La enseñanza de la matemática. La resolución de problemas en el aula universitaria

Vaira, Stella[1]; Taborda, Liliana[1, 2]; Manni, Diego[1]

Recibido: 26/10/2016
Aprobado: 18/11/2016

Resumen

Se ha conseguido que la enseñanza de la Matemática conecte dominios: aritmética, geometría, álgebra, análisis, caos; pero siguen siendo escasos los trabajos interactivos de la matemática con otras disciplinas. Uno de los pilares de la Educación Superior es la docencia, la enseñanza de la Matemática en contexto se presenta como fortalecedora de estrategias y aprendizaje significativo para alumnos en carreras no matemáticas.

¿Qué propone la enseñanza de la Matemática en contexto? Fortalecer el aprendizaje, sobre todo en los estudiantes universitarios que exhiben diferentes niveles de entendimiento, pero que les permitirá ir comprendiendo las ideas fundamentales asociadas con esta disciplina y los motivará hacia el estudio de otras Ciencias que conecta conceptos con ésta.

Las carreras involucradas en el trabajo son: Bioquímica, Licenciatura en Biotecnología de la Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas (UNL). Este trabajo muestra los problemas, los objetivos planteados, la integración de conceptos, interpretación y los resultados obtenidos por los estudiantes universitarios.

Palabras clave: enseñanza de la matemática, resolución de problemas, contexto.

[1] Universidad Nacional del Litoral. Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas. Ciudad Universitaria – Paraje El Pozo - CC 242 - CPA 3000ZAA -Santa Fe – Argentina. svaira@gmail.com; diegomanni@gmail.com
[2] Universidad Nacional de Entre Ríos. Facultad de Bioingeniería. Ruta prov. 11 km 10 Oro Verde - Paraná - Entre Ríos. taborda.lb@gmail.com

Sumary

It has made the teaching of Mathematics connect domains: arithmetic, geometry, algebra, analysis, chaos; but remain scarce interactive works of mathematics with other disciplines. One of the pillars of higher education is teaching, teaching of mathematics in context is presented as empowering and meaningful strategies for students not learning math careers.

What proposes the teaching of mathematics in context? Enhance learning, especially college students who exhibit different levels of understanding, but it will allow them to go understanding the fundamental ideas associated with this discipline and motivate them to study other sciences that connects concepts with it.

The races involved in the work are: Biochemistry, Bachelor of Biotechnology of the Faculty of Biochemistry and Biological Sciences (UNL). This paper shows the problems, the objectives, the integration of concepts, interpretation and results obtained by university students.

Keywords: Mathematics teaching, problem solving, context.

Introducción

Es frecuente aseverar que el conocimiento no puede ser el resultado del trabajo solitario, que en su génesis y en su desarrollo debe contar con una comunidad que, a la vez que lo haga posible, se encuentre capacitada de darle tal estatus. Dicho de otra forma, el conocimiento surge de intereses y necesidades de grupos de personas y de comunidades, no de individuos aislados. En el caso de las Ciencias existen datos y acontecimientos recientes que nos permiten afirmar que tal comunidad interdisciplinaria se está consolidando, a decir de André Giordán: "*lo importante es no enseñar más las ciencias por ellas mismas, sino por la mirada del mundo que las mismas permiten*" (Giordán, 1985).

En este sentido, los responsables de la educación, debemos tener muy claro que las competencias de enseñanza del Siglo XXI han cambiado. Hoy, la educación debe ser mucho más dinámica, interactiva, interrelacional, integradora y debe tener en cuenta las demandas de la sociedad actual, haciendo hincapié en el pensamiento crítico (estudiantes más autónomos), generar más capacidad de comunicación (hablar en público y facilidad de palabra para transmitir), la utilización de la informática (enseñanza a través de las Nuevas Tecnologías).

Desde la antigüedad el hombre se preocupó por el conocimiento y su carácter interdisciplinario, teniendo en cuenta esto, en educación la planificación de un determinado nivel de estudio debe ser un instrumento que vaya desde la *separación disciplinaria* hasta la *integración interdisciplinaria*; debiendo ser, esta última, constituida como una condición didáctica. Es decir, el currículum debe poseer estrategias o asignaturas que permitan perpetrar la integración de las áreas científicas (Villarini, 1995; Álvarez de Zayas, 1999).

