



FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

ESPECIALIZACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Trabajo Final Integrador

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ARTICULACIÓN DE MATEMÁTICA Y ELECTRICIDAD EN LA FORMACIÓN TÉCNICA DEL NIVEL MEDIO

Prof. María Cecilia Berezaga

Tesista

cecilia.berezaga@gmail.com

Dra. Mabel Alicia Rodríguez

Directora

Diciembre de 2024

ÍNDICE

RESUMEN.....	4
CAPÍTULO I.....	5
INTRODUCCIÓN.....	5
CAPÍTULO II.....	7
ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO	7
ESTADO DEL ARTE.....	7
Enseñanza de la trigonometría en la escuela secundaria	7
Lineamientos curriculares para la Educación Técnico Profesional	7
Interdisciplinariedad.....	8
MARCO TEÓRICO	8
Matemática y Electricidad.....	8
Modelización Matemática	9
CAPÍTULO III	11
PREGUNTAS Y OBJETIVOS	11
PREGUNTAS A RESPONDER CON ESTE TRABAJO	11
OBJETIVOS DE ESTE TRABAJO	11
Objetivo general.....	11
Objetivo específico	11
METODOLOGÍA DE TRABAJO.....	11
E1: Previa al diseño	11
E2: Etapa de diseño y fundamentación de la propuesta didáctica	13
CAPÍTULO IV	15
DISEÑO, ANÁLISIS Y FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA.....	15
Diseño de la propuesta	17
Contexto	17
Objetivos	18
Consignas	18
Resolución Tarea 1.....	19
Resolución Tarea 2.....	26
FUNDAMENTACIÓN	34

Criterios de redacción de consignas, coherencia entre contexto-objetivo-consigna y potencial matemático	34
Modelización Matemática	39
A MODO DE CIERRE.....	41
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	43

RESUMEN

El presente trabajo aborda la desarticulación de contenidos entre asignaturas de la Educación Técnica Profesional (ETP). En particular, se sitúa en 4to año de la Orientación Técnico Mecánico Electricista en la Escuela de Educación Técnica N° 1 Brig. Gral. Pascual Echagüe, en Concordia, Entre Ríos.

Se considera la necesidad de integrar la Matemática como herramienta útil para el aprendizaje en el ámbito de la educación técnica, en particular sobre electricidad. Se plantea que la escasa motivación hacia la Matemática, sumada a la falta de vinculación con la realidad y otros contenidos, limita el desarrollo de competencias profesionales en los estudiantes.

Ante la falta de mecanismos que faciliten la articulación interdisciplinaria y las dificultades que enfrentan los estudiantes para relacionar conceptos matemáticos con su aplicación en la formación técnica, se propone un diseñar un dispositivo que permita vincular saberes trigonométricos con saberes de electricidad.

La metodología empleada se da en dos etapas. La primera de ellas, incluyó reuniones con docentes de Matemática y Electricidad, revisión de planificaciones, el diseño curricular y lectura de artículos especializados del campo de la Educación Matemática. A partir de aquí, la segunda etapa consistió en el diseño de un dispositivo de enseñanza que articule los conocimientos correspondientes a ambas disciplinas y promueva la aplicación de razones trigonométricas en un contexto real. Este diseño y su fundamentación toma como marco teórico la Modelización Matemática dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Otero et al., 2013). Además, se realiza el análisis del diseño de consignas siguiendo los criterios y el potencial matemático según Rodríguez (2022).

A través de esta propuesta, más allá de mejorar la articulación curricular, se plantea como propósito potenciar el aprendizaje significativo de la trigonometría, permitiendo a los alumnos ver su relevancia y funcionalidad en el ámbito de la Electricidad. Se espera que, mediante el trabajo colaborativo y la resolución de problemas interdisciplinarios, los estudiantes desarrollen competencias que les sean útiles tanto en su formación académica como en su futura inserción laboral.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Al inicio de cada ciclo lectivo, en las reuniones institucionales se plantea como objetivo la articulación entre disciplinas, sin embargo, no existen mecanismos vigentes para concretarlo. En consonancia con esto, desde la práctica docente observamos que, al avanzar los años, los alumnos de la Educación Técnica Profesional presentan limitaciones a la hora de establecer relaciones entre conceptos dados en Matemática y que luego son retomados en materias específicas de la formación técnica. Podemos identificar distintos motivos para esta problemática.

Algunos autores como Ruíz Socarras (2008), esbozan que generalmente la Matemática es de las materias que menos entusiasmo a los estudiantes, sufre rechazo, es considerada difícil, y no se le suele reconocer ni identificar algún uso posterior en la vida. El autor reconoce que esto se debe a la poca vinculación de su contenido con la realidad, que no se articula su implementación con otras disciplinas, y que además los libros de texto y materiales pedagógicos utilizados por los docentes, presentan ejemplos ajenos a la realidad que vive o para la que se debe preparar el estudiante. De este modo, es razonable esperar que los alumnos vean de manera aislada los contenidos, no le encuentren el sentido ni relación entre lo aprendido en Matemática y su aplicación dentro de su campo de formación en contextos de la realidad.

Debemos tener en cuenta que en la ETP podemos identificar diferentes campos de formación. Ellos comprenden la formación ética, ciudadana, humanística general, científica, técnica y tecnológica. Todas confluyen para formar, en el nivel secundario, técnicos en áreas específicas productivas, cuya complejidad requiere disponibilidad de competencias profesionales.

En el presente trabajo presentamos el diseño y fundamentación de una propuesta didáctica para la articulación de contenidos de las asignaturas de Matemática y Electricidad, destinada a alumnos de 4to año de la Orientación Técnico Mecánico Electricista de la Escuela de Educación Técnica N° 1 Brig. Gral. Pascual Echagüe, de la ciudad de Concordia, provincia de Entre Ríos.

Pensamos en el trabajo interdisciplinar entre estas asignaturas en consonancia con la Resolución CFE N°330/17, en el marco del Plan de Renovación de la Educación Secundaria, el cual tiene como propósito la formación de los ciudadanos en un estudio interdisciplinario de los saberes, asumiendo como principio que los problemas de la sociedad actual requieren ser estudiados a partir de la integración de saberes provenientes de distintas disciplinas. El estudio interdisciplinar tiene como objetivo proponer el diálogo, la articulación y la vinculación entre los saberes. Esto afecta directamente la tarea pedagógica de los docentes, ya que implica encarar un trabajo en conjunto, colaborativo, articulado entre colegas, a fin de organizar la enseñanza desde un diálogo entre los conceptos, las metodologías, los procesos y procedimientos y las propuestas de actividades interdisciplinarias.

En línea con lo expresado en el párrafo anterior, la ETP se encuentra alcanzada por la Resolución N°0609 CGE, que procura una formación integral mediante la articulación de tres dimensiones de aprendizaje: formación como persona, como ciudadano y como profesional. Esta formación integral se pretende alcanzar mediante, por ejemplo, propuestas pedagógicas que se centren en aquellos aspectos que posibilitan a cada egresado enfrentar y desempeñarse eficientemente en el mundo laboral. Para la modalidad ETP, se han propuesto diversas y flexibles acciones curriculares para posibilitar el desarrollo de competencias laborales, a los fines de garantizar el aprendizaje en este mundo de constantes cambios tecnológicos y productivos en el ámbito laboral.

Así mismo, otros autores (Assenza Parisi, 2021, por ejemplo) destacan la enseñanza y el aprendizaje basado en proyectos como una de las metodologías que permite que los estudiantes desarrollen habilidades necesarias para desenvolverse social y laboralmente, además de continuar sus estudios. Según la autora, en este tipo de metodología se parte de un problema genuino que trasciende las disciplinas. El aprendizaje será producto de un trabajo colaborativo, en el que confluyen una diversidad de estilos y procesos que llevan a una producción o resolución de la problemática inicial.

En pos de articular contenidos entre Matemática y Electricidad para alcanzar un abordaje interdisciplinar, necesitamos establecer un vínculo entre ambas asignaturas. Para ello tomamos los aportes de Villaseñor Gómez (2011). El autor establece que se emplean modelos matemáticos para interpretar, corroborar, analizar, y extraer conclusiones de fenómenos físicos particularmente vinculados a la electricidad. Además, destaca el papel de medios digitales para la simulación y medición de estos sistemas o fenómenos. En electrónica y electricidad se necesitan diagramas que sean comprensibles a la mente humana. Por ejemplo, en una simulación, el apoyo matemático sirve para la visualización, así como para facilitar el proceso de análisis teórico de los circuitos a través de modelos matemáticos asociados a la trigonometría.

A partir de los puntos expuestos, vemos que es importante intensificar el uso de problemas en el aula que articulen contenidos de las dos materias, que se vinculen con el mundo real y que den lugar a la toma de decisiones. Para ello, hemos elegido como contenido *las razones trigonométricas*.

Consideramos que el acercamiento de los jóvenes al estudio de la trigonometría es un reto para el trabajo de aula, debido a la complejidad que conlleva la descripción y modelación de una situación real cercana al entorno laboral en el que se desenvolverá el egresado.

En el siguiente capítulo se presenta el *Estado del arte*, donde se plasma lo investigado por otros autores, cuyos aportes son de interés para este trabajo de articulación de la Matemática y Electricidad para la ETP en la escuela secundaria. Terminamos el capítulo presentando el *Marco Teórico* en el que expresamos la perspectiva asumida para avanzar en el trabajo.

CAPÍTULO II

ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

En este capítulo se plasma lo que han investigado otros autores sobre relaciones que se pueden establecer para articular la Matemática y la Electricidad en la ETP, el trabajo interdisciplinario y la enseñanza de la trigonometría en este nivel.

No se han encontrado trabajos de investigación de articulación entre electricidad y matemática en la ETP en el tratamiento de las razones trigonométricas, pero sí hemos seleccionado trabajos donde se abordan algunos de estos temas por separado.

ESTADO DEL ARTE

Enseñanza de la trigonometría en la escuela secundaria

Pérez Jiménez (1992) expone que los programas de estudio llevan a enseñar una matemática carente de significado, donde el alumno trabaja en forma rutinaria y memorística, por lo que destaca la importancia de un cambio de paradigma de la enseñanza tradicional a un nuevo paradigma donde predomina la reflexión del alumno, desde el planteamiento de actividades y preguntas del lado del profesor. Este aporte, de la década del 90 sigue en plena vigencia al día de la fecha. En el caso de la enseñanza de la trigonometría en la escuela secundaria, Pérez Jiménez (1992) plantea que se suelen definir las razones trigonométricas, se generalizan para ángulos mayores de 90 grados, se representan gráficamente y se establecen relaciones entre ellas y se estudian las fórmulas centrales. Los ejercicios que se ofrecen a los estudiantes están diseñados para la aplicación de fórmulas, resolución de ecuaciones y confirmación de identidades trigonométricas. En contexto extramatemático figuran los clásicos problemas de cálculo de distancias como “la altura de la torre” y ángulos. Por último, se estudia la trigonometría plana, y los teoremas del seno y coseno.

La investigación de Pérez Jiménez (1992) propone una matemática experimental donde el alumno es protagonista en el proceso de aprendizaje y donde la matemática se acerca a su entorno. Desde este enfoque se abordan problemas de la realidad y desde la interdisciplinariedad. Por otro lado, como metodología se utiliza la “Resolución de Problemas” en el sentido de Polya (Rodríguez, 2012), en cuanto al interés por poner en juego diferentes heurísticas para el abordaje de la resolución. El autor considera que la trigonometría es ideal para introducir a los alumnos en una perspectiva histórica y cultural de la matemática aplicada. Destaca su utilidad en trabajos en los que el estudiante debe tomar medidas en el mundo real a partir de las cuales aborda problemas utilizando un cierto bagaje teórico.

