE_{it}	Demanda para el producto i en el periodo t .
F_{cit}	Parámetro que tiene en cuenta la conversión en el proceso de la materia prima c en el periodo t .
H	Horizonte de tiempo
H_t	Tiempo de producción neto disponible para todos los productos en el periodo t
k_p	Número de tamaños discretos disponibles para la operación p .
np_{it}	Precio del producto i en el periodo t .
S_{ip}	Factor de tamaño del producto i en la operación p para cada periodo t .
t_{iph}	Tiempo de procesamiento del producto i en la operación p con h unidades en serie en el periodo t .
wp_{pt}	Costo de eliminación de residuos por producto i en el periodo t .
wr_{pt}	Costo de eliminación de residuos por materia prima en el periodo t .
α_p	Coefficiente de costo para una unidad batch en la operación p .
β_p	Exponente de costo para una unidad batch en la operación p .
γ_p	Costo fijo asociado con cada unidad en la operación p .
ε_{it}	Coefficiente de costo de inventario para la materia prima i en el periodo t .
κ_{it}	Precio de la materia prima para el producto i en el periodo t .
v_{ps}	Volumen estándar de tamaño s para la unidad batch en la operación p .
σ_{it}	Coefficiente de costo de inventario para el producto i en el periodo t .

- ζ_i Periodos de tiempo durante los cuales la materia prima i debe ser utilizada.
 χ_i Periodos de tiempo durante los cuales el producto i debe ser utilizadas.

Variables Binarias

- z_{ph} Adopta el valor 1 si se selecciona la configuración h en la operación p .
 w_{phs} Adopta el valor 1 si la unidad en la operación p con configuración h tiene un tamaño s .
 y_{phm} Adopta el valor 1 si en la operación p con configuración h tiene m unidades en paralelo fuera de fase.

Variables Continuas

- B_{it} Tamaño de bachada del producto i en el periodo t .
 C_{it} Cantidad de materia prima para producir i comprada en el periodo t .
 IM_{it} Inventario de materia prima i al final de un periodo t .
 IP_{it} Inventario de producto final i al final de un periodo t .
 n_{it} Número de bachadas de producto i en el periodo t .
 PW_{it} Producto i desechado en el periodo t debido su vencimiento.
 q_{it} Cantidad de producto i a ser producido en el periodo t .
 QS_{it} Cantidad de producto i vendido al final del periodo t .
 RM_{it} Cantidad de materia prima para elaborar el producto i en el periodo t .
 RW_{it} Materia prima i desechada en el periodo t debido al tiempo de vida limitado.
 T_{it} Tiempo total para elaborar el producto i en el periodo t .
 TL_{it} Tiempo de ciclo limitante para el producto i en el periodo t .
 V_p Tamaño de una unidad batch en la operación p .
 \mathcal{G}_{it} Cantidad con entrega tardía para el producto i en el periodo t .

CAPÍTULO 5

*Diseño óptimo de plantas batch
multiproducto considerando
unidades en serie*

5.1 Introducción

El objetivo principal de este capítulo es presentar modelos generales que permiten incorporar la nueva decisión estructural de determinar el número de etapas en serie, junto a la tradicional de duplicar unidades en paralelo fuera de fase, para la optimización del diseño de plantas batch multiproducto. Básicamente, una operación o tarea en el proceso puede llevarse a cabo por una o varias unidades en serie cada una de las cuales conforma una etapa en el proceso. Así pues, cada una de estas etapas puede tener unidades con diferentes tamaños y duplicarse en paralelo de manera independiente a las restantes etapas en la serie. De hecho, al incorporar estas características, este trabajo extiende el modelo desarrollado en el capítulo 4 en el cual la duplicación ocurre en bloque para toda la operación y los tamaños de las unidades de la serie son iguales.

El problema de diseño tiene como objetivo determinar la configuración de la planta y los tamaños de los equipos que reducen al mínimo el costo total de inversión. La estrategia habitual para solucionar este problema es la de considerar valores constantes para los factores de tamaño y tiempos de operación, datos que se obtienen de laboratorio o de planta piloto. Bajo este concepto, en este capítulo se desarrollan modelos de factores fijos con el fin de obtener formulaciones sistemáticas generales. Cabe aclarar que los distintos modelos desarrollados hasta el presente se caracterizan por partir de un número determinado de etapas que se corresponden con los pasos necesarios para elaborar el producto según la receta. En ese caso, la única decisión estructural que resta es sobre la duplicación en paralelo de unidades en cada una de las etapas previamente determinadas.

Tal como se mencionó en el capítulo 4, en años recientes, se ha comenzado a representar este problema a través de programación disyuntiva generalizada (GDP) que emplea elementos de lógica para modelar decisiones discretas (Van den Heever y Grossmann, 1999; Montagna et al., 2004).

Un factor clave en el desarrollo de los modelos presentados en este trabajo es el empleo de programación disyuntiva generalizada. En cuanto al modelado, el programa disyuntivo facilita la representación de situaciones complejas que implican múltiples niveles de decisión de un modo muy simple, produciendo un modelo fácilmente comprensible. Así pues, en este capítulo se desarrollan dos modelos generales. El

primero, considera las unidades disponibles en tamaños continuos generando un modelo no lineal, mientras que el segundo es un modelo lineal que selecciona la capacidad de las unidades de un conjunto de tamaños discretos disponibles, lo cual corresponde en muchos casos a la provisión real de los equipos.

Para la solución de estos problemas, se emplea la relajación big-M para transformar las disyunciones en un programa mixto entero no lineal (MINLP) para el primer caso y en un programa mixto entero lineal (MILP) para el segundo.

Es necesario señalar que, mientras la decisión estructural de duplicar unidades en paralelo fuera de fase permite reducir el tiempo de ciclo limitante en cualquier tipo de operación en el proceso, el efecto de la decisión de duplicar etapas en serie depende de la operación particular considerada, tal como se analizará en los ejemplos sobre distintas operaciones.

Por otra parte, es importante señalar que existen varios procesos cuyas operaciones presentan alternativas en cuanto al número de etapas en serie a utilizar. En el capítulo previo se presentó el proceso de extracción vegetal en el que fue conveniente incluir equipos en serie para aumentar la eficiencia de la operación de extracción al disminuir tiempos y tamaños de los equipos. Otro ejemplo particular lo constituyen los procesos fermentativos batch donde la operación de fermentación, dependiendo del costo del inóculo y de los equipos, puede variar el número de equipos a utilizar y la forma en que éstos deben operar, es decir en serie y/o en paralelo. En base a esto es interesante considerar esta opción en relación al resto de las decisiones contempladas por los trabajos previos en la literatura.

Con respecto a la opción de determinar en el modelo el número de etapas en serie en procesos fermentativos, Corsano (2005) propuso una alternativa interesante para el diseño de plantas batch. La autora planteó la resolución del problema incluyendo explícitamente una superestructura que contempla todas las alternativas posibles para cada operación del proceso, tanto en lo que se refiere a duplicación en serie como en paralelo de las etapas. El modelo, al eliminar el empleo de variables binarias, es un programa no lineal (NLP). Sin embargo, este trabajo con un alto nivel de detalle al incluir las variables de operación, no es un modelo general y se aplica al caso de estudio planteado por la autora.

Con el fin de evaluar el comportamiento de los modelos presentados en este capítulo, se contempla como ejemplo de aplicación el proceso de producción de

proteínas recombinantes en el cual las operaciones de fermentación y homogeneización presentan la opción estructural de duplicación en serie.

Este capítulo se organiza de la siguiente manera. En la sección 5.2 se describe el problema, mientras que en la sección 5.3, se presenta la formulación del modelo no lineal empleando programación disyuntiva considerando unidades en tamaños continuos. En la sección 5.4 se presenta el ejemplo de producción de proteínas recombinantes. Un nuevo modelo disyuntivo lineal, que tiene en cuenta unidades disponibles en tamaños discretos, se propone en la sección 5.5. En la sección 5.6 se discuten las conclusiones de este capítulo. Finalmente, se resume la nomenclatura utilizada en este capítulo en la sección 5.7.

5.2 Definición del problema

El problema abordado en este capítulo se puede establecer de la siguiente manera. Una planta batch multiproducto procesa productos $i = 1, 2, \dots, I$ a través de $p = 1, 2, \dots, P$ operaciones. Para cada operación p hay diferentes configuraciones h de unidades en serie para efectuarla. Sea H_p el conjunto de configuraciones en serie que pueden ser empleadas para llevar a cabo la operación p .

En el caso particular que la configuración h sea seleccionada para una operación p , ésta establece una secuencia de etapas j correspondiente a cada unidad en la serie que son incluidas en el proceso. Sea J_{ph} el conjunto de etapas j incluidas en la configuración h para la operación p . En la figura 5.1 se observa la estructura que puede tener una operación en la cual existen tres posibles configuraciones en serie cada una de ellas compuesta por, una, dos y tres etapas, respectivamente. Cabe destacar que, las unidades pertenecientes a una misma configuración en serie pueden tomar tamaños iguales o diferentes.

Además, cada etapa j en la operación p puede ser duplicada en paralelo operando fuera de fase. De este modo, cada etapa j puede consistir de m unidades trabajando fuera de fase, con todas las unidades del mismo tamaño. Sea M_p el número máximo de unidades que pueden ser duplicadas en la operación p . Para cada producto i , hay una meta de producción conocida q_i a ser elaborada en el horizonte de tiempo H .

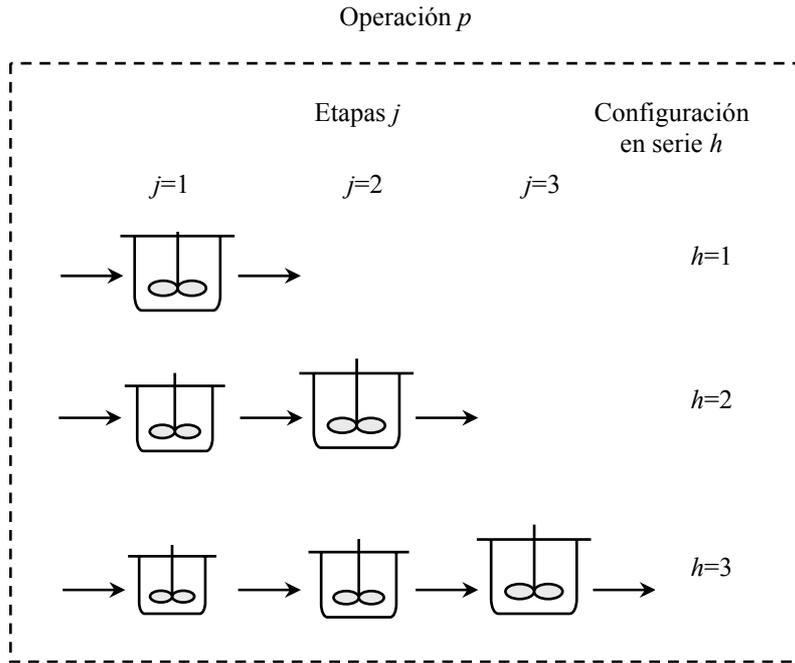


Figura 5.1. Configuraciones en serie h en la operación p

5.3 Formulación GDP para el modelo de diseño

En la formulación utilizando programación disyuntiva generalizada (GDP), las decisiones discretas del problema se modelan a través de las siguientes disyunciones embebidas:

$$\forall_{h \in H_p} \left[\begin{array}{c} Z_{ph} \\ V_{jp} \geq S_{ijph} B_i \quad \forall i, j \in J_{ph} \\ \forall_{m \in M_p} \left[\begin{array}{c} Y_{jphm} \\ TL_i \geq \frac{T_{ijph}^0 + T_{ijph}^1 B_i}{m} \quad \forall i \\ C_{jp} = m \alpha_p V_{jp}^{\beta_p} \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \end{array} \right] \quad \forall p \quad (5.1)$$

Las disyunciones han sido definidas para cada operación p incluida en el proceso. Cada disyunción tiene un término para cada posible configuración de unidades

en serie h que puede ser utilizada para efectuar la operación p . Una única configuración debe escogerse para cada operación como primer nivel de decisión. La variable booleana Z_{ph} es verdadera cuando se escoge la configuración h para la operación p y es falsa en el caso opuesto.

Una vez que se selecciona la configuración en serie, un segundo nivel de decisión es determinar la duplicación en paralelo en cada etapa j de la configuración h elegida para la operación p . Para este propósito, se propone otro conjunto de disyunciones embebidas en el conjunto anterior donde se selecciona el número de unidades en paralelo. La variable booleana Y_{jphm} es verdadera cuando m unidades en paralelo operando fuera de fase son utilizadas en la etapa j de la operación p con la configuración en serie h . Cada término de la disyunción embebida incluye restricciones acerca del costo de las unidades en la etapa j para la operación p , C_{jp} , y el tiempo de ciclo limitante TL_i , para la manufactura del producto i .

En cada una de las etapas que componen una operación, el tamaño de las unidades debe permitir el procesamiento de la bachada entrante. Esto se impone a través de la siguiente restricción incluida en la disyunción (5.1):

$$V_{jp} \geq S_{ijph} B_i \quad (5.2)$$

V_{jp} es el volumen de la unidad en la etapa j que efectúa la operación p y B_i es el tamaño de bachada del producto i . S_{ijph} es el factor de tamaño (*size factor*) correspondiente al producto i en la operación p utilizando la configuración h . Este valor se obtiene de la receta del producto i y corresponde a la capacidad mínima requerida en el equipo para producir una unidad de masa del producto i .

Resulta importante resaltar que para obtener los factores de tamaño fijos para cada etapa de la serie en una operación es necesario calcularlos de forma tal que el tamaño de bachada que ingresa y egresa de la operación no afecte a las operaciones aguas abajo y aguas arriba de dicha operación. Es decir, la operación, independientemente del número de etapas en serie que maneja, entrega y recibe el mismo tamaño de bachada en todas las opciones h consideradas.

Se considera que el tiempo de operación T_{ijph} para el producto i en la etapa j de la operación p adoptando la configuración h de unidades en serie viene dado por:

$$T_{ijph} = T_{ijph}^0 + T_{ijph}^1 B_i \quad \forall i, j, p, h \quad (5.3)$$

Este tiempo se compone de dos términos. El primero T_{ijph}^0 , corresponde a un tiempo constante independiente del tamaño de bachada a ser procesado mientras que el segundo término es proporcional al tamaño de bachada a través de la constante T_{ijph}^1 .

Cabe aclarar que en los modelos desarrollados previamente se asumió que el tiempo de procesamiento para la operación en una etapa batch es constante. Esta suposición no siempre es válida por lo que a diferencia de aquellos, en este modelo se considera el tiempo de procesamiento de la etapa batch como una función del tamaño de bachada procesado en la etapa.

De forma análoga a los modelos desarrollados en los capítulos anteriores, para este modelo se adopta la política de transferencia sin espera (ZW). Por lo tanto, el tiempo de ciclo viene dado por el tiempo de procesamiento más largo entre todas las etapas involucradas en la elaboración del producto i . Tal como se ha señalado anteriormente, es posible introducir unidades duplicadas fuera de fase en la etapa j para reducir el tiempo de ciclo de un producto.

Así pues, la restricción para determinar el tiempo de ciclo limitante del producto en la disyunción (5.1) se calcula a través de la expresión:

$$TL_i \geq \frac{T_{ijph}^0 + T_{ijph}^1 B_i}{m} \quad (5.4)$$

donde se considera la duplicación de m unidades operando fuera de fase.

La última restricción en la disyunción (5.1) representa el costo del equipamiento de esta alternativa C_{jp} que es función de la capacidad de las etapas. Aquí, se utiliza la expresión de la ley de potencia (Ravemark y Rippin, 1998). Los parámetros α_p y β_p son los coeficientes de costo utilizados en las correlaciones para estimar el costo de la unidad de volumen V_{jp} . Estos coeficientes son iguales para todas las etapas pertenecientes a la misma operación.

La condición siguiente establece que los objetivos de producción de todos los productos deben satisfacerse dentro del horizonte de planeamiento H .

$$\sum_i \frac{TL_i q_i}{B_i} \leq H \quad (5.5)$$

Así, esta condición impone que la suma de los tiempos de procesamiento para fabricar I productos no sea más grande que el horizonte de tiempo disponible.

La función objetivo del modelo es minimizar el costo total de inversión ψ de la planta, satisfaciendo las cantidades requeridas q_i de los I productos considerados en el horizonte de tiempo H . De esta manera, la función objetivo considerada es como sigue:

$$\min \psi = \sum_p \sum_j C_{jp} \quad (5.6)$$

El modelo final propuesto en este trabajo minimiza la función objetivo (5.6) sujeta a las condiciones (5.1) y (5.5) más las cotas sobre las variables del modelo.

Estas restricciones en la formulación del modelo presentan una forma posinomial y por lo tanto pueden ser convexificadas a través de la transformación exponencial como sugirieron Grossmann y Sargent (1979). Bajo este concepto, se definen las siguientes transformaciones de variables:

$$u_{jp} = \ln V_{jp} \quad \forall j, p \quad (5.7)$$

$$b_i = \ln B_i \quad \forall i \quad (5.8)$$

$$tl_i = \ln TL_i \quad \forall i \quad (5.9)$$

En la restricción de costo de la operación p , C_{jp} , es una restricción de igualdad la cual introduce no convexidades. La misma se puede reemplazar por dos restricciones de desigualdad. Como se trata de un problema de minimización solo se necesita la cota inferior de la variable que se minimiza. Por tanto, de las dos restricciones solo se incluye esta última, la cual es una función convexa.

Utilizando las definiciones previas y efectuando las transformaciones necesarias se obtiene la siguiente disyunción con restricciones convexas:

$$\forall p \quad \left[\begin{array}{c} Z_{ph} \\ u_{jp} \geq \ln(S_{ijph}) + b_i \quad \forall i, j \in J_{ph} \\ \forall m \in M_p \left[\begin{array}{c} Y_{jphm} \\ 1 \geq \frac{T_{ijph}^0 \exp(-tl_i) + T_{ijph}^1 \exp(b_i - tl_i)}{m} \quad \forall i \\ C_{jp} \geq m \alpha_p \exp(\beta_p u_{jp}) \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \end{array} \right] \quad \forall p \quad (5.10)$$

La restricción (5.5) usando las variables transformadas es:

$$\sum_i q_i \exp(tl_i - b_i) \leq H \quad (5.11)$$

En resumen, el modelo final minimiza el costo total de inversión (5.6) sujeto a la disyunción (5.10) y la restricción (5.11) mas las cotas necesarias sobre las variables.

5.4 Ejemplo: Proceso de proteínas recombinantes

En esta sección se presenta el ejemplo correspondiente a una planta para la producción de múltiples proteínas recombinantes. Este proceso presenta operaciones particulares que admiten diferentes opciones en cuanto a la configuración de unidades en serie, que permiten aplicar el modelo desarrollado en la sección previa. En principio, el producto en este tipo de procesos se elabora en la operación de fermentación de biomasa, la que puede llevarse a cabo en una unidad o en una serie de fermentadores. Además, para la operación de homogeneización se pueden plantear nuevas configuraciones de equipos, las que se detallan en párrafos posteriores. En la figura 5.2 se esquematiza el proceso de producción de la planta batch multiproducto. Los productos involucrados en la planta son insulina, vacuna contra la hepatitis B, quimosina y proteasa criofílica. Una descripción detallada de este proceso puede encontrarse en el Apéndice B. En lo que sigue sólo se enfatizarán los aspectos relativos a las operaciones que admiten la duplicación en serie.

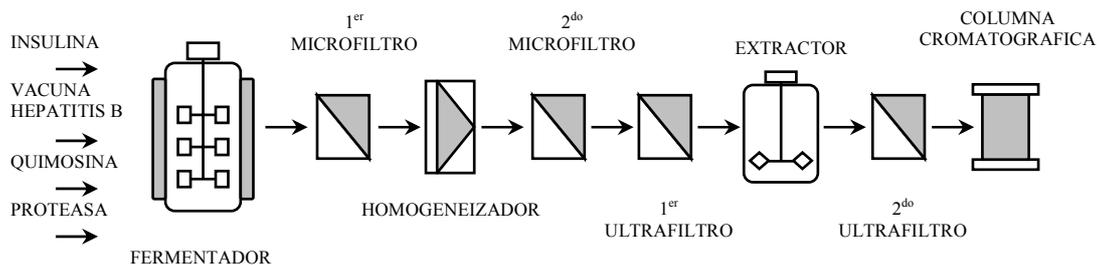


Figura 5.2. Flowsheet de la planta para la producción de proteínas recombinantes.

Un rasgo particular de este proceso es que algunas de sus operaciones son efectuadas por equipos compuestos que se comportan como un batch extensivo (Salomone et al., 1994). Este tipo de unidades incluyen un recipiente batch y unidades semicontinuas las cuales operan sobre el material contenido que es recirculado continuamente al recipiente contenedor (Montagna et al., 2000). Esto ocurre en los pasos de purificación, en las operaciones de microfiltración, homogeneización y ultrafiltración. Los equipos compuestos pueden involucrar varios equipos batch y semicontinuos pero ellos se comportan como un módulo o bloque. Por ejemplo, el microfiltro (ítem semicontinuo) opera entre los recipientes de retenido y permeado (ítems batch) para llevar a cabo la operación de microfiltración.

La literatura general sobre procesos batch (Yeh y Reklaitis, 1987; Ravemark y Rippin, 1998) considera que las unidades semicontinuas trabajan en serie con las unidades batch de manera que sus tiempos son los tiempos de carga y descarga de los equipos batch. Sin embargo, en el proceso considerado en esta sección las bombas son los únicos equipos semicontinuos que transfieren las batchadas entre las unidades. Como el costo de las bombas no tiene un impacto relevante en el diseño de la planta, éstas no fueron modeladas explícitamente. Los tiempos de carga y descarga del ítem batch fueron estimados e incluidos en el tiempo de operación de la etapa batch, como un parámetro fijo.

De hecho, el problema propuesto presenta características particulares por lo que debe ser adaptado al modelo disyuntivo previamente desarrollado. Debido a las características de los equipos incluidos, se requiere modificar las restricciones para este caso particular.

A continuación se presenta una disyunción similar a la presentada en la ecuación (5.1) para las operaciones que emplean unidades batch extensivas presentes en este proceso específico.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c} Z_{ph} \\ V_{jp} \geq S_{ijph} B_i \quad \forall i, j \in J_{ph} \\ VR_p \geq SR_{iph} B_i \quad \forall i \\ \left[\begin{array}{c} Y_{jphm} \\ TL_i \geq \frac{T_{ijph}^0 + T_{ijph}^1 \frac{B_i}{R_p}}{m} \quad \forall i \\ CB_{jp} = m \alpha_p V_{jp}^{\beta_p} \\ CS_p = N_h m \alpha_s R_p^{\beta_s} \\ CR_p = m \alpha_r VR_p^{\beta_r} \end{array} \right] \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \quad (5.12) \\
 & \forall_{h \in H_p} \\
 & \forall_{m \in M_p}
 \end{aligned}$$

Aquí, α_s y β_s son los coeficientes y exponentes de costo para los ítems semicontinuos que se emplean para calcular el costo de los mismos, CS_p , y N_h es el número de unidades semicontinuas en serie en la opción h . En esta formulación y de acuerdo a los ejemplos resueltos se supone que son todas iguales, aunque existe la posibilidad de generalizar el modelo y que cada unidad semicontinua tenga una dimensión diferente.

Además, en el caso de las operaciones de microfiltración para calcular el costo del recipiente de retenido CR_p se emplean los coeficientes y exponentes α_r y β_r . El costo de la unidad de permeado se obtiene de CB_{jp} donde el coeficiente de costo es ahora α_p y el exponente es β_p .

Ahora bien, las unidades especiales incluidas en este proceso tienen un impacto importante en el costo. El modelado matemático de este tipo de unidades utiliza la ecuación (5.2) para los ítems batch, mientras que la expresión del tiempo para la operación p depende del tamaño de la batchada y del tamaño del ítem semicontinuo como sigue:

$$T_{ijhp} = T_{ijhp}^0 + T_{ijhp}^1 \frac{B_i}{R_p} \quad \forall i, j, p, h \quad (5.13)$$

donde R_p se refiere al tamaño del ítem semicontinuo que opera sobre el tamaño de bachada B_i en la operación p .

La siguiente ecuación para determinar las dimensiones de las unidades semicontinuas fue propuesta por Knof et al. (1982):

$$R_p \geq \frac{D_{ip} B_i}{\theta_{ip}} \quad \forall i, p \quad (5.14)$$

donde D_{ip} es factor de tamaño (*duty factor*), es decir el tamaño necesario en la operación p para procesar 1 kg de producto i y θ_{ip} es el tiempo de procesamiento que la operación semicontinua p necesita para procesar una bachada de producto i .

La ecuación (5.4) utilizada para determinar el tiempo de ciclo limitante es modificada para representar las opciones descriptas y se transforma en:

$$TL_i \geq \frac{T_{ijph}^0 + T_{ijph}^1 \frac{B_i}{R_p}}{m} \quad (5.15)$$

Comparando la ecuación (5.14) con el segundo término del numerador en (5.15) se puede inferir que éste corresponde al tiempo del equipo semicontinuo y que T_{ijph}^1 es el factor de tamaño del mismo.

En este caso, la restricción (5.2) se utiliza no sólo para dimensionar la unidad en la operación batch general sino también a cada uno de los ítems que componen las unidades agregadas. De este modo, en el caso de los microfiltros, la ecuación se aplica a los recipientes de retenido y permeado. Un nuevo parámetro SR_{iph} es introducido para representar el factor de tamaño del recipiente de retenido, mientras que se dejó S_{iph} para el recipiente de permeado. De esta manera, la ecuación para determinar el volumen del tanque de retenido en la disyunción (5.12) es:

$$VR_p \geq SR_{iph} B_i \quad (5.16)$$

Asimismo, la función objetivo debe incluir todos los componentes en una operación p . Por esto se presentan en la disyunción (5.12) los costos de los equipos batch CB , los costos de las unidades semicontinuas CS , y los costos de las unidades de retenido batch que operan con estas últimas en las operaciones correspondientes, CR . La función objetivo a minimizar se puede expresar como:

$$\min \psi = \sum_p \sum_j CB_{jp} + \sum_p CS_p + \sum_p CR_p \quad (5.17)$$

En la expresión anterior, se tienen en cuenta todas las etapas j de acuerdo a la estructura de unidades en serie y en paralelo seleccionada para la operación p . Análogamente, se consideran los equipos semicontinuos y de retenido incluidos en las operaciones que involucren este tipo de unidades.

5.4.1 Unidades batch intensivas

Estas unidades emplean ítems batch que contienen la carga de material a ser procesado y están gobernadas por una cinética, y por ende, los tiempos de operación no dependen del tamaño de la batchada. Una unidad batch intensiva se representa por su capacidad a través de la restricción (5.2) y por su tiempo de procesamiento.

En el proceso empleado aquí como ejemplo, las operaciones que emplean este tipo de unidades son la fermentación, la extracción y la cromatografía. La primera de estas operaciones permite la duplicación en serie, por lo que se detalla a continuación.

5.4.1.1 Fermentación en serie

La primera operación en este proceso es la fermentación de biomasa (multiplicación de las células del organismo huésped, en este caso, *Saccharomyces cerevisiae*) en la cual las proteínas recombinantes se expresan durante el desarrollo celular.

En este capítulo se considera la opción de duplicar en serie esta operación. Los biorreactores o fermentadores son usados para fermentaciones con células vivas, buscándose mantener el crecimiento celular para convertir los substratos en los productos deseados a escala comercial. Ya que el crecimiento no comienza inmediatamente después de la inoculación (fase de latencia del crecimiento), para reducir esta fase se recomienda utilizar un inóculo relativamente grande (3 – 10%) de un cultivo en fase exponencial.

Antes de comenzar con cada fermentación el biorreactor es alimentado con el medio de cultivo (sustrato) óptimo para el desarrollo del microorganismo y luego, éste es esterilizado. En el caso de biorreactores conectados en serie, la cantidad producida en el primero es la alimentación del siguiente en la serie. Es decir, el lote producido en el primer fermentador constituye el inóculo (siembra) del medio de cultivo del siguiente.

Debido a que se trabaja con factores de tamaño y tiempos fijos, la concentración inicial de biomasa en todos los biorreactores en serie de la operación de fermentación, $X_{j,fer}^i$ se mantiene constante. Según Pinto et al. (2001) la máxima concentración de biomasa en esta fermentación es, $X_{i,max} = 55 \text{ kg/m}^3$ para todos los productos y consideraron que la cantidad de inóculo alimentado era del 5% de la capacidad del fermentador, por lo cual se tiene que la concentración inicial de células necesaria es $X_{j,fer}^i = 2,75 \text{ kg/m}^3$.

Se estima que la concentración final $X_{j,fer}^f$ es de 50 kg de biomasa seca/m³ y que 40% de esta biomasa está compuesta de proteínas. Además se asume que k_i es una relación (kg de producto/kg de proteínas totales) estimada como $k_i = 0,05, 0,1, 0,15,$ y $0,2$ para insulina, vacuna, quimosina y proteasa respectivamente. Por otra parte, se asume que el rendimiento global del proceso es de 0,8, es decir, 0,8 del producto obtenido en la operación de fermentación sale de la columna de cromatografía final.

Ahora, el factor de tamaño para la operación de fermentación necesario para elaborar cada uno de los productos se puede calcular como (Montagna et al., 2000):

$$S_{i,fer} (\text{kg/m}^3) = \frac{1}{50 \times 0,4 \times k_i \times 0,8} \quad (5.18)$$

Como se mencionó anteriormente, la concentración del inóculo inicial en cada fermentador de la serie se debe mantener constante, por lo que se puede relacionar la concentración inicial del biorreactor j con la concentración final del equipo que lo antecede en la serie $j-1$, con la siguiente expresión:

$$X_{j-1,fer}^f = \omega X_{j,fer}^i \quad (5.19)$$

Esta ecuación define la relación de dilución ω entre un fermentador y su antecesor en la serie. En este caso, por los datos mencionados, ω es constante e igual a 18,18. Este valor es el que determina la relación entre las capacidades de los fermentadores en la serie y permite estimar los factores de tamaño de los equipos en la serie en base al obtenido en la ecuación (5.18) para la operación con un único fermentador. Se tiene entonces que:

$$\omega = \frac{S_{j,fer}}{S_{j-1,fer}} \quad (5.20)$$

Como las concentraciones finales son las mismas para los equipos en la serie esta misma relación se puede plantear para los volúmenes.

$$\omega = \frac{V_{j,fer}}{V_{j-1,fer}} \quad (5.21)$$

Así pues, esta ecuación permite inferir que el tamaño de cada fermentador en la serie es alrededor de 18 veces más grande que el tamaño del fermentador que lo precede.

En la tabla 5.1 se resumen los factores de tamaño para la operación de fermentación para cada producto i en cada configuración h considerando hasta 3 etapas en serie.

Tabla 5.1. Fermentación - Factores de tamaño S_{ijh} .

Serie	S_{ijh} (m ³ /kg)											
	Insulina			Vacuna			Quimosina			Proteasa		
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
1	1,250	-	-	0,625	-	-	0,415	-	-	0,3125	-	-
2	0,069	1,250	-	0,034	0,625	-	0,023	0,415	-	0,0172	0,3125	-
3	0,004	0,069	1,250	0,002	0,034	0,625	0,001	0,023	0,415	0,0009	0,0172	0,3125

La descripción de la operación de fermentación se completa estimando el tiempo de procesamiento para el producto i . Para esta operación se asume un crecimiento celular descrito por un modelo logístico (Pinto et al., 2001):

$$\frac{dX_{i,fer}}{dt} = \phi_i X_{i,fer} \left(1 - \frac{X_{i,fer}}{X_{i,max}} \right) \quad \forall i \quad (5.22)$$

Integrando la ecuación anterior entre la concentración inicial de biomasa y la concentración final en el biorreactor e incluyendo un tiempo de carga, esterilización del medio y descarga, se estima $T_{ijph} = 24$ h para cada producto i en cada etapa j de la operación de fermentación. Puesto que, como se detalló previamente, la concentración final de biomasa es la misma al final de cada fermentador en la serie, el tiempo es el mismo en todas las etapas j que conforman cada configuración en serie h para esta operación.