En el marco de la formación de alumnos de las carreras de Bioquímica, Licenciatura en Biotecnología, Licenciatura en Nutrición, Matemática se presenta como un espacio curricular difícil, se hace necesario entonces buscar estrategias para motivar el estudio, sin aumentar el grado de complejidad y de buscar un equilibrio entre la disciplina y la relación que tiene ésta en el contexto de estas carreras, aumentando la articulación horizontal y vertical. Creemos que de esta manera fortalecemos la visión integradora del espacio curricular.

El gran número de variables implicadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de resolución de problemas conlleva la necesidad de investigar cómo incorporarlas en una situación de aula. En este sentido, el objetivo del presente trabajo fue analizar la aplicación de la metodología de resolución de problemas, tanto para el estudio de cómo son abordados algunos problemas en el aula universitaria por los alumnos, así como también buscar los más adecuados al nivel, contenidos y puestos en el contexto de la enseñanza de las ciencias.

De este modo, nuestro estudio centró sus esfuerzos en diseñar e implementar un proceso de enseñanza que amplíe y mejore las estrategias de los alumnos para resolver problemas en un campo específico: aplicaciones de la derivada. Presentamos este artículo haciendo una revisión de la relación entre la matemática y la articulación con otras disciplinas, necesaria para carreras con orientación no matemática y fuente de motivación. La resolución de problemas y los problemas elegidos como vehículo de aprendizaje. Los problemas se enuncian y se analiza cuantitativamente las respuestas de los alumnos, para luego llegar a una discusión dentro del grupo de docentes para el rediseño de la experiencia, es decir un estudio a posteriori. Nuestro trabajo, conscientemente, no ha estudiado la modificación de los componentes individuales y afectivos del sujeto que resuelve el problema, ya que es una temática más compleja.

Matemática y la articulación con otras disciplinas

La enseñanza de cualquier ciencia debe encontrar la forma de lograr un proceso didáctico, dinámico y participativo, para ello, es un factor indispensable tener en cuenta la comprensión y la asimilación de los conocimientos. La enseñanza de la matemática no debe limitarse a una simple transmisión de conocimientos, es importante que el alumno aprenda a pensar y debe favorecer la formación de un profesional creador, científico y competente en el mundo productivo.

Un aspecto importante para la construcción del modelo de enseñanza-aprendizaje es diseñar los problemas que tengan en cuenta la demanda de los docentes de Matemática en cuanto a: conceptos, estrategias de resolución, representaciones gráficas, simbología y notación adecuada, interpretación de resultados; con la demanda de las asignaturas con las cuales articula Matemática: Química, Física y Biología en las carreras de la FBCB.

La matemática aporta los conocimientos teóricos fundamentales que fueron siempre la base de otras asignaturas básicas y de otras que son específicas de la carrera, por lo tanto otro aspecto necesario a considerar es una articulación horizontal y vertical con estas disciplinas, en particular en las carreras universitarias no matemáticas.

Realizar esta vinculación para obtener un resultado efectivo exige un trabajo cuidadoso al establecer relaciones interdisciplinarias. Es importante, al preparar el programa de cada una de las asignaturas, una correspondencia con los contenidos de otras asignaturas que se dan en paralelo y con las de años superiores, ya que le dan una visión integradora al estudiante del sistema de conocimientos de la carrera. Esta enseñanza en contexto contribuye considerablemente a que los estudiantes vean el estudio de esta ciencia a partir de una concepción integral, además de que les muestra en qué otros contenidos de las carreras están presentes conceptos cuya base lo constituyen las matemáticas.