Lineamientos curriculares para la Educación Técnico Profesional

De acuerdo a la Resolución N°266/15 CFE, para el diseño de una planificación que propicie prácticas significativas en ETP, la tarea docente de la modalidad debe pensarse y planificarse

en pos del desarrollo de capacidades que sienten las bases de un futuro profesional competente. Los docentes deberían conocer 1) el perfil profesional del egresado (que guiará la planificación curricular); 2) definir las capacidades a desarrollar (aquí surge la necesidad de articular la tarea docente con otros espacios curriculares, ya que esto requiere de múltiples oportunidades y ponerlas en juego en distintas situaciones y en relación con distintos campos de conocimiento) y 3) organizar el proceso de enseñanza (definir las evidencias de aprendizaje, planificar las experiencias de aprendizaje y qué prácticas serán significativas). Es aquí donde surgen posibilidades de generar situaciones de articulación, de integración con otros espacios curriculares en contexto local. Para la articulación, el equipo docente selecciona estratégicamente una situación problemática, con metas bien definidas, ya sea un proyecto tecnológico de investigación, producción de bienes y servicios, elaboración de propuestas de mejora, etc. Son necesarias propuestas que movilicen a los estudiantes a buscar información, diseñar y resolver un problema. Como corolario, surgen contenidos disciplinares que dan sustento a las decisiones de los alumnos y construyen capacidades como producto final de este abordaje interdisciplinario.

Interdisciplinariedad

Respecto a la interdisciplinariedad en matemática, Corica (2022) indaga sobre las propuestas de aula en el nivel secundario, en las que se realizan estudios interdisciplinarios con matemática en distintas escuelas secundarias de la Provincia de Buenos Aires. Aquí se observa que los profesores de la escuela secundaria desarrollan trabajos con los estudiantes, en lo que definen temáticas a integrar saberes de diferentes materias (al menos de dos), que componen cada año escolar. Como resultados, observa que estas propuestas didácticas no permiten un verdadero estudio de problemáticas en las que los saberes involucrados emerjan con genuino sentido. Esto se debe a que el foco es proponer trabajos prácticos que se ajusten a los Diseños Curriculares, por lo que se tiende a forzar muchas veces esta articulación entre disciplinas. Se realizan entrevistas con los docentes y se puede observar que se destaca la poca visibilidad de la utilidad matemática para el estudio. La matemática es reducida a problemas numéricos, en los que se realizan cálculos de porcentaje o proporcionalidad, por ejemplo. En la indagación realizada, la matemática no es presentada como un saber útil para atender a problemáticas, sino una herramienta para poder sintetizar información. Se puede concluir, además, que la formación monodisciplinar de los profesores resulta un obstáculo para la formulación de proyectos interdisciplinarios de modo que no se contribuye al trabajo colaborativo entre distintas asignaturas. Por eso considera importante generar espacios de interacción entre docentes de diferente formación disciplinar, desde la formación docente, siendo extensivo para el trabajo docente.

MARCO TEÓRICO

Matemática y Electricidad

Para abordar este trabajo es relevante conocer la relación entre la Matemática y la Electricidad. Siguiendo a Villaseñor Gómez (2011), la relación de la Matemática y la

Electricidad es directa, ya que se utilizan representaciones simbólicas y gráficas. Los modelos matemáticos facilitan la representación y visualización de la naturaleza o comportamientos de un sistema, estructura o fenómeno físico real, esto permite interpretar, corroborar y realizar inferencias sobre éstos. Mediante la aplicación de leyes formales de matemática, el uso de símbolos representativos de fenómenos físicos y de sus interpretaciones, la matemática constituye un medio de representación muy útil ya que proporciona medios efectivos de predicción y un lenguaje conciso, universalmente comprensible y valioso para la comunicación.

Modelización Matemática

En la práctica docente y en las planificaciones hablamos de enseñar a partir de la Modelización Matemática en el aula.

En este trabajo, intentamos incorporar en la enseñanza la Modelización Matemática siguiendo la línea de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), que considera que toda actividad matemática puede ser interpretada como una actividad de modelización (Otero et al., 2013). Como indican los autores, en sus primeros trabajos, Chevallard, autor principal de la TAD, asume que en todo proceso de modelización existe un sistema a modelar, que puede ser matemático o no matemático, y un modelo (matemático) de dicho sistema. Para este proceso de modelización, distingue tres fases:

1. Definir el sistema que se va a estudiar: consiste en especificar cuáles son los aspectos relevantes para el estudio del sistema que se quiere realizar, y el conjunto de variables involucradas en el problema.
2. Elaborar el modelo a partir de establecer una serie de relaciones entre las variables consideradas en la fase anterior.
3. El modelo obtenido es tratado matemáticamente con el fin de producir nuevos conocimientos sobre el sistema estudiado. Esta actividad matemática produce nuevas relaciones entre las variables del sistema, lo que puede llevar a un nuevo proceso de modelización.

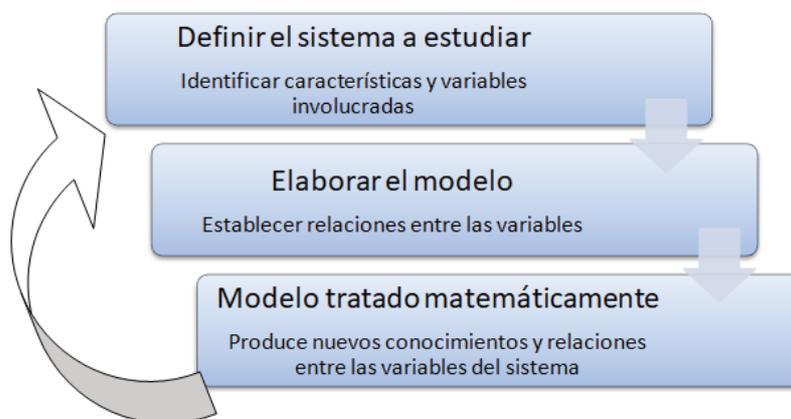


Figura 1: fases de la Modelización Matemática. Fuente: Elaboración propia.

Desde esta perspectiva de la modelización, se plantea el modelado de sistemas extramatemáticos e intramatemáticos. La primera referencia se refiere a situaciones del mundo real, donde la matemática no tiene una presencia explícita, pero se apela a ella como herramienta para comprender la situación a través de la formulación matemática (el modelo) que permite interpretar y describir la situación. Esto permite modelar el sistema inicial, y plantear nuevos problemas independientes a la situación de origen, lo que puede originar nuevos modelos y procesos de modelización matemática. La segunda, ocurre cuando el proceso y el producto no dependen más que de la disciplina matemática. Barquero, según se indica en Rodríguez y Barreiro (2018) considera que la modelización intramatemática es parte de la modelización, y que ésta es considerada como un instrumento que permite articular la actividad matemática escolar.

Este modo de concebir la modelización, a partir de sistemas matemáticos para modelizarlos, ha permitido a investigadores de la TAD caracterizar el hacer matemática equiparándolo con modelizar. Por eso entienden que cualquier actividad matemática se concibe que se origina con alguna pregunta o cuestionamiento (intra o extramatemático) que motoriza la búsqueda de respuestas, para lo cual se construyen modelos. La necesidad del cuestionamiento, indagar sobre aspectos que no se conocen y requieren del diseño de un modelo, genera un bloqueo en el sujeto, lo obliga a tomar decisiones, trazar un plan, llevarlo a cabo y proponer así un modelo matemático, estudiarlo, analizar su pertinencia y plantearse nuevos problemas.

La forma de entender el modelado matemático de acuerdo a la TAD, es propia del Paradigma de Investigación y Cuestionamiento del Mundo (Otero et al., 2013; Otero, 2021, Corica, 2022), totalmente alejada al paradigma tradicional de enseñanza. Aquí, lo central es investigar y estudiar preguntas, en lugar de respuestas, como ocurre en la enseñanza tradicional y además en el proceso de estudio cobra un papel fundamental la Modelización Matemática. Para la TAD, el modelado es un proceso reversible y relativo a los sistemas considerados, que produce conocimientos nuevos a partir de un sistema intramatemático o no. La ausencia de cualquier actividad de modelado en el sistema escolar, de interpretación de un modelo, de evaluación de sus alcances, limitaciones, poder representacional, y de análisis del conocimiento que produce o no, es un obstáculo para la enseñanza por indagación.

En el siguiente capítulo, se presentan las preguntas y objetivos planteados para este trabajo, y las etapas de la metodología empleada para la propuesta.

CAPÍTULO III

PREGUNTAS Y OBJETIVOS

PREGUNTAS A RESPONDER CON ESTE TRABAJO

En la escuela secundaria de ETP con orientación Mecánico Electricista,

- ¿Qué tipo de actividades podrían promover la articulación entre Matemática y Electricidad?
- ¿Cuál es la funcionalidad de la trigonometría en la articulación entre las asignaturas Matemática y Electricidad?
- ¿Qué competencias podría desarrollar el estudiante a partir de una propuesta didáctica que articule Matemática y Electricidad?
- ¿Es posible que los alumnos le den sentido al aprendizaje de la trigonometría?

Para el contexto de la escuela técnica mencionada, planteamos los siguientes objetivos.

OBJETIVOS DE ESTE TRABAJO

Objetivo general

Estudiar la potencialidad de la interdisciplinariedad en la escuela secundaria para la ETP donde la matemática resulte ser un saber útil para el trabajo en el que interviene la electricidad.

Objetivo específico

Diseñar una propuesta didáctica interdisciplinar entre Matemática y Electricidad que permita articular la Trigonometría con conocimientos propios de Electricidad.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

La metodología que aplicamos para el diseño en esta propuesta didáctica siguió las siguientes etapas.

E1: Previa al diseño

Con el fin de elaborar y diseñar la propuesta a partir de aportes de docentes del área de Matemática y Electricidad con interés en participar y colaborar en la misma, organizamos este trabajo a partir de establecer acuerdos, sistematizar los aportes, compartir avances, etc.

En esta instancia organizamos encuentros entre docentes de la profesora a cargo del proyecto, profesores de Matemática y Electricidad.

1. Reunión anual de docentes del área de matemática de Ciclo Básico Común y Superior. Se recopilaron las planificaciones y programas del área de Matemática 2022 y 2023 (Ciclo Básico Común y Ciclo Superior de la ETP).

1. Reuniones entre docentes de 4to año de Matemática, Electricidad y Jefes de Taller de Electricidad.

2. La docente a cargo de la propuesta realiza una revisión de las planificaciones anuales de años anteriores y una revisión de contenidos de acuerdo a los diseños curriculares vigentes. La normativa que sustenta las planificaciones de la E.E.T.N. es la Ley Provincial de Educación N° 9890, por medio de la cual se determinan los contenidos establecidos por la Ley de educación nacional N° 26.206.

1. Sobre las reuniones y revisión de planificaciones

Desde el área de Matemática se impulsa que las planificaciones propongan formar un alumno autónomo y crítico, que pueda resolver situaciones problemáticas, a través del reconocimiento y uso de los diferentes conceptos matemáticos.

Las planificaciones expresan que a partir de la resolución de problemas se pretende que el alumno pueda aplicar los conocimientos previos, uso del lenguaje simbólico, formulación de expresiones algebraicas, decidir qué fórmulas corresponde aplicar, producir otras, identificar modelos que permitan resolver una situación en contexto real. Notamos que se habla de “problema”, aunque no hay una postura teórica explícita del campo de la Educación Matemática respecto al concepto.

En la práctica real en el aula, una de las debilidades que se encuentran es que no se encuentran problemas, ni de motivación, ni para que surja el contenido, ni como medio para adquirir estrategias y ni siquiera de aplicación. El desarrollo de las clases de matemática no muestra integración de contenidos propios de la disciplina con los de otras materias y talleres correspondientes a la ETP.

En esta reunión se enfatizó sobre la importancia de intensificar la aplicación de tareas que articulen contenidos de distintas materias, además de introducir problemas que se vinculen con el mundo real y la toma de decisiones.

Como cierre de la reunión, se acordó que, para que esto sea posible, los docentes propondrían proyectos que permitan esta articulación.

2. Para el área de Electricidad, recopilamos planificaciones y programas del Taller de Electricidad de los años 2022 y 2023 desde 1er año hasta 7mo año. En la visita al Taller, sus docentes explicaron cómo se desarrollan las clases en esta modalidad, con qué elementos cuentan, cómo organizan los grupos, cómo se manejan con los cuadernillos y el material bibliográfico que utilizan los estudiantes y explicitaron la bibliografía que utilizan los docentes.