Por otra parte, la cantidad de inóculo agregada en el primer fermentador de la serie (caldo de biomasa preparado en el laboratorio) es una variable que influye en los costos totales por lo que se incluye en la función objetivo del problema. Básicamente, esta variable influye en la optimización estructural para determinar el número de etapas fermentativas conectadas en serie. De hecho, más unidades en serie requieren menos inóculo en la primera unidad de la serie ya que como se mencionó el tamaño de cada biorreactor es 18 veces menor que el inmediatamente posterior en la serie. Adicionalmente, en esta formulación se considera la duplicación de las unidades en paralelo fuera de fase: si se duplica en la primera etapa de la fermentación, la cantidad de inóculo debe agregarse en cada una de las unidades.

Por lo tanto, es necesario llegar a un compromiso entre el volumen del inóculo y la inversión necesaria. En base a lo expuesto, en la disyunción para la operación de fermentación se debe agregar la siguiente ecuación:

$$CIN_i = m C_i^{inoc} X_{i,1,fer} V_{1,fer} \frac{q_i}{\omega B_i} \quad \forall i \quad (5.23)$$

En la expresión anterior, C_i^{inoc} es el costo por kg de inóculo y CIN_i es el costo total del inóculo necesario en el horizonte de planeamiento H para el producto i en la operación $p = fermentación$ que se agrega en el primer equipo en la serie $j = 1$ y que debe considerarse en los m equipos en paralelo que existan en esta etapa.

Por lo expuesto anteriormente, se debe incluir este costo en la función objetivo junto con el costo de inversión por equipamiento. De esta forma, la función económica a minimizar es el costo total (CT) del proceso sobre el horizonte de tiempo considerado.

$$\min CT = CCF \left(\sum_p \sum_j CB_{jp} + \sum_p CS_p + \sum_p CR_p \right) + \sum_i CIN_i \quad (5.24)$$

Aquí, el parámetro CCF (*capital charge factor*) ajusta el costo de inversión al horizonte de operación. Para calcular este factor se tiene en cuenta una amortización en 5 años y un costo anual de mantenimiento en un 12,5% del costo de inversión.

5.4.2 Unidades compuestas o batch extensivas

De acuerdo a lo mencionado en párrafos anteriores, las operaciones de microfiltración, homogeneización y ultrafiltración se efectúan en unidades compuestas que consisten en un ítem batch y una unidad semicontinua donde ésta última opera sobre el material contenido en el ítem batch. La dimensión del equipo batch se obtiene mediante la restricción (5.2) mientras que para el equipo semicontinuo se utiliza la ecuación (5.14).

Resulta importante destacar que cuando se duplica en paralelo este tipo de unidades, es el conjunto, tanto el ítem batch como el equipo semicontinuo el que se duplica en paralelo.

En el proceso de proteínas recombinantes la operación de homogeneización presenta diferentes configuraciones en serie, las cuales se detallan en los siguientes párrafos.

5.4.2.1 Homogeneización en serie

A menos que se trate de una proteína extracelular, liberada al medio, las células o tejidos deben romperse para extraer la proteína de interés. Esta ruptura debe ser sólo la necesaria, no excesiva, para evitar la liberación inútil de material contaminante.

La operación de homogeneización en este proceso se realiza para liberar las proteínas intracelulares vacuna y proteasa, al romper las paredes de las células que las contienen. Una variable de diseño importante para lograr una disrupción celular satisfactoria es el número de pasos (NP) a través de la válvula del homogeneizador. Aunque la ruptura de las células se puede incrementar sustancialmente al utilizar pasos múltiples a través del homogeneizador, cada paso adicional reduce el tamaño de los restos de pared celular, haciendo su posterior separación más dificultosa.

Por ello y según Montagna et al. (2000) se adopta un número de pasos igual a 3 para todos los productos en este proceso. Este valor se emplea para obtener el factor de tamaño del ítem semicontinuo de la unidad compuesta utilizada en esta operación. En esta operación, R_p en la ecuación (5.14) es la capacidad en metros cúbicos de suspensión por hora. El factor de tamaño del equipo recipiente contenedor en esta operación corresponde al volumen final del recipiente de retenido de la primera microfiltración.

Existe en esta tarea la posibilidad de elegir entre dos alternativas de unidades batch extensivas con diferente número de equipos en serie como se ilustra en la figura 5.3. La primera emplea un único equipo semicontinuo mientras que la segunda utiliza un tren de unidades semicontinuas.

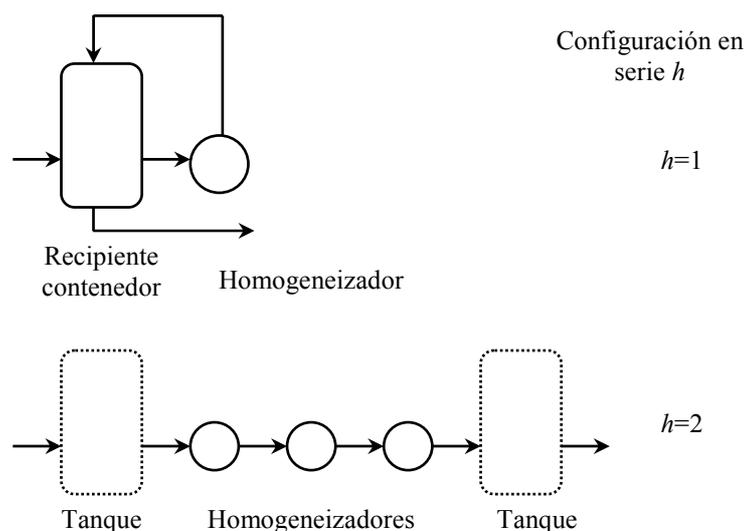


Figura 5.3. Opciones en serie para la operación de homogeneización

La primera configuración en la figura 5.3 corresponde a una unidad semicontinua en la cual es necesario hacer pasar 3 veces el material contenido en el ítem batch para cumplir con la especificación del número de pasos mencionada anteriormente. Para ilustrar esto se considera, por ejemplo, la producción de proteasa crioaflica para la cual se estima que el caldo de fermentación se concentra 4 veces en el primer microfiltro hasta 200 kg/m^3 . Debido a que se trata de una proteína intracelular, se considera un rendimiento igual a 1, puesto que la proteasa se retiene totalmente en el microfiltro. De este modo, el factor de tamaño del recipiente contenedor en la operación de homogeneización es 4 veces más pequeño que el factor de tamaño en la operación de fermentación, esto es, $S = 0,08 \text{ m}^3/\text{kg}$ de proteasa. Por lo tanto, para este caso, el factor de tamaño del homogeneizador, si se adopta un número de pasos igual a 3, es el factor de tamaño del ítem batch $0,08 \text{ m}^3/\text{kg} \times 3$, es decir $D = 0,24 \text{ m}^3/\text{kg}$ de proteasa.

Por otro lado, la segunda alternativa para efectuar esta misma operación consiste en realizarla a través de tres unidades semicontinuas en serie, cada una de ellas constituyendo un paso de los necesarios para efectuar la disrupción celular. Por lo tanto, estas unidades constituyen un subtren semicontinuo operando al mismo tiempo.

Para este último caso, es necesario colocar un tanque de almacenamiento antes del tren semicontinuo y otro al final del mismo. Estos tanques de almacenamiento se consideran con capacidad suficiente para contener el material a procesar proveniente de la operación anterior. El costo de estos tanques de almacenamiento es despreciable

comparado con el costo del equipamiento de proceso por lo que no se incluyen en el costo de inversión. Para el ejemplo, el factor de tamaño del homogeneizador para esta configuración es directamente $D = 0,08 \text{ m}^3/\text{kg}$ de proteasa.

En general, si las recetas de cada producto elaborado presentan diferente número de pasos, las configuraciones para esta operación dependen de dichas recetas. Es decir, si el producto intracelular A requiere 3 pasos y el producto intracelular B requiere 5 pasos, la opción en serie es la de poner 5 homogeneizadores. Así pues, cuando se procesa el producto A se hace pasar por 3 unidades en la serie y se saltean (bypass) 2 de ellas. En cambio, cuando se tiene la primera opción, existe un único homogeneizador y la producción se lleva a cabo recirculando al tanque la cantidad de veces que determine el número de pasos para cada producto.

Con el propósito de incluir las opciones mostradas en la figura 5.3, las disyunciones para la operación de homogeneización deben modificarse con respecto a la representada en forma general para el proceso (5.12) pues las ecuaciones de cada alternativa son diferentes. En este caso, el parámetro N_h toma el valor 1 para $h = 1$ y adopta el valor 3 para $h = 2$. Por este motivo, las disyunciones para esta operación se formulan por medio de la ecuación (5.25).

$$\left[\begin{array}{c} Z_{p1} \\ V_{jp} \geq S_{ijp1} B_i \quad \forall i, j \\ \bigvee_{m \in M_p} \left[\begin{array}{c} Y_{jp1m} \\ TL_i \geq \frac{T_{ijp1}^0 + T_{ijp1}^1 \frac{B_i}{R_p}}{m} \quad \forall i \quad \forall j \\ CB_{jp} = m \alpha_p V_{jp}^{\beta_p} \\ CS_p = N_1 m \alpha_s R_p^{\beta_s} \end{array} \right] \end{array} \right] \vee \left[\begin{array}{c} Z_{p2} \\ Y_{jp2m} \\ TL_i \geq \frac{T_{ijp2}^1 B_i}{m R_p} \quad \forall i \quad \forall j \\ CS_p = N_2 m \alpha_s R_p^{\beta_s} \end{array} \right] \quad (5.25)$$

En la primera disyunción de (5.25) se incluyen las ecuaciones que se cumplen cuando se selecciona la configuración $h = 1$ en la operación de homogeneización que, como se puede observar son las mismas que en la disyunción original para este proceso (ver ecuación (5.12)). Por otro lado, cuando se selecciona la segunda opción ($h = 2$) se

considera que los tanques de almacenamiento tienen capacidad suficiente para contener la batchada en proceso por lo que no se incluye su dimensionamiento.

En la tabla 5.2 se resumen los factores de tamaño para la unidad semicontinua de la operación de homogenización para cada producto en las opciones de configuración presentadas.

Tabla 5.2. Homogenización - Factores de tamaño $T_{ijhp}^1 [B_i \text{ (kg)}]$

Configuración h	$T_{ijhp}^1 \text{ (h)}$			
	Insulina	Vacuna	Quimosina	Proteasa
1	No	$0,465 \text{ Cap}^{-1} B_i$	No	$0,24 \text{ Cap}^{-1} B_i$
2	No	$0,155 \text{ Cap}^{-1} B_i$	No	$0,08 \text{ Cap}^{-1} B_i$

5.4.3 Modelo convexificado

Aplicando la misma transformación que en la sección 5.3 para convexificar la disyunción (5.12), se tienen las siguientes variables:

$$r_p = \ln R_p \quad \forall p \quad (5.25)$$

$$ur_p = \ln VR_p \quad \forall p \quad (5.26)$$

Se obtienen entonces las siguientes disyunciones para este modelo para el caso de las etapas batch extensivas con duplicación en serie.

$$\begin{aligned}
 & Z_{ph} \\
 & u_{jp} \geq \ln(S_{ijph}) + b_i \quad \forall i, j \in J_{ph} \\
 & ur_p \geq \ln(SR_{iph}) + b_i \quad \forall i \\
 & \forall_{h \in H_p} \left[\begin{aligned}
 & Y_{jphm} \\
 & 1 \geq \frac{T_{ijph}^0 \exp(-tl_i) + T_{ijph}^1 \exp(b_i - r_p - tl_i)}{m} \quad \forall i \\
 & \forall_{m \in M_p} \left[\begin{aligned}
 & CB_{jp} \geq m \alpha_p \exp(\beta_p u_{jp}) \\
 & CS_p \geq N_h m \alpha_s \exp(\beta_s r_p) \\
 & CR_p \geq m \alpha_r \exp(\beta_r ur_p)
 \end{aligned} \right] \quad \forall j \in J_{ph}
 \end{aligned} \right] \quad (5.27)
 \end{aligned}$$

La disyunción para la operación de fermentación ($p = 1$) debe agregar la ecuación del costo del inóculo (5.23), que se convexifica de la siguiente manera:

$$CIN_i \geq m C_i^{inoc} X_{i,1,fer} \exp(u_{1,fer} - b_i) \frac{q_i}{\omega} \quad \forall i \quad (5.28)$$

En síntesis, el modelo final minimiza el costo total CT dado por la expresión (5.24) sujeto a la disyunción (5.27), agregando la restricción (5.29) en la disyunción correspondiente a la operación de fermentación y la restricción sobre el horizonte de tiempo (5.11).

5.4.4 Reformulación Big-M del modelo para el proceso biotecnológico

Entre las distintas alternativas para reformular el modelo GDP presentadas en la introducción de esta tesis, es decir, big-M o cáscara convexa, se eligió la primera por su simplicidad. Así, la forma más directa de realizar la reformulación del modelo GDP presentado en la sección anterior a uno MINLP consiste en reemplazar la variables booleanas por variables binarias y utilizar la relajación de las disyunciones con

restricciones del tipo big-M (Vecchietti, 2000). Se tiene entonces el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\sum_h z_{ph} = 1 \quad \forall p \quad (5.29)$$

$$u_{jp} \geq \ln(S_{ijph}) + b_i - BM1_{jp} (1 - z_{ph}) \quad \forall i, p, h \in H_p, j \in J_{ph} \quad (5.30)$$

$$ur_p \geq \ln(S_{iph}) + b_i - BM2_p (1 - z_{ph}) \quad \forall i, p, h \in H_p \quad (5.31)$$

$$\sum_m y_{jphm} = z_{ph} \quad \forall p, h \in H_p, j \in J_{ph} \quad (5.32)$$

$$1 \geq \frac{T_{ijph}^0 \exp(-tl_i) + T_{ijph}^1 \exp(b_i - r_p - tl_i)}{m} - BM3_i (1 - y_{jphm}) \quad (5.33)$$

$$\forall i, p, h \in H_p, j \in J_{ph}, m \in M_p$$

$$CB_{jp} \geq m \alpha_p \exp(\beta_p u_{jp}) - BM4_{jp} (1 - y_{jphm}) \quad (5.34)$$

$$\forall p, h \in H_p, j \in J_{ph}, m \in M_p$$

$$CS_p \geq N_h m \alpha_s \exp(\beta_s r_p) - BM5_p (1 - y_{jphm}) \quad (5.35)$$

$$\forall p, h \in H_p, j \in J_{ph}, m \in M_p$$

$$CR_p \geq m \alpha_r \exp(\beta_r ur_p) - BM6_p (1 - y_{jphm}) \quad (5.36)$$

$$\forall p, h \in H_p, j \in J_{ph}, m \in M_p$$

$$CIN_i \geq m C_i^{inoc} X_{i,1,fer} \exp(u_{1,fer} - b_i) \frac{q_i}{\omega} - BM7_i (1 - y_{1,fer,h,m}) \quad \forall i, m \in M_p, h \in H_p \quad (5.37)$$

Una restricción big-M como la ecuación (5.31) se satisface si la variable binaria z_{ph} toma el valor 1, mientras que si toma el valor 0 la restricción es redundante ya que el

valor de $BM1_{jp}$ es lo suficientemente grande. Similares interpretaciones pueden realizarse en las siguientes restricciones de este tipo.

Los valores BM empleados en las restricciones anteriores se calculan de manera ajustada a través de las siguientes expresiones:

$$BM1_{jp} = u_{jp}^U \quad \forall j, p \quad (5.38)$$

$$BM2_i = ur_p^U \quad \forall i \quad (5.39)$$

$$BM3_i = \max_p (T_{ip}^0 + T_{ip}^1 \exp(b_i^U - r_p^L)) \quad \forall i \quad (5.40)$$

$$BM4_{jp} = M_p \alpha_p \exp(\beta_p u_{jp}^U) \quad \forall j, p \quad (5.41)$$

$$BM5_p = N_2 M_p \alpha s_p \exp(\beta s_p r_p^U) \quad \forall p \quad (5.42)$$

$$BM6_p = M_p \alpha r_p \exp(\beta r_p ur_p^U) \quad \forall p \quad (5.43)$$

$$BM7_i = M_{fer} C_i^{inoc} X_{i,1,fer} \exp(u_{1,fer}^U - b_i^L) \frac{q_i}{\omega} \quad \forall i \quad (5.44)$$

La reformulación big-M del problema original consiste en la función objetivo (5.24) sujeta a las restricciones (5.11) y (5.29) – (5.37).

5.4.5 Ejemplo numérico

La implementación y resolución del modelo desarrollado en esta sección se realiza en GAMS 21.6 (Brooke et al., 1998) en una computadora Pentium (R) IV, 3.00 GHz. El código DICOPT fue empleado para resolver el problema reformulado big-M MINLP. CPLEX fue usado para resolver los problemas mixtos enteros lineales (MILP) y CONOPT2 para los subproblemas no lineales (NLP).

El ejemplo fue resuelto utilizando los datos que figuran en las tablas 5.1 a 5.7 y se considera un horizonte de planeamiento de 6000 h (1 año). Las tablas 5.4, 5.5 y 5.6 detallan los factores de tamaño y tiempos de operación para cada producto en cada operación del proceso de producción de proteínas recombinantes. Los datos correspondientes a las operaciones de fermentación y homogeneización se presentaron en las secciones 5.3.1.1 y 5.3.1.2 (ver tablas 5.1 y 5.2).

En la tabla 5.7 los parámetros α y β se toman según Petrides et al. (1995). El costo del inóculo C_i^{inoc} se asume igual a 100 \$/kg para todos los productos i de la planta. El número de etapas máximo asignado a la operación de fermentación es 3 por ende, hay 3 configuraciones posibles de unidades en serie para esta operación ($H_I = 3$). Cada una de las etapas en las operaciones de este proceso puede ser duplicada hasta 5 unidades en paralelo. Se adopta una cota inferior de 0,1 m³ para el volumen de las unidades en la operación de fermentación.

Tabla 5.3. Demandas de los productos.

Producto	Nombre	Producción (kg/año)
1	Insulina	1500
2	Vacuna	1000
3	Quimosina	3000
4	Proteasa	6000

Tabla 5.4. Factores de tamaño S_p [r: retenido; p: permeado]

Operación	S_p (m ³ /kg)			
	Insulina	Vacuna	Quimosina	Proteasa
Microfiltración I	r: 1,25 p: 2,5	r: 0,625 p: No	r: 0,415 p: 0,830	r: 0,3125 p: No
Homogenización	No	0,155	No	0,08
Microfiltración II	No	r: 0,155 p: 0,31	No	r: 0,08 p: 0,16
Ultrafiltración I	2,50	0,31	0,830	0,16
Extracción	0,40	0,20	0,135	0,10
Ultrafiltración II	0,40	0,20	0,135	0,10
Cromatografía	0,05	0,05	0,05	0,05

Tabla 5.5. Factores de tiempo T_{ijhp}^0 .

Operación	T_{ijhp}^0 (h)			
	Insulina	Vacuna	Quimosina	Proteasa
Fermentación	24	24	24	24
Microfiltración I	1,75	1,25	1,75	1,25
Homogenización	No	1,25	No	1,25
Microfiltración II	No	1,75	No	1,75
Ultrafiltración I	1	1	1	1
Extracción	1,8	1,8	1,8	1,8
Ultrafiltración II	0,3	0,3	0,3	0,3
Cromatografía	0,5	0,5	0,5	0,5

Tabla 5.6. Factores de tiempo $T_{ip}^1 [B_i \text{ (kg)}]$

Operación	T_{ip}^1 (h)			
	Insulina	Vacuna	Quimosina	Proteasa
Microfiltración I	$12,5 A^{-1} B_i$	$2,5 A^{-1} B_i$	$4,15 A^{-1} B_i$	$1,25 A^{-1} B_i$
Microfiltración II	No	$3,1 A^{-1} B_i$	No	$1,6 A^{-1} B_i$
Ultrafiltración I	$105 A^{-1} B_i$	$5,5 A^{-1} B_i$	$35 A^{-1} B_i$	$3 A^{-1} B_i$
Ultrafiltración II	$18 A^{-1} B_i$	$8 A^{-1} B_i$	$4,75 A^{-1} B_i$	$3 A^{-1} B_i$

Tabla 5.7. Costo del equipamiento.

Nombre	Tamaño	Costo
Fermentador	$V_j \text{ (m}^3\text{)}$	$63400 V^{0.6}$
Micro y Ultrafiltros	$V_{\text{retenido}} \text{ (m}^3\text{)}$	$5750 V_r^{0.6}$
	$V_{\text{permeado}} \text{ (m}^3\text{)}$	$5750 V_p^{0.6}$
	$A_{\text{filtro}} \text{ (m}^2\text{)}$	$2900 A^{0.85}$
Homogeneizador	$V_{\text{recip}} \text{ (m}^3\text{)}$	$5750 V^{0.6}$
	$Cap \text{ (m}^3\text{/h)}$	$12100 Cap^{0.75}$
Extractor	$V_{\text{extr}} \text{ (m}^3\text{)}$	$23100 V^{0.65}$
Cromatografía	$V_{\text{crom}} \text{ (m}^3\text{)}$	$360000 V^{0.995}$

Este problema presenta 512 ecuaciones y 139 variables de las cuales 91 son binarias y se resuelve en 563,60 CPU s. El valor de la función objetivo (ver ecuación (5.24)), es decir, el costo total anual (CTA) con un CCF de 0,325 es de \$512.670,47.

La configuración óptima para cumplir con los requerimientos de producción dados en la tabla 5.3 se observa en la figura 5.4, la cual corresponde a dos etapas en serie con cuatro unidades en paralelo en cada una de las etapas en la operación de fermentación y a tres equipos en serie en la operación de homogeneización, mientras que en el resto de las operaciones solo hay una unidad.

Existen, en la estructura óptima, dos unidades en serie en la operación de fermentación. De esta manera se disminuye significativamente el costo del inóculo puesto que éste es proporcional al tamaño del fermentador al que debe sembrar. Por otro lado, la duplicación en paralelo fuera de fase en las etapas fermentativas ocurre debido que son las etapas con el tiempo de ciclo limitante para todos los productos. El tiempo de ciclo limitante para este caso es de 6 h.

Es interesante destacar que la selección de la segunda opción de etapas en serie en la operación de homogeneización permite disminuir el tamaño de las unidades en la serie, esto es, tres equipos de 0,240 m³/h de capacidad con respecto a un único equipo de 0,909 m³/h que se utilizaría en el caso de que se empleara la unidad batch extensiva (primera configuración dada en la sección 5.4.2.1). Es necesario señalar que el costo de los equipos semicontinuos en la operación homogeneización en la solución óptima es (\$4.042,58) mayor que el de un solo equipo (\$3.659,92). Sin embargo, en esta última hay que añadirle el costo del equipo batch asociado (\$2.324,54) ya que se trata de una unidad compuesta. Así, el costo total de la operación de homogeneización es mayor, es decir, \$5.984,46. Por tal motivo, en la solución óptima se seleccionan los 3 equipos en serie.

La tabla 5.8 resume los tamaños óptimos y el número de unidades en serie y en paralelo obtenidas.

Tabla 5.8. Solución óptima para el problema de diseño [r: retenido; p: permeado]

	Operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
V_{jp}	$V_1: 0,309$ $V_2: 5,620$	p: 11,240 r: 5,620	-	p: 2,877 r: 1,439	11,240	2,708	1,828	0,899
R_p	-	A: 13,224	Cap: 0,240	A: 6,770	A: 94,795	-	A: 14,198	-
m	4	1	1	1	1	1	1	1
h	2	1	3	1	1	1	1	1

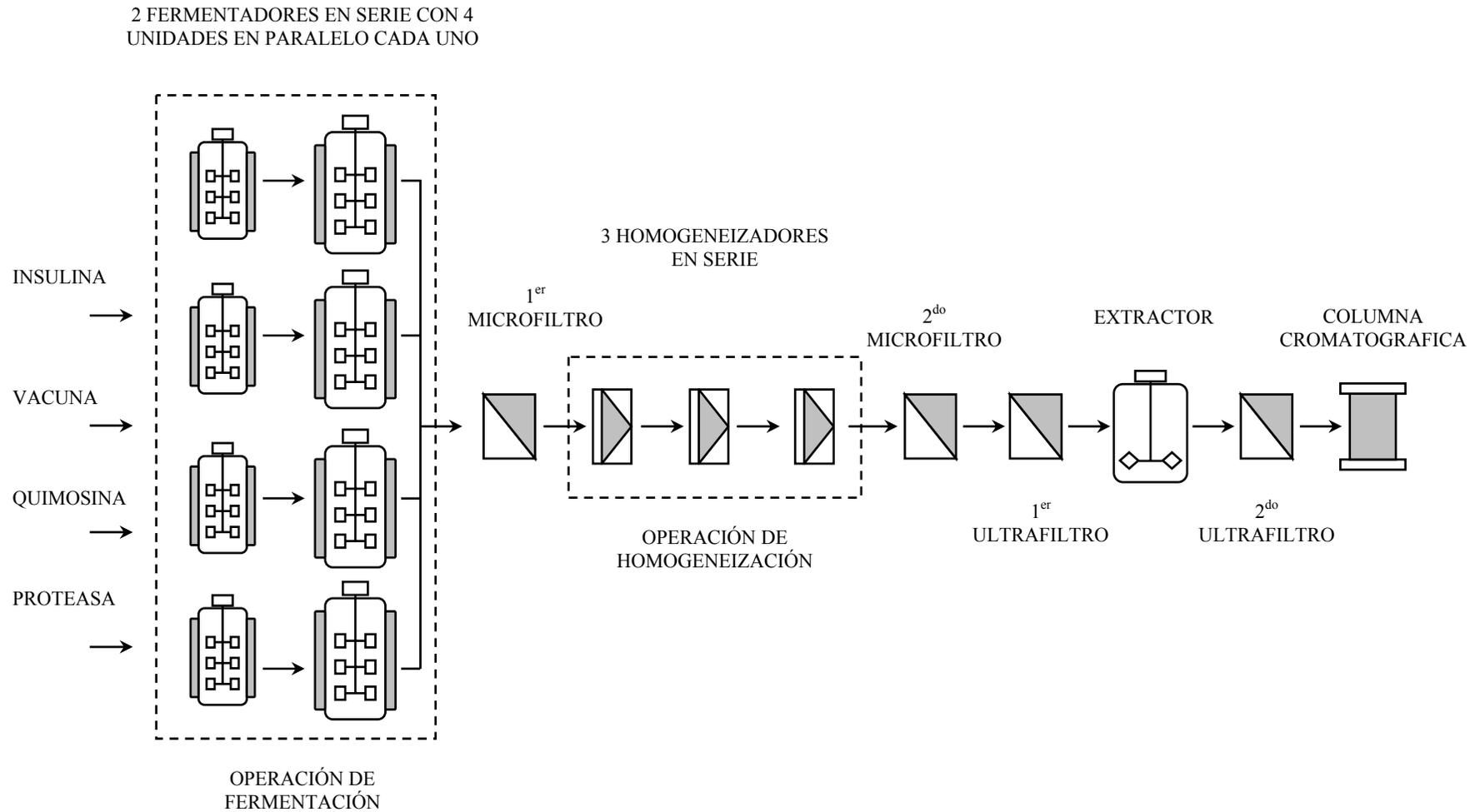


Figura 5.4. Diseño óptimo de la planta batch para la producción de proteínas recombinantes.

5.4.5.1 Estudio de distintas alternativas estructurales

A fin de analizar y evaluar el diseño óptimo de la planta y las opciones consideradas frente a distintas suposiciones del problema, se resuelve el modelo planteado para diferentes alternativas estructurales de la planta.

5.4.5.1.1 Caso (a)

Se considera ahora el mismo problema sin permitir duplicar las unidades en paralelo. Para este caso, la solución óptima consiste en la selección de dos etapas en serie para la operación de fermentación y la operación de homogeneización se efectúa empleando 3 homogeneizadores en serie, lo cual corresponde a la segunda configuración mencionada en la sección 5.4.2.1. Los tamaños óptimos de las unidades al considerar sólo la duplicación en serie se describen en la tabla 5.9. Este problema arroja un valor para la función objetivo de \$693.056,93 un 35% superior al obtenido previamente, y el tiempo de ciclo limitante es de 24 h. Al no permitir la duplicación en paralelo, el tiempo limitante para todos los productos, determinado por la operación de fermentación, no se puede disminuir. Por lo tanto, existen mayores tiempos ociosos en las restantes etapas lo que obliga a disponer de unidades más grandes y, por lo tanto, un mayor costo de la planta.

La elección de dos etapas fermentativas ocurre, al igual que en la solución original, debido a la disminución en el costo del inóculo necesario en la primera unidad de la serie. En lo que respecta a la duplicación en serie para la operación de homogeneización, la elección de 3 equipos semicontinuos presenta las mismas ventajas que en la solución óptima analizada previamente.

Tabla 5.9. Caso a - Solución óptima para el problema sin duplicación en paralelo [r: retenido; p: permeado]

	Operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
V_{jp}	$V_1: 1,375$ $V_2: 25,00$	p: 50,00 r: 25,00	-	p: 12,40 r: 6,20	50,00	12,00	8,100	3,00
R_p	-	A: 11,236	Cap: 0,258	A: 5,573	A: 91,304	-	A: 15,190	-
m	1	1	1	1	1	1	1	1
h	2	1	3	1	1	1	1	1

5.4.5.1.2 Caso (b)

Los modelos tradicionales no consideran la opción de duplicar etapas en serie para efectuar una operación sino que es un valor fijo del modelo. Para efectuar comparaciones con el enfoque propuesto se resuelve aquí el problema sin la opción de duplicar en serie las operaciones del proceso. La solución óptima para este caso consiste en duplicar fuera de fase la única etapa en la operación de fermentación. El detalle de los tamaños óptimos y el número de unidades en paralelo se reporta en la tabla 5.10. Por último, el costo total anual que resulta en este caso es de \$688.926,67 aproximadamente un 34% superior al valor de la solución óptima original y el tiempo de ciclo limitante es de 12 h.

En este caso el número de unidades en paralelo en el fermentador es menor que las obtenidas en la solución óptima, lo cual hace que se mantengan tiempos ociosos importantes en varias etapas. Sin embargo, esta solución no incorpora más unidades en paralelo pues esto implica un incremento significativo en el costo del inóculo tal como se analiza a continuación.

Tabla 5.10. Caso b - Solución óptima para el problema sin duplicación en serie [r: retenido; p: permeado]

	Operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
V_{jp}	V_I : 11,392	p: 22,784 r: 11,392	2,825	p: 5,650 r: 2,825	22,784	5,490	3,706	1,752
R_p	-	A: 11,114	Cap: 0,788	A: 5,513	A: 87,343	-	A: 14,021	-
m	2	1	1	1	1	1	1	1
h	1	1	1	1	1	1	1	1

Para considerar el efecto del inóculo, se eliminó el costo del mismo de la función objetivo, con lo cual se tiene el caso estudiado en Montagna et al. (2000) para el que se obtienen los equipos detallados en la tabla 5.11. En la solución óptima la operación de fermentación se duplica hasta 5 unidades en paralelo fuera de fase reduciendo el tiempo de ciclo limitante a 4,8 h (en la etapa de fermentación) con un costo total anual de \$453.842,66. Con esta solución se reducen notablemente los tiempos ociosos de las restantes etapas y por lo tanto se reduce el costo de las mismas.

