XX Encuentro de Jóvenes Investigadores
de la Universidad Nacional del Litoral
18 y 19 de Octubre de 2016

ALGORITMO BI-ETAPA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LAS OPERACIONES EN LÍNEAS DE ENSAMBLE MULTIPRODUCTO

Capella Leticia Soledad

Facultad de Ingeniería Química, UNL

Área: Ingeniería
Sub-Área: Industrial
Grupo: X

Palabras clave: líneas de ensamble multiproducto, dimensionamiento de lotes, secuenciación, optimización.

INTRODUCCIÓN

Las líneas de ensamble modernas constan de una serie de estaciones de trabajo conectadas entre sí por mecanismos automáticos de manejo de materiales, y presentan una alta eficiencia para la producción en masa. En líneas de ensamble multiproducto, la producción se organiza siguiendo una secuencia de campañas de diferentes modelos, a cada una de las cuales debe asignársele una cierta longitud. Estos sistemas productivos son de suma importancia para la industria moderna, por la flexibilidad y el buen desempeño que exhiben frente a las cambiantes condiciones de demanda y la variabilidad en el diseño de los productos. Sin embargo, la gestión operativa de estas líneas plantea importantes desafíos.

OBJETIVOS

Se busca desarrollar un modelo matemático y una metodología de resolución eficiente que permitan determinar las dimensiones óptimas de las corridas de producción de los distintos productos en una línea de ensamble sincrónica, multiproducto. Asimismo, se debe establecer el orden en que los lotes deben ser procesados, de manera tal de minimizar los costos de mantenimiento de inventarios y de recambio ("changeover") por unidad de tiempo. A diferencia de lo publicado en la literatura del área hasta el momento, el algoritmo debe ser válido aun cuando la conveniencia económica sugiere que las campañas sean más cortas que el número de estaciones en la línea.

METODOLOGÍA

Etapa 1: Desarrollar y resolver un modelo de programación no lineal (NLP) que sintetice la línea multiproducto en una única etapa o estación, para determinar las dimensiones aproximadas de las corridas que minimizan el costo total. Se asume que en cada una de las corridas se produce un único modelo $i \in I$. Durante el ciclo de producción (T), todos los modelos son producidos a través de una única corrida de longitud L_i, como se expresa en la **Ecuación 1**.

$$\sum_{i \in I} L_i = T \qquad (1)$$

Los niveles de producción y de demanda (p_i y r_i) para todos los productos son datos conocidos. El stock del modelo de tipo i al final de cada corrida debe ser lo suficientemente alto para cubrir la demanda de i mientras los otros modelos $i' \neq i$ están siendo producidos. Esta relación está expresada en la **Ecuación 2**.

$$(p_i - r_i)L_i = r_i(T - L_i) \qquad \forall i \in I \qquad (2)$$

Combinando las **Ecuaciones 1 y 2**, se deduce la **Ecuación 3**. La misma expresa las condiciones en las cuales el sistema de producción no presenta ningún tiempo ocioso. En efecto, si la sumatoria del lado izquierdo de la ecuación supera el valor unitario, el problema es inconsistente.

Proyecto: Programa de becas de iniciación a la investigación para estudiantes de grado de la UNL.
Título del Proyecto: “Metodologías avanzadas para la gestión logística de cadenas integradas de producción y distribución”
Director y co-director del proyecto: Cafaro Diego y Camussi Nélida

$$\sum_{i\in I} {}^{r_i}/_{p_i} = 1 \qquad (3)$$

En este modelo simplificado los costos de recambio o transición son independientes de la secuencia de producción, y se incurre en los mismos cada vez que se lanza una nueva corrida. Además, se desprecian los tiempos de transición. Si ic_i es el costo de inventario de una unidad del producto final *i* por unidad de tiempo, mientras ch_i es el costo fijo en el cual se incurre cada vez que se lanza una nueva corrida de producción de *i*, la suma de estos costos por unidad de tiempo está dada por la **Ecuación 4**.

$$z = \sum_{i\in I} ic_i(p_i - r_i)\, L_i/2 + \sum_{i\in I} ch_i/T \qquad (4)$$

Minimizando la **Ecuación 4** sujeto a la **Ecuación 2**, y bajo la condición de no negatividad de las variables L_i y *T*, conduce a un problema de programación no lineal convexo, cuya solución exacta puede obtenerse fácilmente. La solución explícita para la formulación NLP está dada por las **Ecuaciones 5**.

$$T^* = \sqrt{\frac{2\sum_{i\in I} ch_i}{\sum_{i\in I} ic_i r_i(p_i - r_i)/p_i}} \quad ; \quad L_i^* = \frac{r_i}{p_i} T^* \qquad (5)$$

Como los lotes deben tener un tamaño entero, los valores finalmente adoptados, denotados por ℓ_i, resultan ser iguales al menor entero mayor o igual a $p_i {L_i}^*$.