Los propósitos que encontramos en las planificaciones de Electricidad, son: “Generar espacios que desafíen a nuestros estudiantes a explorar y los pongan frente a situaciones genuinamente interesantes que les despierten el deseo de conocer más y de comprender cómo funciona, conexionado de comando, conexiones de protección, de mando y de fuerza electromotriz”, “que logren apropiarse del uso del vocabulario técnico específico.”, entre otros.

En estas planificaciones se expresa que se abordan contenidos transversales a otras materias, entre ellas Matemática. Se observó que si bien hay muchos contenidos que se relacionan, los alumnos ven de manera aislada contenidos que podrían ser articulados desde ambas disciplinas

Como ya hemos mencionado, y este análisis documental constata, a pesar de que la necesidad de articulación entre disciplinas se plantea constantemente en las reuniones institucionales, no existe un proyecto vigente para concretarlo ni cada programa logra expresar esta intencionalidad.

Tanto en las clases de Matemática como en las de Electricidad, podemos ver que los docentes presentan las “situaciones problemáticas” como ejercitación de los temas ya desarrollados, mera aplicación de la teoría y clases expositivas dadas por los docentes.

Es necesario crear un dispositivo para llevar adelante la articulación entre Matemática y Electricidad.

3. A partir de realizar un paralelismo entre contenidos, seleccionamos aquellos conocimientos destinados a 4to año TME.

Siguiendo el Diseño Curricular de Escuela Secundaria de la Provincia de Entre Ríos, los *Recorridos Posibles* que se van a estudiar en esta propuesta refieren a las Razones Trigonométricas, donde se expresa que es necesario ampliar y profundizar los conocimientos que los estudiantes tienen acerca de figuras y cuerpos geométricos. De esta manera, al retomar algunas construcciones, es posible establecer vínculos entre conceptos geométricos, modelizaciones algebraicas, números irracionales y los conocimientos de trigonometría que los estudiantes poseen. Por lo dicho anteriormente, las construcciones constituyen un campo especialmente apto para realizar anticipaciones que requieran un encadenamiento deductivo (Diseño Curricular de la Provincia de Entre Ríos, 2011).

Seleccionamos estos contenidos y propondremos una articulación con los dados en Electricidad *Circuitos de Corriente Alterna* mediante su estudio conceptual, experimentos realizados a partir de la medición del factor de potencia, lo cual permitirá estudiar e interpretar las características de estas ondas como la potencia, voltaje, resistencia, la frecuencia de la onda, luego comparar circuitos, formular inferencias y validar sus respuestas. El acercamiento de los jóvenes al estudio de la trigonometría es un reto para el trabajo de aula, puesto que la descripción y modelación de una situación real, queda enmarcada no sólo en un contexto de la matemática, sino también, en el contexto y la dinámica que rodea el entorno laboral en el cual se desenvolverá el egresado.

En síntesis, a partir de la revisión de planificaciones correspondientes a años anteriores y contenidos de acuerdo a los diseños curriculares para la formación de ETP, establecimos consensos sobre qué contenidos articular, una posible secuencia de ellos e instancias de cátedra para compartir conjuntamente.

E2: Etapa de diseño y fundamentación de la propuesta didáctica

Realizamos una búsqueda bibliográfica en revistas y sitios de Educación Matemática para disponer de herramientas que permitan vincular contenidos de matemática y electricidad, con las respectivas relaciones entre las disciplinas.

A partir de todo lo estudiado y desarrollado diseñamos una secuencia didáctica, teniendo en cuenta las valoraciones sobre la modelización matemática que los profesores de Electricidad expresan para la enseñanza de matemática y electricidad.

Esbozamos consideraciones para su implementación.

CAPÍTULO IV

DISEÑO, ANÁLISIS Y FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

A continuación, se presentan dos tareas propuestas para la articulación entre Matemática y Electricidad. La primera se enfoca en la búsqueda de información respecto a las normativas para una instalación eléctrica eficiente, donde los estudiantes se encontrarán criterios con fundamento sobre conocimientos matemáticos. Luego, en la segunda tarea, en un contexto extramatemático, se enfoca en encontrar el modelo que permite explicar este fenómeno, lo que permitirá justificar y dar respuesta a la situación propuesta, para ello deberán recurrir a conocimientos de Trigonometría para la resolución de triángulos rectángulos (u oblicuángulos).

Estas actividades se proponen para ser desarrolladas en las clases de Matemática (tiempo estimado, 2 o 3 módulos de 80 minutos). Respecto a los contenidos de electricidad, se cuenta con el apoyo teórico de la carpeta de taller de Electricidad y visita al taller.

Primeramente, presentamos las características de la institución para luego dar lugar al diseño de la propuesta.

Características del establecimiento educativo

La Escuela de Educación Técnica N° 1 Brig. Gral. Pascual Echagüe es una institución pública que cuenta con las orientaciones: Técnico Mecánico Electricista, Maestro Mayor de Obras y Técnico en Electrónica.

Según lo planteado desde el Consejo General de Educación (CGE), en la Resolución 0609/11 CGE de Lineamientos Curriculares de la Escuela Secundaria en la Modalidad Técnico Profesional, la Educación Técnico Profesional (ETP) se desarrolla durante siete años, de los cuales los primeros tres años corresponden al Ciclo Básico (1ero, 2do y 3ero) y los siguientes corresponden al Ciclo Superior (4to, 5to, 6to y 7mo).

Desde el primer año, los alumnos tienen doble escolaridad. Durante el contraturno se desarrollan los talleres. Mientras en el ciclo básico los cursos son los mismos para todos, en el ciclo superior se diferencian de acuerdo a la orientación y alcance del título.

La escuela está ubicada en el centro de la ciudad (Imagen 1), aunque asisten jóvenes de diferentes barrios y zonas aledañas por los alcances de los títulos que ofrece.

Según los planes de estudio, Matemática está presente de 1ero a 4to año con una carga horaria de 6 horas cátedra semanales y Análisis Matemático en 5to año con 5 horas cátedra semanales.

La E.E.T. N. 1, cuenta con dos secciones, aulas y taller. En 4to año, la asignatura de Matemática cuenta con seis (6) horas cátedras semanales, distribuidas en tres módulos de 1 hora y 20 minutos.

Entre los espacios disponibles, además de las aulas y taller, se tiene, gimnasio, laboratorio, biblioteca, sala de video (con pantalla, proyector, equipo de audio), también se tiene un gabinete portátil con equipos de netbooks para cada estudiante, sea para utilizar en la sala de video o en las respectivas aulas.

Cada uno de los estudiantes cuenta con celular y las clases se desarrollan en aulas amplias. La institución cuenta con internet libre para alumnos y docentes (Red Alumnos y Red Maestros).

La planta donde se llevan a cabo los *Talleres* se encuentra dentro del mismo edificio educativo, en plata baja, cerca del resto de las aulas (Imagen 2, 3 y 4).



Imagen 1. Frente y entrada principal de la EETN 1, a la derecha se visualiza el gimnasio y detrás se ubican los talleres.



Imagen 2. Estudiantes en el taller, sección de Electricidad realizando circuitos eléctricos.



Imagen 3. Taller de Electricidad: estudiante probando el funcionamiento del circuito eléctrico.



Imagen 4. Estudiante utilizando uno de los tornos de la sección de Mecánica, para elaborar una pieza de Herrería.

Diseño de la propuesta

Para la elaboración de las tareas, seguimos los criterios propuestos en Rodríguez (2022), teniendo en cuenta la relación entre los tres componentes de la terna contexto-objetivo-consigna. En el contexto tenemos en cuenta los conocimientos previos con los que disponen los estudiantes respecto Matemática y Electricidad en su trayectoria escolar, el tipo de tareas que vienen realizando, que pueda realizar las tareas respecto a lo que ya han abordado en ambas disciplinas y que genere nuevos conocimientos. Como objetivo de aprendizaje central, se plantea que el alumno articule Matemática y Electricidad para abordar una situación del campo técnico profesional.

Teniendo en cuenta y en coherencia con estos dos criterios anteriores se formulan las consignas tal como le son entregadas a los estudiantes.

Contexto

Los conocimientos previos con los que cuentan de matemática, trabajados en su recorrido por el Ciclo Básico (1ero, 2do y 3ero) y necesarios para esta propuesta son: construcción y propiedades de los triángulos, aplicación del Teorema de Pitágoras, operaciones entre ángulos en sistema sexagesimal, expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones, números reales, plano cartesiano, representación de coordenadas y funciones en el mismo.

En 4to año, se comienza con una revisión de los números reales y se abordan los números complejos. Posteriormente comienzan con trigonometría, razones trigonométricas, resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Por otra parte, en electricidad, los contenidos dados en Ciclo Básico son: circuitos eléctricos, instalaciones en serie y paralela, normas de seguridad en una instalación, sistema inductivo,

resistivo o capacitivo. En el taller los alumnos además del trabajo teórico práctico, realizan maquetas de circuitos eléctricos.

En ambas disciplinas, al momento de desarrollar los temas teóricos, las clases se caracterizan por ser expositivas, de tipo tradicional, donde el docente presenta el saber y luego los alumnos realizan la práctica de esta teoría a partir de la resolución de ejercicios similares entre sí.

Las tareas que se proponen a continuación se desarrollarán en las clases de matemática en grupos de 3 integrantes. Los alumnos deben aplicar los conocimientos estudiados a lo largo de su trayectoria con el apoyo teórico de lo dado en electricidad sobre circuitos eléctricos, instalaciones, etc.

Objetivos

- Conjeturar, comparar, relacionar, resolver y tomar decisiones en torno a la situación planteada.
- Vincular y aplicar los conocimientos adquiridos en electricidad con conceptos matemáticos, específicamente trigonometría, para formular un modelo matemático.
- Utilizar las leyes de la electricidad para argumentar y justificar las soluciones planteadas en situaciones reales.

Consignas

Tarea 1

¿Cómo lograr una instalación eléctrica que funcione de manera eficiente?

Tarea 2

En la sección de Mecánica de la Escuela de Educación Técnica N° 1, hay alrededor de treinta tornos, por lo tanto, treinta motores que los mueven, generando una corriente inductiva que modifica el factor de potencia.

- a) Esta instalación, ¿cumple con las normas establecidas para su funcionamiento?
- b) Como futuros técnicos en electromecánica, analicen si la instalación es eficiente y, si no lo es, propongan alguna solución para que lo sea.

El docente planteará las siguientes preguntas, al final de la resolución de las tareas.

Preguntas Metacognitivas

- ¿Cómo llegaste la solución obtenida? ¿De qué manera?
- ¿Qué dificultades se presentaron para desarrollar esta actividad?
- ¿Recurriste a algún conocimiento matemático clave para resolverlo?
- ¿Elegiste el camino más económico para la resolución? ¿Podrías haberlo resuelto de otra forma?
- ¿Estas aplicaciones podrías utilizarlas en otros contextos?

A continuación, presentamos las posibles soluciones y escenarios que se podrían presentar en la resolución de estas tareas.

Resolución Tarea1

¿Cómo lograr una instalación eléctrica que funcione de forma eficiente?

Aquí los alumnos pueden investigar sobre las condiciones que debe cumplir la instalación eléctrica, bajo qué normas se rigen a nivel Nacional y Local.

Los alumnos podrán decidir los medios de búsqueda de información que consideren adecuados: carpetas de taller de electricidad, buscar en internet o sitios (o aplicaciones) de Inteligencia Artificial (IA)

De acuerdo a la búsqueda realizada a través de la IA, para tener una conexión de electricidad eficiente se deben seguir las normas establecidas en:

1. Instituto Argentino de Normalización y Certificación (IRAM), específicamente en la Normal Legal N 22801, donde se establecen los requisitos para la instalación de sistemas eléctricos.
2. Código Eléctrico Argentino (CEA):
3. Ente Nacional Regulador de la Electricidad (ENRE)
4. Normativa local, en este caso de la Cooperativa Eléctrica de Concordia.