Tabla 5.11. Caso b - Solución óptima sin considerar el costo del inóculo [r: retenido; p: permeado]

	Operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
V_{jp}	$V_I: 4,496$	p: 8,992 r: 11,392	1,151	p: 2,302 r: 2,825	8,992	2,167	1,463	0,719
R_p	-	A: 14,741	Cap: 0,973	A: 7,547	A: 99,784	-	A: 14,387	-
m	5	1	1	1	1	1	1	1
h	1	1	1	1	1	1	1	1

Notar que en esta última solución, muy buena desde el punto de vista de la operación de la planta, no se tiene en cuenta el costo del inóculo. Si se incorpora a la función objetivo el costo del inóculo, teniendo en cuenta que hay 5 unidades en la operación de fermentación el costo total anual se incrementa a \$878.897,67, un 28% mayor con respecto al encontrado originalmente para este caso y un 72% con respecto a la solución óptima original. Este incremento se debe, de hecho, al costo total para alimentar los 5 fermentadores, esto es, \$425.055,01 que junto al costo total de inversión de la planta (\$453.842,66) constituyen el costo total anual mencionado de \$878.897,67.

De lo anterior se deriva el valor de considerar el costo del inóculo incorporado a la operación de fermentación, como una variable importante para obtener un diseño óptimo de la planta de producción de proteínas recombinantes.

5.4.5.1.3 Caso (c)

Por último, se plantea el caso en donde no se permite ningún tipo de duplicación, es decir, no se puede duplicar en serie ni en paralelo las operaciones de la planta. En la tabla 5.12 se observa la descripción de los equipos en la solución óptima en la que se obtuvo un valor para la función objetivo de \$762.143,37 aproximadamente un 49% mayor que la original.

Si se comparan las tablas 5.12 y 5.9 se puede ver que a excepción de las operaciones de fermentación y homogeneización los tamaños de los equipos utilizados son iguales. Ante todo, la diferencia en los costos se debe al tamaño del inóculo empleado en este caso puesto que existe un único fermentador de gran tamaño al que hay que sembrar.

Tabla 5.12. Caso c - Solución óptima para el problema sin duplicación [r: retenido; p: permeado]

	Operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
V_{jp}	V_I : 25,00	p: 50,00 r: 25,00	6,20	p: 12,40 r: 6,20	50,00	12,00	8,100	3,00
R_p	-	A : 11,236	Cap : 0,818	A : 5,573	A : 91,304	-	A : 15,190	-
m	1	1	1	1	1	1	1	1
h	1	1	1	1	1	1	1	1

En la tabla 5.13 se detalla el costo total del inóculo para elaborar todos los productos para cada uno de los casos mencionados anteriormente. Asimismo, se muestra el costo de los equipos, desagregando el costo correspondiente a la operación de fermentación y el costo del resto de las operaciones de la planta. El costo total de inversión de la planta y el costo total anual obtenidos en la solución óptima de cada caso resuelto, se incluyen también en esta tabla.

Comparando los resultados obtenidos se observa claramente que el enfoque propuesto al considerar la nueva opción estructural de duplicar etapas en serie en las operaciones junto a la opción tradicional de duplicar equipos en paralelo fuera de fase, es la que arroja diseños con menores costos totales.

Tabla 5.13. Resumen de costos asociados a cada caso resuelto.

Descripción	Valor óptimo			
	Problema original	Caso a	Caso b	Caso c
Costo del inóculo	18.704,29	5.200,26	172.321,36	94.540,70
Costo de los fermentadores	272.955,62	167.091,46	177.403,75	142.146,65
Costo del resto de las operaciones	221.010,56	520.765,21	339.201,55	525.456,00
Costo de inversión	493.966,18	687.856,67	516.605,31	667.602,65
CTA (\$)	512.670,47	693.056,93	688.926,67	762.143,37

Se debe destacar que en el caso (a) de la tabla 5.13 el costo correspondiente al inóculo es notablemente menor que el de la solución óptima (primera columna), ya que no hay fermentadores duplicados en paralelo. Sin embargo, el costo total anual de la planta es un 35% mayor que el del problema original, lo cual se debe a que, aunque el costo de los fermentadores es menor, el costo de los equipos en las demás operaciones presenta valores más elevados por su mayor tamaño (ver tabla 5.9). Como ya fue

mencionado, la imposición de no duplicar en paralelo fuera de fase para este caso, no permite reducir tiempos ociosos y los tamaños de las unidades en las etapas del proceso.

En el caso (b), el costo del inóculo es considerablemente mayor que en los otros tres casos resueltos puesto que existe un único fermentador en serie de mayor tamaño que en los dos primeros casos, y a su vez duplicado en paralelo, al que debe ingresar una mayor cantidad de siembra. El fermentador en el caso (c) es, de hecho, más grande que en el caso (b) (ver tabla 5.12), sin embargo, el costo del inóculo es menor. Evidentemente, es el mayor tamaño de bachada en el caso (c) el factor que determina esta disminución en el costo del inóculo.

Finalmente, a efectos meramente de demostrar la facultad del enfoque propuesto en duplicar independientemente cada una de las etapas de la serie, se plantea un caso hipotético sin valor desde el punto de vista real del proceso, en el que los tiempos de cada etapa en la operación de fermentación son diferentes como se detalla en la tabla 5.14, los que se consideran iguales para todos los productos. Este caso, no es real ya que no se cumplen las condiciones para llegar a la concentración final planteada en la sección 5.4.1.1, la cual determina la relación de dilución que permite calcular los factores de tamaño de los fermentadores en la serie.

Tabla 5.14. Fermentación - Tiempos hipotéticos en cada etapa.

Serie h	T_{ijh}^0 (h)		
	$j=1$	$j=2$	$j=3$
1	24	-	-
2	15	24	-
3	8	15	24

El modelo arroja un valor óptimo para la función objetivo de \$499.097,57. En la tabla 5.15 se presenta la solución óptima en la operación de fermentación puesto que en el resto de las operaciones se mantiene la misma configuración que en el problema original (ver tabla 5.8). Como es de esperar, en la etapa 3, que es la etapa limitante en tiempo, presenta 4 equipos en paralelo fuera de fase con cual el tiempo de ciclo limitante de la planta es de 6 h. Se observa que en las etapas 1 y 2 el número de equipos en paralelo es de 2 y 3 respectivamente. Se advierte que el modelo admite que la duplicación en paralelo sea diferente para cada una de las etapas en serie de la operación.

Tabla 5.15. Caso hipotético - Solución óptima.

Etapa j	Fermentación	
	Tamaños (m ³)	Unidades en paralelo
1	0,100	2
2	0,309	3
3	5,620	4

5.4.5.2 Análisis de sensibilidad de los resultados

Se estudia en este punto el efecto de los datos del proceso sobre las soluciones obtenidas.

En primer lugar se analiza el efecto de la cota inferior para las unidades en la operación de fermentación. Para ello se considera su reducción a 0,05 m³, manteniendo el resto de los parámetros dados en las tablas previas.

Esta reducción de la cota de las unidades de fermentación hace que la configuración óptima corresponda a 3 etapas de fermentación en serie, cada una de ellas con 4 unidades operando fuera de fase y 3 equipos en serie en la operación de homogeneización, en tanto que en el resto de las operaciones solo hay una unidad. En la tabla 5.16 se muestra en detalle la operación de fermentación comparando el problema original con una cota inferior de 0,1 m³ con el caso aquí resuelto.

Tal como se puede apreciar en la tabla 5.16, la selección de 3 unidades en serie se debe a la gran disminución en el costo del inóculo (\$3.025,30) a pesar de que el costo de los equipos en la operación fermentación aumente a \$286.614,48 con respecto a la solución del problema original \$272.955,62. Así pues, el costo total anual para esta configuración es entonces de \$510.650,35 un 0,4% menor que el de la solución óptima del problema original.

Cabe destacar que la primera etapa de fermentación (unidades de 0,05 m³) se llevaría a cabo en el laboratorio de la planta ya que el tamaño de estas unidades corresponde a los manejados a escala laboratorio. Además, se debe señalar que de las primeras unidades de 0,05 m³ en la serie sólo se está utilizando 0,017 m³, debido a la relación de dilución necesaria entre etapas. A pesar de la subutilización de estas unidades, es conveniente emplearlas ya que provoca una disminución importante en el costo del inóculo como se puede apreciar en la tabla 5.16.

Tabla 5.16. Soluciones óptimas variando la cota inferior del fermentador.

Cota inferior (m ³)	Etapas en serie	Unidades en paralelo	Volumen de las unidades (m ³)	Costo total de inóculo (\$)	Costo de los fermentadores (\$)	Costo total anual (\$)
0,1	2	4	$V_1: 0,309$ $V_2: 5,620$	18.704,29	272.955,62	512.670,47
0,05	3	4	$V_1: 0,050$ $V_2: 0,309$ $V_3: 5,620$	3.025,30	286.614,48	510.650,35

Como segundo caso se estudia la influencia del costo del inóculo en la configuración óptima. Si el costo del inóculo es pequeño, la solución óptima tiende a utilizar menor número de unidades en serie ya que el exponente 0,6 para el costo de los equipos de fermentación penaliza económicamente el incremento de unidades debido al factor de escala. Por el contrario, si el costo del inóculo se incrementa, la solución óptima tiende a emplear más unidades en serie de forma tal que la primera etapa sea lo más pequeña posible puesto que es en ella donde se alimenta el inóculo. Después, la biomasa final de cada unidad en la serie es el inóculo de la unidad posterior. La tabla 5.17 reporta la configuración de las unidades y sus tamaños en la operación de fermentación junto con el costo total anual para distintos costos de inóculo.

Tabla 5.17. Soluciones óptimas variando el costo del inóculo.

Costo de inóculo (\$/kg)	Etapas en serie	Unidades en paralelo	Volumen de las unidades (m ³)	Costo total de inóculo (\$)	Costo de los fermentadores (\$)	Costo total anual (\$)
10	1	4	$V_1: 5,620$	34.004,40	232.206,51	487.221,48
100	2	4	$V_1: 0,309$ $V_2: 5,620$	18.704,29	272.955,62	512.670,47
1000	3	3	$V_1: 0,100$ $V_2: 0,423$ $V_3: 7,691$	34.034,65	262.638,63	552.777,73

Tal como se puede apreciar en la tabla 5.17, en los dos primeros casos el número de unidades en paralelo seleccionadas es de 4. Por ello, el tiempo de ciclo limitante, determinado por la operación de fermentación, es de 6 h. En el último caso de la tabla 5.17, la cantidad de unidades en paralelo es 3 determinando que el tiempo de ciclo sea de 8 h. La selección de 4 unidades en paralelo en este último caso corresponde a un aumento de la función objetivo (\$575.175,20) con respecto a la óptima encontrada, ya que se necesita duplicar las tres etapas de la serie.

Como síntesis de estos dos últimos puntos, es importante resaltar el valor de considerar la opción de duplicación en serie, pues plantea interesantes alternativas y compromisos con respecto a otros elementos del modelo, los cuales no han sido analizados hasta el presente.

5.5 Formulación LGDP para el modelo de diseño

En esta sección se presenta una formulación lineal para el problema presentado en la sección 5.2 empleando programación disyuntiva generalizada (*Linear Generalized Disjunctive Programming* – LGDP). Para tal fin, es necesario realizar algunas definiciones adicionales a las planteadas previamente.

De forma similar a los modelos desarrollados en capítulos anteriores, las unidades se consideran disponibles en tamaños estándares, tal como se proveen comercialmente. En efecto, la variable V_{jp} esta ahora condicionada a un conjunto de tamaños discretos $SV_p = \{v_{p1}, v_{p2}, \dots, v_{pn_p}\}$, donde v_{ps} representa el tamaño discreto s para la operación p y n_p es el número de tamaños discretos disponibles para la operación p . De este modo, el modelo LGDP se representa mediante las siguientes disyunciones embebidas:

$$\bigvee_{h \in H_p} \left[\begin{array}{c} Z_{ph} \\ \bigvee_{s \in SV_p} \left[\begin{array}{c} W_{jphs} \\ n_i \geq \left(\frac{S_{ijph}}{v_{jps}} \right) q_i \quad \forall i \\ CO_{jp} = \alpha_p v_{jps}^{\beta_p} \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \\ \bigvee_{m \in M_p} \left[\begin{array}{c} Y_{jphm} \\ T_i \geq \frac{T_{ijph}^0 n_i + T_{ijph}^1 q_i}{m} \quad \forall i \\ C_{jp} = m CO_{jp} \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \end{array} \right] \quad \forall p \quad (5.45)$$

Las variables booleanas Z_{ph} e Y_{jphm} ya fueron detalladas en la sección 5.3. Adicionalmente, se introduce aquí un nuevo conjunto de disyunciones que permite seleccionar el tamaño discreto de las unidades en cada etapa j existente en cada operación p de la planta. Así, la nueva variable booleana W_{jphs} es verdadera cuando el tamaño discreto s es seleccionado para la etapa j en la operación p con la configuración de unidades en serie h , caso contrario es falsa. Cada término de las disyunciones incluye el costo correspondiente a la unidad v_{jps} .

Como fue mencionado anteriormente en capítulos previos, la cantidad de producto i requerida q_i se relaciona con el número de bachadas n_i a través de la siguiente ecuación:

$$q_i = B_i n_i \quad \forall i \quad (5.46)$$

Combinando esta expresión con la ecuación (5.2) y considerando las unidades disponibles en tamaños estándares se obtiene la siguiente restricción lineal empleada en la primera disyunción embebida para determinar el volumen de las unidades en cada operación.

$$n_i \geq \left(\frac{S_{ijph}}{v_{jps}} \right) q_i \quad (5.47)$$

Además, como el tiempo total para elaborar el producto i se define como:

$$T_i = TL_i n_i \quad \forall i \quad (5.48)$$

La expresión (5.4) se multiplica por el número de bachadas n_i con lo cual la expresión del tiempo es, asimismo, lineal.

$$T_i \geq \frac{T_{ijph}^0 n_i + T_{ijph}^1 q_i}{m} \quad (5.49)$$

Por último, sustituyendo la expresión (5.46) en (5.5) y teniendo en cuenta la ecuación (5.48) la condición del horizonte de tiempo H se expresa linealmente como:

$$\sum_i T_i \leq H \quad (5.50)$$

En consecuencia, el modelo final LGDP implica minimizar el costo de inversión dado por la ecuación (5.6) sujeto a las restricciones (5.45) y (5.50) junto a las cotas necesarias en las variables.

5.5.1 Formulación lineal para el proceso de proteínas recombinantes

A continuación se detallan algunas de las características del modelo LGDP para el ejemplo planteado en la sección 5.4 de este capítulo.

El tamaño de los equipos semicontinuos en las unidades compuestas empleadas en este proceso está limitado a adoptar los tamaños discretos del conjunto $SR_p = \{d_{p1}, d_{p2}, \dots, d_{pm_p}\}$, donde d_{pu} denota el tamaño discreto u empleado en la unidad semicontinua en la operación p .

Asimismo, la capacidad de los recipientes batch de retenido en los microfiltros se restringe a tomar los valores discretos disponibles del conjunto $SK_p = \{vr_{p1}, vr_{p2}, \dots, vr_{pr_p}\}$, donde vr_{pk} es el tamaño discreto k utilizado para el recipiente de retenido en la operación p .

Así pues, la disyunción para las unidades batch extensivas de este proceso en particular que involucra unidades especiales con tanques de retenido y unidades semicontinuas queda con la expresión (5.51). Para el caso de la homogeneización, siguiendo (5.25), se tienen en cuenta únicamente las ecuaciones de esta operación.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c} Z_{ph} \\ \bigvee_{s \in SV_p} \left[\begin{array}{c} W_{jphs} \\ n_i \geq \left(\frac{S_{ijph}}{v_{jps}} \right) q_i \quad \forall i \\ CO_{jp} = \alpha_p v_{jps}^{\beta_p} \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \\ \bigvee_{k \in SK_p} \left[\begin{array}{c} X_{phk} \\ n_i \geq \left(\frac{SR_{ihp}}{vr_{pk}} \right) q_i \quad \forall i \\ CU_p = \alpha_r v_{pk}^{\beta_{rp}} \end{array} \right] \\ \bigvee_{m \in M_p} \left[\begin{array}{c} Y_{jphm} \\ A_{phmu} \\ T_i \geq \frac{T_{ijph}^0}{m} n_i + \frac{T_{ijph}^1}{m} \frac{q_i}{d_{pu}} \quad \forall i \\ CS_p = N_h m \alpha_s d_{pu}^{\beta_{sp}} \\ CB_{jp} = m CO_{jp} \\ CR_p = m CU_p \end{array} \right] \quad \forall j \in J_{ph} \end{array} \right] \quad (5.51)
 \end{aligned}$$

Como se puede observar en la disyunción anterior, se definen las variables booleanas X_{phk} para denotar el tamaño discreto elegido para el equipo de retenido. Así, X_{phk} es verdadera cuando el tamaño k es seleccionado para el recipiente de retenido en la operación p , caso contrario la variable es falsa. Análogamente, se asigna una variable booleana A_{phmu} para denotar el tamaño discreto seleccionado en los equipos semicontinuos. Si la variable A_{phmu} es verdadera el tamaño discreto u es seleccionado para la unidad semicontinua en la operación p .

La restricción (5.15) empleada para obtener el tiempo de ciclo limitante en las operaciones de este proceso se multiplica por el número de bachadas y considerando los tamaños estándares disponibles d_{pu} en las unidades semicontinuas se obtiene la siguiente ecuación lineal.

$$T_i \geq \frac{T_{ijph}^0}{m} n_i + \frac{T_{ijph}^1}{m} \frac{q_i}{d_{pu}} \quad (5.52)$$

Las disyunciones para el resto de las operaciones no presentan diferencia con respecto a la presentada en (5.45). La única diferencia se da en la operación de fermentación, tal como se ha expuesto en secciones precedentes. Así, en la primera disyunción embebida donde se selecciona el tamaño v_{jps} , únicamente en la operación de fermentación, se debe agregar la ecuación lineal correspondiente al costo del inóculo que ingresa al primer fermentador de la serie.

$$CIN_i = C_i^{inoc} X_{i,1,fer} v_{1,fer,s} \frac{n_i}{\omega} \quad (5.53)$$

A su vez, dentro de la segunda disyunción embebida en (5.45) sólo en la operación de fermentación se incluye el costo total del inóculo al considerar el número de unidades en paralelo m en la primera etapa de la serie de fermentación.

$$CTI_i = m CIN_i \quad (5.54)$$

El objetivo del problema es minimizar el costo total (CT) de los equipos y de la cantidad de inóculo utilizada en el proceso.

$$\min CT = CCF \left(\sum_p \sum_j CB_{jp} + \sum_p CS_p + \sum_p CR_p \right) + \sum_i CTI_i \quad (5.55)$$

El problema de optimización consiste en minimizar la función objetivo dada por la ecuación (5.55) sujeta a las restricciones (5.45), (5.50) y (5.51) incluyendo las ecuaciones (5.53) y (5.54) para la operación de fermentación.

5.5.2 Reformulación Big-M del modelo LGDP

El modelo LGDP para el proceso de proteínas recombinantes se resuelve mediante su reformulación como un problema MILP empleando la relajación big-M. Por lo que, se presentan a continuación las ecuaciones para dicha relajación.

$$\sum_h z_{ph} = 1 \quad \forall p \quad (5.56)$$

$$\sum_s w_{jphs} = z_{ph} \quad \forall j \in J_{ph}, p, h \in H_p \quad (5.57)$$

$$n_i \geq \left(\frac{S_{ijhp}}{v_{jps}} \right) q_i - BM1_i (1 - w_{jphs}) \quad \forall i, j \in J_{ph}, p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (5.58)$$

$$CO_{jp} \leq \alpha_p v_{jps}^{\beta_p} + BM2_p (1 - w_{jphs}) \quad \forall j \in J_{ph}, p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (5.59)$$

$$CO_{jp} \geq \alpha_p v_{jps}^{\beta_p} - BM2_p (1 - w_{jphs}) \quad \forall j \in J_{ph}, p, h \in H_p, s \in SV_p \quad (5.60)$$

$$\sum_k x_{phk} = z_{ph} \quad \forall p, h \in H_p \quad (5.61)$$

$$n_i \geq \left(\frac{SR_{ihp}}{vr_{pk}} \right) q_i - BM3_i (1 - x_{phk}) \quad \forall i, p, h \in H_p, k \in SK_p \quad (5.62)$$

$$CU_p \leq \alpha_p vr_{pt}^{\beta_p} + BM4_p (1 - x_{phk}) \quad \forall p, h \in H_p, k \in SK_p \quad (5.63)$$

$$CU_p \geq \alpha_p vr_{pt}^{\beta_p} - BM4_p (1 - x_{phk}) \quad \forall p, h \in H_p, k \in SK_p \quad (5.64)$$

$$\sum_m y_{jphm} = z_{ph} \quad \forall p, h \in H_p, j \in J_{ph} \quad (5.65)$$

$$\sum_u a_{phmu} = y_{jphm} \quad \forall j \in J_{ph}, p, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.66)$$

$$T_i \geq \left(\frac{T_{ijph}^0}{m} n_i + \frac{T_{ijph}^1}{m} \frac{q_i}{d_{pu}} \right) - BM5_i (1 - a_{phmu}) \quad (5.67)$$

$$\forall i, j \in J_{ph}, p, h \in H_p, m \in M_p, u \in SR_p$$

$$CS_p \leq N_h m \alpha_s d_{pu}^{\beta_s p} + BM6_p (1 - a_{phmu}) \quad (5.68)$$

$$\forall p, h \in H_p, m \in M_p, u \in SR_p$$

$$CS_p \geq N_h m \alpha_s d_{pu}^{\beta_s p} - BM6_p (1 - a_{phmu}) \quad (5.69)$$

$$\forall p, h \in H_p, m \in M_p, u \in SR_p$$

$$CR_p \leq m CU_p + BM7_p (1 - y_{jphm}) \quad \forall j \in J_h, p, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.70)$$

$$CR_p \geq m CU_p - BM7_p (1 - y_{jphm}) \quad \forall j \in J_h, p, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.71)$$

$$C_{jp} \leq m CO_{jp} + BM8_p (1 - y_{jphm}) \quad \forall j \in J_h, p, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.72)$$

$$C_{jp} \geq m CO_{jp} - BM8_p (1 - y_{jphm}) \quad \forall j \in J_h, p, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.73)$$

$$CIN_i \leq C_i^{inoc} X_{i,1,fer} v_{1,fer,s} \frac{n_i}{\omega} + BM9_i (1 - w_{i,fer,h,s}) \quad (5.74)$$

$$\forall i, h \in H_p, s \in SV_p$$

$$CIN_i \geq C_i^{inoc} X_{i,1,fer} v_{1,fer,s} \frac{n_i}{\omega} - BM9_i (1 - w_{i,fer,h,s}) \quad (5.75)$$

$$\forall i, h \in H_p, s \in SV_p$$

$$CTI_i \leq m CIN_i + BM10_i (1 - y_{1,fer,h,m}) \quad \forall i, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.76)$$

$$CTI_i \geq m CIN_i - BM10_i (1 - y_{1,fer,h,m}) \quad \forall i, h \in H_p, m \in M_p \quad (5.77)$$

Notar que las restricciones de igualdad del problema LGDP, por ejemplo la ecuación (5.54), se debió reemplazar por desigualdades dobles (5.76) y (5.77) para generar la relajación big-M de la misma. Es interesante notar que, como se trata de un problema de minimización, las restricciones que determinan la cota superior de las variables que se encuentran en las restricciones de igualdad originales, se pueden

eliminar de la formulación big-M sin perder rigurosidad en el modelo, esto es, las expresiones (5.59), (5.63), (5.68), (5.70), (5.72), (5.74) y (5.76).

El valor de las constantes BM empleadas en las ecuaciones previas se calculan mediante las siguientes relaciones:

$$BM1_i = BM3_i = n_i^U \quad \forall i \quad (5.78)$$

$$BM2_p = \alpha_p (\max_s v_{ps}^{\beta_p}) \quad \forall p \quad (5.79)$$

$$BM4_p = \alpha_p (\max_u vr_{pt}^{\beta_p}) \quad \forall p \quad (5.80)$$

$$BM5_i = \left((\max_{j,p,h} T_{ijph}^0) n_i^U + (\max_{j,p,h} T_{ijph}^1) \frac{q_i}{(\min_u d_{pu})} \right) \quad \forall i \quad (5.81)$$

$$BM6_p = N_2 M_p \alpha_p (\max_u d_{pu}^{\beta_p}) \quad \forall p \quad (5.82)$$

$$BM7_p = M_p \alpha_p (\max_u vr_{pt}^{\beta_p}) \quad \forall p \quad (5.83)$$

$$BM8_p = M_p \alpha_p (\max_s v_{ps}^{\beta_p}) \quad \forall p \quad (5.84)$$

$$BM9_i = C_i^{inoc} X_{i,1,fer} (\max_s v_{fer,s}) \frac{n_i^U}{\omega} \quad \forall i \quad (5.85)$$

$$BM10_i = M_p C_i^{inoc} X_{i,1,fer} (\max_s v_{fer,s}) \frac{n_i^U}{\omega} \quad \forall i \quad (5.86)$$

De esta forma, la formulación MILP del modelo mediante la relajación big-M contiene las ecuaciones (5.50) y (5.56) – (5.77) que son las condiciones a las que se sujeta la función objetivo dada por la expresión (5.55).

5.5.3 Ejemplo numérico

El modelo presentado en secciones previas es resuelto empleando el código CPLEX 9.0 disponible en el entorno GAMS 21.6, donde se implementó el modelo.

En esta sección se presenta el mismo ejemplo numérico de la sección 5.4.5 para demostrar el comportamiento de la formulación lineal. Se emplean los datos de las tablas 5.1 a 5.7, seleccionando las capacidades de las unidades de un conjunto de tamaños estándares detallados en las tablas 5.18 a 5.20. Las unidades en la tabla 5.19 están en m^2 a excepción de la operación 3 (homogeneización) la cual está en m^3/h .

Tabla 5.18. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para las unidades batch en cada operación.

Opción	Tamaños discretos, v_{ps} (m^3)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,35	5	1	1	1	1	0,5	0,05
2	1,5	10	1,5	3	10	5	1	1
3	7	15	5	10	15	10	3	1,5
4	10	30	10	15	20	15	10	2
5	25	50	40	40	50	20	30	3,5

Tabla 5.19. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para las unidades semicontinuas en cada operación.

Opción	Tamaños discretos, d_{pu}				
	2	3	4	5	7
1	2	0,25	2	2	2
2	10	0,3	10	10	15
3	15	0,5	100	100	50
4	100	1	500	500	500
5	500	5	1000	1000	1000

Tabla 5.20. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para las unidades de retenido.

Opción	Tamaños discretos, v_{rpt} (m^3)	
	2	4
1	1	1
2	1,5	1,5
3	7	7
4	25	10
5	50	25

La formulación involucra 378 variables de las cuales 325 son variables binarias y 1435 restricciones. El modelo se resuelve en 145,83 CPU segundos arrojando un valor para la función objetivo de \$578.035,36. En la tabla 5.21 se reportan los tamaños discretos óptimos seleccionados para cada una de las unidades empleadas en las operaciones de la planta de proteínas recombinantes, y las opciones elegidas para la configuración de la planta.

Tabla 5.21. Tamaños discretos óptimos para el problema de diseño [r: retenido; p: permeado]

	Operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
V_{jp}	$V_1: 0,350$ $V_2: 7,00$	p: 15,00 r: 7,00	-	p: 3,000 r: 1,500	15,00	5,00	3,00	1,00
R_p	-	A: 15,00	Cap: 0,250	A: 10,00	A: 100,00	-	A: 15,00	-
m	4	1	1	1	1	1	1	1
h	2	1	3	1	1	1	1	1

Como se puede observar la configuración óptima de la planta corresponde a dos etapas de fermentación en serie con 4 unidades en paralelo, tres unidades en la operación de homogeneización y una unidad en las operaciones restantes. La estructura óptima, análoga al caso no lineal, se ilustra en la figura 5.4.

Al comparar los tamaños obtenidos en la solución óptima del modelo no lineal presentados en la tabla 5.8 con los tamaños detallados en la tabla 5.21, se puede ver que los tamaños discretos seleccionados en esta última son los valores discretos disponibles más próximos a los valores continuos encontrados en la primera. Esta última solución implica un incremento en el costo de la planta de un 11%.

Finalmente, si se comparan los tiempos computacionales requeridos para alcanzar la solución óptima en ambos modelos, se puede observar que el modelo MILP reporta valores menores a pesar del mayor número de variables y ecuaciones manejadas.

5.6 Conclusiones

En este capítulo se han desarrollado dos novedosos modelos de optimización generales para el diseño de plantas batch multiproducto empleando programación

disyuntiva generalizada. Estos modelos agregan una nueva decisión estructural esto es, la duplicación de etapas en serie, junto a la decisión tradicional de duplicar unidades en paralelo fuera de fase, para efectuar una determinada operación del proceso. Con respecto a la decisión de duplicar unidades en serie, el modelo presentado en este capítulo permite, a diferencia del modelo desarrollado en el capítulo 4, que los tamaños de las unidades en cada etapa de la serie tomen valores diferentes. También admite duplicar las unidades en paralelo en cada una de las etapas de la serie de manera independiente.

Según el análisis realizado de la bibliografía, no existen antecedentes respecto a esta decisión de separar una operación del proceso en una serie de etapas de manera sistemática, por lo que constituye una novedosa alternativa para el estudio de nuevos diseños de plantas batch multiproducto.

La formulación disyuntiva de este problema permite una representación más compacta y una mejor visualización de las decisiones discretas propuestas. En el primer modelo no lineal presentado empleando GDP, se consideraron los tamaños de las unidades como valores continuos mientras que en el segundo modelo lineal (LGDP) se tiene en cuenta que los tamaños de las unidades están disponibles en valores estándares, de acuerdo a la provisión comercial de los mismos.

Estos dos problemas disyuntivos se reformularon mediante la relajación big-M obteniéndose las formulaciones MINLP y MILP, respectivamente. En ambos casos, el modelo minimiza el costo total de la planta y, puesto que para el primero se obtiene una formulación convexa, se puede garantizar optimalidad global en la solución de ambos.

Se presentó como ejemplo una planta batch biotecnológica que elabora proteínas recombinantes para evaluar el comportamiento de los modelos propuestos. Un rasgo particular de este proceso es el empleo de unidades compuestas en algunas de las operaciones, donde unidades semicontinuas operan sobre el material contenido en ítems batch. Por esta razón, se debieron adaptar las características particulares de este proceso a los modelos disyuntivos generales propuestos. Asimismo, se describieron las distintas configuraciones en serie para las operaciones de fermentación y homogenización. Se incorporó a los costos totales el costo incurrido debido a la siembra o inoculación del primer fermentador en la serie.

Se obtuvieron resultados numéricos para una planta que produce cuatro proteínas recombinantes en ocho operaciones. La solución óptima recurre a la

duplicación de etapas en serie en las operaciones de fermentación y homogeneización. Existe un compromiso entre el número de etapas en serie y el costo del inóculo que ingresa a la primera de ellas. Los costos totales anuales obtenidos en el modelo MILP fueron mayores que en la formulación MINLP puesto que las unidades toman valores de un conjunto de tamaños estándares disponibles.

Se estudiaron diversas alternativas estructurales realizando un análisis de los costos con el propósito de analizar el impacto de la duplicación en serie. Se puede concluir que se trata de una opción significativa y que existen trade-offs importantes con otras decisiones sobre la planta (por ejemplo el número de unidades en paralelo) y con consideraciones del problema (costo del inóculo, tamaños disponibles para los equipos). Se denota la necesidad de considerar todos estos elementos simultáneamente para considerar el efecto entre los mismos.

Se requirieron tiempos computacionales razonables para alcanzar las soluciones, sin embargo, la formulación MILP es la más rápida y robusta según los resultados para el ejemplo resuelto.