Etapa 2: Hallar la secuencia de producción y el programa de operaciones que minimicen los costos de transición y de inventario en la línea de ensamble sincrónica multiproducto, a través de un modelo matemático mixto entero no lineal (MINLP), en escalas de tiempo discreto. Cada “slot” de tiempo está asociado a la producción de una unidad de producto en cada una de las estaciones. De modo que el número total de elementos de tiempo necesarios, denotados como $t \in TS$, es igual a $\sum_i \ell_i$, valores que fueron calculados anteriormente. La línea de ensamble posee *m* estaciones de trabajo, conjunto que se denotará como *J*.

Para la determinación de la secuencia óptima de producción la variable de decisión clave es la asignación del producto *i* a la estación *j*-ésima en el “slot” de tiempo *t*, reflejada en el modelo a través de la variable binaria $y_{i,j,t}$. La misma toma valor unitario en caso que la asignación descripta se realice, y cero, en caso contrario. En primer lugar, se debe garantizar que haya un y solo un producto en cada estación, en cada instante de tiempo, condición que se refleja a través de la **Ecuación 6**.

$$\sum_{i\in I} y_{i,j,t} = 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in TS \qquad (6)$$

La unidad de producto *i* avanza de la estación *j* a la siguiente (*j+1*) inmediatamente después de que transcurre un nuevo “paso” de producción (de *t* a *t+1*). Se impone así la **Ecuación 7**, que controla el avance de los lotes a lo largo de la línea en el tiempo.

$$y_{i,j,t} = y_{i,j+1,t+1} \qquad \forall i \in I, \forall j \in J{:}\, j < card(j), \forall t \in TS \qquad (7)$$

Se asume que cada producto *i* tiene un tiempo de ciclo distinto ct_i, dado por $ct_i = 1/p_i$. Por otra parte, se trata de una línea de movimientos sincrónicos entre las estaciones. Es así que, en cada período o "slot" de tiempo *t*, la duración del “paso” productivo va a estar regida por el máximo tiempo de ciclo de los productos existentes al tiempo *t* en la línea. Dicho lapso se determina a través de la **Ecuación 8**.

$$L_t \geq \sum_i ct_i * y_{i,j,t} \qquad \forall t \in T, \forall j \in J \qquad (8)$$

El tiempo total del ciclo productivo (*TFINAL*) representa la extensión del ciclo de producción de todos los lotes. Para calcularlo se introducen las variables ST_t, que representa el tiempo (en horas) en el que inicia el "paso" de producción t; y CF_t, que indica el instante en que se produce la transición de piezas de una estación a la siguiente, finalizado el "slot" t. Inicialmente, $ST_{t1} = 0$. Las **Ecuaciones 9** y **10** relacionan ambos tiempos y vinculan "slots" sucesivos, para finalmente obtener, mediante la **Ecuación 11**, el tiempo del ciclo productivo.

$$CF_t = ST_t + L_t \qquad \forall t \in TS \tag{9}$$

$$CF_t = ST_{t+1} \qquad \forall t \in TS : t < card(TS) \tag{10}$$

$$TFINAL = CF_t \qquad \forall t \in TS : t = card(TS) \tag{11}$$

La condición $y_{i,j_m,t} = 1$ indica que al finalizar el "slot" *t* egresará de la línea una unidad de producto *i* terminada. En consecuencia, la **Ecuación 12** asegura que el número de intervalos en los que se da esa situación es exactamente ℓ_i.

$$\sum_t y_{i,j_m,t} = \ell_i \qquad \forall i \in I \tag{12}$$

A través de la desigualdad dada por la **Ecuación 13**, se obliga al modelo a que se procesen todos los productos del mismo tipo consecutivamente hasta completar el tamaño de lote ℓ_i. Estos "cortes enteros" reducen el esfuerzo computacional y logran el resultado deseado en menores tiempos de cálculo.

$$tt * y_{i,j_m,tt} \geq t * \left(y_{i,j_m,t} - y_{i,j_m,t-1}\right) \quad \forall i \in I, \forall t, tt \ \in TS : t1 < t, \quad t < tt < t + \ell_i \tag{13}$$

En cuanto al monitoreo del perfil de inventario, si $Inv_{i,t}$ es el stock de producto *i* al finalizar el "slot" *t* (tiempo CF_t), su valor se obtiene a partir del inventario de *i* que se tenía al final del período anterior, sumando la unidad de *i* que podría haber egresado de la línea, y descontando lo que fue consumido por la demanda en la longitud de tiempo L_t asociada al período *t*. Esto es lo que refleja la **Ecuación 14**. La **Ecuación 15** hace referencia al carácter cíclico del proceso de planeación.

$$Inv_{i,t} = Inv_{i,t-1} + y_{i,j_m,t} - r_i * L_t \qquad \forall i \in I, \forall t \ \in TS, \ t > t1 \tag{14}$$

$$Inv_{i,t} \leq Inv_{i,tt} + y_{i,j_m,t} - r_i * L_t \qquad \forall i \in I, \forall t, tt \ \in TS : t = t1, tt = card(TS) \tag{15}$$