La Cooperativa Eléctrica de Concordia, si bien tiene su régimen municipal, se rige bajo las normas nacionales dadas en la LEY N° 24.065 (Régimen de la Energía Eléctrica).

En Concordia, Entre Ríos, la normativa para el Factor de Potencia indica que los cargos que anteceden, rigen para un factor de potencia inductivo $\cos\Phi$ igual o superior a 0,88.

La Distribuidora se reserva el derecho de verificar el factor de potencia; en el caso que el mismo fuese inferior a 0,88, está facultada a aumentar los cargos indicados en el Inciso 3.2, según se indica a continuación:

$0,8 < \cos\Phi < 0,88$	5%
$0,75 < \cos\Phi < 0,8$	10%
$\cos\Phi < 0,75$	20%

A tal efecto, la distribuidora podrá efectuar mediciones instantáneas del factor de potencia con el régimen de funcionamiento y cargas normales de las instalaciones del consumidor, o establecer el valor medio del factor de potencia midiendo la energía reactiva suministrada en el período de facturación. Si de las mediciones efectuadas surgiese que el factor de potencia es inferior a 0,88, la distribuidora notificará al usuario tal circunstancia, otorgándole un plazo de sesenta (60) días para la normalización de dicho factor. Si una vez transcurrido el plazo aún no se hubiese corregido la anormalidad, la distribuidora estará facultada a aumentar los cargos indicados en el Inciso 3.2 (lo cual se refiere a multas económicas).

Esto nos permite observar la importancia del factor de potencia en el consumo de los equipos y las posibles sanciones que puede haber desde la distribuidora del servicio de energía eléctrica, en este caso la Cooperativa Eléctrica de Concordia.

A partir de esta información, es necesario preguntarse, *¿qué es el factor de potencia y cómo se mide?*

Factor de Potencia

Es la medición del rendimiento eléctrico de un receptor o sistema eléctrico. Determina el porcentaje que se aprovecha entre la energía que se extrae de la red de alimentación y la energía útil que se obtiene con el funcionamiento eléctrico.

El receptor transforma la energía eléctrica en cualquier otro tipo de energía como es el caso de la energía luminosa, calorífica, motriz o sonora, entonces el factor de potencia define cuánto porcentaje de esa energía se convierte en trabajo útil. Al factor de potencia se lo puede ver como índice de eficiencia energética.

El factor de potencia sólo se expresa de manera numérica. Si el valor fuera 1, quiere decir que el rendimiento de ese sistema es del 100% y que toda la energía absorbida de la red se convierte en energía útil (Imagen 5).



Imagen 5. Rango del factor de potencia.

Causas de un bajo factor de potencia

El factor de potencia describe la cantidad de energía eléctrica que ha permitido producir un trabajo útil, las cargas eléctricas para su buen funcionamiento requieren de un cierto consumo de energía. Cuando el consumo de las cargas eléctricas en su gran mayoría es energía reactiva, el valor del ángulo se incrementa y baja el factor de potencia.

Consecuencias de un bajo factor de potencia

Entre más bajo sea el factor de potencia, es mayor potencia aparente y mayor intensidad que se debe proporcionar a la carga, para entregar una misma potencia activa, entonces la empresa suministradora del servicio eléctrico debe tener mayor capacidad de generación de potencia aparente.

Otra de las consecuencias es que provocan calentamiento excesivo en sus conductores, con consecuencias que se reflejarán en la vida útil de los aislantes y equipos.

Un bajo factor de potencia desencadena un incremento considerable en la planilla eléctrica por excesivo consumo de energía reactiva, se cobra un porcentaje de penalización en función de la tarifa contratada.

Luego de la búsqueda de información, se podría preguntar: *¿Cómo interpretar esta información y cómo controlar los valores?*

Aquí se ponen en juego los conocimientos de electricidad. Los alumnos podrían plantearse los siguientes interrogantes: *¿qué tipo de instalación es?, ¿cuáles son sus características?*

Si hablamos de instalaciones, los circuitos pueden ser de Corriente Continua (CC) o Corriente Alterna (CA). En nuestros hogares o industrias encontramos instalaciones de tipo CA.

Además, la instalación puede ser trifásica o monofásica, nombres que hacen referencia al número de fases que tienen para la distribución de energía.

Además, al hablar de Factor de Potencia, podría vincularse con el concepto y fórmula ya conocida de **Potencia** en CC, la cual es el producto entre el voltaje y la intensidad.

$$\text{Potencia en Corriente Continua} = V * I$$

El voltaje es la fuerza que impulsa la corriente eléctrica a través de un circuito, se mide en Voltios (V). La intensidad eléctrica (I) es la cantidad de carga eléctrica que pasa por un conductor en un tiempo determinado, se mide en Amperios (A).

Retomando estos conceptos dados en Electricidad, el profesor presentará la siguiente manera de representar el voltaje y la intensidad como vectores en el plano (Imagen 6).

Los vectores se utilizan para describir magnitudes físicas como la fuerza, la velocidad, la aceleración, voltaje, intensidad, etc.

Para representar gráficamente los vectores correspondientes al voltaje y la intensidad, debemos saber el tipo de carga de la instalación eléctrica: Resistiva, Capacitiva o Inductiva.

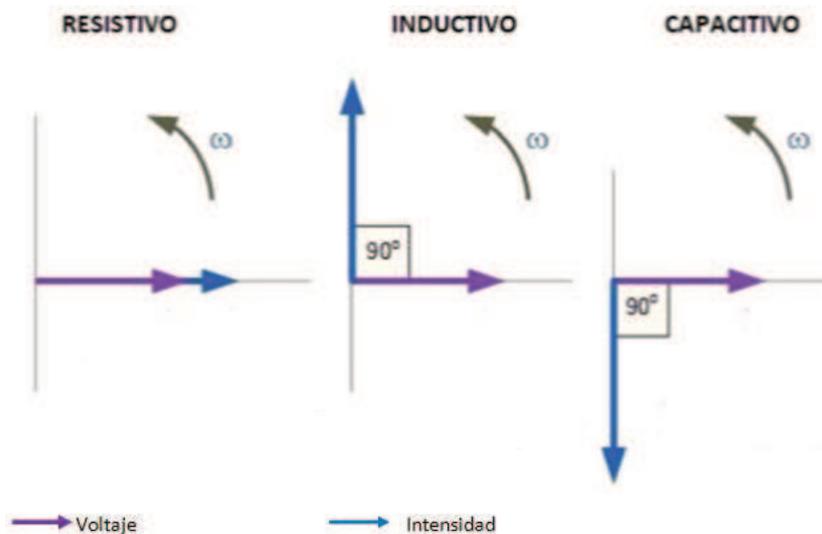


Imagen 6. Representación de los vectores correspondientes al Voltaje y la Intensidad según el sistema de carga.

En Corriente Alterna, los vectores representan tanto la magnitud como la fase de una cantidad compleja. La magnitud se representa por la longitud del vector y la fase se representa por el ángulo del vector.

Podemos analizar junto a los estudiantes qué representan estos gráficos. A modo de resumen, en la Imagen 6, podemos ver:

- En las cargas Resistivas, el voltaje y la intensidad se dice que están “en fase”, lo que significa que los vectores tienen la misma dirección, es decir, el ángulo que se forma entre estos es nulo, por lo que el $\cos 0^\circ$ es 1.
- En las cargas Inductivas, el voltaje está adelantado 90° respecto a la intensidad.
- En las cargas Capacitivas, la intensidad se adelanta 90° respecto al voltaje.

Si continuamos la búsqueda sobre factor de potencia, encontraremos que el modelo matemático que permite describir esta situación son las relaciones en un triángulo rectángulo denominado **Triángulo de Potencias** (Imagen 7), donde los catetos son las potencias que se presentan en la Corriente Alterna: Potencia Activa y la Potencia Reactiva (catetos) y Potencia Aparente (hipotenusa). El ángulo agudo determinado por el cateto de potencia activa y la hipotenusa es el Factor de potencia $\cos\Phi$ (se lee coseno fi).

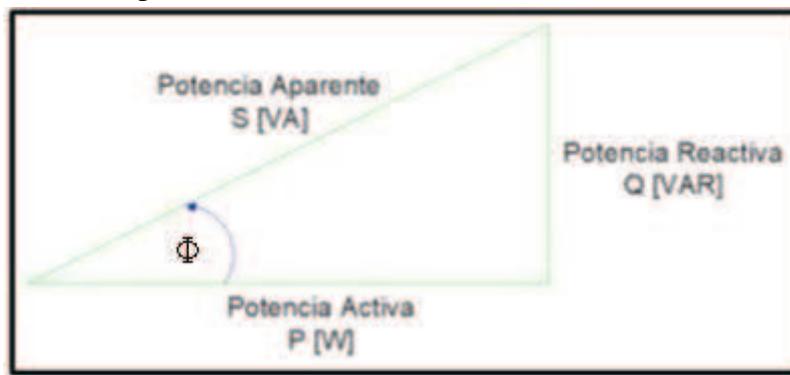


Imagen 7. Triángulo de Potencias.

La potencia activa P, se mide en W (Watt)

La potencia reactiva Q, se mide en VAR (Volt Amper Reactivo)

La potencia aparente S, se mide en VA (Volt Amper)

Preguntaremos en clase, *¿qué representan cada una de estas de potencias en una instalación eléctrica? ¿Cómo se relacionan y cómo influyen en el factor de potencias? y ¿cómo podría justificarse matemáticamente el modelo de triángulo de potencias?*

Para un sistema de carga Inductiva, realizamos representación gráfica dada en la Imagen 8, para la justificación de las fórmulas obtenidas a partir del triángulo de potencias.

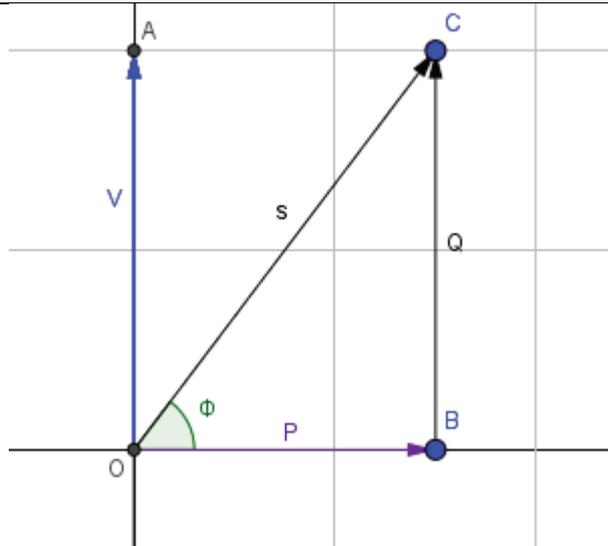


Imagen 8. Construcción de los vectores correspondientes al voltaje e intensidad, a partir de la suma de vectores, se obtiene S.

Si representamos en el sistema de coordenadas los vectores correspondientes a voltaje e intensidad, donde estos forman un ángulo de 90° , tenemos:

Voltaje: $\overrightarrow{OA} = (0, A)$

Intensidad: $\overrightarrow{OB} = (B, 0)$

El vector $\overrightarrow{OC} = (0, A) + (B, 0) = (B, A)$

Queda determinado el triángulo rectángulo OBC.

Siendo

$$\vec{P} = \overrightarrow{OB}$$

$$\vec{Q} = \overrightarrow{BC}$$

$$\vec{S} = \overrightarrow{OC}$$

Obtenemos el triángulo de potencias para el cual la potencia activa P y la potencia reactiva Q son los catetos del triángulo y la potencia aparente S es la hipotenusa.

Además, queda determinado el ángulo Φ , determinado entre \vec{P} y \vec{S} , donde $0 < \Phi < 90^\circ$.

Análogamente, para un sistema de carga Capacitivo, si realizamos la representación gráfica (Imagen 9), donde:

Voltaje: $-\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA'} = (0, A') = (0, -A)$

Intensidad: $\overrightarrow{OB} = (B, 0)$

El vector $\overrightarrow{OC} = (0, -A) + (B, 0) = (B, -A) =$

Queda determinado el triángulo rectángulo OBC'.