5.7 Nomenclatura

Subíndices

h	Unidades en serie
i	Producto
m	Unidades en paralelo
p	Operación
s	Tamaños discretos para las unidades batch.
k	Tamaños discretos para las unidades de retenido.
u	Tamaños discretos para las unidades semicontinuas.

Superíndices

L	Cota inferior
U	Cota superior

Parámetros

C_i^{inoc}	Costo por kg de inóculo para el producto i .
CCF	Factor de capital.
CIN_i	Costo total del inóculo necesario para el producto i en el horizonte de planeamiento H .
d_{pu}	Tamaño discreto u empleado en la unidad semicontinua en la operación p .
H	Horizonte de tiempo.
q_i	Cantidad de producto i requerida en el horizonte de planeamiento.
S_{ijph}	Factor de tamaño del producto i en la operación p utilizando la configuración h .
T_{ijph}^0	Tiempo de procesamiento del producto i en la etapa j de la operación p con h unidades en serie.
T_{ijph}^1	Factor de tamaño del producto i en la unidad semicontinua en la operación p con h unidades en serie.
T_{ijph}	Tiempo de ciclo del producto i en la etapa j de la operación p con h unidades en serie.
α_p	Coefficiente de costo para las unidades en la operación p .
β_p	Exponente de costo para las unidades en la operación p .
v_{jps}	Volumen estándar de tamaño s para la unidad batch j en la operación p .
vr_{pt}	Tamaño discreto t utilizado para el recipiente de retenido en la operación p .

Variables Binarias

a_{phmu}	Adopta el valor 1 si la unidad semicontinua en la operación p con configuración h con m unidades en paralelo fuera de fase adopta el tamaño u .
w_{jphs}	Adopta el valor 1 si la unidad batch j en la operación p con configuración h tiene un tamaño s .
x_{phk}	Adopta el valor 1 si la unidad de retenido en la operación p con configuración h adopta el tamaño k .
y_{jphm}	Adopta el valor 1 si la etapa batch j en la operación p con configuración h tiene m unidades en paralelo fuera de fase.
z_{ph}	Adopta el valor 1 si se selecciona la configuración h en la operación p .

Variables Continuas

b_i	Tamaño de bachada logarítmico del producto i .
B_i	Tamaño de bachada del producto i .
C_{jp}	Costo de inversión de la etapa j en la operación p .

CB_{jp}	Costo de inversión de la etapa batch j en la operación p .
CR_p	Costo de inversión de la unidad de retenido en la operación p .
CS_p	Costo de inversión de la unidad semicontinua en la operación p .
n_i	Número de bachadas de producto i .
r_p	Tamaño logarítmico de la unidad semicontinua en la operación p .
R_p	Tamaño de la unidad semicontinua en la operación p .
T_i	Tiempo total para elaborar el producto i .
tl_i	Tiempo de ciclo limitante logarítmico para el producto i .
TL_i	Tiempo de ciclo limitante para el producto i .
u_{jp}	Volumen logarítmico de la unidad batch j en la operación p .
ur_p	Volumen logarítmico de de retenido en la operación p .
V_{jp}	Volumen de la unidad batch j en la operación p .
VR_p	Volumen de la unidad de retenido en la operación p .

CAPÍTULO 6

*Diseño y operación óptima de
plantas batch multiproducto
incluyendo duplicación en serie*

6.1 Introducción

En este capítulo se desarrollan modelos que optimizan simultáneamente las variables de proceso y el diseño de una planta batch multiproducto incluyendo conjuntamente las decisiones estructurales de duplicar unidades en serie y en paralelo. Los modelos completos incluyen modelos de performance del proceso para las operaciones unitarias involucradas y los modelos para el diseño de la planta batch multiproducto.

Los modelos de factores de tiempo y tamaño fijos son los más utilizados en el modelado de procesos batch multiproducto y fueron utilizados en los modelos desarrollados previamente en esta tesis. En ellos, las distintas variables operativas que caracterizan las operaciones unitarias se fijan en valores determinados. A partir de estos valores fijos se calculan los parámetros utilizados en el modelo de diseño. Sin embargo, muchas de estas variables ponen en juego relaciones de compromiso que sólo pueden ser resueltas razonablemente por su optimización conjunta. Esto además se potencia en el caso de plantas batch multiproducto, donde las condiciones de la planta no dependen de un único producto. Pueden existir otros productos que determinan condiciones sobre los equipos, o disponibilidad de tiempo de operación que no son ideales para otro producto. La suposición de que los factores de tamaño y tiempo son constantes y no cambian en función de las variables de decisión del proceso es una restricción fuerte con la que se pueden perder mejores soluciones de los problemas. Pero, por otro lado, se debe admitir que la complejidad del modelo de optimización con modelos de performance considerando variables de decisión es también sensiblemente mayor.

Los modelos de performance describen a los factores de tamaño y tiempo como función de las variables de decisión del proceso seleccionadas para la optimización. Se incluyen de esta forma, las variables con el mayor impacto económico sobre la performance del proceso, es decir, aquellas que introducen situaciones de compromiso al afectar los tamaños relativos de las unidades consecutivas o rendimientos de las operaciones del proceso.

Estos modelos de performance del proceso son, en la metodología empleada en esta tesis (Salomone e Iribarren, 1992), ecuaciones algebraicas obtenidas a partir de balances de masa y expresiones cinéticas simplificadas que describen cada operación

unitaria en el proceso. Las mismas se mantienen, en general, lo más simples posible pero reteniendo aún la influencia de las variables de decisión del proceso seleccionadas para optimizar la planta. Otros autores han recurrido a modelos de performance más complejos por ejemplo, modelos dinámicos (Bathia y Biegler, 1996) o simulaciones dinámicas (Barrera y Evans, 1989; Salomone et al., 1994). En síntesis, lo que se hace con estos modelos es optimizar todas aquellas variables de interés económico para plantas batch multiproducto.

En principio, la incorporación de la información del proceso de producción en el diseño de la planta a través de los modelos de performance, introduce ecuaciones complejas, generalmente, no lineales y no convexas que generan dificultades adicionales en la resolución del modelo de diseño completo.

En este trabajo se propone un modelo MINLP general no convexo en el que se tienen en cuenta simultáneamente la estructura de la planta (unidades en paralelo fuera de fase y en serie), las variables de decisión de la planta batch (tamaños de los equipos, número de bachadas, tiempo de operación de las unidades semicontinuas) y las variables de decisión del proceso (por ejemplo en la operación de extracción, la relación solvente a sólidos, grado de avance de la extracción). Puesto que la duplicación en serie en una determinada operación afecta a las demás operaciones en la planta se generaron alternativas estructurales en el modelo para considerar esta situación. Como resultado se espera que la introducción de estos nuevos grados de libertad en el modelo de optimización provea un mejor diseño.

En este capítulo se incluyen las variables del proceso con el propósito de superar las suposiciones de factores de tamaño y tiempo fijos planteadas en capítulos previos donde se introdujo la opción estructural de duplicar en serie las unidades. En esos casos se mantuvieron los rendimientos constantes para todas las configuraciones en serie a fin de no afectar al resto de las operaciones de la planta y mantener la formulación usual de diseño de plantas batch. Por esta razón, al tener en cuenta aquí las variables de proceso que afectan a las todas las operaciones del proceso y las configuraciones en serie posibles en cada una de ellas un cambio en una configuración puede afectar en este caso los tiempos y los rendimientos de todas las operaciones restantes. De este modo se optimiza el diseño teniendo en cuenta todos los trade-offs involucrados en el proceso.

Es conveniente aclarar que, de hecho, el modelo propuesto es no lineal y no convexo, con lo cual no es posible asegurar optimalidad global en la resolución del mismo.

El modelo se aplica a la elaboración de extractos vegetales, en particular la producción de oleorresinas. Las variables de decisión en la operación de extracción, por ejemplo, consisten en qué relaciones de solvente a sólido utilizar y hasta dónde llevar los rendimientos mediante mayor tiempo de contacto. Estas variables establecen relaciones de compromiso entre diferentes componentes del costo del proceso de producción.

De acuerdo a la línea de trabajo de esta tesis, se propone un modelo lineal que permite asegurar que la solución encontrada sea la óptima. Bajo este concepto, se emplea programación disyuntiva generalizada (GDP) para generar un modelo lineal para la producción de oleorresinas. El empleo de esta herramienta es posible en este caso en particular debido a que sólo la operación de extracción presenta duplicación de unidades en serie. A fin de generar este modelo LGDP se asume que las variables de proceso se seleccionan a partir de un conjunto discreto de valores.

El resto de este capítulo se organiza de la siguiente manera. Primero, las características principales de este problema se presentan en la sección 6.2. Luego, la sección 6.3 describe la formulación del modelo no lineal general. El modelo MINLP para el proceso de extracción vegetal empleado en la producción de oleorresinas se presenta en la sección 6.4. En la sección 6.5 se propone el modelo LGDP del ejemplo propuesto. En la sección 6.6 se discuten algunas conclusiones significativas de este trabajo. Finalmente, en la sección 6.7 se detalla la nomenclatura empleada en este capítulo.

6.2 Definición del problema

En el problema que se considera en este capítulo se trabaja con una planta batch multiproducto que procesa $i = 1, 2, \dots, I$ productos a través de $p = 1, 2, \dots, P$ operaciones batch. Cada operación p puede ser efectuada por diferentes configuraciones de unidades en serie h . Sea H_p el conjunto de configuraciones factibles h para efectuar la operación

p . A su vez, cada configuración h establece un número de etapas j correspondiente a cada unidad en la serie. Sea J_{ph} el conjunto de etapas j incluidas en la configuración h para la operación p .

Además, cada una de las etapas j en la configuración en serie h seleccionada en la operación p se puede duplicar en paralelo, operando fuera de fase. Sea M_p^U el número máximo de unidades que se puede duplicar en paralelo en la operación p .

Por otra parte, sea L el conjunto seleccionado de variables de decisión e_l que tienen el mayor impacto en la performance del proceso. Cada una de estas variables puede afectar a la operación que la introduce en el proceso o también a varias otras operaciones del mismo. Por ello, se define un conjunto de variables L_p en el que se incluyen las variables de proceso que afectan a la operación p .

Al tratarse de una planta que elabora varios productos i , la variable e_{il} representa la variable de proceso l para el producto i . De esta forma, los factores de tamaño y tiempo de cada producto para cada una de las operaciones del proceso se expresan en función de estas variables de decisión del proceso.

Resulta importante destacar que cada configuración en serie adoptada en una operación del proceso, afecta directamente al resto de las operaciones aguas abajo y aguas arriba de ella. Por ello, los factores de tamaño y tiempo de la operación p de la planta depende de la configuración en serie h que se adopte en ella y de la configuración en serie h que se seleccione en las restantes operaciones de la planta.

Este hecho imposibilita el empleo de programación disyuntiva generalizada como se venía empleando en los capítulos previos, en la que se expresaba una disyunción por cada configuración en serie para cada operación. En este caso, la duplicación de unidades en serie seleccionada en cada operación afecta no sólo a ella sino al resto de las operaciones. Por lo tanto, las restricciones que determinan las dimensiones y tiempos de cada operación, que en este caso son expresadas en función de las variables de proceso a través de los factores de tamaño y tiempo, se ven afectadas por la combinación de las configuraciones en serie seleccionadas en las operaciones de la planta.

A fin de abordar esta situación se define un nuevo concepto que denominamos alternativa estructural a de la planta. Sea A el número total de alternativas estructurales de la planta, el cual se determina a través de todas las combinaciones posibles entre cada configuración en serie h en cada operación p de la planta, es decir:

$$A = \prod_{p=1}^P H_p$$

Por ejemplo, en la figura 6.1 se muestra una planta con 2 operaciones donde la primera operación se puede duplicar en serie hasta 2 unidades ($H_1 = 2$) y la segunda hasta 3 unidades ($H_2 = 3$). De esta forma, la cantidad de alternativas estructurales de la planta es $A = 6$.

Para ilustrar este concepto en esta figura se muestran dos de las 6 alternativas posibles para la estructura de la planta. La primera alternativa estructural de la planta ($a = 1$) corresponde a una unidad en la primera operación ($p = 1, h = 1$) y una unidad en la segunda operación ($p = 2, h = 1$), correspondiendo a la estructura encerrada por la línea de trazos en la figura 6.1. La segunda alternativa ($a = 2$) corresponde a una unidad en la primera operación ($p = 1, h = 1$) y a dos unidades en serie en la segunda ($p = 2, h = 2$), esto es, la estructura con fondo gris en la figura 6.1.

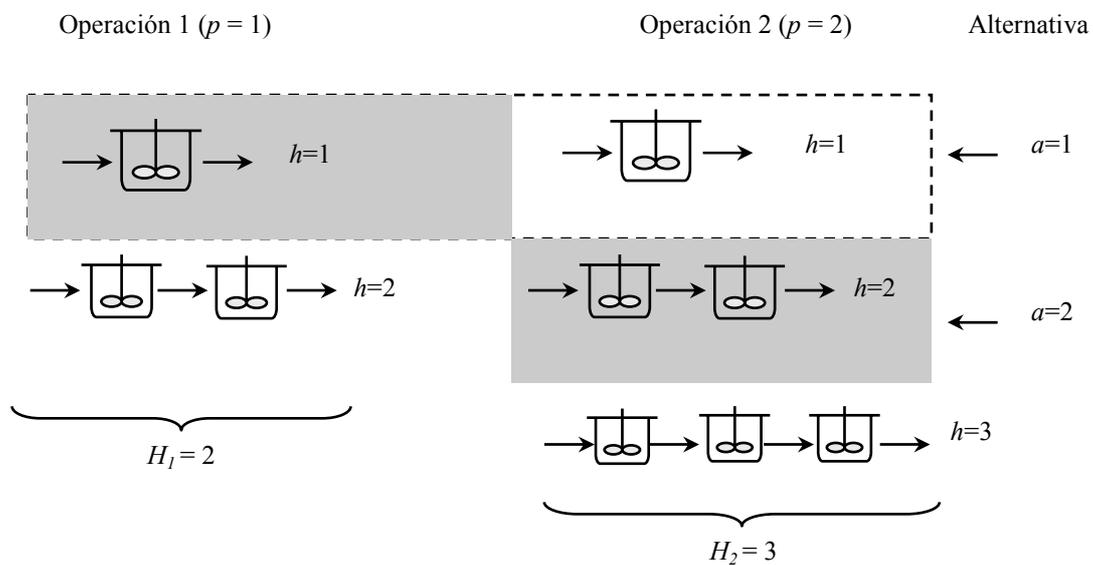


Figura 6.1. Alternativas estructurales a en la planta.

Al incluir este concepto, cada una de estas alternativas estructurales a que puedan presentarse en la planta determina una expresión para los factores de tamaño S_{ijpa} y tiempo t_{ijpa} de cada producto i en cada una de las etapas en las operaciones afectadas por las variables de proceso e_{il} que pertenecen al conjunto L_p . Cabe decir que

estas expresiones pueden ser diferentes en cada operación para cada producto en cada etapa y en cada alternativa de duplicación en serie.

Cada uno de los productos elaborados en esta planta debe satisfacer una demanda conocida q_i operando sobre un horizonte de tiempo H .

En síntesis, el modelo no lineal resultante optimiza simultáneamente las variables de decisión del proceso, e_{il} , conjuntamente con el diseño de la planta de manera que le permita producir la cantidad requerida q_i en el horizonte de tiempo H al mínimo costo total de inversión.

6.3 Formulación del modelo

El problema definido en la sección previa se modela empleando programación matemática entera no lineal.

Como se mencionó anteriormente, existen distintas configuraciones de unidades en serie h en cada operación p . Con el propósito de abordar esta situación se define la variable binaria z_{ph} . Esta variable binaria toma el valor 1 si en la operación p se adopta la configuración de unidades en serie h , caso contrario z_{ph} es cero. Esta restricción se expresa matemáticamente a través de la siguiente expresión:

$$\sum_h z_{ph} = 1 \quad \forall p \quad (6.1)$$

Adicionalmente, cada una de las alternativas estructurales a que se pueden presentar en la planta depende de la configuración en serie h seleccionada en cada operación de la planta p . Por esta razón, se define una variable binaria r_a la cual indica que la alternativa estructural a ha sido adoptada en la planta si toma el valor 1. Caso contrario la variable es cero.

De esta manera, las dos variables binarias z_{ph} y r_a se relacionan a través de la siguiente expresión:

$$r_a \geq \sum_{p=1}^P \sum_{h \in a} z_{ph} - (P-1) \quad \forall a \quad (6.2)$$

Por lo tanto r_a tomará el valor uno únicamente cuando valgan uno las z_{ph} correspondientes a dicha alternativa.

Bajo los conceptos mencionados, la ecuación de dimensionamiento de la unidad en la etapa j para la operación p que se aplica a cada producto i se expresa de la siguiente forma:

$$V_{jp} \geq S_{ijpa}(e_{il}) B_i - BM_{jp}(1-r_a) \quad \forall i, j \in J_{ph}, p, h \in a, a \quad (6.3)$$

Esta restricción es del tipo big-M donde BM_{jp} es un escalar cuyo valor es lo suficientemente grande de forma tal que si la alternativa a es la seleccionada como estructura de la planta (es decir $r_a = 1$), asegura que la ecuación (6.3) sea considerada. De este modo se asegura que la expresión funcional para S_{ijpa} corresponda a la alternativa correspondiente y, por ende, a lo que se elija en la duplicación en serie en todas las operaciones relacionadas.

A diferencia de los capítulos anteriores, el factor de tamaño del producto i en cada operación p , S_{ijpa} , es una función en la formulación, puesto que depende del conjunto de variables de decisión del proceso L_p que se optimizan en el modelo. Estos factores se introducen como restricciones adicionales en el modelo para cada operación, producto y alternativa considerada y pueden llegar a ser constantes, una ecuación o incluso un sistema de ecuaciones en cada caso, de acuerdo al nivel de detalle elegido. Tener presente que con este enfoque, el modelo tiene una formulación muy particular, que depende de las operaciones y productos involucrados, por lo que no es posible utilizar una metodología general para simplificar el modelo.

El tiempo de ciclo limitante del producto i , TL_i , considerando la existencia de M_{jp} unidades en paralelo operando fuera de fase en la etapa j de la operación p , se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$TL_i \geq \frac{t_{ijpa}(e_{il})}{M_{jp}} - BM_i(1-r_a) \quad \forall i, j \in J_{hp}, p, h \in a, a \quad (6.4)$$

Esta expresión, de forma similar a la ecuación (6.3), se considera en la formulación cuando la alternativa estructural a se selecciona para la planta ($r_a = 1$).

Análogamente, el tiempo de procesamiento en la operación p , t_{ijpa} , se expresa en función del conjunto de las variables operativas e_{il} que impactan en esa operación y su expresión depende de la alternativa estructural seleccionada en la planta.

A fin de representar un número entero para M_{jp} se introduce la variable binaria y_{jpm} . La variable binaria adopta el valor 1 si la etapa j en la operación p tiene m unidades del mismo tamaño en paralelo, de lo contrario adopta el valor cero. Así pues, se plantean las siguientes restricciones:

$$M_{jp} = \sum_{m=1}^{M_p^U} m y_{jpm} \quad \forall j, p \quad (6.5)$$

$$\sum_m y_{jpm} = 1 \quad \forall j, p \quad (6.6)$$

La siguiente restricción establece que el tiempo empleado en lograr los objetivos de producción para todos los productos, se encuentre dentro del horizonte de planeamiento H .

$$\sum_i \frac{TL_i q_i}{B_i} \leq H \quad (6.7)$$

Ahora bien, el costo de las unidades en la etapa j de la operación p , C_{jp} , se determina a través de las siguientes restricciones:

$$C_{jp} \leq \alpha_p V_{jp}^{\beta_p} + BM_{jp} (1 - z_{ph}) \quad \forall j \in J_{hp}, p, h \in H_p \quad (6.8)$$

$$C_{jp} \geq \alpha_p V_{jp}^{\beta_p} - BM_{jp} (1 - z_{ph}) \quad \forall j \in J_{hp}, p, h \in H_p \quad (6.9)$$

donde los parámetros α_p y β_p son el coeficiente y el exponente de costo respectivamente de la operación batch p .

Las expresiones previas, nuevamente del tipo big-M, son consideradas si en la operación p se selecciona la configuración de unidades en serie h , es decir cuando z_{ph} toma el valor 1.

La función objetivo del modelo es minimizar el costo total de inversión, ψ , por la compra de las unidades en cada etapa j de las operaciones p de la planta.

$$\min \psi = \sum_p \sum_j M_{jp} C_{jp} \quad (6.10)$$

El modelo final propuesto en este trabajo minimiza la función objetivo (6.10) sujeta a las condiciones (6.1) a (6.9) más las cotas sobre las variables del modelo.

Cabe aclarar que algunas de las expresiones previas pueden ser convexificadas o incluso linealizadas. Por ejemplo, si se reemplaza M_{jp} en la expresión previa por la ecuación (6.5) surge el producto de las variables continuas C_{jp} por las binarias y_{jpm} . De esta forma es posible emplear las transformaciones que se utilizaron en los primeros capítulos de esta tesis y reemplazar el producto por una variable continua obteniendo así una expresión lineal para (6.10). Sin embargo, debido al alto grado de detalle incorporado por las ecuaciones algebraicas que determinan los factores de tamaño y tiempo en la formulación a través de ecuaciones específicas, estos modelos de performance presentan no convexidades fuertes que no pueden ser convexificadas satisfactoriamente. Por tal motivo, no se analizan en este apartado las linealizaciones y convexificaciones puesto que el modelo global permanecería no convexo.

En resumen, no es posible asegurar en la resolución de este modelo que la solución sea la óptima global.

6.4 Ejemplo: Producción de oleorresinas

Tal como se ha expresado en el capítulo 2 de esta tesis el proceso batch de producción de oleorresinas involucra las siguientes operaciones: (1) molienda, (2) extracción, (3) prensado, (4) evaporación, (5) espesado, y (6) mezcla (ver figura 6.2). Las operaciones de extracción, prensado y mezcla son las únicas operaciones batch mientras que el resto de las operaciones son efectuadas en unidades semicontinuas.

Además, en este proceso la operación de extracción es la única que admite la duplicación de unidades en serie en un arreglo contracorriente.

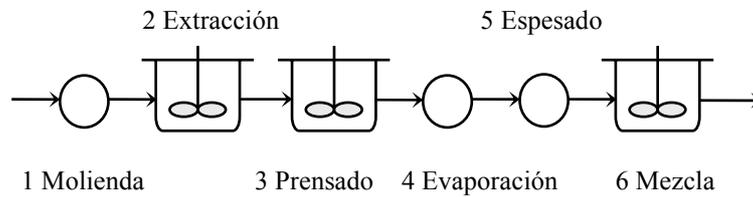


Figura 6.2. Operaciones en el proceso de producción de oleorresinas.

Dadas las características de la operación, en la extracción con unidades en serie todas las etapas son del mismo tamaño. Por tal motivo, en este caso se puede eliminar el subíndice j en la restricción de dimensionamiento de las unidades batch (6.3), que se puede expresar ahora de la siguiente manera:

$$V_p \geq S_{ipa}(e_{il}) B_i - BM1_p(1-r_a) \quad \forall i, p, h \in a, a \quad (6.11)$$

Puesto que en este proceso se tienen operaciones semicontinuas es necesario considerar su diseño y acoplarlo al modelo general propuesto en la sección previa. Teniendo en cuenta que sólo se duplican en serie las operaciones batch y que las expresiones para calcular las dimensiones son diferentes para las operaciones semicontinuas, se utilizarán los subíndices k para las operaciones semicontinuas de molienda, evaporación y espesado empleadas en el proceso.

Así pues, para determinar los tamaños R_k y tiempos de los equipos θ_k en las operaciones semicontinuas k se emplea la siguiente restricción general (Knopf et al. 1982):

$$\theta_{ik} \geq \frac{D_{ik} B_i}{R_k} \quad \forall i, k \quad (6.12)$$

Como ya se ha mencionado en capítulos previos, una serie de unidades semicontinuas constituye un subtren semicontinuo b . A fin de evitar la acumulación de material, el tiempo de operación del subtren b debe ser el máximo tiempo de procesamiento de las unidades semicontinuas k incluidas en ese subtren. Por lo tanto, para este caso la ecuación (6.12) se expresa de la siguiente forma:

$$\phi_{ib} \geq \frac{D_{ika}(e_{il}) B_i}{R_k} - BM2_{ib}(1-r_a) \quad \forall i, b, k \in b, a \quad (6.13)$$

donde $D_{ika}(e_{il})$ es factor de tamaño de la unidad semicontinua k para el producto i cuando la planta adopta la configuración estructural a que es, de forma análoga a la operación batch, una función de las variables de decisión del proceso e_{il} . Esta ecuación es también una restricción big-M que se considera cuando el valor de la variable binaria r_a tome el valor 1, caso contrario la ecuación es redundante debido al alto valor del escalar BM_{ib} .

Al incluir las unidades semicontinuas, el tiempo de ciclo requerido para procesar una batchada del producto i en la operación batch p , T_{ip} , es la suma del tiempo de procesamiento del producto i en la operación batch, t_{ip} , más el tiempo de carga, ϕ_{ib^u} , y el tiempo de descarga, ϕ_{ib^d} .

$$T_{ip} = \phi_{ib^u} + t_{ip}(e_{il}) + \phi_{ib^d} \quad \forall i, p \quad (6.14)$$

Es importante notar que, para determinar el tiempo de ciclo limitante cuando en el proceso se incluyen unidades semicontinuas, se debe considerar el máximo tiempo de todas las operaciones, no sólo las batch sino también las semicontinuas. Se tiene entonces que en este caso:

$$TL_i \geq \frac{\phi_{ib^u} + t_{ipa}(e_{il}) + \phi_{ib^d}}{M_p} - BM3_i(1-r_a) \quad \forall i, p, h \in a, a \quad (6.15)$$

$$TL_i \geq \phi_{ib} \quad \forall i, b \quad (6.16)$$

La restricción (6.15) considera que existen M_p unidades operando en paralelo fuera de fase en la operación p . Cabe aclarar que, como el tiempo de procesamiento de todas las unidades en serie en la operación de extracción es el mismo, en el caso que se duplique en paralelo esta operación, todas las etapas se duplican la misma cantidad de veces. De esta manera, se duplica el conjunto completo de unidades en serie o, dicho de otro modo, el número de veces que se duplica cada etapa es el mismo. Por consiguiente, se tienen para este ejemplo, las siguientes restricciones análogas a (6.5) y (6.6):

$$M_p = \sum_{m=1}^{M_p^U} m y_{pm} \quad \forall p \quad (6.17)$$

$$\sum_m y_{pm} = 1 \quad \forall p \quad (6.18)$$

Debido a que las unidades en cada etapa en serie tienen el mismo tamaño, el costo de las mismas en la operación p , C_p , se puede expresar ahora de la siguiente manera:

$$C_p \leq h \alpha_p V_p^{\beta_p} + BM4_p (1 - z_{ph}) \quad \forall p, h \in H_p \quad (6.19)$$

$$C_p \geq h \alpha_p V_p^{\beta_p} - BM4_p (1 - z_{ph}) \quad \forall p, h \in H_p \quad (6.20)$$

En los párrafos siguientes se analiza la selección de las variables de decisión en este proceso y cuál es el efecto que tienen sobre el proceso.

El tamaño de partícula a la salida del molino para el producto i , db_i , constituye una variable operativa a optimizar en el proceso puesto que conlleva un trade-off entre un menor tamaño que permite acelerar la extracción en la siguiente tarea, pero por otro lado, también requiere una mayor potencia del molino.

No solo la relación solvente a sólido de cada producto R_i sino también el grado de avance de la extracción η_i propagan su impacto económico aguas debajo de la operación de extracción. Por ejemplo mayores relaciones de solvente a sólido incrementan el rendimiento del soluto extraído por kilogramo de materia prima, a

expensas de mayor costo de recuperación y reposición de solvente. Mayores tiempos de contacto también aumentan el rendimiento, esta vez a expensas de requerir equipamiento de mayor tamaño (para una misma velocidad de producción).

El grado de avance del prensado para cada producto ε_i , también establece una relación de compromiso, por lo que se incluye en el conjunto de variables de decisión del proceso. Al aumentar el grado de avance de la prensa se recuperará una mayor cantidad de extracto y por ende, de producto deseado. Esto es a costa de un aumento en el tiempo de prensado por lo que para mantener la velocidad de producción la unidad debe manejar una bachada de mayor tamaño con lo cual se incrementa el tamaño del equipo. Por otro lado, si se tiene un grado de avance pequeño se pierden tanto el producto deseado como el solvente en los residuos sólidos de la planta.

Resumiendo, las variables de decisión db_i , R_i , η_i y ε_i son las que presentan un mayor impacto en el proceso y establecen relaciones de compromiso entre diferentes componentes del costo del proceso de producción y serán adoptadas en el modelo de optimización que se presenta. Queda claro que se dispone de un modelo con mayor nivel de detalle a costa de una mayor complejidad generada por las funcionalidades de los factores de tamaño y tiempo respecto a las variables de proceso.

En el apéndice C se detallan las operaciones y se presentan las ecuaciones algebraicas que describen los factores de tamaño y de tiempo obtenidos para cada una de ellas en función de las variables de proceso mencionadas. Estas ecuaciones no se repiten aquí para simplificar esta presentación. Sólo se expresan a continuación las funcionalidades de cada uno de los factores con respecto a las variables de proceso como sigue:

$$S_{i,Ext} = f(R_i, \varepsilon_i, \eta_i) \quad (6.21)$$

$$S_{i,Pre} = f(R_i, \varepsilon_i, \eta_i) \quad (6.22)$$

$$D_{i,Mol} = f(R_i, \varepsilon_i, \eta_i, db_i) \quad (6.23)$$

$$D_{i,Eva} = f(R_i, \eta_i) \quad (6.24)$$

$$t_{i,Ext} = f(R_i, \eta_i, db_i) \quad (6.25)$$

$$t_{i,Pre} = f(\varepsilon_i) \quad (6.26)$$

Para evitar complejidad en la presentación y teniendo en cuenta que cada factor de tamaño o de tiempo puede depender de distintas variables de proceso, se utilizan en lo que sigue funcionalidades generales respecto a las variables de decisión del proceso e_{il} .

Por otra parte, a fin de evaluar el diseño de la planta y tener en cuenta los trade-offs existentes, además del costo de los equipos se tendrán en cuenta otros factores. En primer lugar, la cantidad de materia prima sólida total empleada para elaborar la demanda q_i del producto i , RM_i , que se alimenta al extractor, se calcula a través de la siguiente expresión:

$$RM_i = \frac{q_i}{(x_{i,ext}^{in} - x_{i,ext}^{out})} \quad (6.27)$$

donde $x_{i,ext}^{in}$ y $x_{i,ext}^{out}$ son las concentraciones en peso a la entrada y a la salida del extractor. La variable $x_{i,ext}^{out}$ es función de las variables de decisión del proceso e_{il} y se mantiene como variable intermedia en el modelo de la operación de extracción. Tal como se detalla en el apéndice C, esta variable se expresa por medio de una funcionalidad diferente $f_h(e_{il})$ dependiendo de la configuración de unidades en serie h que se selecciona en la operación de extracción ($p = ext$). En consecuencia, se deben añadir a la formulación las siguientes expresiones:

$$x_{i,ext}^{out} \leq f_h(e_{il}) + BM5_i(1 - z_{ext,h}) \quad \forall i, h \in H_{ext} \quad (6.28)$$

$$x_{i,ext}^{out} \geq f_h(e_{il}) - BM5_i(1 - z_{ext,h}) \quad \forall i, h \in H_{ext} \quad (6.29)$$

Como se ha descrito en párrafos anteriores, la relación solvente a sólido R_i es una variable de proceso, que relaciona la cantidad de solvente $Solv$ (kg) con la cantidad de sólido RM_i mediante la expresión:

$$Solv = R_i RM_i(e_{il}) \quad (6.30)$$

Efectivamente, tal como se mencionó, si se emplea una mayor relación de dilución (mayor cantidad de solvente), el rendimiento aumenta en la extracción pero el tamaño de las unidades es también mayor. Por esta razón, tanto la cantidad de materia prima como la cantidad de solvente alimentadas al extractor influyen en los costos totales por lo que se deben incluir en la función objetivo del problema junto con el costo de inversión por equipamiento. De este modo se logran representar los trade-offs existentes entre las variables de decisión del proceso, la dimensión de las unidades y los recursos utilizados en el proceso.