Uno de los elementos de la función objetivo a minimizar es el costo de transición $tc_{i,i'}$ con *i* ≠ *i'*, cuyos valores son datos del problema e indican el costo de pasar de producir un producto *i* a otro distinto *i'*. Para determinar cuándo se incurrirá en este costo, se analiza lo que ocurre en la estación j_1, que es en la cual se produce el primer cambio. Lo dicho queda representado en la **Ecuación 16**, analizando cada "slot" de tiempo *t.*

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} * \left(y_{i',j_1,t} + y_{i,j_1,t-1} - 1\right) \quad \forall i, i' \in I, \forall t \in YS, t > t1 \ \ con\, i \neq i' \tag{16}$$

Por simplicidad suponemos, sin pérdida de generalidad, que el único producto dentro de la línea al iniciar el ciclo es p_1. Luego, se desprende la **Ecuación 17**.

$$Tcost_t = \sum_{i\,;\, i \neq p_1} tc_{p1,i} * \ y_{i,j1,t1} \tag{17}$$

Finalmente, se llega a la definición de la función objetivo a minimizar.

$$FO = \left\{ \sum_{t,i\,;t>1} \frac{ic_i (Inv_{i,t} + Inv_{i,t-1}) L_t}{2} + \sum_t Tcost_t \right\} / TFINAL \tag{18}$$

Se debe satisfacer además la condición $y_{i,j,t} \in \{0,1\}$, y la necesidad de que todas las variables involucradas (excepto la *FO*), sean variables no negativas.

El modelo que surge en esta etapa es un programa matemático mixto entero no-lineal (MINLP) que se resuelve con el "resolvedor" DICOPT, disponible en la plataforma del lenguaje de modelado algebraico GAMS.

RESULTADOS

Se aplicó el algoritmo propuesto a dos casos de estudio (denotados como Casos I y II) de una línea de ensamble conformada por 5 estaciones de trabajo que procesa 4 productos (q_1, q_2, q_3 y q_4). En la **Tabla 1** se muestran los costos de transición entre productos $tc_{i,i'}$ para cada caso. Los resultados se muestran en las **Tablas 2** y **3**, respectivamente. Los casos corresponden a variantes de un mismo problema.

Tabla 1. Costos de transición entre productos

Caso I				
	q_1	q_2	q_3	q_4
q_1		200	100	200
q_2	240		240	160
q_3	200	300		300
q_4	240	120	240	

Caso II				
	q_1	q_2	q_3	q_4
q_1		50	25	50
q_2	60		60	40
q_3	50	75		75
q_4	60	30	60	

Tabla 2. Datos y resultados para el Caso de estudio I

i	Ri	pi	chi	Ici	ℓi	Secuencia óptima	Función objetivo ($/h)	CPU consumido (seg.)
q_1	0.45	1.250	166.66	1.0	19	$q_4 \to q_2 \to q_3 \to q_1$	38.20	4.29
q_2	0.30	1.333	213.33	1.1	13			
q_3	0.15	1.333	400.00	1.2	7			
q_4	0.30	1.481	200.00	1.3	13			

Tabla 3. Datos y resultados para el Caso de estudio II

i	Ri	pi	Chi	Ici	ℓi	Secuencia óptima	Función objetivo ($/h)	CPU consumido (seg.)
q_1	0.45	1.250	41.67	1.0	10	$q_4 \to q_2 \to q_3 \to q_1$	19.52	0.795
q_2	0.30	1.333	53.33	1.1	7			
q_3	0.15	1.333	66.67	1.2	**4**			
q_4	0.30	1.481	50.00	1.3	7			

CONCLUSIONES

Se ha presentado un algoritmo de dos etapas que busca resolver en forma eficiente la minimización de los costos de inventario y de "changeover" en líneas de ensamble sincrónicas multiproducto, a través de una correcta secuenciación y programación de las operaciones. El modelo basado en tiempos discretos de la segunda etapa es, en general, arduo para su resolución, más aún si el número total de unidades por ciclo es elevado. Pero el corte que identifica al primer elemento de una campaña forzando al resto de los ítems de la misma a encolumnarse detrás de él (**Ecuación 13**) produce significativos ahorros en la resolución del problema MINLP. Vale mencionar que el problema del Caso I, sin esa restricción, no alcanza el criterio de optimalidad en 7200 s de CPU, mientras que con la restricción mencionada se resuelve en 1.45 s de CPU.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

[1] **Karabati, S., Sayin, S.**: Assembly line balancing in mixed-model sequencing environment with synchronous transfers. European Journal of Operational Research.149, 417-429 (2003).

[2] **Akpinar, S., Bayhan, G.M.**: A hybrid genetic algorithm for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations and zoning constraints. Engineering Applications of Artificial Intelligence.24, 449-457 (2011).

[3] **Seker, S., Ozgurler, M., Tanyas, M.**: A weighted multiobjective method for mixed-model assembly line problem. Journal of Applied Mathematichs.doi: 10.1155/2013/531056 (2013).

[4] **Ouenniche, J., Boctor., F.F.**: The multi-product, economic lot-sizing problem in flow shops: the powers-of-two heuristic. Computers & Operations Research.28, 1165-1182 (2001).

[5] **Rosenthal, R.**: GAMS – A user's guide. GAMS Development Corporation, Washington, DC, USA (2016).