Siendo

$$\vec{P} = \overrightarrow{OB}$$

$$\vec{Q}' = \overrightarrow{BC'}$$

$$\vec{S}' = \overrightarrow{OC'}$$

Obtenemos el triángulo de potencias para el cual la potencia activa P y la potencia reactiva Q' son los catetos del triángulo y la potencia aparente S' es la hipotenusa.

Además, queda determinado el ángulo Φ' , determinado entre \vec{P} y \vec{S}' , donde $-90^\circ < \Phi' < 0$.

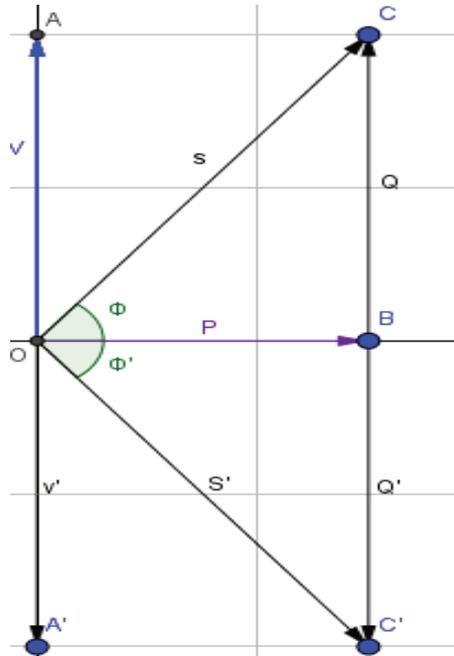


Imagen 9. Triángulo de Potencias en el plano, a partir de la suma vectorial de P y Q .

A partir de aquí, el factor de potencias se define como la relación directa entre la potencia activa o potencia real de trabajo P (cateto adyacente) y la potencia aparente o consumida por la carga S (hipotenusa). Se puede calcular aplicando la razón trigonométrica *coseno* Φ , como sigue.

Matemáticamente se tiene la fórmula:

$$\cos\Phi = \frac{\text{Potencia activa}}{\text{Potencia aparente}} = \frac{P}{S}$$

$\cos\Phi$: Valor del factor de potencia o coseno de Φ .

P : Potencia Activa

S : Potencia Aparente

Podemos concluir que el Triángulo de Potencias es un modelo, nos permite comprender gráficamente que para que la potencia activa sea similar a la potencia aparente, el ángulo Φ debería ser lo más parecido a 0° posible, por lo que el coseno daría un valor muy cercano a 1. Mientras que, por el contrario, si la potencia activa se distancia de la potencia aparente, el ángulo crece y el coseno decrece.

Sabiendo que el factor de potencia es un indicador de la eficiencia energética del circuito, un factor próximo a 1 significa que la eficiencia es máxima, mientras que un valor cada vez menor indica pérdida de energía.

$$0 < \cos\Phi < 1$$

Del triángulo de potencias dado en la Imagen 7, podemos establecer diferentes fórmulas a partir de las razones trigonométricas dado un triángulo rectángulo. Así, se tiene que:

$$\cos\Phi = \frac{P}{S}, \text{ entonces } P = S * \cos\Phi$$

$$\text{sen}\Phi = \frac{Q}{S}, \text{ entonces } Q = S * \text{sen}\Phi$$

$$\text{tg}\Phi = \frac{Q}{P}, \text{ entonces } Q = P * \text{tg}\Phi$$

Además, por Teorema de Pitágoras, podemos deducir que $S^2 = Q^2 + P^2$, por lo que

$$S = \sqrt{Q^2 + P^2}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

Por otro lado, sabiendo que $S = V * I$, podemos determinar otras igualdades, presentadas a continuación.

A modo de resumen en Tabla 1, se presentan, los tipos de potencia en Corriente Alterna, sus características y fórmulas de aplicación.

TIPOS DE POTENCIAS	CARACTERÍSTICAS	FÓRMULAS
Potencia Activa	Este tipo de potencia es absorbida por las cargas denominadas resistivas y se puede aprovechar como potencia útil. En las cargas resistivas la energía absorbida de la red se transforma íntegramente en energía mecánica, lumínica, térmica o cualquier otra forma de energía. La potencia activa se la representa con la letra P y se mide en vatios (W).	Se calcula: $P = V * I * \cos\varphi$ P: Potencia Activa V: Voltaje o Tensión I: Intensidad $\cos\Phi$: Valor del factor de potencia. También se la puede calcular como $P = S * \cos\Phi$
Potencia Reactiva	Es la potencia consumida por las bobinas y los capacitores (por ejemplo, motores o transformadores) para generar campos magnéticos o eléctricos para su funcionamiento, pero que no se transforma en trabajo útil. La potencia reactiva se la representa con la letra Q y se mide en voltamperios reactivos (VAR).	Se calcula: $Q = V * I * \text{sen}\Phi$ Donde Q: Potencia reactiva V: Voltaje I: Intensidad Por otra parte, aplicando el Teorema de Pitágoras: $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

		S: Potencia aparente P: Potencia Activa
Potencia Aparente	Conocida como potencia total, es la cantidad de potencia consumida de la red eléctrica por la carga y es el producto de los valores eficaces de tensión e intensidad. La potencia reactiva se la representa con la letra S y se mide en Voltamperios (VA).	Se calcula: $S = V * I$ (Sistema monofásico) $S = V * I * \sqrt{3}$ (Sistema trifásico) S: Potencia Aparente V: Voltaje I: intensidad Además, por Teorema de Pitágoras: $S = \sqrt{Q^2 + P^2}$

Tabla 1. Cuadro abreviado de Potencias Activa, Reactiva y Aparente.

Resolución Tarea 2

En la sección de Mecánica de la Escuela de Educación Técnica N°1, hay alrededor de treinta tornos, por lo tanto, treinta motores que los mueven, generando una corriente inductiva que modifica el factor de potencia.

a. Esta instalación, ¿cumple con las normas establecidas para su funcionamiento?

Para dar respuesta a esta pregunta, se tienen en cuenta las normas estudiadas en el punto 1).

Es necesario conocer el factor de potencia y si se encuentra entre los valores establecidos por las normas Municipales: “Los cargos que anteceden, rigen para un factor de potencia inductivo $\cos\Phi$ igual o superior a 0,88”.

Primeramente, es relevante saber el factor de potencia, por lo que es necesario extraer información sobre los motores (Imagen 10 y 11).

Para esto es necesario realizar una visita al taller para la búsqueda de esta información, con todo el grupo de alumnos, con el acompañamiento del jefe del taller de Electricidad.



Imagen 10. Fotografía tomada del *Taller*, aproximadamente se encuentran 30 tornos.



Imagen 11. Tornos del taller.

Cada uno de estos motores presenta una placa que contiene información que será necesaria para calcular el factor de potencia y analizar si cumple o no con las normativas vigentes (Imagen 12).

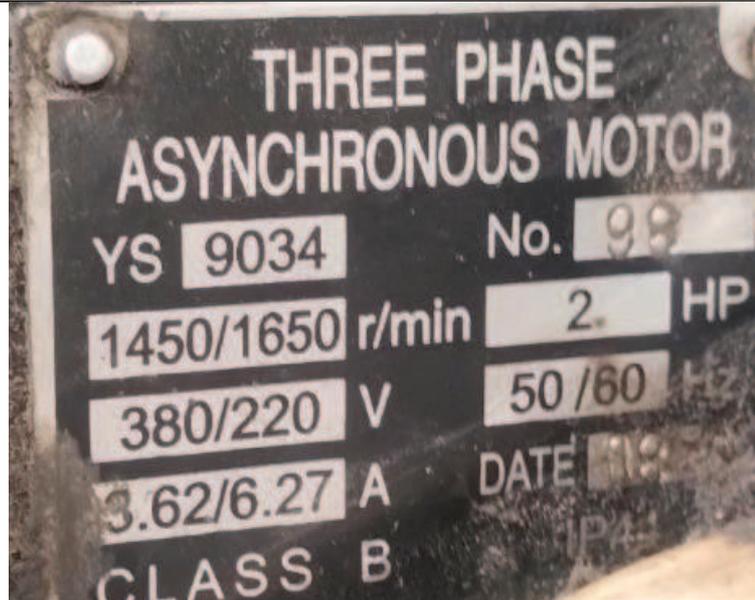


Imagen 12. Fotografía de la placa de los motores.

La Imagen 12 corresponde a la placa de uno de los motores del taller de la institución. De aquí podremos extraer información la siguiente información:

- 1) Voltaje: 380/220 V
- 2) Corriente nominal: 3,62/6,27 A (Amperios)
- 3) Potencia: 2 HP (Caballos fuerza)
- 4) 50/60 Hz (Frecuencia)
- 5) El motor es trifásico

- 1) El voltaje indica los dos niveles en los que puede funcionar el motor, en este caso 380 V o 220 V. Esto determina la cantidad de energía eléctrica que el motor puede recibir. 380 V se utiliza en industrias, en este caso el taller, mientras que 220 V es el que se utiliza, por ejemplo, en nuestros hogares.
- 2) La corriente nominal, medida en Amperios, indica la cantidad de corriente eléctrica que el motor consume bajo condiciones normales. En este caso, consume 3,62 A, si el voltaje es de 380 V y 6,27 A si el voltaje es de 220 V.
- 3) La potencia se mide en caballos fuerza (HP). Esta indica la capacidad del motor para realizar su trabajo, mayor sea la potencia, mayor será la capacidad de trabajo. Un caballo fuerza equivale a 745,7 vatios. Por lo que en este caso al ser 2HP, equivale a 1491,4 vatios.
- 4) La frecuencia se mide en hertz (Hz). La frecuencia se refiere a la cantidad de ciclos por segundo en los que cambia la corriente alterna de dirección, puede operar entre 50Hz y 60Hz. De esto depende la velocidad de rotación del motor y su rendimiento.
- 5) Motor trifásico: es un tipo de motor eléctrico, funciona como suministro de corriente alterna (CA) trifásica. Un sistema trifásico contiene tres fases que trabajan simultáneamente, esto permite mayor potencia y eficiencia con menos corriente. Se utiliza en industrias, en este caso el taller con mucho equipamiento.

A partir de los datos extraídos se pueden aplicar fórmulas para el cálculo del factor de potencia y poder extraer conclusiones al respecto. Por otra parte, al tratarse del funcionamiento y consumo generado por motores, la carga correspondiente es inductiva, por lo que el sistema a modelar corresponde al dado en Imagen 8, donde $0 < \Phi < 90^\circ$.

Fórmula de Factor de potencia, para un sistema trifásico de corriente alterna de carga inductiva:

$$\cos\Phi' = \frac{P}{S} \quad (\text{I})$$

Aquí, $P = 2\text{HP} = 1491,4 \text{ v}$

Además, por ser un sistema trifásico:

$$S = \sqrt{3} * V * I \quad (\text{II})$$

Siendo

V: voltaje

I: corriente en amperios

$\cos\Phi'$: factor de potencia

Reemplazando (II) en (I), se tiene:

$$\cos\Phi' = \frac{P}{\sqrt{3} * V * I} \quad (\text{III})$$

Si reemplazamos en (III) los datos extraídos de la placa, se tiene:

$$\cos\Phi' = \frac{1491,4}{\sqrt{3} * 380 * 3,62}$$

$$\cos\Phi' = 0,626$$

$$\Phi' = \cos^{-1}0,626$$

$$\Phi' = 51^\circ 15' 6''$$

Si representamos esta información a través del modelo matemático:

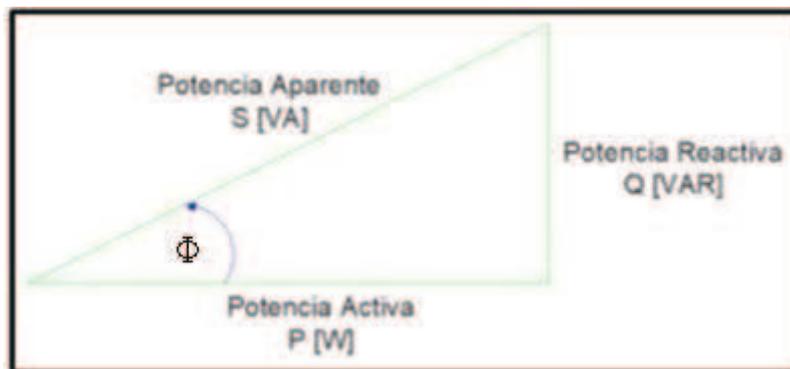


Imagen 13. Triángulos de Potencia, sistema a modelar para cargas inductivas trifásica.