Por lo tanto, la función económica final para el proceso presentado consiste en minimizar el costo total del proceso CT en el horizonte de tiempo H .

$$\begin{aligned} \min CT = & \sum_p M_p C_p + \sum_k \gamma_k R_k^{\delta_k} + \sum_i \kappa_i RM_i(e_{il}) \\ & + \sum_i c_{solv} R_i RM_i(e_{il}) \end{aligned} \quad (6.31)$$

En esta expresión γ_k y δ_k son los coeficientes y exponentes de costos para las operaciones semicontinuas, κ_i es el costo por kg del ingrediente utilizado para elaborar la oleorresina i y c_{solv} es el costo de recuperación por kg de solvente. En este caso, el solvente empleado es etanol para todos los productos. Los dos últimos términos en la función objetivo corresponden al costo total de materia prima y de solvente respectivamente, empleados en el proceso para manufacturar la cantidad requerida q_i del producto i en el horizonte de planeamiento.

Los valores más ajustados para las constantes big-M empleados en las ecuaciones anteriores son calculados por medio de las siguientes expresiones:

$$BM1_p = V_p^U \quad \forall p \quad (6.32)$$

$$BM2_{ib} = \max_{a,k} \left(\frac{D_{ika}^U (e_{il}^U) B_i^U}{R_k^L} \right) \quad \forall i, b \quad (6.33)$$

$$BM3_i = \max_{a,p} (\phi_{ib^u}^U + t_{ipa}^U (e_{il}^U) + \phi_{ib^d}^U) \quad \forall i \quad (6.34)$$

$$BM4_p = H_p \alpha_p V_p^{U\beta_p} \quad \forall p \quad (6.35)$$

Resumiendo el modelo final minimiza la función objetivo (6.31) sujeta a las restricciones (6.1), (6.2), (6.7), (6.11), (6.13), (6.15) – (6.20) y (6.27) – (6.29). En estas restricciones las expresiones para los factores de tamaño y tiempo son presentadas como funciones de las variables de proceso. Asimismo se deben añadir las cotas sobre las variables involucradas en el modelo.

6.4.1 Ejemplo numérico

Este ejemplo y los casos planteados para el mismo se implementan y se resuelven con el software GAMS 21.6 en una computadora Pentium (R) IV, 3.00 GHz. El código DICOPT fue utilizado para resolver la formulación MINLP de este problema presentado en la sección previa.

A fin de ilustrar el empleo del modelo MINLP propuesto se considera que la planta batch elabora dos oleorresinas: (A) laurel y (B) romero. Las concentraciones másicas del soluto en la materia prima y los requerimientos para estos productos se presentan en la tabla 6.1. Los datos correspondientes a los valores de los parámetros empleados en el cálculo de los factores de tamaño y tiempo del modelo de performance se detallan en el apéndice C, donde dichos factores dependen sólo de las variables de decisión del proceso. En la tabla 6.2 se reportan las cotas mínimas y máximas empleadas en las variables de proceso.

Tabla 6.1. Datos y demandas de los productos.

Producto	Nombre	Producción (kg/año)	Concentración inicial x_i^{in}	Costo de la materia prima (\$/kg)
A	Laurel	12000	0,1	1
B	Romero	14000	0,05	0,8

Tabla 6.2. Cotas empleadas en las variables de decisión del proceso.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,00 – 5,00	0,37 – 0,99	0,4 – 0,995	0,01 – 2,5
B	1,00 – 5,00	0,38 – 0,995	0,4 – 0,995	0,01 – 1,5

En la tabla 6.3 se detallan los coeficientes de costos α_p y β_p para las operaciones batch y los γ_k y δ_k para las semicontinuas. El costo c_{solv} de recuperación de etanol (solvente empleado para este proceso) se asume igual a 0,05 \$/kg y se debe a la necesidad de reconcentrarlo por destilación debido a que el contacto con la materia prima le incorpora agua lentamente. Se estima que el número de etapas máximo asignado a la operación de extracción es 6 por lo que existen 6 configuraciones posibles de unidades en serie para esta operación ($H_2 = 6$). Todas las operaciones batch se pueden duplicar en paralelo fuera de fase hasta cuatro unidades ($M_p^U = 4$). En este caso se considera que el horizonte de tiempo es de 6000 h (1 año).

Tabla 6.3. Costo del equipamiento.

Operación	Tamaño	Costo
Molienda	R_k (HP)	$5700 R^{0.45}$
Extracción	V_p (L)	$6920 V^{0.6}$
Prensado	V_p (L)	$6820 V^{0.6}$
Evaporación	R_k (m ²)	$5500 R^{0.5}$
Espesado	R_k (m ²)	$5100 R^{0.55}$
Mezcla	V_p (L)	$5570 V^{0.6}$

Este problema presenta 128 ecuaciones y 76 variables de las cuales 22 son binarias y se resuelve en 1,745 CPU s. El costo total (CT) es de \$1.748.080,00.

La configuración óptima de la planta para cumplir con los requerimientos de producción dados en la tabla 6.1 se observa en la figura 6.3, la cual corresponde a cuatro unidades en serie en la operación batch de extracción y a dos unidades en paralelo operando fuera de fase en las operaciones batch de prensado y mezcla. Por otra parte, en

las operaciones semicontinuas de molienda, evaporación y espesamiento existe una unidad ya que no se ha incluido su duplicación en paralelo en este modelo.

Los valores óptimos de las variables de proceso obtenidas con el modelo se muestran en la tabla 6.4. En la tabla 6.5 se detallan los tamaños óptimos y el número de unidades en serie y en paralelo obtenidas en la solución.

Tabla 6.4. Valores óptimos de las variables de decisión del proceso.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,0000	0,3763	0,7017	0,01
B	1,0000	0,3838	0,7327	0,01

Tabla 6.5. Tamaños y duplicación óptima de las unidades en las operaciones del proceso.

	Operaciones					
	1	2	3	4	5	6
Tamaños	30,000	280,068	69,735	5,000	0,200	5,000
Duplicación en paralelo	-	1	2	-	-	2
Duplicación en serie	-	4	1	-	-	1

En la tabla 6.6 se detallan los tiempos de operación en cada una de las operaciones de la planta para la producción de oleorresinas. El tiempo de ciclo de las operaciones batch se obtiene adicionando a su tiempo de procesamiento el tiempo de operación de la unidad semicontinua que lo alimenta y/o lo descarga. En este caso, por ejemplo, el tiempo de ciclo de la operación batch de extracción se obtiene al sumar el tiempo de la operación de molienda que lo alimenta. Es interesante destacar que la solución óptima adopta tiempos de ciclo casi iguales en todas las operaciones para ambos productos, lo cual evita tiempos ociosos y permite la disminución del tamaño de las unidades empleadas para efectuarlas. De esta forma el tiempo de ciclo limitante es de 0,411 h para el producto A y 0,461 h para el producto B. Existen tiempos ociosos muy pequeños en la operación de mezcla (6).

Tabla 6.6. Tiempos de operación para cada producto en las operaciones del proceso.

i	Operaciones						TL_i
	1	2	3	4	5	6	
A	0,076	0,3356	0,4331	0,389	0,281	0,4225	0,411
B	0,032	0,4287	0,4612	0,461	0,236	0,4225	0,461

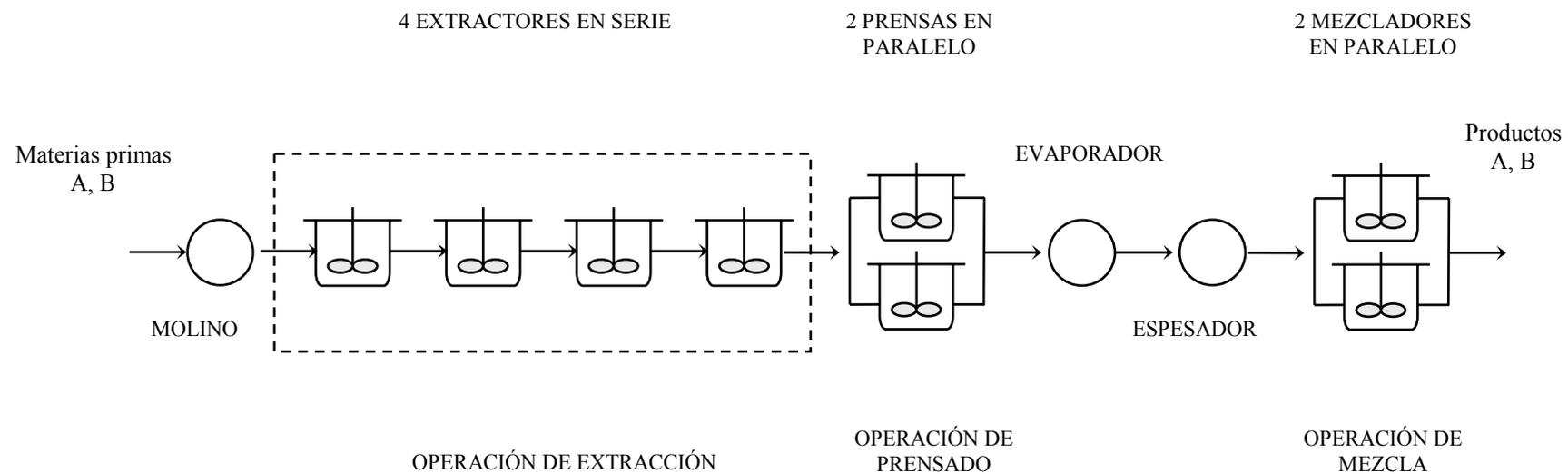


Figura 6.3. Configuración óptima de la planta batch para la producción de oleorresinas.

A medida que aumenta el número de etapas en serie en la extracción en contracorriente el grado de avance de cada una de ellas disminuye, con lo cual el tiempo empleado para lograr una extracción satisfactoria, esto es, un buen rendimiento, disminuye. Por tal motivo, el grado de avance de la extracción η_i adopta los valores reportados en la tabla 6.4. Asimismo, el grado de avance en la operación de prensado ε_i adopta valores que le permiten obtener un tiempo de ciclo igual al del resto de las operaciones batch con el fin de eliminar tiempos ociosos en la planta.

Por otra parte, los valores óptimos de las variables de proceso R_i y db_i se encuentran en las cotas mínimas impuestas para estas variables. En el caso del tamaño de la partícula a la salida del molino se impuso una cota mínima de 0,01 cm para evitar compactación y difícil separación del solvente del lecho sólido en la operación de prensado. Por otro lado, un tamaño pequeño facilita la difusión del soluto (oleorresina) en la partícula sólida hacia el solvente en la operación de extracción lo que disminuye el tiempo de la misma.

La relación másica R_i determina la cantidad de solvente que debe ingresar junto al sólido en la operación de extracción. Si se mantiene en relación uno a uno, el tamaño necesario es el doble de la cantidad de sólido alimentado mientras que si la relación es mayor el tamaño de las unidades aumenta proporcionalmente. Adicionalmente, aunque un incremento en R_i aumenta el rendimiento de la extracción, esto provoca un aumento en los costos totales (ver ecuación (6.31)) debido al mayor costo de recuperación del solvente. Por tales motivos la relación solvente a sólido se encuentra en la cota inferior.

En la operación de extracción la selección de cuatro unidades en serie permite disminuir el tiempo de ciclo de los dos productos elaborados en la planta. Si se fijara el empleo en esta operación de cuatro unidades en paralelo fuera de fase y se impide su duplicación en serie, los tiempos de ciclo limitantes para los productos A y B serían 1,968 h y 2,326 h, respectivamente (ver tabla 6.7).

De esta forma, se puede observar que el empleo de unidades en serie en la operación de extracción disminuye considerablemente el tiempo de ciclo limitante para ambos productos comparado con el empleo de cuatro unidades operando fuera de fase en esta operación (manteniendo igual la duplicación en las otras operaciones batch). Tal disminución en el ciclo de tiempo permite el manejo de una batchada de menor tamaño para ambos productos a fin de mantener la velocidad de producción con lo cual no sólo el tamaño en el resto de las operaciones batch sino también el de las unidades en la serie

es más pequeño, disminuyendo así el costo total de inversión frente al empleo de unidades en paralelo (\$1.748.080,00 vs. \$3.332.345,03).

Tabla 6.7. Comparación del problema original con el de 4 unidades en paralelo en la extracción.

Descripción	Valor óptimo	
	Problema original	4 Extractores en paralelo
Unidades en serie en la extracción	4	1
Unidades en paralelo en la extracción	1	4
Volumen del extractor (L)	280,068	1345,993
Volumen de la prensa (L)	69,735	335,330
Volumen del mezclador (L)	5,000	14,594
Tiempo limitante (h)	A: 0,411 B: 0,461	A: 1,968 B: 2,326
Costo de los extractores	813.812,72	2.087.332,83
CT (\$)	1.748.080,00	3.332.345,03

6.4.1.1 Estudio de distintas alternativas para el problema

En esta sección se resuelven distintos casos para el problema planteado con el propósito de analizar y comparar sus resultados con los obtenidos en la solución óptima del problema original. Primero se plantean dos alternativas estructurales de la planta y en el último punto se trabaja con un modelo de factores fijos.

6.4.1.1.1 Caso (a)

Como primera alternativa con respecto a la estructura de la planta se resuelve aquí el problema planteado previamente sin la opción de duplicar las operaciones en serie, más precisamente en la operación de extracción que, en este proceso, es la única que admite tal duplicación. Por lo tanto, la única opción estructural disponible es la tradicional duplicación en paralelo. La solución óptima para este caso consiste en duplicar fuera de fase todas las operaciones batch del proceso. Es decir, existen dos unidades en las operaciones de extracción, prensado y mezcla. El detalle de los tamaños óptimos y el número de unidades en paralelo se muestra en la tabla 6.8. Los valores de las variables de decisión del proceso se reportan en la tabla 6.9.

Tabla 6.8. Caso a - Solución óptima para el problema sin duplicación en serie.

	Operaciones					
	1	2	3	4	5	6
Tamaños	30,000	2758,506	687,208	5,000	0,200	29,913
Duplicación en paralelo	-	2	2	-	-	2
Duplicación en serie	-	1	1	-	-	1

Tabla 6.9. Caso a - Variables de decisión para el problema sin duplicación en serie.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,0000	0,9486	0,9914	0,01
B	1,0000	0,9546	0,9933	0,01

El costo total que resulta en este caso es de \$3.120.765,54, aproximadamente un 78% superior al valor de la solución óptima original.

Se puede observar en la tabla 6.10 que el tiempo de ciclo limitante es de 4,045 h para el producto A y 4,779 h para el producto B determinado por las operaciones de extracción y prensado. En consecuencia, la operación de mezcla con un tiempo de ciclo de 2,234 h y 2,601 h para el producto A y B, respectivamente, presenta tiempos ociosos significativos.

Tabla 6.10. Caso a - Tiempos de operación en el problema sin duplicación en serie.

i	Operaciones						TL_i
	1	2	3	4	5	6	
A	0,745	7,3456	4,0452	4,045	2,884	0,4225	4,045
B	0,320	9,2383	4,7791	4,779	2,399	0,4225	4,779

En este caso, aunque el número de unidades en paralelo en la única etapa de la operación de extracción es mayor que el obtenido en la solución óptima del problema original, no alcanza para disminuir el tiempo limitante de la operación a los valores obtenidos en la solución óptima del problema original. Este tiempo de ciclo mayor provoca que las operaciones manejen una bachada más grande para mantener la velocidad de producción, por ende los tamaños de las unidades son mayores aumentando el costo de las mismas.

Adicionalmente, con el objeto de cumplir con los requerimientos de cada producto y obtener un buen rendimiento con una única etapa en la operación de extracción, el grado de avance aumenta considerablemente con respecto al de la

solución original. Para lograr tal avance es necesario un aumento significativo en el tiempo empleado para llevar a cabo esta operación. Por otro lado, a fin de evitar tiempos ociosos en este caso se puede observar que en la solución el grado de avance de la prensa aumenta, con lo cual, aumenta el tiempo de operación de la misma hasta obtener un tiempo de ciclo igual al de la etapa de extracción.

Por lo tanto, este ejemplo permite obtener la solución para una formulación con las opciones estructurales tradicionales. La inclusión de la duplicación en serie permite obtener una mejora significativa como se advierte en la solución original.

6.4.1.1.2 Caso (b)

En este caso se impide la duplicación de unidades en paralelo fuera de fase en el problema pero se admite la duplicación en serie para la operación de extracción. Por este motivo, la solución óptima consiste en la selección de dos etapas en serie para la operación de extracción. En la tabla 6.11 se describen los tamaños óptimos de las unidades mientras que en la tabla 6.12 se detallan los valores de las variables de proceso para este caso.

Tabla 6.11. Caso b - Solución óptima para el problema sin duplicación en paralelo.

	Operaciones					
	1	2	3	4	5	6
Tamaños	30,000	2035,142	505,054	5,000	0,200	23,385
Duplicación en paralelo	-	1	1	-	-	1
Duplicación en serie	-	2	1	-	-	1

Tabla 6.12. Caso b - Variables de decisión para el problema sin duplicación en paralelo.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,0000	0,7308	0,6885	0,01
B	1,0000	0,7523	0,6885	0,01

Este problema arroja un valor para la función objetivo de \$2.317.769,39 un 32% superior al valor obtenido en la solución óptima del problema original. La tabla 6.13 muestra que la reducción del tiempo de ciclo limitante es de 3,244 h para el producto A y 3,744 h para el producto B.

Tabla 6.13. Caso b - Tiempos de operación en el problema sin duplicación en paralelo.

<i>i</i>	Operaciones						TL_i
	1	2	3	4	5	6	
A	0,549	2,6947	0,4225	2,822	2,255	0,4225	3,244
B	0,236	3,5076	0,4225	3,321	1,900	0,4225	3,744

La elección de dos etapas en la operación de extracción ocurre, al igual que en la solución original, debido a la disminución en el tiempo de ciclo limitante del proceso con lo que es posible manejar lotes mas pequeños en un volumen menor manteniendo la velocidad de procesamiento. Además, no se agrega un mayor número de unidades en serie en la operación de extracción ya que al no permitirse la duplicación en paralelo de las etapas posteriores, el proceso aguas abajo se transforma en limitante: una mayor cantidad de unidades en serie en la extracción no reducen el costo total del proceso. De este modo se prueba la necesidad de contemplar ambas opciones estructurales de manera simultánea.

6.4.1.1.3 Caso (c)

Con el propósito de comparar el problema de optimización del diseño que incorpora los modelos de performance del proceso con aquellos en los que los factores de tamaño y tiempo se mantenían fijos, en esta sección se resuelve el modelo de la planta batch asignando estimaciones razonables para las variables del proceso como se detallan en la tabla 6.14. Cuando se reemplazan estos valores en las ecuaciones presentadas en el apéndice C, se obtienen los factores de tiempo y tamaño fijos.

Los resultados de las dimensiones óptimas obtenidas en la solución del problema con factores fijos se muestran en la tabla 6.15.

Tabla 6.14. Caso c - Valores estimados para las variables de decisión del proceso.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,00	0,7	0,8	0,01
B	1,00	0,7	0,8	0,01

Tabla 6.15. Caso c - Solución óptima para el problema con factores fijos.

	Operaciones					
	1	2	3	4	5	6
Tamaños	30,000	1452,075	358,945	4,875	0,200	19,479
Duplicación en paralelo	-	1	1	-	-	1
Duplicación en serie	-	3	1	-	-	1

Tabla 6.16. Caso c - Tiempos de operación para el problema con factores fijos.

<i>i</i>	Operaciones						<i>TL_i</i>
	1	2	3	4	5	6	
A	0,392	2,3909	0,5455	2,107	1,878	0,4225	2,783
B	0,168	2,8607	0,4225	2,484	1,559	0,4225	3,029

Resulta interesante resaltar que el hecho que las variables de decisión del proceso se mantengan en valores fijos impide que en la optimización se adopten valores para los factores de tamaño y tiempo con el fin de evitar tiempos ociosos y la subutilización de las capacidades de las unidades en el proceso.

La tabla 6.15 muestra los tiempos de operación de cada operación del proceso y el tiempo limitante para cada producto en el proceso. El tiempo de ciclo limitante para el producto A es de 2,783 h y 3,029 h para el producto B determinado por la operación de extracción. En este caso, debido a que no se pueden ajustar los factores de tiempo en cada operación puesto que se fijaron las variables de proceso, la operación de mezcla presenta tiempos ociosos de 0,253 h para el producto A y 0,123 h para el producto B mientras que en la operación de prensado sólo el producto A presenta 0,13 h de tiempo ocioso.

La solución óptima del modelo con factores fijos arroja un valor de \$2.487.350,37 un 42% mayor que la solución óptima del modelo que incluye la performance del proceso. De esta forma se puede observar que los modelos de performance proveen un ahorro adicional en el costo de la planta respecto a los factores fijos, que se obtiene a partir de un mejor aprovechamiento de la capacidad de la planta y del tiempo disponible.

6.4.1.1.4 Caso (d)

Por último, se considera en este caso la optimización del proceso para cada producto por separado, es decir considerando una planta monoproducción y el empleo de las variables de decisión óptimas como datos para la planta batch multiproducto.

En la tabla 6.17 se detallan los valores de las variables de proceso obtenidas para cada planta monoproducción, esto es, produciendo únicamente el producto A (laurel) y sólo el producto B (romero).

Tabla 6.17. Caso d - Valores de las variables de decisión del proceso obtenidos para cada producto.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,00	0,4890	0,6885	0,01
B	1,00	0,5161	0,9542	0,01

Se puede observar que los valores de las variables de proceso correspondientes a los grados de avance de la extracción y del prensado obtenidos en cada planta monoproducción difieren de los valores de las variables obtenidos en la solución óptima de la planta multiproducto original. Esto se debe a que, al tener en cuenta la producción conjunta de ambos productos, se consideran las relaciones entre ellos; por ejemplo, usando los datos del caso (c) si un producto necesita un mayor tamaño de una unidad para cumplir con los requerimientos de producción el otro producto subutiliza la capacidad del equipo. Por el contrario, al incluir las variables de proceso, éstas se acomodan para aprovechar de mejor manera la capacidad disponible.

Siguiendo con este ejemplo, si se fijan las variables de proceso obtenidas en la tabla 6.16 en la planta multiproducto, se obtienen los factores de tamaño y tiempo fijos, caso similar al caso (c) presentado previamente, sólo que ahora se emplean aquellos valores óptimos sobre la planta monoproducción. En la tabla 6.18 se presentan los tamaños óptimos de las unidades en cada operación y la configuración de la planta para este caso.

La solución óptima arroja un valor de \$2.143.970,44 un 23% mayor que el de la solución original y un 14% menor que el que se obtuvo al fijar valores estimados para las variables de proceso en el caso previo.

Tabla 6.18. Caso d - Solución óptima para el problema multiproducto fijando las variables de proceso.

	Operaciones					
	1	2	3	4	5	6
Tamaños	30,000	736,663	183,184	4,774	0,200	7,824
Duplicación en paralelo	-	1	2	-	-	2
Duplicación en serie	-	3	1	-	-	1

Este último caso es valioso sobre el impacto de considerar las variables de decisión en un modelo que simultáneamente optimiza la estructura de la planta para todos los productos, pues muestra que incluso se puede obtener una mejora muy significativa por sobre los valores obtenidos para la optimización de cada planta por separado.

Finalmente, en la tabla 6.19 se reporta cada uno de los componentes de la función objetivo, es decir los costos incurridos en equipamiento, materia prima y solvente para la elaboración de ambos productos en la planta batch para cada uno de los casos analizados.

Tabla 6.19. Resumen de costos asociados a cada caso resuelto.

Descripción	Valor óptimo				
	Problema original	Caso a	Caso b	Caso c	Caso d
Costo de inversión por unidades batch	1.017.207,45	2.378.001,90	1.660.032,48	1.904.187,91	1.439.532,92
Costo de inversión por unidades semicontinuas	40.740,61	40.740,61	40.740,61	40.585,49	40.460,06
Costo de materia prima	652.281,10	663.509,92	583.170,01	512.800,40	627.600,84
Costo del solvente	37.850,84	38.513,10	33.826,29	29.776,57	36.376,62
CT (\$)	1.748.080,00	3.120.765,54	2.317.769,39	2.487.350,37	2.143.970,44

Al observar conjuntamente en esta tabla los resultados obtenidos en cada caso resuelto se puede concluir que el enfoque propuesto, esto es, la optimización de las variables de proceso conjuntamente con el diseño considerando la nueva opción estructural de duplicar etapas en serie, es el que arroja diseños con menores costos totales. Asimismo, se puede apreciar que la ganancia corresponde principalmente a la reducción en los tamaños en las unidades en las operaciones batch. Esto se debe a que la presencia de modelos de performance permite una reducción adicional de los tiempos

ociosos al ajustar los factores de tamaño y tiempo y, por consiguiente, una reducción en la capacidad de las unidades.

6.5 Formulación lineal para el proceso de producción de oleorresinas

En esta sección se presenta una formulación lineal empleando programación disyuntiva generalizada (LGDP) para el ejemplo de producción de oleorresinas planteado en la sección previa.

Es importante justificar, en primer lugar, el desarrollo de un modelo lineal. El modelo previo es no lineal, no convexo con expresiones muy particulares que dependen de la operación, el número de unidades en serie, etc. Por lo tanto, no es posible generar un procedimiento genérico mediante reemplazo de variables que permita convexificar el problema. En consecuencia, en la resolución de esta formulación MINLP no es posible asegurar optimalidad global para la solución hallada ya que se pueden presentar óptimos locales. Por otro lado, en esta tesis siempre se ha arribado a través de distintas suposiciones a modelos lineales que permiten asegurar optimalidad global en la resolución. Siendo coherentes con esta línea es que se pretende generar un modelo lineal en este caso.

Tal como se describirá luego en más detalle, esta opción queda habilitada al suponer que los equipos de cada operación y las variables de decisión del proceso pueden ser elegidos de un conjunto discreto de opciones. Para el caso de los equipos es una suposición muy razonable pues la misma se ajusta a la práctica habitual de aprovisionamiento. En el caso de las variables de proceso es una suposición más discutible. De todos modos, en un modelo en el cual se representan razonablemente un conjunto de alternativas estructurales y operativas y sus trade-offs, poder asegurar optimalidad global es muy valioso.

Dado la elevada complejidad de las decisiones discretas que presenta el ejemplo de producción de oleorresinas, es un caso muy interesante para el desarrollo de un modelo empleando programación disyuntiva ya que, como se ha comentado, esta herramienta permite la representación de situaciones complejas que implican múltiples

niveles de decisión de un modo simple y comprensible. En este ejemplo particular, el hecho que únicamente la operación de extracción admite la duplicación en serie, permitió obtener una formulación a través de LGDP. Si se presentara en otra operación la duplicación en serie no sería factible el empleo de esta herramienta como se expuso en la sección 6.2.

En este proceso, las expresiones de los factores de tamaño S_{ip} y tiempo t_{ip} para las operaciones batch y los factores de tamaño D_{ik} para las operaciones semicontinuas involucradas varían de acuerdo a la configuración de unidades en serie h seleccionada en la operación de extracción.

A fin de obtener la formulación lineal se deben realizar algunas definiciones y suposiciones adicionales. En principio, se asume que las variables de decisión del proceso están condicionadas a adoptar valores discretos para cada una de ellas. Esta suposición, en principio, conjuntamente con la provisión de equipos discretos permite lograr un modelo lineal que asegura en la resolución una solución óptima global. Sin embargo, al discretizar estas variables no se puede obtener el conjunto de valores realmente óptimo sino que se selecciona el conjunto de valores más próximos al óptimo y a su vez éste depende del conjunto de valores discretos proporcionados para cada una de las variables.

De esta manera, la relación solvente a sólido R_i puede tomar valores discretos del conjunto $SC_i = \{ R_{i1}, R_{i2}, \dots, R_{im_i} \}$ donde R_{ic} es el valor discreto c que adopta la variable de proceso R para el producto i . De forma análoga, las variables de proceso restantes, esto es, db_i , η_i y ε_i adoptan valores discretos de los conjuntos $SB_i = \{ \eta_{i1}, \eta_{i2}, \dots, \eta_{ik_i} \}$, $SD_i = \{ db_{i1}, db_{i2}, \dots, db_{im_i} \}$ y $SF_i = \{ \varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{io_i} \}$. Así, η_{ib} es el valor discreto b que adopta el grado de avance para el producto i en la extracción, db_{id} es el valor discreto d que adopta el tamaño de la partícula del producto i a la salida de la operación de molienda y ε_{if} es el valor discreto f que adopta el grado de avance de la prensa para el producto i .

Adicionalmente, tal como se realizara en capítulos previos, el tamaño de las unidades en las operaciones del proceso se selecciona de un conjunto de tamaños estándares correspondiente a la política real comercial de adquisición de los mismos. Así pues, el tamaño del equipo en la operación batch p , V_p , está condicionado a tomar valores de un conjunto de tamaños discretos disponibles $SV_p = \{ v_{p1}, v_{p2}, \dots, v_{pn_p} \}$,

donde v_{ps} representa el tamaño discreto s para la operación batch p . De forma similar, el tamaño de la unidad en la operación semicontinua, R_k , está limitado a tomar valores del conjunto $SR_k = \{\omega_{k1}, \omega_{k2}, \dots, \omega_{km_k}\}$, donde ω_{ku} indica el tamaño discreto u para la unidad en la operación semicontinua k .

Teniendo en cuenta las definiciones previas se pueden plantear ahora las siguientes disyunciones lineales para la operación de extracción del proceso de oleorresinas:

$$\left[\begin{array}{c} \forall \\ c \in SC_i \\ b \in SB_i \\ f \in SF_i \\ d \in SD_i \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \forall \\ h \in H_{ext} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} A_{icbfd} \\ \sigma_{i,Pre} = f(\varepsilon_{if}) n_i \\ \sigma_{i,Ext} = f(db_{id}, R_{ic}, \eta_{ib}) n_i \\ Z_{icbfdh} \\ D_{i,Mol} = f(R_{ic}, \varepsilon_{if}, db_{id}, x_{icbh}^{out}, y_{icbh}^{out}) \\ S_{i,Ext} = f(R_{ic}, \varepsilon_{if}, x_{icbh}^{out}, y_{icbh}^{out}) \\ S_{i,Pre} = f(R_{ic}, \varepsilon_{if}, x_{icbh}^{out}, y_{icbh}^{out}) \\ D_{i,Evap} = f(y_{icbh}^{out}) \\ RM_i = f(x_{icbh}^{out}) \\ CS_i = c_{solv} f(R_{ic}, x_{icbh}^{out}) \\ CB_{Ext} = h C_{Ext} \end{array} \right] \forall i \quad (6.36)$$

La disyunción (6.36) se ha definido para todo producto i elaborado en el proceso. En esta disyunción se asigna la variable booleana A_{icbfd} para denotar los valores discretos seleccionados para las variables de decisión del proceso. Si la variable booleana A_{icbfd} es verdadera, la relación de solvente a sólido, el grado de avance del extractor, grado de avance de la prensa y el tamaño de partícula adoptan los valores discretos c , b , f y d , respectivamente, para el producto i . En caso contrario la variable A_{icbfd} es falsa. Las dos primeras expresiones dentro de esta disyunción están relacionadas con el producto del tiempo de procesamiento en las operaciones de prensado y extracción por el número de bachadas de cada producto. La conveniencia del empleo de la variable σ para el producto mencionado se analiza en párrafos posteriores.