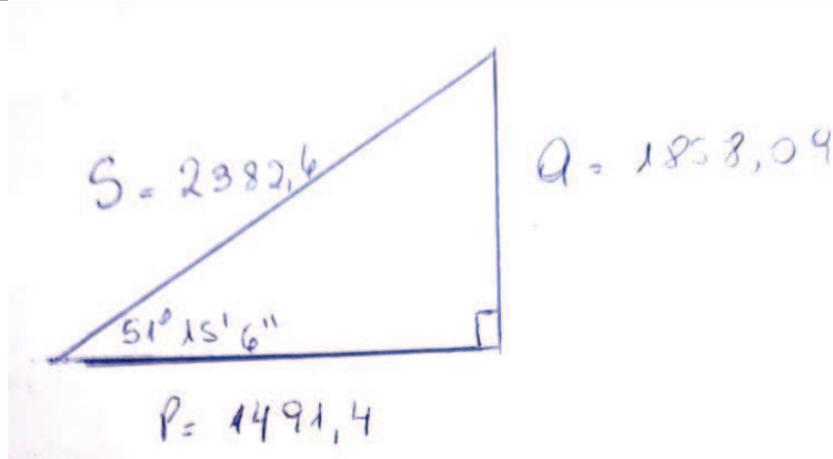


Imagen 14. Se reemplazan los datos de la placa en el modelo. Posible resolución de estudiantes

$$S = \sqrt{3} * 380 * 3,62 = 2382,6$$

Dado que $Q_1 = \sqrt{S^2 - P^2}$, reemplazando por los valores obtenidos:

$$Q_1 = \sqrt{2382,6^2 - 1491,4^2}$$

$$Q_1 = 1858,09$$

A partir de estos cálculos, se determina que el factor de potencia del consumo de estos motores es de $\cos \varphi' = 0,626$, lo cual está muy por debajo de la normativa.

b. Como futuros técnicos en electromecánica, ¿qué solución propondrían para que la instalación eficiente?

Al obtener un factor de potencia por debajo de los valores que se presentan en la normativa, se propone realizar una corrección de factor de potencia.

En respuesta a ello, se calcula la cantidad de capacitores necesarios para regularizar la situación.

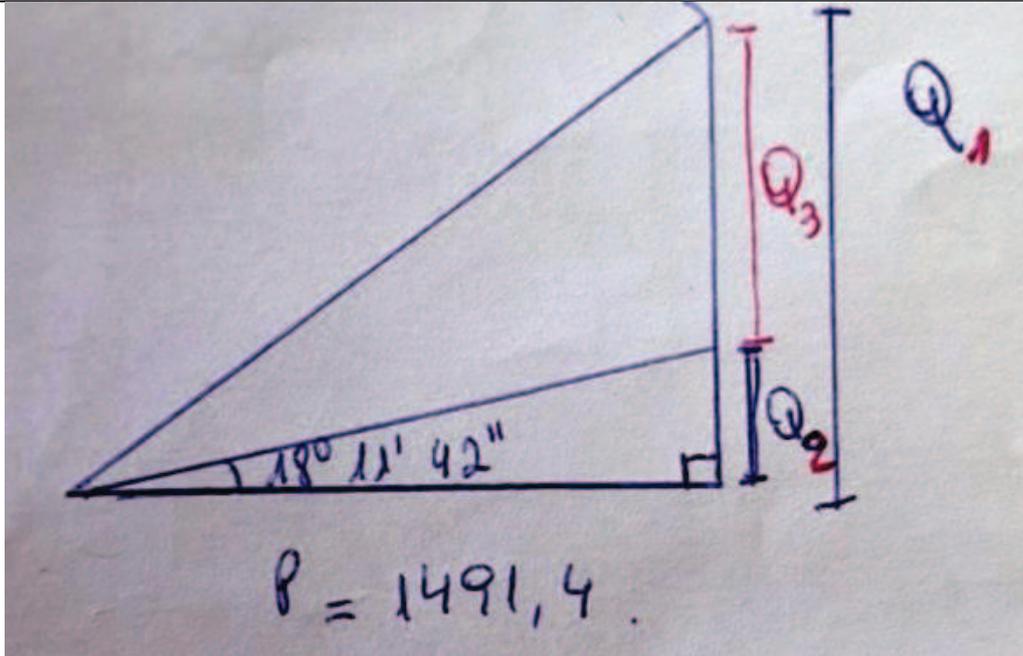


Imagen 15. Triángulo de Potencia. Se determinan Q_2 y Q_3 a partir del ángulo $\Phi'' = 18^\circ 11' 42''$.
Posible resolución de estudiantes

Para realizar la corrección del factor de potencia se debe elegir un valor dentro del rango establecido, $0,88 < \cos\Phi'' < 1$

Se considera $\cos\phi' = 0,95$ para mayor eficiencia.

$$\Phi'' = \cos^{-1}0,95$$

$$\Phi'' = 18^\circ 11' 42''$$

$$\operatorname{tg} \Phi' = \frac{Q_2}{P}$$

$$\operatorname{tg} 18^\circ 11' 42'' = \frac{Q_2}{1491,4 V}$$

$$Q_2 = \operatorname{tg} 18^\circ 11' 42'' * 1491,4 V$$

$$Q_2 = 490,2 V$$

Para conseguir un factor de potencia de 0,95 necesitamos una potencia reactiva de capacitores de $Q_2 = 490,2 \text{ VAR}$. Sin embargo, la potencia reactiva actual de los motores es de $Q_1 = 1858,09 \text{ VAR}$.

Calculamos la diferencia entre ambas potencias, es decir el número en el que deberíamos reducir la potencia reactiva actual.

Para calcular la potencia reactiva que necesitamos agregar para corregir el FP. Es decir, la potencia reactiva de capacitores a instalar.

El valor de capacitor que se obtiene con la fórmula

$$Q_3 = Q_1 - Q_2$$

$$Q_3 = (1858,09 - 490,2) VAR$$

$$Q_3 = (1858,09 - 490,2) VAR$$

$$Q_3 = 1367,89 VAR$$

Luego, para calcular los capacitores necesarios y saber cuáles son los que se necesitan instalar para realizar la corrección.

Los capacitores, tiene como característica fundamental la capacidad, magnitud que nos indica la cantidad de electricidad que es capaz de almacenar este componente. La unidad de medida es el faradio (F), una magnitud bastante grande, por lo que es habitual utilizar submúltiplos como microfaradio (μf). Como equivalencia se tiene $1 \mu f = 1 * 10^{-6} F$.

Para calcular la capacitancia (capacidad del capacitor) en microfaradios (μf) con los que debe contar cada capacitor se aplica la fórmula:

$$C_f = \frac{Q_3 * 10^6}{V^2 * W} \quad \text{donde } W = 2\pi * F$$

$$C_f = \frac{1367,89 VAR * 10^6}{380^2 * 2\pi * 50 Hz} = 30,15 \mu f \text{ (Microfaradios)}$$

Los capacitores que se necesitan para realizar esta corrección en el factor de potencia tiene una capacitancia de $30,15 \mu f$. En el sistema trifásico se necesitan tres (3) capacitores donde cada uno tenga este valor, esto es por cada máquina a la cual se le corrija el factor de potencia.

Por ejemplo, se puede encontrar en Mercado Libre, algunos posibles capacitores (Imagen16).



Imagen 16. Búsqueda de capacitores en Mercado Libre.

Lo más próximo en el mercado es un capacitor de $30 \mu f$ (microfaradios).

Si se necesitan 3 unidades por máquina, el costo para corregir el factor de potencia de cada motor es de \$15228.

Si se corrige este factor de potencia en cada una de las máquinas del taller, se debe multiplicar por 30, es decir $\$15228 \cdot 30$, lo que equivale a una inversión de $\$456.840$.

Otra resolución posible de estudiantes:

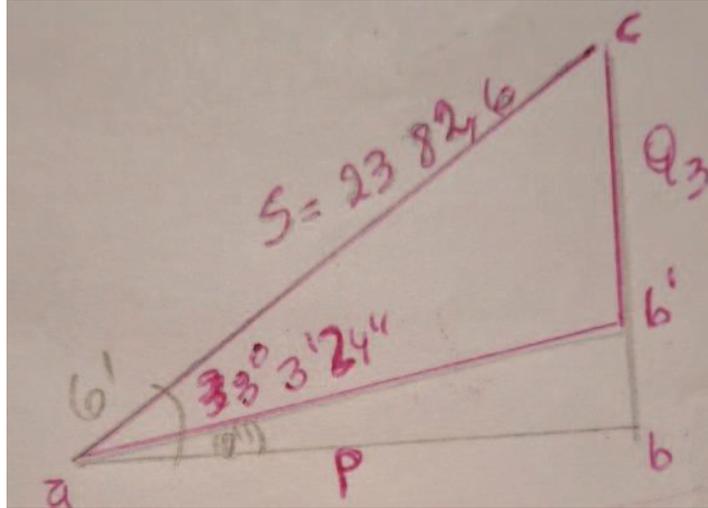


Imagen 17. Se determina el triángulo $ab'c$.
Posible resolución de estudiantes.

Para calcular la corrección del factor de potencia Q_3 , se considera el triángulo oblicuángulo $ab'c$, para el cual se deben aplicar Teoremas como el de Seno y Coseno para este tipo de triángulos.

Por la suma de ángulos interiores de un triángulo se pueden calcular las amplitudes del triángulo $ab'c$.

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}''' &= 51^\circ 15' 6'' - 18^\circ 11' 42'' = 33^\circ 3' 24'' \\ \hat{c} &= 38^\circ 44' 54'' \\ \hat{b}' &= 108^\circ 11' 42''\end{aligned}$$

Conociendo todos los ángulos de triángulo y conociendo el lado S , puede aplicarse el Teorema del Seno.

$$\frac{Q_3}{\text{sen } \hat{\Phi}'''} = \frac{S}{\text{sen } \hat{b}'}$$

Al reemplazar se tiene

$$\frac{Q_3}{\text{sen } 33^\circ 3' 24''} = \frac{2382,6 \text{ VAR}}{\text{sen } 108^\circ 11' 42''}$$

$$Q_3 = \frac{2382,6 \text{ VAR}}{\text{sen } 108^\circ 11' 42''} * \text{sen } 33^\circ 3' 24''$$

$$Q_3 = 1368,03 \text{ VAR}$$

Este valor es muy aproximado al obtenido anteriormente.

De igual manera se realiza el cálculo de capacitancia de los capacitores.

Hasta aquí presentamos una posible resolución para las tareas 1 y 2 como articulación de la trigonometría y electricidad. Además, se incluyeron interrogantes que pueden emerger por parte de los alumnos o desde la intervención docente si así lo requiere la clase.

Respecto a las preguntas metacognitivas, *¿cómo llegaste la solución obtenida?*, *¿de qué manera?*, *¿qué dificultades se presentaron para desarrollar esta actividad?*, *¿recurriste a algún conocimiento matemático clave para resolverlo?*, las respuestas dependerán de las experiencias de los estudiantes en la resolución de las tareas, qué contenidos aplicaron, si les costó establecer las variables de estudio y vincularlas, las dificultades presentadas en este camino de resolución, etc. Además, para responder a *¿podrías haberlo resuelto de otra forma?*, *¿elegiste el camino más económico para la resolución?*, dependerá de las diferentes estrategias que podrían haber realizado y/o resoluciones compartidas entre los equipos. Se busca que puedan justificar por qué eligieron unas estrategias sobre otras, si fue el caso o bien que reconozcan que hay otros modos de abordaje de la situación. Por último, con la pregunta *¿estas aplicaciones podrías utilizarlas en otros contextos?* Se busca saber si estas tareas resultaron valiosas y útiles para resolver otro tipo de tareas, conocer la mirada del alumno y poder realizar ajustes para próximas propuestas.

FUNDAMENTACIÓN

Presentamos la fundamentación de la propuesta, siguiendo los criterios de elaboración de consignas y analizamos el potencial matemático siguiendo a Rodríguez (2022). Por otra parte, analizamos las fases de la Modelización Matemática presentes en el desarrollo para la resolución de las tareas según la TAD (Chevallard, 1989).

Criterios de redacción de consignas, coherencia entre contexto-objetivo-consigna y potencial matemático

Para esta propuesta de enseñanza que articula los contenidos de trigonometría y electricidad, pretendemos que el alumno tenga un rol activo, entendiendo a este como que trabaje con autonomía y tome decisiones sobre la actividad matemática. Para ello es necesario la elaboración de consignas ricas para la actividad matemática (Rodríguez, 2022). Entendemos como actividad rica, con potencial matemático alto, aquella que invite al alumno a indagar, buscar diferentes estrategias de resolución, hallar el un modelo matemático que le permita estudiar la situación propuesta, explorar, identificar variables involucradas, realizar una reflexión sobre su propio quehacer matemático, argumentar sus respuestas, etc.

Analizamos la coherencia entre contexto-consigna y objetivos.

Retomando los objetivos y los enunciados presentados:

Contexto: 4to año de la EET N 1. Conocimientos previos en Electricidad y Matemática (explicado en detalle en Capítulo IV).

Objetivos

- Conjeturar, comparar, relacionar, resolver y tomar decisiones en torno a la situación planteada.
- Vincular y aplicar los conocimientos adquiridos en electricidad con conceptos matemáticos, específicamente trigonometría, para formular un modelo matemático.
- Utilizar las leyes de la electricidad para argumentar y justificar las soluciones planteadas en situaciones reales.

Tarea 1

¿Cómo lograr una instalación eléctrica que funcione de manera eficiente?

Tarea 2

En la sección de Mecánica de la Escuela de Educación Técnica N° 1, hay alrededor de treinta tornos, por lo tanto, treinta motores que los mueven, generando una corriente inductiva que modifica el factor de potencia.

a) Esta instalación, ¿cumple con las normas establecidas para su funcionamiento?

b) Como futuros técnicos en electromecánica, analicen si la instalación es eficiente y, si no lo es, propongan alguna solución para que lo sea.

Análisis de coherencia entre contexto-consigna, contexto-objetivo y consigna-objetivo.

Coherencia analizada	Preguntas orientadoras	Relación
Contexto - consigna	<p>¿El modo de trabajar de los estudiantes está en sintonía o hay mucha disparidad?</p> <p>¿Es posible que los alumnos resuelvan con los conocimientos previos?</p> <p>El nivel de complejidad, ¿es accesible como para abordar y resolver la tarea?</p>	<p>Los alumnos están familiarizados con el trabajo en equipo para elaborar proyectos (sobre todo en los talleres).</p> <p>Entendemos que es posible resolver la consigna con los conocimientos adquiridos tanto en matemática como en electricidad. Cuentan con dispositivos digitales para la búsqueda de información que será necesaria para complementar los apuntes teóricos de la carpeta.</p> <p>Lo primero que puede surgir es que no lo vean como una actividad de “matemática” ya que no hay ningún cálculo que resolver en las consignas, ni se les da fórmulas.</p> <p>Posiblemente, los alumnos esperen una respuesta única, y se encontrarán con distintos tipos de información, tomar decisiones a la</p>

		hora de elegir qué información considerar relevante y dar respuesta a su problema.
Contexto – objetivo	De acuerdo a los conocimientos previos, ¿es posible alcanzar los objetivos? ¿Es pertinente en relación con lo que el contexto indica que se ha trabajado o se pretende trabajar?	Consideramos que los objetivos son alcanzables, ya que cuentan con los medios para investigar, explorar y argumentar sus respuestas. Es probable que se presenten obstáculos a la hora de vincular el modelo matemático y el factor de potencias, y las fórmulas que derivan del triángulo de potencias. Si fuera conveniente, el docente debe intervenir a partir de preguntas orientadoras (sin dirigir la acción del estudiante).
Objetivo - consigna	Si el estudiante resuelve lo que está en la consigna por cualquier camino que elija, ¿alcanza el objetivo?	La consigna promueve la búsqueda de la solución y argumentación de las estrategias aplicadas. Como futuros técnicos, tienen que tomar decisiones y buscar la solución a la situación planteada.

Dado este análisis, se considera que las tareas son coherentes, ya que los alumnos cuentan con conocimientos previos suficientes para resolver o comprender otros nuevos asociados con la resolución de las tareas. En caso de ser necesario, el docente podrá realizar intervenciones, pero esto no implica dar la respuesta de qué hacer y cómo.

Además, para el diseño de estas consignas, tuvimos en cuenta los criterios dados por Rodríguez (2022). Consideramos que se cumplen los siguientes criterios:

1. Las consignas se redactan tal y como se presentan a los estudiantes.
2. El contexto del problema se da a partir de la búsqueda de información sobre instalaciones eléctricas y criterios avalados a nivel nacional. Se proponen preguntas que permitan argumentar sus respuestas y tomar decisiones frente a este escenario particular. Se evitan hacer preguntas sobre el objeto matemático de estudio.
3. No se explicita en la consigna qué objeto matemático se estudia, si es necesario graficar o aplicar fórmulas. Se realizan preguntas que orienten la actividad matemática. En este caso, no se hace referencia a las razones trigonométricas, pero esto estará presente en la normativa respecto al coseno de un ángulo, lo que dará inicio al estudio y búsqueda de la solución.
4. No se da información sobre la situación a resolver, los alumnos deben buscar entre sus apuntes, material bibliográfico, sitios webs, etc., como lo hacen para hallar las normativas sobre instalaciones eléctricas y consumo.
5. La respuesta no es única, ni se solicita aplicar directamente una fórmula. Cada grupo podrá presentar distintos tipos de resolución y formas de abordar la tarea. Como se muestra en las resoluciones propuestas, podrían aplicar diferentes fórmulas para hallar la

potencia Activa, Reactiva y Aparente y el factor de potencias, dependiendo de las relaciones que establezcan entre las variables y la información brindada.

6. Que la consigna dé lugar a la argumentación y justificación de los estudiantes en lenguaje coloquial, para que expliquen el porqué de sus afirmaciones y la solución es la más adecuada. Consideramos que las Tareas 1 y 2 cumplen con estas características, ya que cada pregunta da lugar a la exploración y posteriormente la justificación de la respuesta.

Consignas Metacognitivas

Las consignas metacognitivas son las que dan lugar al estudiante a reflexionar sobre el propio hacer cognitivo en la búsqueda de la resolución de ejercicios, problemas u otro tipo de consignas (Rodríguez, 2022).

Las consignas metacognitivas propuestas en este dispositivo son:

- a. *¿Cómo llegaste la solución obtenida? ¿De qué manera?*
- b. *¿Qué dificultades se presentaron para desarrollar esta actividad?*
- c. *¿Recurriste a algún conocimiento matemático clave para resolverlo?*
- d. *¿Elegiste el camino más económico para la resolución? ¿Podrías haberlo resuelto de otra forma?*
- e. *¿Estas aplicaciones podrías utilizarlas en otros contextos?*

En referencia a las preguntas *¿Cómo llegaste la solución obtenida? ¿De qué manera?*, permiten al alumno reflexionar sobre las distintas estrategias empleadas para resolver. Por ejemplo, esto incluye si utilizó las fórmulas correctas a partir de las relaciones establecidas por el triángulo de potencias, si organizó los datos correctamente, si arribó a la respuesta.

En la pregunta *¿Qué dificultades se presentaron para desarrollar esta actividad?*, invita a reflexionar sobre los obstáculos que se le presentaron; por ejemplo, si tuvieron inconvenientes en interpretar la consigna, si fueron necesarias preguntas orientadoras por parte del profesora, o para poder extraer información pertinente, identificar variables (por ejemplo los datos de la placa del motor) e identificar las fórmulas para aplicar.

La pregunta *¿Recurriste a algún conocimiento matemático clave para resolverlo?*, permite reflexionar sobre los conocimientos matemáticos aplicados, por qué aplicaron esa fórmula y no otra, cómo obtuvieron el sistema a modelar (triángulo de potencias), las fórmulas que derivan de éste (potencia activa, reactiva, aparente, factor de potencias), etc.

La pregunta d. *¿Elegiste el camino más económico para la resolución? ¿Podrías haberlo resuelto de otra forma?*, permite reflexionar sobre si el camino seguido fue el más eficiente, esto implica analizar si hubo formas más simples o más inmediatas para resolver el problema. Por ejemplo, a la hora de aplicar fórmulas para corregir el factor de potencia, hay procedimientos más simples respecto de otros. Por ejemplo, es conveniente aplicar razones trigonométricas en lugar del teorema del seno que se necesitan más datos que los dados en el motor, por lo que se deben realizar más cálculos.

Por último, la pregunta *e. ¿Estas aplicaciones podrías utilizarlas en otros contextos?*, esto les permite reflexionar sobre la aplicabilidad de lo aprendido, en otros contextos, los cuales se modelen a partir de un triángulo rectángulo y aplicar conocimientos de trigonometría. Además, reflexionar sobre si el concepto de triángulo de potencias podría ser útil para resolver problemas similares en otros ámbitos de la electricidad, como el cálculo de eficiencia energética en instalaciones industriales o domésticas o el factor de potencias en equipos eléctricos en nuestros domicilios.

Es entonces, que consideramos que las consignas metacognitivas permiten a los estudiantes reflexionar sobre los propios procesos cognitivos, permitiéndoles identificar, evaluar y seleccionar estrategias adecuadas para la resolución de consignas matemáticas. Este conocimiento les facilita reconocer las limitaciones y posibilidades de sus procedimientos, tomar conciencia de sus errores comunes.

Los estudiantes podrán advertir que se llevan algo más allá de la consigna matemática que resolvieron. Habrán reconocido que algo podría serles útil más adelante, o sabrán que hay resoluciones que pueden o no funcionarles.

Si los estudiantes aprenden a transferir conocimientos a diversos contextos, seleccionar estrategias pertinentes, ser conscientes de su hacer matemático, esto fortalece su aprendizaje y autonomía.

A continuación, analizamos el **potencial matemático** de estas tareas.

Analicemos las posibilidades de exploración y las de argumentación de esta consigna.

En la **Tarea 1**: *¿Cómo lograr una instalación eléctrica que funcione de manera eficiente?*, valoramos que en la consigna no se indican cuáles son los pasos que hay que seguir, la pregunta puede ser generadora para que los estudiantes realicen la búsqueda de información. La actividad fue planteada para 3 integrantes, con el fin de que puedan distribuir el trabajo de búsqueda de información y de los caminos que pueden presentarse. Por lo tanto, esta tarea da lugar a la exploración, ya que podrán indagar tanto en sitios web como en su material teórico-práctico con el que cuentan de cada disciplina. Además, podemos decir que da lugar a la argumentación, ya que los alumnos tendrán que analizar la información encontrada, identificar los datos que resultan pertinentes dar respuesta a la pregunta. En este caso, los estudiantes encontrarán en las normativas nacionales y locales la misma información respecto a una instalación eléctrica eficiente. Aquí resulta relevante valor del factor de potencia, cómo influye en el consumo y si no se cumple con que esté dentro del rango establecido, habrá multas a los usuarios. Esta tarea da lugar a nuevas preguntas, para comprender por qué y cómo surge el factor de potencias.

Para la **Tarea 2**, primero se presenta el escenario dado en la institución educativa, 30 tornos que generan una corriente inductiva que modifica el factor de potencia. De aquí surgen los interrogantes: a) Esta instalación, ¿cumple con las normas establecidas para su funcionamiento?