Una vez que se seleccionan los valores discretos para las variables de proceso, se debe elegir la configuración h de unidades en serie para efectuar la operación de

extracción. Por ello, se incluye una disyunción embebida donde la variable booleana Z_{icbhdh} es verdadera cuando se escoge la configuración h en la operación de extracción y es falsa en caso contrario. Sea H_{ext} el conjunto de configuraciones h que se puede emplear para llevar a cabo la operación de extracción. Cada término de la disyunción embebida incluye las ecuaciones para los factores de tamaño de las operaciones incluidas en el proceso de producción de oleorresinas que dependen de la configuración en serie que se adopta en la operación de extracción y el costo de inversión de la operación de extracción CB_{Ext} . Las variables intermedias x_{icbh}^{out} e y_{icbh}^{out} en las ecuaciones de los factores de tamaño adoptan valores discretos pero diferentes para cada configuración en serie h seleccionada en la extracción. En la solución óptima, será seleccionada una única alternativa para esta operación y sólo las restricciones incluidas en el término correspondiente se deben satisfacer.

Ahora bien, se adicionan a la formulación anterior las siguientes disyunciones que permiten determinar tanto las dimensiones como la duplicación en paralelo de las operaciones de la planta.

$$\bigvee_{s \in SV_p} \left[\begin{array}{l} W_{ps} \\ n_i \geq \left(\frac{S_{ip}}{v_{ps}} \right) q_i \quad \forall i \\ CO_p = \alpha_p v_{ps}^{\beta_p} \end{array} \right] \quad \forall p \quad (6.37)$$

$$\bigvee_{u \in SR_k} \left[\begin{array}{l} G_{ku} \\ \xi_{ib} \geq \left(\frac{D_{ik}}{\omega_{ku}} \right) q_i \quad \forall i, b \\ CR_k = \gamma_k \omega_{ku}^{\delta_k} \end{array} \right] \quad \forall k \in b \quad (6.38)$$

$$\bigvee_{m \in M_p} \left[\begin{array}{l} Y_{pm} \\ T_i \geq \frac{\xi_{ib^u} + \sigma_{ip} + \xi_{ib^d}}{m} \quad \forall i \\ C_p = m CO_p \end{array} \right] \quad \forall p \quad (6.39)$$

La disyunción (6.37) se ha definido para cada operación batch p incluida en el proceso. Esta disyunción tiene un término para cada tamaño discreto s que puede tomar la unidad en la operación batch p . Sólo un tamaño se debe seleccionar para cada operación. La variable booleana W_{ps} es verdadera cuando se utiliza el tamaño discreto s en la operación p , en caso contrario la variable es falsa. En este caso se plantean restricciones apropiadas en cada término a fin de considerar el costo de inversión CO_p y asegurar la demanda de producción del producto i , q_i .

Las ecuaciones en la disyunción (6.37) corresponden al diseño de la operación batch p . Las ecuaciones de dimensionamiento para las unidades batch en función del número de bachadas n_i y el nivel de producción q_i vienen dadas por la expresión lineal:

$$n_i \geq \left(\frac{S_{ip}}{v_{ps}} \right) q_i \quad (6.40)$$

donde el tamaño estándar v_{ps} es un valor constante. La siguiente restricción corresponde al costo de la unidad en esta alternativa CO_p utilizando la expresión de la ley de potencia sobre la capacidad.

La siguiente disyunción (6.38) se define para todas las operaciones semicontinuas k incluidas en el proceso. La variable booleana G_{ku} es verdadera cuando el tamaño u se utiliza en la unidad semicontinua k . A continuación se detallan las restricciones incluidas en esta disyunción.

La ecuación de dimensionamiento (6.12) para las unidades en las operaciones semicontinuas k se puede expresar en función del número de bachadas n_i y la cantidad producida q_i de la siguiente forma:

$$\theta_{ik} n_i \geq \frac{D_{ik}}{R_k} q_i \quad \forall i, k \quad (6.41)$$

Teniendo en cuenta la presencia de subtrenes semicontinuos b la expresión previa se puede escribir como:

$$\phi_{ib} n_i \geq \frac{D_{ik}}{R_k} q_i \quad \forall i, b, k \in b \quad (6.42)$$

El producto del tiempo del tren semicontinuo ϕ_{ib} por el número de bachadas n_i origina no linealidades en (6.42). Con el propósito de reformular esta ecuación como una expresión lineal, se incluye una nueva variable ξ_{ib} en la formulación del modelo.

$$\xi_{ib} = \phi_{ib} n_i \quad \forall i, b \quad (6.43)$$

Como se mencionó anteriormente, el tamaño de la unidad semicontinua R_k esta condicionado a tomar valores del conjunto SR_k de tamaños discretos ω_{ku} . De esta forma, la ecuación que modela el tiempo del subtren semicontinuo se expresa en forma lineal en la disyunción (6.38) de la siguiente manera:

$$\xi_{ib} \geq \left(\frac{D_{ik}}{\omega_{ku}} \right) q_i \quad (6.44)$$

La siguiente restricción en la disyunción (6.38) representa el costo de inversión para la unidad en la operación semicontinua k .

Finalmente, la disyunción (6.39) determina la duplicación en paralelo en cada operación batch p . Para tal fin, se incluye la variable booleana Y_{pm} que es verdadera cuando m unidades en paralelo operan fuera de fase en la operación p . Cada término incluye restricciones sobre el tiempo total dedicado a la producción del producto i y el costo de inversión C_p de la operación batch.

Por otro lado, las expresiones que determinan el tiempo de ciclo limitante considerando la duplicación de M_p unidades en paralelo fuera de fase para las operaciones batch y semicontinuas son las siguientes:

$$TL_i \geq \frac{\phi_{ib}^u + t_{ip} + \phi_{ib}^d}{M_p} \quad \forall i, p \quad (6.45)$$

$$TL_i \geq \phi_{ib} \quad \forall i, b \quad (6.46)$$

Teniendo en cuenta la definición del tiempo total para elaborar el producto i :

$$T_i = TL_i n_i \quad \forall i \quad (6.47)$$

Las expresiones que determinan el tiempo de ciclo limitante (6.45) y (6.46) se multiplican por el número de bachadas n_i con lo cual se obtienen las siguientes restricciones:

$$T_i \geq \frac{\phi_{ib^u} n_i + t_{ip} n_i + \phi_{ib^d} n_i}{M_p} \quad \forall i, p \quad (6.48)$$

$$T_i \geq \phi_{ib} n_i \quad \forall i, b \quad (6.49)$$

Ahora bien, los productos del tiempo del subtren semicontinuo por el número de bachadas que aparecen en las ecuaciones previas se reemplazan por la variable ξ_{ib} .

$$T_i \geq \frac{\xi_{ib^u} + t_{ip} n_i + \xi_{ib^d}}{M_p} \quad (6.50)$$

$$T_i \geq \xi_{ib} \quad \forall i, b \quad (6.51)$$

Puesto que en este caso el tiempo de procesamiento de la operación batch t_{ip} es una variable en la formulación, su producto por el número de bachadas es no lineal. A continuación se incluye una nueva variable σ_{ip} en la formulación del modelo a fin de reformular la restricción (6.50) como una expresión lineal.

$$\sigma_{ip} = t_{ip} n_i \quad \forall i, p \quad (6.52)$$

Teniendo en cuenta esta definición, se obtiene la siguiente expresión lineal que se incluye en la disyunción que determina la duplicación de unidades en paralelo (6.39).

$$T_i \geq \frac{\xi_{ib^u} + \sigma_{ip} + \xi_{ib^d}}{m} \quad (6.53)$$

La siguiente restricción en la disyunción (6.39) corresponde al costo de inversión total en la operación p , C_p , el cual tiene en cuenta el costo de la unidad seleccionada en la operación p , CO_p y el número de unidades en paralelo m para la misma.

Por otro lado, se puede ahora expresar la restricción sobre el horizonte de planeamiento (6.7) como una expresión lineal de la siguiente manera:

$$\sum_i T_i \leq H \quad (6.54)$$

Por último, la función objetivo del modelo consiste en minimizar el costo total del proceso CT dado por la siguiente ecuación, donde el costo de inversión de la extracción se calcula con el término CB_{Ext} (usando (6.36)) en lugar de C_p para tener en cuenta la duplicación en serie.

$$\min CT = \sum_p C_p + \sum_k CR_k + \sum_i \kappa_i RM_i + \sum_i CS_i \quad (6.55)$$

6.5.1 Reformulación de la cáscara convexa del modelo para el proceso de oleorresinas

Se escogió la relajación de la cáscara convexa para reformular el modelo LGDP presentado para el proceso de producción de oleorresinas en un modelo MILP ya que provee una región factible más ajustada que la relajación big-M (Vecchietti, 2000). Este hecho se debe a que no se cuenta con cotas ajustadas para la determinación de los parámetros BM empleados en esta última. De esta forma, se tiene entonces el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\sum_c \sum_b \sum_f \sum_d a_{icbfd} = 1 \quad \forall i \quad (6.56)$$

$$\sigma b_{icbfd,Pre} = f(\varepsilon_{if}) n b_{icbfd,pre} \quad \forall i, c, b, f, d \quad (6.57)$$

$$\sigma b_{icbfd,Ext} = f(db_{id}, R_{ic}, \eta_{ib}) nb_{icbfd,ext} \quad \forall i, c, b, f, d \quad (6.58)$$

$$\sigma_{i,p} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d \sigma b_{icbfdp} \quad \forall i, p = pre, ext \quad (6.59)$$

$$\sigma b_{icbfdp} \leq \sigma_{ip}^U a_{icbfd} \quad \forall i, c, b, f, d, p = pre, ext \quad (6.60)$$

$$n_i = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d nb_{icbfdp} \quad \forall i, c, b, f, d, p = pre, ext \quad (6.61)$$

$$nb_{icbfdp} \leq n_i^U a_{icbfd} \quad \forall i, c, b, f, d, p = pre, ext \quad (6.62)$$

$$\sum_{h \in H_{ext}} z_{icbfdh} = a_{icbfd} \quad \forall i, c, b, f, d \quad (6.63)$$

$$D_{i,Mol} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d f(R_{ic}, \varepsilon_{if}, db_{id}, x_{icbh}^{out}, y_{icbh}^{out}) z_{icbfdh} \quad \forall i \quad (6.64)$$

$$S_{i,Ext} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d f(R_{ic}, \varepsilon_{if}, x_{icbh}^{out}, y_{icbh}^{out}) z_{icbfdh} \quad \forall i \quad (6.65)$$

$$S_{i,Pre} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d f(R_{ic}, \varepsilon_{if}, x_{icbh}^{out}, y_{icbh}^{out}) z_{icbfdh} \quad \forall i \quad (6.66)$$

$$D_{i,Evap} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d f(y_{icbh}^{out}) z_{icbfdh} \quad \forall i \quad (6.67)$$

$$RM_i = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d f(x_{icbh}^{out}) z_{icbfdh} \quad \forall i \quad (6.68)$$

$$CS_i = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d f(R_{ic}, x_{icbh}^{out}) z_{icbfdh} \quad \forall i \quad (6.69)$$

$$\sum_s w_{ps} = 1 \quad \forall p \quad (6.70)$$

$$\left(\frac{Sb_{ips}}{v_{ps}} \right) q_i \leq nc_{ips} \quad \forall i, p, s \quad (6.71)$$

$$S_{ip} = \sum_s Sb_{ips} \quad \forall i, p, s \quad (6.72)$$

$$Sb_{ips} \leq S_{ip}^U w_{ps} \quad \forall i, p, s \quad (6.73)$$

$$n_i = \sum_s nc_{ips} \quad \forall i, p, s \quad (6.74)$$

$$nc_{ips} \leq n_i^U w_{ps} \quad \forall i, p, s \quad (6.75)$$

$$\sum_u g_{ku} = 1 \quad \forall u \quad (6.76)$$

$$\left(\frac{Db_{iku}}{\omega_{ku}} \right) q_i \leq \xi b_{iku} \quad \forall i, k, u \quad (6.77)$$

$$D_{ik} = \sum_u Db_{iku} \quad \forall i, k \quad (6.78)$$

$$Db_{iku} \leq D_{ik}^U g_{ku} \quad \forall i, k, u \quad (6.79)$$

$$\xi_{ib} \geq \sum_u \xi b_{iku} \quad \forall i, b, k \in b \quad (6.80)$$

$$\xi b_{iku} \leq \xi_{ib}^U g_{ku} \quad \forall i, b, k \in b, u \quad (6.81)$$

$$CR_k = \sum_k \gamma_k \omega_{ku}^{\delta_k} g_{ku} \quad \forall k \quad (6.82)$$

$$\sum_m y_{pm} = 1 \quad \forall p \quad (6.83)$$

$$Tc_{ipm} \geq \frac{\xi c_{ib^u pm} + \sigma c_{ipm} + \xi c_{ib^d pm}}{m} \quad \forall i, p, m \quad (6.84)$$

$$T_i = \sum_m Tc_{ipm} \quad \forall i, p \quad (6.85)$$

$$Tc_{ipm} \leq T_i^U y_{pm} \quad \forall i, p, m \quad (6.86)$$

$$\xi_{ib} = \sum_m \xi c_{ibpm} \quad \forall i, b, p \quad (6.87)$$

$$\xi c_{ibpm} \leq \xi_{ib}^U y_{pm} \quad \forall i, b, p, m \quad (6.88)$$

$$\sigma_{ip} = \sum_m \sigma c_{ipm} \quad \forall i, p \quad (6.89)$$

$$\sigma c_{ipm} \leq \sigma_{ip}^U y_{pm} \quad \forall i, p, m \quad (6.90)$$

$$CO_p = \sum_s \alpha_p v_{ps}^{\beta_p} w_{ps} \quad \forall p \quad (6.91)$$

$$m COb_{pm} \leq Cb_{pm} \quad \forall p, m \quad (6.92)$$

$$COb_{pm} \leq CO_p^U y_{pm} \quad \forall p, m \quad (6.93)$$

$$CO_p = \sum_m COb_{pm} \quad \forall p \quad (6.94)$$

$$Cb_{pm} \leq C_p^U y_{pm} \quad \forall p, m \quad (6.95)$$

$$C_p = \sum_m Cb_{pm} \quad \forall p \quad (6.96)$$

$$CB_{Ext} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d \sum_h h Cc_{icbfdh,Ext} \quad \forall i \quad (6.97)$$

$$Cc_{icbfdh,Ext} \leq C_{Ext}^U z_{icbfdh} \quad \forall i, c, b, f, d, h \quad (6.98)$$

$$C_{Ext} = \sum_c \sum_b \sum_f \sum_d \sum_h Cc_{icbfdh,Ext} \quad \forall i \quad (6.99)$$

En síntesis, el problema MILP obtenido al aplicar la relajación de la cáscara convexa al modelo original consiste en minimizar la función objetivo (6.55) sujeta a la restricción del horizonte de tiempo (6.54) y las restricciones (6.51), (6.56) – (6.99).

6.5.2 Ejemplo numérico

El modelo LGDP para la optimización del diseño de la planta de producción de oleorresinas y su reformulación MILP presentada en la sección previa se ilustra a través del mismo ejemplo presentado en la sección 6.4.1. El código CPLEX 9.0 fue utilizado para resolver la reformulación MILP de este problema en el software GAMS 21.6 en una computadora Pentium (R) IV, 3.00 GHz. A fin de asegurar que la solución hallada es la óptima la diferencia de integralidad es 0%.

Los datos del problema se obtienen de las tablas 6.1 y 6.2 con los datos para los parámetros en las expresiones de los factores de tamaño y tiempo dados en la tabla C.1 en el apéndice C. Los valores discretos considerados para las variables de proceso se detallan en la tabla 6.20 mientras que en la tabla 6.21 se reportan los tamaños discretos disponibles para las operaciones batch y semicontinuas del proceso.

Tabla 6.20. Ejemplo - Valores discretos para las variables de proceso de cada producto.

Opción	Producto A				Producto B			
	R_{ic}	η_{ib}	ε_{if}	db_{id}	R_{ic}	η_{ib}	ε_{if}	db_{id}
1	1,00	0,38	0,40	0,01	1,00	0,39	0,40	0,01
2	1,10	0,45	0,50	0,03	1,15	0,50	0,55	0,03
3	1,20	0,50	0,75	0,05	1,25	0,65	0,75	0,05
4	1,30	0,70	0,80	0,10	1,30	0,80	0,85	0,10

Tabla 6.21. Ejemplo - Tamaños estándares disponibles para cada operación.

Opción	Volúmenes discretos, v_{ps}			Tamaños discretos, ω_{ku}		
	2	3	6	1	4	5
1	100	30	5	7	0,5	0,2
2	300	100	10	10	1	0,5
3	500	200	20	20	2	1
4	1000	500	30	25	3	1,5
5	2000	1000	50	30	5	2

La reformulación de la cáscara convexa involucra 9003 variables de las cuales 3626 son variables binarias y 7073 restricciones. El modelo se resuelve en 1384,3 CPU segundos arrojando un valor para la función objetivo de \$1.818.411,64. En la tabla 6.22 se detallan los valores de las variables de decisión adoptadas mientras que en la tabla 6.23 se reportan los tamaños discretos óptimos seleccionados para cada una de las unidades empleadas en las operaciones de la planta de producción de oleorresinas, y las opciones elegidas para la configuración de la planta. Análogamente al caso no lineal, la estructura óptima, se ilustra en la figura 6.3.

Tabla 6.22. Valores discretos adoptados para las variables de decisión del proceso.

Producto	R_i	η_i	ε_i	db_i (cm)
A	1,00	0,38	0,75	0,01
B	1,00	0,39	0,75	0,01

Tabla 6.23. Tamaños y duplicación óptima de las unidades en las operaciones del proceso.

	Operaciones					
	1	2	3	4	5	6
Tamaños	30,00	300,00	100,00	5,00	0,20	5,00
Duplicación en paralelo	-	1	2	-	-	2
Duplicación en serie	-	4	1	-	-	1

Tabla 6.24. Tiempos de operación para cada producto en las operaciones del proceso.

i	Operaciones						TL_i
	1	2	3	4	5	6	
A	0,081	0,352	0,479	0,421	0,306	0,423	0,450
B	0,035	0,463	0,479	0,496	0,256	0,423	0,498

Tal como se puede ver en la tabla 6.23 la configuración óptima de la planta corresponde a cuatro etapas de extracción en serie operando en contracorriente y dos

unidades en paralelo operando fuera de fase en las operaciones batch de prensado y mezcla. Si se comparan los valores de los tamaños adoptados en la solución de este modelo con el modelo no lineal reportados en la tabla 6.5 se puede concluir que se ha seleccionado los tamaños discretos más cercanos al valor continuo encontrado en la solución del problema no lineal. Por tal motivo, en este caso se obtiene un incremento del 4% en el costo total debido al mayor costo de las unidades.

Es interesante notar que el modelo MILP requiere un mayor tiempo de resolución debido al gran número de variables y ecuaciones manejadas. Sin embargo, en este modelo se alcanza un óptimo global.

6.6 Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado un modelo MINLP general que incorpora la información del proceso en el diseño de plantas batch multiproducto considerando la opción estructural de duplicar unidades en serie.

El trabajo presentado representa un incremento en el nivel de detalle con respecto a los modelos con factores fijos presentados previamente en esta tesis ya que se incorporaron los modelos de performance del proceso. Estos modelos añaden a la formulación la optimización de las variables de decisión del proceso con objeto de superar la suposición de rendimiento constante que se planteó en los modelos previos en los que se introdujo la nueva decisión de diseño de duplicar unidades en serie con el objeto de obtener factores de tamaño y tiempo fijos.

Los modelos de performance en este modelo son ecuaciones algebraicas adicionales que se añadieron al modelo de diseño para determinar los factores de tamaño y tiempo en función de las variables de decisión de mayor impacto económico en el proceso. Estos modelos de performance son no lineales y no convexos y por ello son más difíciles de resolver que los modelos de factores de tamaño y tiempo fijos.

El modelo fue formulado mediante programación mixta entera no lineal (MINLP), se definieron alternativas estructurales para la planta de acuerdo a las combinaciones de las posibles configuraciones de unidades en cada operación. De esta forma, el modelo determina la estructura de la planta al seleccionar la configuración de

unidades en serie en cada operación conjuntamente con la duplicación de unidades en paralelo fuera de fase en cada etapa en serie de cada operación en la planta. Asimismo, se determinan los valores óptimos para las variables de decisión del proceso. Debido a que se trata de un problema no lineal y no convexo no es posible garantizar optimalidad global de la solución hallada en la resolución del mismo.

Para ilustrar la aplicación del modelo se utilizó una planta real de producción de oleorresinas, dentro de la cual la operación de extracción es la única que admite la duplicación de unidades en serie. Se resolvieron varias alternativas estructurales y se compararon los resultados cuando se emplean los modelos de performance con aquellos en los que los factores de tamaño y tiempos son constantes.

La inclusión de las variables de decisión del proceso en el modelo permite obtener diseños más económicos con tiempos ociosos reducidos y con mayor utilización de la capacidad de las unidades. De esta forma, los resultados obtenidos muestran que el modelo de performance provee una mejor solución, debido a los grados de libertad extra que introduce este enfoque.

Por otro lado, siguiendo la línea de trabajo empleada en esta tesis con respecto al desarrollo de modelos lineales, se propuso un modelo lineal empleando programación disyuntiva para el proceso de oleorresinas. La generación del modelo LGDP fue posible gracias a que en este proceso la operación de extracción es la única que admite la duplicación en serie. Este hecho elimina las características combinatorias que surgen en el caso de que existan varias operaciones en serie en un proceso que impiden el empleo de GDP. Este modelo fue reformulado a un modelo MILP mediante la relajación de la cáscara convexa con el fin de permitir su resolución con los resolvers MILP disponibles. La solución encontrada en este modelo es una aproximación a la óptima del problema debido a la discretización de las variables de proceso empleada para obtener un modelo lineal. Cabe destacar que la solución encontrada en el modelo lineal del problema probó ser una buena aproximación de la solución encontrada para el modelo MINLP.

6.7 Nomenclatura

Subíndices

b	Subtren semicontinuo
h	Unidades en serie
i	Producto
m	Unidades en paralelo
p	Operación batch
s	Tamaños discretos para las unidades batch.
k	Operación semicontinua
l	VARIABLES DE PROCESO

Superíndices

d	Aguas abajo (<i>downstream</i>)
L	Cota inferior
u	Aguas arriba (<i>upstream</i>)
U	Cota superior

Parámetros

c_{solv}	Costo de recuperación por kg de solvente.
H	Horizonte de tiempo
q_i	Cantidad de producto i requerida en el horizonte de planeamiento.
α_p	Coefficiente de costo para las unidades en la operación batch p .
β_p	Exponente de costo para las unidades en la operación batch p .
γ_k	Coefficiente de costo para las unidades en la operación semicontinua k .
δ_k	Exponente de costo para las unidades en la operación semicontinua k .
κ_i	Precio de la materia prima para el producto i .
v_{ps}	Volumen estándar de tamaño s para la unidad en la operación batch p .
ω_{ku}	Tamaño estándar u para la unidad en la operación semicontinua k .

Variables binarias

a_{icbfd}	Adopta el valor 1 si se adoptan los valores discretos c , b , f y d en las variables del proceso para el producto i .
w_{ps}	Adopta el valor 1 si la unidad en la operación p adopta el tamaño s .
g_{ku}	Adopta el valor 1 si la unidad en la operación k adopta el tamaño u .

y_{pm}	Adopta el valor 1 si la operación p tiene m unidades en paralelo fuera de fase.
$z_{icbfldh}$	Adopta el valor 1 si se selecciona la configuración en serie h en la operación de extracción cuando las variables adoptan los valores discretos c, b, f, d .

Variables continuas

B_i	Tamaño de bachada del producto i .
C_p	Costo de inversión en la operación p .
db	Diámetro de partícula del sólido a la salida del molino.
D_{ika}	Factor de tamaño de la unidad semicontinua k para el producto i .
n_i	Número de bachadas del producto i .
R_k	Tamaño de la unidad en la operación semicontinua k .
R_i	Relación másica de solvente a sólido para el producto i .
RM_i	Cantidad de materia prima para elaborar el producto i .
S_{ipa}	Factor de tamaño del producto i en la operación p utilizando la configuración h .
t_{ipa}	Tiempo de procesamiento de la operación p en la alternativa estructural a para el producto i .
T_i	Tiempo total para elaborar el producto i .
TL_i	Tiempo de ciclo limitante para el producto i .
V_p	Volumen de la unidad en la operación batch p .
ε_i	Grado de avance de la prensa para el producto i .
η_i	Grado de avance o extensión de la extracción para el producto i .
θ_{ik}	Tiempo de procesamiento del producto i para la unidad semicontinua k .
ξ_{ib}	Variable que representa el producto de las variables $\phi_{ib} n_i$.
ϕ_{ib}	Tiempo de operación de un subtren semicontinuo b para el producto i .
σ_{ip}	Variable que representa el producto de las variables $t_{ip} n_i$.

CAPÍTULO 7

Conclusiones

7.1 Conclusiones generales

Tal como se ha planteado en el primer capítulo de esta tesis, el objetivo principal de la misma ha sido el de proponer y desarrollar modelos y metodologías de optimización en plantas batch multiproducto con vistas a minimizar limitaciones y realizar aportes novedosos respecto de los enfoques encontrados en la bibliografía hasta la fecha.

A fin de cumplir con este objetivo, en primera instancia se presentó un modelo multiperiodo general para plantas batch multiproducto que tiene en cuenta los problemas de diseño y planeamiento de la producción de manera simultánea. De esta forma se consideraron los trade-offs entre ambos problemas como así también las fluctuaciones de los patrones de demanda y la disponibilidad de las materias primas debidas a variaciones estacionales y/o de mercado.

En el problema de diseño de este primer modelo, se consideraron tanto unidades batch como semicontinuas y su duplicación en paralelo, operando fuera de fase en las primeras y en fase en las últimas. A su vez, se incluyó la asignación de tanques de almacenamiento intermedio y su dimensionamiento. Se adoptó la política comercial de provisión de equipos por lo que los tamaños de las unidades empleadas en cada operación se seleccionan de un conjunto de tamaños estándares disponibles. En cuanto al problema de planeamiento se evaluaron conjuntamente las compras, ventas, inventarios de materias primas y productos, penalidades por entregas tardías y manejo de residuos por vencimiento.

La formulación MINLP inicial no lineal y no convexa se transformó en un modelo lineal MILP a través de un esquema de linealización con el propósito de garantizar optimalidad global de la solución.

A través de los resultados obtenidos de los ejemplos empleados usando este modelo, se pudo concluir que el mismo contempla la interacción entre las decisiones comerciales y de diseño, políticas de producción, ventas y de inventario, de manera simultánea. Asimismo, a fin de justificar el enfoque propuesto se evaluó el efecto del contexto multiperiodo. Se concluyó que, al considerar un único periodo en los ejemplos se obtuvieron soluciones muy diferentes y desfavorables por no tener en cuenta

variaciones en los sucesivos periodos. En resumen, el diseño final de la planta batch está fuertemente afectado por las decisiones de planeamiento y la estacionalidad.

Continuando con este tema de investigación, se propuso un modelo multiperiodo con nuevas alternativas en el problema de diseño. Al igual que en el modelo previo, se consideraron unidades disponibles en tamaños estándares y se aplicaron esquemas de linealización a fin de obtener un modelo MILP y garantizar así que la solución sea la óptima. Así, la formulación MILP multiperiodo implica decisiones discretas para la selección de la estructura y decisiones continuas para obtener el plan de producción de la planta en cada periodo para un pronóstico dado de demandas del producto y precios en cada periodo de tiempo.

Un aporte novedoso respecto al primer modelo presentado en esta tesis y a los modelos publicados en literatura es que este modelo permite la inclusión de unidades en cada periodo del horizonte de planeamiento. Asimismo, admite la duplicación en paralelo de las unidades con tamaños diferentes operando bien sea en fase o fuera de fase. Las unidades en cada etapa se pueden configurar de distinta forma para cada producto y en cada periodo de tiempo. Por otro lado, el modelo es útil en los problemas de retrofit ya que permite la expansión de la capacidad durante el horizonte de tiempo para satisfacer nuevos requerimientos de la planta o la producción de nuevos productos.

El modelo se aplicó en varios ejemplos en los que, al igual que en el modelo previo, se comprobó las interacciones entre el plan de la producción con el diseño de la planta. Además se advirtió que la estructura de la planta cambiaba con el transcurso del tiempo y que a su vez variaba de acuerdo a los requerimientos de cada producto.

Como otro aporte de la tesis se propuso una nueva decisión estructural, la duplicación de unidades en serie, para efectuar una determinada operación del proceso batch. Esta opción es aplicable a operaciones particulares, lo cual hace que los trade-offs que se presenten en el proceso sean dependientes de tales operaciones. De esta forma, este tipo de duplicación no se puede generalizar como ocurre en la tradicional duplicación en paralelo fuera de fase que, independientemente de la operación de que se trate, permite disminuir los tiempos de ciclo limitantes. Además, la duplicación en serie en una operación afecta al resto de las operaciones en el proceso por lo que fue necesario realizar suposiciones adicionales para plantear modelos generales para plantas batch multiproducto que emplean factores de tamaño y tiempo fijos.

Bajo este concepto, se planteó un primer modelo multiperiodo general empleando factores fijos incluyendo la duplicación de unidades en serie. Para obtener los factores de tamaño y tiempo fijos se asumió que los rendimientos se mantenían constantes en todas las configuraciones de unidades en serie de la operación. Este hecho evitó que el resto de las operaciones se vieran afectadas por este tipo de duplicación. Este modelo permitió optimizar simultáneamente el diseño y planeamiento de la producción de manera análoga a los primeros modelos presentados en esta tesis. Como primera aproximación se asumió que el bloque de unidades en serie se podía duplicar en paralelo fuera de fase y que las unidades tomaban tamaños iguales de un conjunto de tamaños estándares disponibles comercialmente.

El modelo fue formulado utilizando programación lineal disyuntiva generalizada (LGDP). A su vez, este modelo fue reformulado a un problema MILP equivalente mediante la relajaciones big-M y de la cáscara convexa a fin de permitir su resolución con los resolvers MILP disponibles. Considerando ambas, la reformulación de la cáscara convexa fue sensiblemente más difícil de generar porque involucra mayor número de variables y restricciones que la reformulación big-M.

Para ilustrar el enfoque propuesto se utilizó una planta real empleada en la producción de oleorresinas. Este ejemplo permitió evaluar los trade-offs entre la duplicación en serie versus la duplicación en paralelo fuera de fase teniendo en cuenta que en la operación de extracción a medida que aumenta el número de unidades en serie disminuye el tiempo de operación. Entonces, se pudo concluir que la duplicación en serie reducía en mayor medida los tiempos de operación y costos que la duplicación en paralelo para un mismo número de unidades en la operación que admitía ambos tipos de duplicación.

Posteriormente, se desarrollaron dos modelos en los que la determinación del número de unidades en serie para llevar a cabo una operación se incorpora como una nueva decisión en el problema de diseño de plantas batch multiproducto. Estos modelos permiten ahora que las unidades en la serie puedan tener tamaños diferentes y se pueden duplicar en paralelo fuera de fase de manera independiente. El primer modelo, no lineal, fue formulado considerando que los tamaños de las unidades pueden tomar valores continuos mientras que el segundo, un modelo lineal, selecciona los tamaños de las unidades de un conjunto de tamaños discretos disponibles. Los problemas fueron formulados empleando programación disyuntiva generalizada (GDP), y luego fueron

reformulados mediante la relajación big-M para su resolución en los resolvedores comerciales disponibles. El primer modelo no lineal, fue convexificado a través de una transformación exponencial para poder garantizar que la solución encontrada fuese la óptima global.