Esta tarea promueve la exploración, ya que los estudiantes tendrán que medir o extraer esta información de los motores, tomar decisiones si esta información es o no útil, qué fórmulas aplicar, cuál de los tres modelos (resistivo, inductivo o capacitivo) corresponden con la situación. También destacamos que permite la argumentación ya que, los alumnos deben justificar estas respuestas. Por ejemplo, para la consigna b) Como futuros técnicos en electromecánica, analicen si la instalación es eficiente y, si no lo es, propongan alguna solución para que lo sea. Esto permite que se pongan en el lugar de futuros Técnicos Profesionales, cómo resolverían esta situación, deben tener argumentos sólidos que respalden su respuesta. Como parte de esta argumentación es necesario calcular el factor de potencias del motor, al obtener valores menores a los solicitados por la normativa, se debe realizar una corrección del factor de potencia, además se debe tomar la decisión de qué tipo de ajuste hacer, si un valor muy próximo a 1, como es el caso de 0,95 o 0,88 que es lo mínimo que se solicita para no tener multas.

Dados todos estos argumentos, consideramos que estas tareas tienen un potencial matemático alto, ya que las consignas dan lugar a la exploración y argumentación por parte de los estudiantes.

Modelización Matemática

Analizamos las fases de la Modelización Matemática siguiendo a Chevallard (1989) presentes en la resolución de las tareas propuestas en este trabajo para la articulación de la matemática y electricidad.

En la *fase 1* se definen las variables de estudio, cuáles son relevantes para el estudio del sistema. En este caso, al investigar sobre los criterios para que las instalaciones eléctricas sean eficientes, nos encontramos con el factor de potencia, $\cos \Phi$, el cual tiene la restricción de que debe ser $\cos \Phi > 0,88$. En caso de tomar valores menores a éste, habrá multas en las facturas de luz. Luego, para continuar la investigación y análisis, es relevante conocer el tipo de carga para establecer el factor de potencia que corresponde. Aquí surge la necesidad de estudiar los tipos de carga resistiva, inductiva y capacitiva, entender su funcionamiento.

Recordamos que:

- En las cargas Resistivas, el voltaje y la intensidad se dice que están “en fase”, lo que significa que los vectores tienen la misma dirección, es decir, el ángulo que se forma entre estos es nulo, por lo que el $\cos 0^\circ$ es 1.
- En las cargas Inductivas, el voltaje está adelantado 90° respecto a la intensidad.
- En las cargas Capacitivas, la intensidad se adelanta 90° respecto al voltaje.

A partir de conocer estos comportamientos en las conexiones eléctricas y su representación en el plano, nos da lugar a la siguiente etapa.

Para la *fase 2* de la Modelización Matemática, se define el sistema que se va a estudiar, es decir, se elabora el modelo de estudio y se establecen las relaciones entre las variables de la fase anterior. En este caso, partir de los sistemas resistivos, capacitivos e inductivos, se determinan a partir de la suma de los vectores en el plano, se obtiene otro vector y se

determina el ángulo Φ (Imagen 8, Capítulo IV). Obtenemos así el Triángulo de Potencias, el cual será el sistema a modelar a lo largo de toda la actividad. Este modelo, permite estudiar las cargas resistivas e inductivas. En la tarea del trabajo de motores y corrección de factor de potencia de los mismos, utilizamos el modelo correspondiente a las cargas inductivas, donde Φ es un ángulo agudo.

Por último, en la *fase 3*, el modelo es tratado matemáticamente con el fin de producir nuevos conocimientos sobre el sistema estudiado. Aquí se producen nuevas relaciones entre las variables del sistema. Dado el Triángulo de Potencias, por ejemplo, aquí se derivan entre sus elementos la potencia activa y reactiva (catetos) y la potencia aparente (hipotenusa), las fórmulas que las determinan y se pueden establecer otras fórmulas a partir de otras conocidas, como se presenta en la Tabla 1 del Capítulo IV. Esta actividad matemática produce nuevas relaciones entre las variables del sistema, lo que puede llevar a un nuevo proceso de modelización.

A MODO DE CIERRE

A partir de este trabajo, pudimos observar que la articulación entre Matemática y Electricidad en la ETP con orientación Mecánico Electricista representa una valiosa oportunidad para acercar a los estudiantes a problemas reales y significativos, permitiéndoles vincular conceptos matemáticos con situaciones concretas de su futura práctica profesional.

En respuesta a las preguntas planteadas al comienzo de la investigación: *¿qué tipo de actividades podrían promover la articulación entre Matemática y Electricidad? y ¿cuál es la funcionalidad de la trigonometría en la articulación entre Matemática y Electricidad?*, podemos decir, sin pretensión de dar una respuesta exhaustiva, que las actividades que promueven la articulación entre Matemática y Electricidad son aquellas que parten de problemas contextualizados en el campo de la electricidad y que, al mismo tiempo, requieren del conocimiento matemático para su resolución. Por ejemplo, el análisis del triángulo de potencias, basado en el modelo matemático del triángulo rectángulo, permite explorar sobre los fundamentos de corrientes eléctricas definidos a partir de las razones trigonométricas. Estas actividades, diseñadas desde un enfoque interdisciplinario, favorecen la integración de saberes y preparan a los estudiantes para enfrentar problemas reales en su futuro profesional. Aunque este tipo de problemas puede complejizarse al considerar variables adicionales, su diseño debe ajustarse al nivel de los estudiantes y a los contenidos propios de la escuela secundaria técnica.

Para responder a *¿Qué competencias podría desarrollar el estudiante a partir de una propuesta didáctica que articule Matemática y Electricidad?*, consideramos a partir de este estudio que una propuesta didáctica interdisciplinaria permite desarrollar competencias fundamentales como la toma de decisiones, la capacidad de análisis a partir de los datos y variables relevantes, el razonamiento crítico y la posterior argumentación. También puede decirse que los estudiantes desarrollan habilidades para evaluar la aplicabilidad de modelos matemáticos, reconociendo sus limitaciones y ajustándolos según el contexto. Estas competencias, alineadas con las demandas del mundo profesional, fortalecen su formación como futuros técnicos al conectar los conocimientos matemáticos con su aplicación en situaciones reales.

Para la última pregunta *¿Es posible que los alumnos le den sentido al aprendizaje de la trigonometría?*, consideramos que la respuesta es sí. Cuando la propuesta se vincula con contextos reales, los alumnos le encuentran sentido a la actividad matemática. Las tareas interdisciplinarias permiten que los estudiantes comprendan cómo los conceptos trigonométricos se aplican directamente a situaciones prácticas, como el cálculo del factor de potencia en circuitos. Consideramos que esta propuesta contribuye a que los alumnos valoren la utilidad de la trigonometría no solo en el ámbito escolar, sino también en su formación profesional.

Uno de los principales desafíos detectados es la fragmentación con la que suelen abordarse los contenidos de Matemática y Electricidad, lo que dificulta que los estudiantes perciban las conexiones entre ambas disciplinas. Sin embargo, hemos comprobado que, actividades diseñadas desde un enfoque interdisciplinario favorecen un aprendizaje más integrado,

permitiendo a los alumnos darle sentido al conocimiento matemático al aplicarlo en escenarios con los que podrían encontrar un técnico. Consideramos que, la modelización matemática se presenta como una herramienta fundamental para esta integración, al permitir trabajar problemas reales, siendo una herramienta para comprender y describir la situación de estudio.

Por otra parte, vemos la necesidad de repensar las prácticas docentes. Este tipo de propuestas interdisciplinarias, por un lado, requiere de tiempo y esfuerzo por parte del profesor para familiarizarse con conceptos técnicos ajenos a su área; por otro, es necesario abandonar la idea de que los estudiantes deben dominar previamente todos los conocimientos matemáticos para abordar un problema (Pochulu, 2018). En cambio, el aprendizaje puede apoyarse en la exploración, el uso de tecnologías y la construcción colectiva del conocimiento, con el docente actuando como mediador de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Finalmente, esta propuesta destaca la importancia de incorporar temas y metodologías que respondan a las demandas actuales, integrando disciplinas y desarrollando habilidades aplicables en contextos reales. La interdisciplinariedad no implica renunciar a los contenidos centrales de la Matemática, sino trabajarlos desde perspectivas que los conecten con otras áreas del conocimiento, preparando así a los estudiantes de manera más adecuada para los desafíos de su campo profesional.

Como proyecto futuro, proponemos implementar esta propuesta el próximo año y extenderla a todos los docentes de 4to año de Matemática y Electricidad. También consideramos desarrollar nuevas propuestas que integren otros conocimientos matemáticos, como el modelado de funciones, mediciones de corriente y resistencia, etc., con el objetivo de enriquecer aún más la formación técnica de los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrate, R. S., Delgado, G. I., & Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.
- Anexo de la Resolución CFCyE N° 261/06. “Proceso de Homologación y Marcos de Referencia de Títulos y Certificaciones de la Educación Tecnológica Profesional”. Ministerio de Educación de la República Argentina.
- Assenza Parisi, V. A. (2021). *Educación Técnica Nivel Secundario: La enseñanza y aprendizaje basados en proyectos*. 1era edición para el profesor. Fundación YPF. Bs. As.
- Barreiro, P., & Inés, C. (2015). Teoría de Situaciones Didácticas. En M. D. Pochulu, & M. A. Rodríguez, *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 15-38). Los Polvorines: UNGS; Villa María: UNVM.
- Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie: perspectives curriculaires: la notion de modélisation. *Petit x*, 19, 45- 75.
- Coop. Eléctrica y Otros Servicios de Concordia Ltda. Régimen Tarifario ANEXO III.
- Corica, A. R. (2022). El estudio interdisciplinar de la matemática en la escuela secundaria y la formación de profesores. *Revista de Educación*, 25(1), 269-292.
- Diseño Curricular de Educación Secundaria Tomo II (2011). Consejo General de Educación de la Provincia de Entre Ríos. Paraná.
- Diseño Curricular de la Modalidad Técnico Profesional de Nivel Secundario. (2011). Resolución N°0609. Consejo General de Educación de la Provincia de Entre Ríos. Paraná.
- Electricidad básica. Extraído de https://www.trabajosocial.unlp.edu.ar/uploads/docs/electricidad_basica_ii.pdf el 10 de noviembre de 2023.
- Facultad de Trabajo Social, Universidad Nacional de La Plata. (n.d.). *Electricidad básica II* [Archivo PDF]. Recuperado el 10 de noviembre de 2023, de https://www.trabajosocial.unlp.edu.ar/uploads/docs/electricidad_basica_ii.pdf
- INET (2015). Evaluación de Capacidades Profesionales en la ETP de nivel secundario. Documento aprobado por Resolución N°266/15 CFE. Ministerio de Educación Argentina. Bs. As.
- Otero, M. R. (2021). *La Formación de Profesores: Recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento*. Tandil: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- Otero, M. R., Fanaro, M. A., Corica, A., Llanos, C., Sureda, P., & Parra, V. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el aula de matemática*. Editorial Dunken.

-
- Parra, V. y Otero, M. R. (2018). Antecedentes de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI): características y génesis. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 13(2), 1 - 18.
- Pérez Jiménez, J. (1992). Matemáticas Experimentales. *Suma.Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 11-12, 25-39.
- Res. 266/15 C.F.E. Anexo I “Evaluación de Capacidades Profesionales en el ETP de Nivel Secundario. Ministerio de Educación Argentina. Bs. As.
- Res. N° 47/08 C.F.E. Anexo I “Lineamientos y Criterios para la Organización Institucional y Curricular de la Educación Técnico Profesional Correspondiente a la Educación Secundaria y la Educación Superior”.
- Rodríguez, M. (coord). (2022). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Ediciones UNGS.
- Rodríguez, M. A. (2012). Resolución de Problemas. En M. D. Pochulu, & M. A. Rodríguez, *Educación Matemática: Aportes para la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (ppágs. 153-161). Los Polvorines: UNGS; Villa María: UNVM.
- Rodríguez, M. A., & Barreiro, P. (2018). La modelización y resolución de problemas. En M. Pochulu, *La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones* (pp. 17-25). Villa María: GIDEB.
- Ruiz Socarras, J. M. (2008). Problemas actuales de la enseñanza de la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(3), 1-8.
- Villaseñor Gómez, J. R. (2011). *Circuitos Eléctricos y Electrónicos. Fundamentos y técnicas para su análisis*. Pearson Educación.