Para evaluar el comportamiento de los modelos propuestos se tomó como ejemplo de aplicación una planta batch biotecnológica que elabora proteínas recombinantes. Un rasgo particular de este proceso es que emplea unidades compuestas en algunas de las operaciones, donde unidades semicontinuas operan sobre el material contenido en ítems batch. Por esta razón, se debieron adaptar las características particulares de este proceso a los modelos disyuntivos generales propuestos.

Se estudiaron diversas alternativas estructurales realizando un análisis de los costos con el propósito de analizar el impacto de la duplicación en serie. A través de estas, se pudo concluir que la duplicación en serie presenta trade-offs importantes con otras decisiones estructurales de la planta como por ejemplo el número de unidades en paralelo y con consideraciones del problema (costo del inóculo).

Por último, se incorporaron modelos de performance del proceso al modelo de diseño en el que se introdujo la decisión de duplicar unidades en serie. Debido a que en los modelos previos fue necesario realizar suposiciones en cuanto a mantener un rendimiento constante para obtener factores fijos, se consideró necesario eliminar tales suposiciones al incluir los modelos de performance. Estos modelos de performance del proceso permitieron determinar los factores de tamaño y tiempo como función de las variables de decisión de mayor impacto económico seleccionadas para la optimización. Estas funcionalidades introdujeron no linealidades y no convexidades que dificultan la resolución, sin embargo las mismas permitieron contemplar el hecho de que un cambio en la configuración en serie en una operación determinada afecta los tiempos y rendimientos de las restantes en el proceso.

En base a estas características, el modelo general fue formulado mediante programación mixta entera no lineal (MINLP). Así el modelo resultante es no convexo por lo que no fue posible garantizar optimalidad global en la resolución.

Para demostrar la versatilidad y aplicación del modelo se utilizó como ejemplo el proceso de producción de oleorresinas. Se realizaron análisis en cuanto a distintas alternativas estructurales y se compararon los resultados cuando se emplean los modelos de performance con aquellos en los que los factores de tamaño y tiempos son

constantes. La inclusión de la optimización de las variables de decisión del proceso en el modelo permitió obtener diseños más económicos con tiempos ociosos reducidos y con mayor utilización de la capacidad de las unidades. En consecuencia, los resultados obtenidos demostraron que el modelo de performance provee una mejor solución, debido a que se tiene en cuenta la influencia de las variables de proceso sobre las distintas alternativas de configuración en serie que se plantean en el problema.

7.2 Trabajo futuro

En trabajos publicados previamente se diseñaba la planta considerando que los parámetros tales como demandas, precios, etc. se mantenían constantes a lo largo del horizonte de planeamiento. Se trabaja generalmente sobre un único periodo de tiempo asumiendo por lo tanto que estos valores se mantenían sin cambios en el futuro. Se trataba de un contexto sumamente simplificado.

En la primera parte de este trabajo de tesis, se desarrollaron modelos multiperiodo que incorporan la variación temporal de tales parámetros lo cual supone una mejora frente a la mayoría de los enfoques previos que consideraban un único periodo. Estos modelos están basados en el supuesto de que todos los datos del problema son conocidos con certidumbre (modelos determinísticos) para todos los periodos y, por tanto son constantes a la hora de resolverlo.

Sin embargo, en un contexto multiperiodo, la incertidumbre en los parámetros que intervienen en modelos de plantas batch es más significativa debido a las dependencias de los mismos con el tiempo, generalmente más largo, y a las dificultades para pronosticar el valor de los mismos en los modelos. Se trata de un esfuerzo por aproximarse al desenvolvimiento real de las empresas.

Por consiguiente, la toma de decisiones en la presencia de incertidumbre es un problema clave en el diseño y planeamiento de procesos batch, ya que las decisiones deben tomarse con conocimiento limitado de las condiciones del problema.

Bajo este concepto, se propone abordar modelos multiperiodo en los que se presenta incertidumbre en las demandas de los productos, la disponibilidad de materias primas, etc. En particular, se considerarán de manera simultánea las decisiones de

diseño y planeamiento de la producción en plantas batch multiproducto bajo estas condiciones.

Por otra parte, tal como fue mencionado en esta tesis, los modelos de performance del proceso son utilizados para describir los factores de tamaño y tiempo como funciones de las variables de proceso seleccionadas como variables de optimización. Estos modelos añaden mayor dificultad a la hora de resolverlos dado que presentan, en general, funcionalidades no lineales y no convexas con las variables de proceso. Por ello, se plantea como futuro trabajo generar modelos generales, preferentemente lineales, que puedan mantener la funcionalidad con las variables del proceso, ya sea mediante la aproximación de las funciones o la discretización de las variables de proceso tal como se ha planteado en el capítulo previo de esta tesis para generar el modelo lineal en el ejemplo de oleorresinas. Es preciso señalar que el modelo desarrollado ha sido planteado sólo para el caso de la planta de oleorresinas e interesa generar una formulación general para este tipo de problemas.

Por último, se tiene como objetivo continuar con el estudio y desarrollo de modelos en plantas batch multiproducto empleando programación disyuntiva generalizada. En esta tesis, el incipiente desarrollo de modelos empleando esta herramienta evidenció que existen distintas alternativas válidas en el planteo de las disyunciones para los problemas estudiados. Por ejemplo, se presentaron diferentes opciones en la forma en que se pueden embeber las disyunciones, lo cual tiene un impacto importante a la hora de su posterior reformulación en cuanto al número de variables y ecuaciones que tendrá el modelo. Por otro lado, las distintas relajaciones del problema disyuntivo presentaron ventajas y desventajas en cuanto a la performance computacional de los problemas planteados. Puesto que el objetivo de este trabajo de tesis no era el análisis sistemático de la forma más adecuada de plantear el problema disyuntivo ni el de analizar, dentro de las posibles reformulaciones, la que presentaba la mejor performance computacional, se presentan estos temas como líneas promisorias para trabajos futuros.

APÉNDICES

Apéndice A

Extracción batch sólido – líquido

A.1 Desarrollo de un modelo lineal para la extracción batch

En un extractor batch sólido – líquido se realiza la separación de un componente (soluto) contenido en el sólido mediante el empleo de un disolvente líquido. La extracción sólido – líquido se utiliza para disolver el material soluble contenido en una mezcla con un sólido insoluble.

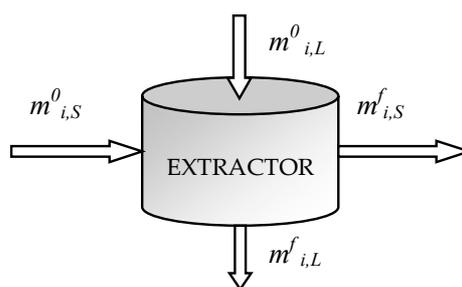


Figura A.1. Esquema de la operación de extracción.

En el modo de operación batch, en la unidad de extracción (Figura A.1) se contactan una masa de sólido M_S (fase pesada) con una masa de solvente M_L (fase liviana). Sea i el soluto a extraer, simbolizamos la masa de soluto i presente en el sólido y en el solvente con $m_{i,S}$ y $m_{i,L}$ respectivamente. Las cantidades de soluto que ingresan al extractor se designan por $m_{i,S}^0$, $m_{i,L}^0$ y las cantidades a la salida por $m_{i,S}^f$, $m_{i,L}^f$. Además, se consideran las cantidades de soluto correspondientes al equilibrio designadas por $m_{i,S}^e$ y $m_{i,L}^e$, es decir, la masa a tiempo de contacto infinito. Las concentraciones másicas del soluto i en el sólido alimentado es $X_{i,S}$ y en el solvente es $X_{i,L}$.

La distribución de equilibrio de un soluto entre dos fases se describe correctamente en términos de la ley de distribución. En el equilibrio, la relación entre la

concentración de soluto en las dos fases viene dada por el coeficiente de distribución o coeficiente de reparto, K .

$$K = \frac{X_{i,L}^e}{X_{i,S}^e} \quad (\text{A.1})$$

Reemplazando las concentraciones se tiene:

$$K = \frac{m_{i,L}^e M_S}{M_L m_{i,S}^e} \quad (\text{A.2})$$

Reordenando la ecuación (A.2) se obtiene la definición del factor de extracción E_i :

$$E_i = \frac{m_{i,L}^e}{m_{i,S}^e} = K \frac{M_L}{M_S} = K R \quad (\text{A.3})$$

donde la variable R es la denominada relación másica de solvente a sólido. En los modelos de optimización de la performance del proceso de extracción ésta es una variable de decisión del mismo.

A.2 Balances de materia

Se plantean las ecuaciones en base al modelo de Tymoschuk et al. (1997) en el que se considera que las concentraciones de soluto que salen en ambas fases no se encuentran en equilibrio.

El balance de materia para el soluto i en una extracción con tiempo de contacto finito es:

$$m_{i,L}^0 + m_{i,S}^0 = m_{i,L}^f + m_{i,S}^f \quad (\text{A.4})$$

El balance de materia para el soluto i en una extracción ideal con tiempo de contacto infinito es:

$$m_{i,L}^0 + m_{i,S}^0 = m_{i,L}^e + m_{i,S}^e \quad (\text{A.5})$$

Definiendo el grado de avance o extensión de la extracción η_i como la cantidad extraída del soluto i sobre la cantidad extraíble a tiempo infinito:

$$\eta_i = \frac{m_{i,L}^f - m_{i,L}^0}{m_{i,L}^e - m_{i,L}^0} = \frac{m_{i,S}^0 - m_{i,S}^f}{m_{i,S}^0 - m_{i,S}^e} \quad (\text{A.6})$$

A.3 Extracción en contracorriente

En el proceso de oleorresinas planteado en este estudio se considera que la operación de extracción se realiza a través de una serie de extractores conectados, funcionando en modalidad contracorriente como se muestra en la figura A.2:

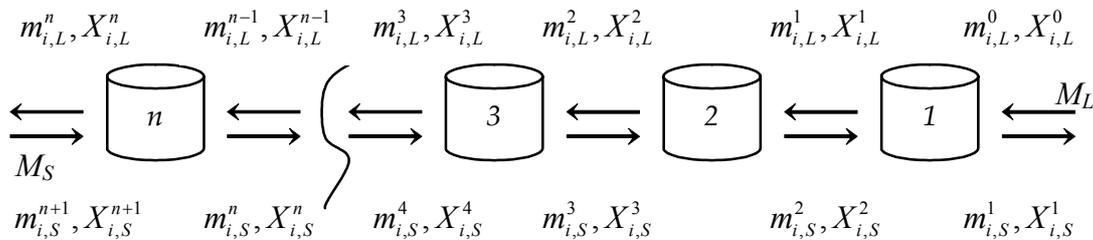


Figura A.2. Extracción de n etapas en contracorriente.

Se quiere predecir la concentración final de soluto en el sólido a partir de la concentración en la alimentación. Partiendo del balance de materia a tiempo finito (A.4) y despejando la cantidad final de soluto en el solvente de extracción $m_{i,L}^f$, buscamos eliminar esta variable para obtener la cantidad necesaria de materia prima inicial en función del grado de avance y factor de extracción:

$$m_{i,L}^f = m_{i,S}^0 - m_{i,S}^f + m_{i,L}^0 \quad (\text{A.7})$$

De la ecuación (A.6) se obtiene:

$$m_{i,L}^f = \eta_i (m_{i,L}^e - m_{i,L}^0) + m_{i,L}^0 \quad (\text{A.8})$$

Introduciendo el factor de extracción de (A.3) en la ecuación anterior:

$$m_{i,L}^f = E_i \eta_i m_{i,S}^e + m_{i,L}^0 (1 - \eta_i) \quad (\text{A.9})$$

Combinando las ecuaciones (A.7) y (A.9) se obtiene,

$$m_{i,S}^0 - m_{i,S}^f + m_{i,L}^0 = E_i \eta_i m_{i,S}^e + m_{i,L}^0 (1 - \eta_i) \quad (\text{A.10})$$

A partir de la expresión (A.6) obtenemos el producto $\eta_i m_{i,S}^e$, que reemplazamos en la ecuación anterior y después de realizar algunos pasos algebraicos conduce a:

$$m_{i,S}^0 [1 + E_i (1 - \eta_i)] = m_{i,S}^f (1 + E_i) - \eta_i m_{i,L}^0 \quad (\text{A.11})$$

Si se considera ahora una extracción con solo dos etapas en contracorriente, la expresión anterior se puede aplicar a la primera etapa:

$$m_{i,S}^2 [1 + E_i (1 - \eta_i)] = m_{i,S}^1 (1 + E_i) - \eta_i m_{i,L}^0 \quad (\text{A.12})$$

Aplicando la expresión (A.11) a la segunda etapa se tiene:

$$m_{i,S}^3 [1 + E_i (1 - \eta_i)] = m_{i,S}^2 (1 + E_i) - \eta_i m_{i,L}^1 \quad (\text{A.13})$$

Como se trata de hallar una expresión en función de las concentraciones en los sólidos, la cantidad de soluto en el solvente de extracción luego de la primera etapa

$m_{i,L}^1$, es un valor que se desea eliminar de la misma; por ello, se plantea a continuación el balance de masa en la primera etapa de la extracción

$$m_{i,L}^0 + m_{i,S}^2 = m_{i,L}^1 + m_{i,S}^1 \quad (\text{A.14})$$

$$m_{i,L}^1 = m_{i,S}^2 - m_{i,S}^1 + m_{i,L}^0 \quad (\text{A.15})$$

Reemplazando la ecuación anterior en (A.13) se obtiene

$$m_{i,S}^3 [1 + E_i (1 - \eta_i)] = m_{i,S}^2 (1 + E_i - \eta_i) + \eta_i m_{i,S}^1 - \eta_i m_{i,L}^0 \quad (\text{A.16})$$

La expresión anterior se puede generalizar para n etapas y el resultado es

$$m_{i,S}^{n+1} [1 + E_i (1 - \eta_i)] = m_{i,S}^n (1 + E_i - \eta_i) + \eta_i m_{i,S}^1 - \eta_i m_{i,L}^0 \quad (\text{A.17})$$

La ecuación (A.17) expresada en función de las concentraciones de soluto en lugar de las masas se formula a continuación,

$$X_{i,S}^{n+1} [1 + E_i (1 - \eta_i)] = X_{i,S}^n (1 + E_i - \eta_i) + \eta_i X_{i,S}^1 - \eta_i \frac{E_i}{K} X_{i,L}^0 \quad (\text{A.18})$$

Este es el resultado deseado, el cual relaciona la concentración en la alimentación $X_{i,S}^{n+1}$ con la concentración del efluente agotado $X_{i,S}^1$.

En general, el solvente de extracción no contiene soluto cuando ingresa al sistema de extracción, es decir, $X_{i,L}^0 = 0$. Entonces la ecuación anterior se puede escribir como

$$X_{i,S}^{n+1} [1 + E_i (1 - \eta_i)] = X_{i,S}^n (1 + E_i - \eta_i) + \eta_i X_{i,S}^1 \quad (\text{A.19})$$

El balance de masa total en la figura A.2 es

$$M_L X_{i,L}^n + M_S X_{i,S}^1 = M_S X_{i,S}^{n+1} + M_L X_{i,L}^0 \quad (\text{A.20})$$

$$M_S = \frac{M_L X_{i,L}^n}{(X_{i,S}^{n+1} - X_{i,S}^1)} = \frac{B_i^{out}}{(X_{i,S}^{n+1} - X_{i,S}^1)} \quad (\text{A.21})$$

Donde B_i^{out} corresponde a la bachada final (masa de soluto i , $m_{i,L}^f$) que deja la operación de extracción.

Para obtener la cantidad de sólido o materia prima total necesaria RM_i para un requerimiento de producción para el producto i , q_i , la ecuación de arriba se multiplica por el número de bachadas resultando

$$RM_i = \frac{1}{(X_{i,S}^{n+1} - X_{i,S}^1)} q_i \quad (\text{A.22})$$

Aplicando la ecuación anterior a varios periodos y representando el cociente con la variable F_i , que denominaremos factor de conversión, la misma puede ser expresada como

$$RM_{it} = F_{it} q_{it} \quad (\text{A.23})$$

Apéndice B

Descripción del proceso de producción de proteínas recombinantes

B.1 Productos

La figura B.1 muestra el flowsheet de una planta batch multiproducto para la producción de proteínas recombinantes. Aunque existen diferencias entre los flowsheets de procesos para proteínas recombinantes dependiendo, principalmente, de las propiedades de cada una, se presenta aquí un proceso estándar de producción. Además, se ha incluido un paso de extracción líquido – líquido como una etapa inicial de separación/ purificación. Esta separación ha sido muy útil en la purificación de muchas proteínas y enzimas, incluyendo las hidrofóbicas (quimosina y α -amilasa), las recombinantes tales como IGF-1 y las proteínas recombinantes sintetizadas en levaduras. Los productos involucrados en la planta de proteínas considerada en este trabajo son: insulina, vacuna contra la hepatitis B, quimosina y proteasa criofílica.

La insulina humana es una proteína terapéutica utilizada en el tratamiento de la diabetes. La vacuna contra la hepatitis B es una proteína recombinante que ha ganado gran aceptación y es producida en levadura, en plantas pequeñas, en todo el mundo. La quimosina es la proteasa bovina utilizada para coagular caseína en la industria del queso y ha sido clonada con éxito en varios microorganismos diferentes incluyendo levaduras. La proteasa criofílica está bajo desarrollo en la actualidad. Más de una de tales proteasas ha sido extraída de fuentes marinas y están actualmente siendo clonadas en diferentes microorganismos incluyendo levaduras. El objetivo es producir proteasas con alta actividad a bajas temperaturas para ser utilizadas en detergentes y como agentes de remoción de tejidos extraños, infectados o muertos en heridas quirúrgicas para su limpieza.

La insulina y la vacuna contra la hepatitis B son proteínas terapéuticas que requieren pasos de purificación adicionales. Esta planta multiproducto produce insulina y vacuna a nivel técnico. La quimosina es un producto alimenticio que requiere mucha

menos purificación. Lo mismo ocurre para la proteasa criofílica que es utilizada en detergentes y como agente de limpieza en heridas.

B.2 Proceso

Todas las proteínas son producidas debido al crecimiento celular en la etapa fermentativa. Debido a que la vacuna y la proteasa criofílica son intracelulares, el primer paso de microfiltración es utilizado para concentrar la suspensión de células que luego es enviada a la etapa de homogeneización para la ruptura de la pared celular y de esta forma liberar las proteínas intracelulares. La segunda etapa de microfiltración es utilizada para remover los restos celulares de la solución de proteínas.

La etapa de ultrafiltración previa a la extracción es utilizada para concentrar las soluciones con el objeto de minimizar el volumen del extractor. En el extractor líquido – líquido se manipula la concentración de sal para dirigir el producto primero a la fase orgánica (polietilenglicol - PEG) y luego volverlo de nuevo a la solución salina acuosa. En este proceso, muchas de las otras proteínas son removidas.

La ultrafiltración se utiliza nuevamente para concentrar la solución antes de la cromatografía en el caso de que ésta sea requerida. Finalmente, la última etapa es la cromatografía en la cual se separa el producto de interés del resto de las proteínas gracias a su capacidad de unión específica a un determinado ligando.

La insulina y quimosina son extracelulares. Estas proteínas están presentes en el permeado de la primera unidad de filtración por membrana donde se retienen las células. Para reducir la cantidad de pérdidas de producto valioso en el retenido, se adiciona agua extra a la suspensión de células. La operación de filtración con adición de agua es denominada diafiltración y diluye la solución de proteínas.

Estos productos extracelulares saltean las etapas de homogenización para la ruptura celular y la segunda microfiltración empleada para la remoción de restos celulares, pero luego una ultrafiltración es necesaria para concentrar la solución diluida previa a la extracción. Los pasos finales de extracción, ultrafiltración y cromatografía son similares a aquellos mencionados para los productos intracelulares.

B.3 Unidades

A continuación se describen las unidades utilizadas en cada operación del proceso.

B.3.1 Fermentadores

Todos los productos en este proceso son proteínas producidas por *Saccharomyces cerevisiae*, conocida como levadura de panaderos, modificada genéticamente. El mantenimiento de las especies recombinantes apropiadas, la propagación celular, y preparación del inóculo son similares en los cuatro casos. Por lo tanto, la primera etapa es la fermentación para la producción de levadura y la proteína recombinante.

B.3.2 Microfiltros

Generalmente, estas son unidades de filtración de flujo tangencial que utilizan relativamente grandes áreas de sección transversal. Las mismas son empleadas en el proceso para separar células o restos celulares del líquido que es capaz de cruzar los orificios de la membrana y se denomina permeado. Las células o restos celulares permanecen en una suspensión concentrada, la cual es conocida como retenido. Esta unidad es utilizada en lugar de los filtros convencionales que producen una torta de sólidos. La desventaja de los filtros convencionales es que los sólidos involucrados en el proceso son muy compresibles, lo cual hace que la caída de presión a través de la torta sea ineficaz para acelerar la filtración. Otra alternativa es el uso de una centrífuga; sin embargo, hay muchas razones para escoger una unidad de microfiltración para este propósito (Asenjo y Patrick, 1990).

B.3.3 Homogeneizadores

Estas unidades rompen las paredes celulares por esfuerzo de cizalla producido por una caída de presión. La ruptura se produce al forzar el flujo de una suspensión concentrada de células a través de una válvula con una gran caída de presión sobre una

cavidad muy estrecha. Este paso es utilizado para liberar las proteínas intracelulares como es el caso de las proteínas vacuna contra la hepatitis B y la proteasa criofílica.

B.3.4 Ultrafiltros

Estas unidades son similares a los microfiltros, pero los poros de la membrana son mucho más pequeños. Las mismas son empleadas para separar las proteínas en el retenido de las moléculas de menor tamaño y el líquido en el cual ellas están disueltas en el permeado. El objetivo de estas etapas de eliminación de agua es reducir los requerimientos de tamaño de las etapas de purificación más costosas aguas abajo, tales como la extracción y la cromatografía.

B.3.5 Extractor

Estos son tanques agitados en los cuales dos líquidos inmiscibles se mezclan de modo que los productos que originalmente estaban en una fase se distribuyen entre ambas y se particiona preferentemente a la otra fase mientras que los principales contaminantes no. Luego, el agitador es detenido para permitir a las gotitas de la fase dispersa que sedimenten. En este caso particular, se ponen en contacto dos fases acuosas: una fase salina y una fase rica en PEG. El propósito de esta operación es separar la proteína de interés de las otras en la solución.

Los siguientes pasos consecutivos obtienen la purificación: a la mezcla acuosa de proteínas se adicionan una fase acuosa rica en sal (sulfato o fosfato) y una fase acuosa rica en un polímero. En muchos casos una sal que inducirá la partición de la proteína producto (por ejemplo, NaCl) en la otra fase (PEG) se incluye también en la fase acuosa rica en sal. Ambas fases se mezclan vigorosamente por unos pocos segundos, y como la tensión superficial entre ellas es muy pequeña se obtiene rápidamente una buena dispersión. La sedimentación separa las fases y la solución salina (fase sulfato o fosfato) con la mayoría de las proteínas contaminantes y una gran fracción del NaCl es descartada. La solución PEG con la proteína de interés se mezcla con una nueva solución salina (sulfato o fosfato) sin NaCl, que permitirá la extracción reversa de las proteínas a la fase salina acuosa. Estas fases son separadas como una fase salina que contiene el producto purificado y una fase PEG que es reciclada.

B.3.6 Columna Cromatográfica

Esta operación de purificación se basa en la capacidad de enlace del empaque de la columna que depende de cada proteína particular. La columna se alimenta primero con la solución que contiene la proteína de interés, la cual es retenida o adsorbida por el ligando en el empaque de la columna. Después, se procede a la elución de los demás componentes de la solución mediante una primera fase móvil que no influye en el acoplamiento. A continuación se introduce a la columna una nueva solución de agotamiento con diferente concentración de sal o pH que desactiva el acoplamiento para recuperar el producto. Una vez finalizada la separación, se procede a la regeneración de la columna, lo que generalmente se hace mediante el empleo de la primera fase móvil y constituye un paso rápido.

B.4 Estimación de los datos para las operaciones del proceso

B.4.1 Fermentación

El detalle de esta operación se encuentra en el capítulo 5 de la presente tesis por lo que no se repite en esta sección.

B.4.2 Extracción

Para la operación de extracción y como una primera aproximación, se asume que la relación de fases es de 1 para todos los productos. Por lo tanto, el volumen requerido para el extractor es el doble del volumen de la bachada que ingresa al mismo, mientras que las bachadas de las soluciones salinas acuosas que entran y salen son del mismo volumen. También se asume que, como resultado de balances preliminares, esta operación reduce la cantidad total de proteínas a alrededor del doble de la cantidad de proteína de interés. Con respecto a los efectos cinéticos se toma como primera estimación los siguientes tiempos: 15 minutos de agitación para llegar al equilibrio entre

las fases, 30 minutos de sedimentación para obtener una separación casi completa de las fases, y 20 minutos para la carga y descarga.

B.4.3 Homogeneización

De forma análoga a la operación de fermentación, esta operación se detalla en el capítulo 5.

B.4.4 Ultrafiltración

En el caso de las operaciones de ultrafiltración, se consideró un modelo de flujo de permeado fijo, con una velocidad de 20 L/m² de área de la membrana/h. En este caso el tamaño del ítem semicontinuo R_p es el área de filtración A_p (m²), T_{ijph}^0 es el tiempo de carga y descarga del recipiente contenedor y T_{ijph}^1 es la inversa del flujo de permeado por la relación (m³ de permeado/kg de producto). Esta relación se calcula de un balance de masa teniendo en cuenta que la ultrafiltración se utiliza para retirar agua de las soluciones hasta 50 g/L de proteínas totales.

Los ultrafiltros se utilizan para reducir el volumen requerido en las operaciones de extracción líquida y en la columna cromatográfica. La cota superior sobre la concentración es una restricción que evita la precipitación de la proteína.

B.4.5 Microfiltración

El modelo para la operación de microfiltración es bastante similar al de la ultrafiltración, sin embargo, en este caso hay dos ítems batch asociados, los recipientes de retenido y de permeado, junto al área de filtración del ítem semicontinuo. Análogamente, en esta operación, R_p corresponde al área de filtración A_p .

Para la primera operación de microfiltración se adopta un flujo fijo de permeado de 200 L/m² h. Para las proteínas extracelulares, insulina y quimosina, se estima un permeado total (agua alimentada más el agua de reposición) igual al doble de la

alimentación, mientras que para la proteasa y la vacuna, proteínas intracelulares, se estima en el 75 % de la alimentación (el retenido es concentrado cuatro veces).

Para la segunda microfiltración también se emplea el modelo con flujo fijo de permeado. En este caso, el flujo es más pequeño que en la primera microfiltración puesto que el tamaño del poro para retener los restos celulares es más pequeño que el empleado para células enteras. Como una primera estimación, se adopta $100 \text{ L/m}^2 \text{ h}$ y un permeado total (agua alimentada más el agua de reposición) igual a dos veces la alimentación.

B.4.6 Cromatografía

Finalmente, en lo que concierne a la última operación de la planta, se considera una cromatografía de adsorción. Se adopta para la columna cromatográfica una capacidad de retención de 20 kg/m^3 de empaque de la columna. El factor de tamaño de esta unidad es la inversa de la capacidad de retención. Como una primera aproximación se estimó un tiempo de operación fijo de 0,5 h para la carga, elusión y lavado de regeneración.

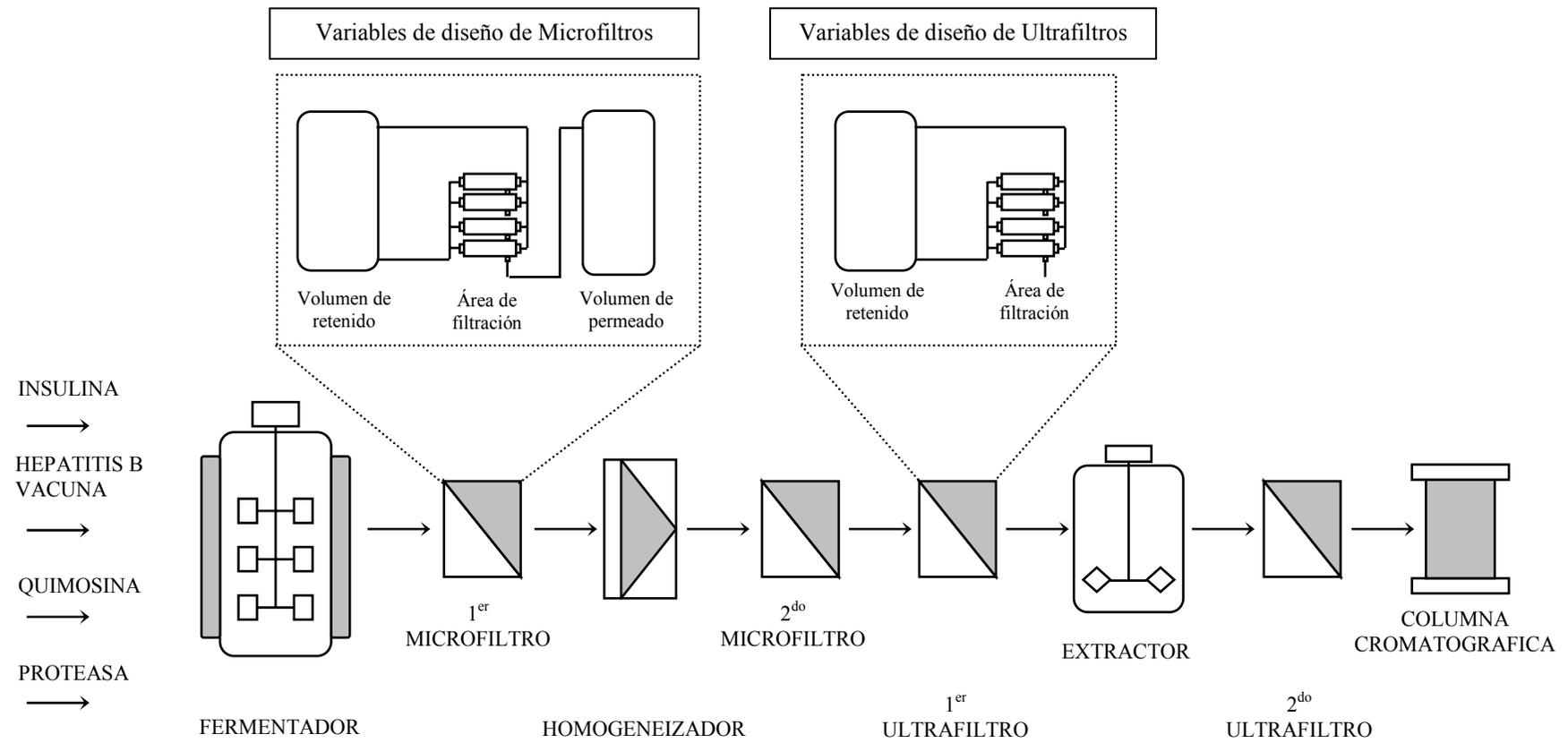


Figura B.1. Flowsheet de la planta batch para la producción de proteínas mostrando unidades compuestas

Apéndice C

Variables del proceso de producción de oleorresinas

C.1 Operaciones y variables de decisión del proceso

Tal como se ha expuesto anteriormente en el capítulo 2 de esta Tesis, el proceso de producción de oleorresinas se lleva a cabo a través de varias operaciones, a saber:

- ↳ Molienda: en esta tarea la materia prima con un tamaño de partícula da ingresa al molino en el que se produce la reducción a un tamaño db lo suficientemente pequeño como para acelerar la difusión de la oleorresina a través del sólido en la tarea de extracción posterior. Esta variable constituye una variable a optimizar en el proceso puesto que conlleva un trade-off entre un menor tamaño permite una extracción acelerada en la próxima etapa, pero también requiere una mayor potencia del molino. Así pues, la molienda al determinar la granulometría influye en la cinética de la extracción.
- ↳ Extracción: en esta tarea se produce la disolución de los principios activos de la hierba o especia alimentada en un solvente orgánico, más precisamente, etanol. En esta operación se emplean una serie de unidades o etapas en un arreglo contracorriente. En este caso se asume que el solvente entra puro a la batería de extractores. Esta operación introduce la relación solvente a sólido R y el grado de avance de la extracción η como variables operativas del proceso.
- ↳ Prensado: etapa en la que se utiliza presión hidráulica para recuperar el extracto líquido retenido en el residuo sólido de la operación previa. Existe un compromiso entre el grado de avance del prensado ε y el tiempo empleado en llevarlo a cabo, por lo que se incluye esta variable en el conjunto de variables de decisión del proceso.
- ↳ Evaporación: se emplea un intercambiador de calor (evaporador de film descendente) para separar el solvente del producto fluido final. En este caso

se tiene una especificación con respecto a la concentración másica máxima de solvente presente en dicho producto y_{eva}^{out} . Esta operación se encarece en la medida en que aumenta la relación de solvente a sólido, R , en la etapa de extracción previa.

- ↳ Espesado: esta tarea separa empleando un intercambiador de calor (evaporador de tambores giratorios) el solvente residual de los productos finales semisólidos. Esto se realiza en algunos productos en los que la elevada viscosidad del producto final sin solvente requiere un dispositivo especial.
- ↳ Mezcla: en esta operación se adicionan agentes solubilizantes, polisorbato 80, aditivos fluidos para que la oleoresina sea vertible, por ejemplo propilen glicol o proporciones de aceite esencial de la misma especie para reforzar su aroma. Las proporciones son variables pero en este caso se estiman en un 20 %.

C.2 Factores de tamaño y de tiempo

A continuación se presenta para cada una de las operaciones del proceso las expresiones de los factores de tamaño y tiempo (los coeficientes del modelo posinomial) en función del valor de las variables de optimización del proceso y constantes experimentales, para el caso específico de extracciones vegetales. Estas ecuaciones se obtuvieron a partir de balances y ecuaciones cinéticas que describen el proceso y realizando las simplificaciones necesarias para llegar a una forma compacta en función de las variables de decisión del proceso. Las siguientes expresiones de cada operación en el proceso de extracción de oleoresinas son las mismas para cada producto elaborado.

C.2.1 Molino

Con el propósito de determinar la granulometría final de la materia prima a la salida y la potencia del molino se considero un comportamiento según la ley de Rittinger. Esto es, energía requerida proporcional al área generada y que la relación área/volumen de las partículas es inversamente proporcional al tamaño.

$$D_{Mol} = \frac{K_R}{(1+k_a) y_{ext}^{out} \left[1 + R + (0.2 \varepsilon - 1.2) \frac{(1-x_{ext}^{in})}{(1-x_{ext}^{out})} \right]} \left(\frac{1}{db} - \frac{1}{da} \right) \quad (C.1)$$

C.2.2 Extractores

$$S_{Ext} = \frac{1.25 (R v e_{sol} + v e_{mp})}{(1+k_a) y_{ext}^{out} \left[1 + R + (0.2 \varepsilon - 1.2) \frac{(1-x_{ext}^{in})}{(1-x_{ext}^{out})} \right]} \quad (C.2)$$

La predicción de los tiempos de operación en función de las variables de proceso, se obtuvo de la modelación del fenómeno de transferencia de soluto de la fase sólida al solvente (Timoschuk et al., 1997).

$$t_{Ext} = t_d + \frac{db^2 (2KR+1)^2}{\Gamma (KR+1)^2 \pi^2} \ln \left\{ \frac{2KR(2KR+1)^2}{[(2KR+1)^2 + (KR+1)(KR)^2 \pi^2] (1-\eta)} \right\} \quad (C.3)$$

Partiendo de la expresión (A.19) encontrada en el apéndice A que relaciona la concentración másica que entra en el sólido x_{ext}^{in} con la concentración a la salida en el residuo sólido x_{ext}^{out} y reemplazando el factor de extracción por la ecuación (A.3) se tiene la siguiente expresión:

$$x_{ext}^{n+1} [1 + KR(1-\eta)] = x_{ext}^n (1 + KR - \eta) + \eta x_{ext}^1 \quad (C.4)$$

Esta expresión permite conocer las concentraciones másicas a la salida de cada unidad en una serie de extractores con un arreglo contracorriente. Aquí, x_{ext}^{n+1} es la concentración de entrada x_{ext}^{in} y x_{ext}^1 es la concentración de salida x_{ext}^{out} . Es decir, se tiene un sistema de ecuaciones que relacionan las concentraciones másicas.

Ahora bien, para encontrar la concentración másica de soluto (oleorresina) en el extracto se realizó un balance de masa del soluto, considerando que sólo éste es soluble en el solvente y que todo el solvente que entra sale en el extracto. Se tiene entonces la siguiente ecuación:

$$y_{ext}^{out} = \frac{x_{ext}^{in} - x_{ext}^{out} \frac{(1 - x_{ext}^{in})}{(1 - x_{ext}^{out})}}{R + x_{ext}^{in} - x_{ext}^{out} \frac{(1 - x_{ext}^{in})}{(1 - x_{ext}^{out})}} \quad (C.5)$$

Las expresiones de los factores de tamaño y tiempo se expresaron en función de estas dos últimas variables intermedias x_{ext}^{out} e y_{ext}^{out} con el objeto de presentar y manejar las mismas en una forma compacta y entendible. En la sección C.3 se presenta la expresión completa para la operación de extracción para demostrar la compleja estructura que se alcanza al eliminar estas variables intermedias.

C.2.3 Prensa

Se asume que la cantidad de extracto líquido retenido es un 20% del peso seco del residuo sólido a la salida del extractor, que además tiene igual composición a la del extracto.

$$S_{Pre} = \frac{1.5(1 - x_{ext}^{in}) ve_t}{(1 - x_{ext}^{out})(1 + k_a) y_{ext}^{out} \left[1 + R + (0.2 \varepsilon - 1.2) \frac{(1 - x_{ext}^{in})}{(1 - x_{ext}^{out})} \right]} \quad (C.6)$$

$$t_{Pre} = t_d + \frac{\varepsilon^2}{ke(1 - \varepsilon^{2\sigma})^{1/\sigma}} \quad (C.7)$$

C.2.4 Evaporador

$$D_{Eva} = \frac{\lambda_{sol} + (\tau_b - \tau_{in}) \left[cp_{sol} + cp_o \left(\frac{y_{ext}^{out}}{1 - y_{ext}^{out}} \right) \right]}{U_{eva} \Delta \tau_{eva} (1 + k_a) y_{ext}^{out}} \left(1 - \frac{y_{ext}^{out}}{y_{eva}^{out}} \right) \quad (C.8)$$

C.2.5 Espesador

$$D_{Esp} = \frac{\lambda_{sol} + (\tau_{out} - \tau_b) \left[cp_{sol} + cp_o \left(\frac{y_{eva}^{out}}{1 - y_{eva}^{out}} \right) \right]}{U_{esp} \Delta\tau_{esp} (1 + k_a)} \left(\frac{y_{esp}^{out}}{y_{eva}^{out}} - 1 \right) \quad (C.9)$$

C.2.6 Mezclador

$$S_{Mez} = \frac{1.25 (ve_o + k_a ve_a)}{(1 + k_a)} \quad (C.10)$$

$$t_{Mez} = t_d + 58.058 \frac{1}{N} \quad (C.11)$$

C.3 Factores de tamaño en función de variables de decisión del proceso

A continuación se ejemplifica la expresión del factor de tamaño del extractor eliminando las variables intermedias x_{ext}^{out} e y_{ext}^{out} . Se deja su expresión únicamente en función de las variables de proceso. Además se muestra en este caso como para cada alternativa en cuanto a la cantidad de unidades en serie cambian las expresiones para el factor de tamaño y el tiempo.

Considerando la primera configuración, esto es, que la operación de extracción se efectúa mediante un único equipo como se muestra en la figura C.1. De esta manera, en la ecuación (C.2) el superíndice que representa el número de etapas en serie es $n = 1$.

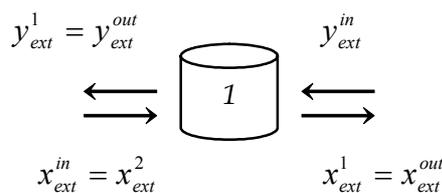


Figura C.1. Un extractor

$$x_{ext}^2 [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^1 (1 + K R - \eta) + \eta x_{ext}^1 \quad (C.12)$$

$$x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^{out} (1 + K R) \quad (C.13)$$

$$x_{ext}^{out} = \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \quad (C.14)$$

Esta expresión se reemplaza en la ecuación (C.5) con lo que se obtiene la siguiente expresión de y_{ext}^{out} en función de las variables de proceso R y η .

$$y_{ext}^{out} = \frac{x_{ext}^{in} - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{\left(1 - \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right)} \right)}{R + x_{ext}^{in} - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{\left(1 - \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right)} \right)} \quad (C.15)$$

Finalmente, las expresiones halladas para x_{ext}^{out} e y_{ext}^{out} se reemplazan en la ecuación que determina el factor de tamaño de la operación de extracción (C.2) con lo que se obtiene la siguiente ecuación en función de las variables de proceso.

$$S_{Ext} = \frac{1.25 (R ve_{sol} + ve_{mp})}{(1 + k_a) \left[\frac{x_{ext}^{in} - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{\left(1 - \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right)} \right)}{R + x_{ext}^{in} - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{\left(1 - \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right)} \right)} \right]} \times \left[\frac{1}{1 + R + (0.2 \varepsilon - 1.2) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{\left(1 - \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{(1 + K R)} \right)} \right)} \right] \quad (C.16)$$

Por otro lado, cuando se tienen dos unidades en serie (esto es, $n = 2$) en la operación extracción como se muestra en la figura C.2 se obtienen las siguientes ecuaciones a partir de la expresión (C.4):

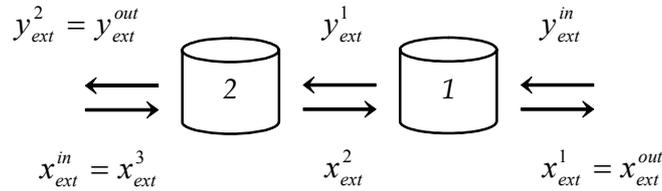


Figura C.2. Dos extractores en serie operando en contracorriente

La ecuación para el extractor 2 es:

$$x_{ext}^3 [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^2 (1 + K R - \eta) + \eta x_{ext}^1 \quad (C.17)$$

La ecuación para el extractor 1 es:

$$x_{ext}^2 [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^1 (1 + K R - \eta) + \eta x_{ext}^1 \quad (C.18)$$

$$x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^2 (1 + K R - \eta) + \eta x_{ext}^{out} \quad (C.19)$$

$$x_{ext}^2 [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^{out} (1 + K R) \quad (C.20)$$

Despejando x^2

$$x_{ext}^2 = x_{ext}^{out} \frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \quad (C.21)$$

Reemplazando la expresión anterior en (C.19) se obtiene:

$$x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)] = x_{ext}^{out} \left(\frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \right) (1 + K R - \eta) + \eta x_{ext}^{out} \quad (C.22)$$

Despejando ahora x_{ext}^{out}

$$x_{ext,h_2}^{out} = \frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{\left(\frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \right) (1 + K R - \eta) + \eta} \quad (C.23)$$

Esta ecuación se reemplaza en la expresión (C.5) y se obtiene la variable y_{ext}^{out} en función de las variables de proceso R y η .

$$y_{ext,h_2}^{out} = \frac{x_{ext}^{in} - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{\left(\frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \right) (1 + K R - \eta) + \eta} \right) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{1 - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{\left(\frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \right) (1 + K R - \eta) + \eta} \right)} \right)}{R + x_{ext}^{in} - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{\left(\frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \right) (1 + K R - \eta) + \eta} \right) \left(\frac{(1 - x_{ext}^{in})}{1 - \left(\frac{x_{ext}^{in} [1 + K R (1 - \eta)]}{\left(\frac{(1 + K R)}{[1 + K R (1 - \eta)]} \right) (1 + K R - \eta) + \eta} \right)} \right)}$$

Se reemplazan ahora las expresiones encontradas para las variables x_{ext}^{out} e y_{ext}^{out} en la ecuación (C.2) y se obtiene el factor de tamaño para la segunda configuración en serie. El mismo no se escribe debido a su complejidad. Siguiendo el mismo procedimiento se calculan las expresiones para las restantes alternativas de duplicación en serie del extractor que se han tenido en cuenta en el modelo formulado en el capítulo 6.

C.4 Datos de los parámetros del modelo de performance

En la siguiente tabla se presentan los datos para los productos elaborados en los ejemplos numéricos presentados en el capítulo 6 de esta tesis. Los datos del solvente y los que valores que son independientes del producto figuran en la nomenclatura.

Table C.1. Valores de los parámetros de los factores de tamaño y tiempo.

Parámetro	Producto	
	Laurel	Romero
cp_o (kcal/kg °C)	0,27	0,28
da (cm)	2,5	1,5
K	1,15	1,22
K_R (kW h cm/kg)	$5,34 \times 10^{-4}$	$1,95 \times 10^{-4}$
ve_{mp} (m ³ /kg)	4	3,2
ve_o (L/kg)	0,85	0,89
ve_t (L/kg)	0,95	0,92
x^{in}	0,1	0,05
y^{in}	0	0
y_{eva}^{out}	0,85	0,8
Γ (cm ² /h)	$8,5 \times 10^{-6}$	$7,2 \times 10^{-6}$

C.5 Nomenclatura

Parámetros

cp_o	Calor específico de la oleorresina.
cp_{sol}	Calor específico del solvente (0,6 kcal/kg °C).
da	Diámetro de partícula del sólido alimentado al molino.
K	Coefficiente de distribución o coeficiente de reparto del soluto.
K_R	Constante de Rittinger
k_a	Relación de masas entre aditivos y oleorresina (0,2).
ke	Coefficiente de consolidación (3,744 h ⁻¹).
N	Velocidad de rotación del agitador (1 s ⁻¹).
t_d	Tiempo de carga y/o descarga (0,25h en el extractor y prensa y 0,1h en el mezclador).
U_{esp}	Coefficiente de transferencia de calor en el espesador (100 kcal/h m ² °C)
U_{eva}	Coefficiente de transferencia de calor en el evaporador (250 kcal/h m ² °C)
ve_a	Volumen específico de los aditivos (1,095 m ³ /kg).
ve_{mp}	Volumen específico de la materia prima sólida que entra al extractor.
ve_o	Volumen específico de la oleorresina.
ve_{sol}	Volumen específico del solvente (1,2531 L/kg).
ve_t	Volumen específico de la torta en la prensa.
x	Concentración másica de oleorresina en el sólido.

y	Concentración másica de oleoresina en el extracto.
λ_{sol}	Calor latente de vaporización del solvente (216 kcal/kg).
τ_b	Temperatura de ebullición del solvente (78,5°C).
τ_{in}	Temperatura de entrada del solvente (25°C).
τ_{out}	Temperatura de salida del solvente en el espesador (85°C).
$\Delta\tau_{esp}$	Diferencia media logarítmica de temperatura en el espesador (15,74°C).
$\Delta\tau_{eva}$	Diferencia media logarítmica de temperatura en el evaporador (20,45°C).
ϖ	Índice del comportamiento de la consolidación. (1,4)
Γ	Difusividad del soluto en el sólido.

Variables de decisión del proceso

db	Diámetro de partícula del sólido a la salida del molino (m).
R	Relación másica de solvente a sólido.
η	Grado de avance o extensión de la extracción.
ε	Grado de avance de la prensa.

REFERENCIAS

Referencias bibliográficas

- Allgor, R. J.; Evans L. B.; Barton, P. I. Screening models for batch process development Part I: design targets for reaction distillation networks. *Chemical Engineering Science*, **1999**, *54*, 4145 – 4164.
- Asenjo, J.A; Patrick, I. Large scale protein purification. Chapter 1 in *Protein purification applications: A practical approach*. E. L.V. Harris and S. Angal, Eds.; IRL Press Oxford, UK, **1990**.
- Asenjo, J.A; Montagna, J. M.; Vecchiotti, A. R.; Iribarren, O. A; Pinto J. M. Strategies for the simultaneous optimization of the structure and the process variables of a protein production plant. *Computers Chem. Engng.*, **2000**, *24*, 2277 – 2290.
- Balas E. Disjunctive programming and a hierarchy of relaxations for discrete optimization problems. *SIAM J. Alg. Disc. Meth.*, **1985**, *6*(3), 466 – 486.
- Barbosa-Póvoa. A critical review on the design and the retrofit of batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **2007**, *31*, 833 – 855.
- Barrera, M.; Evans, L. B. Optimal design and operation of batch processes. *Chem. Eng. Comm.*, **1989**, *82*, 45 – 66.
- Bathia, T.; Biegler, L.T. Dynamic optimization in the design and scheduling of multiproduct batch plants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1996**, *35*, 2234 – 2246.
- Beaumont, N. An algorithm for disjunctive programs. *Eur. J. Oper. Res.*, **1991**, *48*, 362 – 371.
- Biegler, L. T.; Grossmann, I. E.; Westerberg, A. W. *Systematic Methods of Chemical Process Design*. Prentice Hall: New Jersey, **1997**.
- Birewar D. B.; Grossmann, I. E. Incorporating scheduling in the optimal design of multiproduct batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **1989**, *13*, 141 – 161.

- Birewar D. B.; Grossmann, I. E. Simultaneous production planning and scheduling in multiproduct batch plants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1990a**, *29*, 570 – 580.
- Birewar D. B.; Grossmann, I. E. Simultaneous synthesis, sizing and scheduling of multiproduct batch plants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1990b**, *29*, 2242 – 2251.
- Borchers B.; Mitchell J. E. An improved branch and bound algorithm for mixed integer nonlinear programming. *Computers Ops. Res.*, **1994**, *21*, 359 – 367.
- Brooke A.; Kendrick D.; Meeraus A.; Raman R. *GAMS, A User Guide*. **1998**.
- Corsano, G.; Aguirre, P. A.; Montagna, J. M.; Iribarren O. A. Batch fermentation networks model for optimal synthesis, design and operation. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **2004**, *43*, 4211 – 4219.
- Corsano, G. Estrategias en el diseño óptimo de plantas de procesos batch de la industria alimenticia, integradas a procesos fermentativos. *Tesis Doctoral*, **2005**, UNL, Santa Fe, Argentina.
- Corsano, G.; Iribarren O. A.; Montagna, J. M.; Aguirre, P. A.; Suarez, E. G. Economic tradeoffs involved in the design of fermentation processes with environmental constraints. *Trans IChemE, Part A, Chem. Eng. Res. Des.*, **2006**, *84*, 932 – 942.
- Dakin, R. J. A tree search algorithm for mixed integer programming problems. *The Computer Journal*, **1965**, *8*(3), 250 – 255.
- Dietz, A.; Azzaro-Pantel, C.; Pibouleau, L.; Domenech S. A framework for multiproduct batch plant design with environmental consideration: application to protein production. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **2005**, *44*, 2191 – 2206.
- Dietz, A.; Azzaro-Pantel, C.; Pibouleau, L.; Domenech S. Multi-objective optimization for multiproduct batch plant design under economic and environmental considerations. *Computers Chem. Engng.*, **2006**, *30*, 599 – 613.
- Durán, M. A.; Grossmann, I. E. An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs. *Math Programming*, **1986**, *36*, 307 – 339.

- El Hafsi, M; Bai S.X. Multiperiod production planning with demand and cost fluctuation. *Mathl. Comput. Modelling*, **1998**, 28, 103 – 109.
- Fletcher, R.; Hall J. A.; Johns W. R. Flexible retrofit design of multiproduct batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **1991**, 12, 843 – 852.
- Geoffrion A. M. Generalized benders decomposition. *Journal of Optimization Theory and Applications*, **1972**, 10 (4), 237 – 260.
- Goel, H.; Weijnen, M.; Grievink J. Optimal reliable retrofit design of multiproduct batch plants, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **2004**, 43, 3799 – 3811.
- Grossmann, I. E.; Sargent, R. W. H. Optimum design of multipurpose chemical plant. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **1979**, 18(2), 343 – 348.
- Gupta O. K.; Ravindran V. Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming. *Management Science*, **1985**, 31(12), 1533 – 1546.
- Gupta, S.; Karimi I. A. An Improved MILP formulation for scheduling multiproduct, multistage batch pPlants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **2003**, 42, 2365 – 2380.
- Hooker, J. N. *Logic-based methods for optimization: Combining optimization and constraint satisfaction*. Wiley: New York, **2000**.
- Huang, H.; Wang, F. Fuzzy decision-making design of chemical plant using mixed-integer hybrid differential evolution. *Computers Chem. Engng*, **2002**, 26, 1649 – 1660.
- Ierapetritou, M. G.; Pistikopoulos, E. N. Batch plant design and operations under uncertainty. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1996**, 35, 772 – 787.
- ILOG **2000** <http://www.ilog.com/products/optimization/info/qpperformance.cfm>
- Iribarren, O. A.; Montagna, J. M.; Vecchiotti, A. R.; Andrews, B.; Asenjo, J. A.; Pinto, J. M. Optimal process synthesis for the production of multiple recombinant proteins. *Biotechnol. Prog.*, **2004**, 20, 1032 – 1043.

- Jayaraman, V. K.; Kulkarni, B. D.; Karale, S.; Shelokar, P. Ant colony framework for optimal design and scheduling of batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **2000**, *24*, 1901 – 1912.
- Knopf, O. C.; Okos, M. R.; Reklaitis, G. V. Optimal design of batch/semicontinuous processes. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **1982**, *21*, 79 – 86.
- Kocis, G. R.; Grossmann, I. E. Relaxation strategy for the structural optimization of process flowsheets. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1987**, *26*, 1869 – 1880.
- Kocis, G. R.; Grossmann, I. E. Global optimization of nonconvex MINLP problems in process synthesis. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1988**, *27*, 1470 – 1421.
- Lakhdar, K.; Savery, J.; Titchener-Hooker, N.J.; Papageorgiou, L. G. Medium term planning of biopharmaceutical manufacture using mathematical programming. *Biotechnol. Prog.*, **2005**, *21*, 1478 – 1489.
- Lee, H. K.; Lee, I. B.; Reklaitis G. V. Capacity expansion problem of multisite batch plants with production and distribution. *Computers Chem. Engng.*, **2000**, *24*, 1597 – 1602.
- Lee, S.; Grossmann, I. E. New algorithms for nonlinear generalized disjunctive programming. *Computers Chem. Engng.*, **2000**, *24*, 2125 – 2141.
- Maruejols, C.; Azzaro-Pantel, C.; Schirlin, M.; Pibouleau, L.; Domenech, S. Development of an efficient simulation tool for multiproduct batch plant design. *Chemical Engineering and Processing*, **2002**, *41*, 189 – 198.
- Modi, A. K.; Karimi, I. A. Design of multiproduct batch processes with finite intermediate storage. *Computers Chem. Engng.*, **1989**, *13*, 127 – 139.
- Montagna, J. M.; Iribarren, O. A.; Galiano, F. The design of multiproduct batch plants with process performance process. *Trans IChemE, Part A, Chem. Eng. Res. Des.*, **1994**, *72*, 783 – 791.

- Montagna, J. M.; Vecchiotti, A. R.; Iribarren, O. A.; Pinto, J. M.; Asenjo, J. A. Optimal design of protein production plants with time and size factors process models. *Biotechnol. Prog.*, **2000**, *16*, 228 – 237.
- Montagna, J. M. The optimal retrofit of multiproduct batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **2003**, *27*, 1277 – 1290.
- Montagna, J. M.; Iribarren O. A.; Vecchiotti A. R. Synthesis of biotechnological processes using generalized disjunctive programming. *Computers Chem. Engng.*, **2004**, *43*, 4220 – 4232.
- Moreno, M. S.; Montagna, J. M.; Iribarren O. A. Multiperiod optimization for the design and planning of multiproduct batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **2007**, *31*, 1159 – 1173.
- Moreno, M. S.; Montagna, J. M. New alternatives in the design and planning of multiproduct batch plants in a multiperiod scenario. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **2007a**, *46*(17), 5645 – 5658.
- Moreno, M. S.; Montagna, J. M. Optimal simultaneous design and operational planning of vegetable extraction processes. *Trans IChemE, Part C, Food Bioprod Proc.*, **2007b**, *85*(C4), 360 – 371.
- Nabar, S.; Schrage, L. Modeling and solving nonlinear integer programming problems. *Presented at Annual AIChE Meeting, Chicago*, **1991**.
- Patel, A. N.; Mah, R. S. H.; Karimi, I. A. Preliminary design of multiproduct noncontinuous plants using simulated annealing. *Computers Chem. Engng.*, **1991**, *15*, 451 – 469.
- Petkov, S. B.; Maranas, C. D. Design of single-product campaign batch plants under demand uncertainty. *AIChE Journal*, **1998a**, *44*, 896 – 911.
- Petkov, S. B.; Maranas, C. D. Design of multiproduct batch plants under demand uncertainty with staged capacity expansions. *Computers Chem. Engng.*, **1998b**, *22*, S789 – S792.

- Petrides, D.; Sapidou, E.; Calandranis, J. Computer-aided process analysis and economic evaluation for biosynthetic human insulin production - A case study. *Biotechnol. Bioeng.*, **1995**, *48*, 529 – 541.
- Petrides, D. P.; Koulouris, A.; Lagonikos, P. T. The role of process simulation in pharmaceutical process development and product commercialization. *The official journal of pharmaceutical engineering ISPE*, **2002**, *22*, 1 – 8.
- Pinto, J. M.; Montagna, J. M.; Vecchietti, A. R.; Iribarren, O. A.; Asenjo, J. A. Process performance models in the optimization of multiproduct protein production plants. *Biotechnol. Bioeng.*, **2001**, *74*, 451 – 465.
- Raman R.; Grossmann I. E. Relation between MILP modelling and logical inference for chemical process synthesis. *Computers Chem. Engng.*, **1991**, *15*(2), 73 – 84.
- Raman, R.; Grossmann, I. E. Symbolic integration of logic in mixed integer linear programming techniques for process synthesis. *Computers Chem. Engng.*, **1993**, *17*(9), 909 – 927.
- Raman, R.; Grossmann, I. E. Modelling and computational techniques for logic based integer programming. *Computers Chem. Engng.*, **1994**, *18*(7): 563 – 578.
- Ravemark, D. E. Optimization models for design and operation of chemical batch processes. *Ph. D. Thesis*, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, **1995**.
- Ravemark, D. E.; Rippin, W.T. Optimal design of a multi-product batch plant. *Computers Chem. Engng.*, **1998**, *22*, 177 – 183.
- Rippin, D. W. T.; Batch Process Systems Engineering: A retrospective and prospective review. *Computers Chem. Engng.*, **1993**, *17* (suppl), S1 – S13.
- Salomone, H. E.; Iribarren, O. A. Posynomial modeling of batch plants: A procedure to include process decision variables. *Computers Chem. Engng.*, **1992**, *16*, 173 – 184.
- Salomone, H. E.; Montagna, J. M.; Iribarren, O. A. Dynamic simulations in the design of batch processes. *Computers Chem. Engng.*, **1994**, *18*(3), 191 – 204.

- Sawaya, N. W.; Grossmann, I. E. A cutting plane method for solving linear disjunctive programming problems. *Computers Chem. Engng.*, **2005**, *29*, 1891 – 1913.
- Sparrow, R. E.; Forder, G.J.; Rippin, D. W. T. The choice of equipment sizes for multiproduct batch plants. Heuristic vs Branch and Bound. *Ind. Eng. Chem. Process. Des. Dev.*, **1975**, *14*, 197 – 203.
- Takamatsu, T.; Hashimoto, I. Hasebe, S. Optimal design and operation of a batch process with intermediate storage tanks. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **1982**, *21*, 431 – 440.
- Tan, S.; Mah, R. S. H. Evolutionary design of noncontinuous plants. *Computers Chem. Engng.*, **1998**, *22*, 69 – 85.
- Tarifa, E.; Chiotti, O. Flexibility vs costs in multiproduct batch plant design: A calculation algorithm. *Trans IchemE*, **1995**, *73*, 931 – 940.
- Turkay M.; Grossmann I. E. Logic-based MINLP algorithms for the optimal synthesis of process networks. *Computers Chem. Engng.*, **1996**, *20* (8), 959 – 978.
- Tymoschuk, A. R.; Mato, R. O.; Iribarren, O. A. Modelo posinomial para optimizar procesos de extracción batch. *Proceedings del 1er Congreso de Ingeniería de Procesos del Mercosur ENPROMER 97*, **1997**.
- Van den Heever, S. A.; Grossmann, I. E. Disjunctive multiperiod optimization methods for design and planning of chemical process systems. *Computers Chem. Engng.*, **1999**, *23*, 1075 – 1095.
- Varvarezos, D. K.; Grossmann, I. E.; Biegler, L. T. An outer-approximation method for multiperiod design optimization. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1992**, *31*, 1466 – 1477.
- Vaselenak, J. A.; Grossmann, I. E.; Westerberg, A. W. Optimal retrofit design of multipurpose batch plants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1987**, *26*, 718 – 726.
- Vecchietti A. R.; Montagna, J. M. Alternatives in the optimal allocation of intermediate storage tank in multiproduct batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **1998**, *22 suppl.*, S801 – S804.

- Vecchiotti A.; Grossmann I. E. LOGMIP: A discrete continuous nonlinear optimizer. *Computers Chem. Engng.*, **1999**, *23*, 555 – 565.
- Vecchiotti, A. R. Técnicas de optimización basadas en lógica para problemas discretos/continuos en ingeniería de procesos. *Tesis Doctoral*, **2000**, UNL, Santa Fe, Argentina.
- Vecchiotti, A.; Lee S.; Grossmann, I. E. Modeling of discrete/continuous optimization problems: Characterization and formulation of disjunctions and their relaxations. *Computers Chem. Engng.*, **2003**, *27*, 433 – 448.
- Viswanathan J.; Grossmann I. E. A combined penalty function and outer-approximation method for MINLP optimization. *Computers Chem. Engng.*, **1990**, *14*(7), 769 – 782.
- Voudouris V. T.; Grossmann, I. E. Mixed-Integer linear programming reformulations for batch process design with discrete equipment sizes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1992**, *31*, 1315 – 1325.
- Voudouris V. T.; Grossmann, I. E. Optimal synthesis of multiproduct batch plants with cyclic scheduling and inventory considerations. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1993**, *32*, 1962 – 1980.
- Wang, C.; Quan, H.; Xu, X. Optimal design of multiproduct batch chemical process using genetic algorithms. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1996**, *35*, 3560 – 3566.
- Westerlund, T.; Pettersson, A. A cutting plane method for solving convex MINLP problems. *Comp. & Chem. Engng.*, **1995**, *19*, S131 – S136.
- Xia, Q.; Macchietto, S. Design and synthesis of batch plants – MINLP solution based on a stochastic method. *Comp. & Chem. Engng.*, **1997**, *21*, S697 – S702.
- Yeh, N. C.; Reklaitis, G. V. Synthesis and sizing of batch/semicontinuous processes: Single product plants. *Computers Chem. Engng.*, **1987**, *11*, 639 – 654.
- Yoo, D. J.; Lee, H. Ryu, J.; Lee, I. Generalized retrofit design of multiproduct batch plants. *Computers Chem. Engng.*, **1999**, *23*, 683 – 695.