La resolución de problemas como vehículo del aprendizaje matemático

Polya (1981) establece que la resolución de problemas (RP) es una característica esencial que distingue a la naturaleza humana y cataloga al hombre como “el animal que resuelve problemas”. Siendo un matemático productivo, se preocupó por el mal desempeño de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente al resolver problemas. Creía que era posible llevar al salón de clases su experiencia como matemático cuando se encontraba resolviendo problemas y, de esta manera, ayudar a los estudiantes (Santos, 2007). Analizó los diálogos que regularmente realizaba consigo mismo, cuando se encontraba inmerso en el proceso de solución y sistematizó un método que puede ser útil a los estudiantes al resolver problemas.

Con él, pretendía dar las herramientas necesarias para incursionar, con sentido, en la realización de acciones y reflexiones que condujeran a los estudiantes a encontrar la solución. Propuso que el profesor apoye y oriente inicialmente a los estudiantes a desarrollar los procesos de resolución de problemas en los que intervienen la heurística y la reflexión, con la intención de que después los estudiantes puedan seguir por sí mismos estos procesos.

¿Quién duda que la Matemática ha avanzado a través de la historia a partir del planteamiento y abordaje de problemas? Estos procedimientos, han impulsado el enorme crecimiento y, lo que es más importante, caracterizan la labor del matemático como tal.

Este puede ser un motivo más que suficiente para que la RP esté presente en el aula universitaria; y no debe estar de forma anecdótica, sino como parte del proceso de formación de nuestros alumnos. Habrá ejercicios, en particular, y estrategias metodológicas, pero, en general, deberán provenir del planteamiento y enfrentamiento a problemas: será su resolución lo que motive la dedicación a otras tareas, incluyendo en estas la presentación de conceptos (Lester and Charles, 2003).

Enseñar matemática en carreras no matemáticas, requiere que el docente esté muy bien preparado con el justo equilibrio entre el quehacer matemático, los conceptos y el contexto entre los cuales se mueven y necesitan esos conceptos.

Al respecto de la resolución de problemas, Santos (2007) considera a esta metodología como una forma de pensar, donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en su aprendizaje de la Matemática. Este mismo autor indica que: “El término problema se vincula no solamente a situaciones específicas rutinarias o no rutinarias, donde el estudiante intenta encontrar la solución, sino también incluye tener que aprender algún concepto matemático”. Estas ideas están acorde con la propuesta de Calvo y Salas (2009), puesto que consideran que el dominio de ciertos conocimientos de forma combinada deben emplearse para desarrollar múltiples tareas.

Teniendo en cuenta que el proceso de enseñanza de la matemática tiene etapas y mucha heurística, el docente universitario necesita saber claramente para qué lo hace y cuándo lo debe hacer, si todo el tiempo o en forma gradual y constante en el tiempo.

Desde el punto de vista de las actitudes y concepciones el papel de la RP como vehículo de aprendizaje matemático destacamos que:

Desarrolla una actitud abierta. Dejamos en claro que no siempre está todo resuelto, que pueden quedar puntos sin resolver, que hay soluciones que deben ser encontradas después de una larga discusión sobre el conjunto de soluciones encontrado.

Da una visión integrada de la Matemática, los temas no son compartimentos estancos, no debe emplearse la RP exclusivamente a la hora de aplicar los conocimientos previamente adquiridos. Los alumnos deben ser capaces de llevar a cabo procesos inductivos y deductivos según convengan.

Muestra la necesidad de algunas exigencias, ya que para resolver algunos problemas evidencian la bondad de contar con conocimiento significativo, a través de situaciones en las que se desarrolla el empleo de estrategias.

Si bien ellas serían las tres características más importantes o deseables en cualquier alumno, las utilizamos también como elementos reflexivos de nuestra práctica docente. Y no sólo es importante que los alumnos se enfrenten a problemas, sino que sean capaces de discutir sus propios procesos de resolución. Por ello, la reflexión sobre los procesos de resolución debe ser tenida en cuenta en el diseño de las actividades y como consecuencia un instrumento más de aprendizaje (Brito Vallina, 2010).

Metodología de trabajo y materiales

La metodología del presente estudio se fundamentó bajo el enfoque cualitativo, ya que describe la realidad percibida por el investigador mediante técnicas descriptivas, donde su fuente principal y directa son las situaciones naturales producto de las observaciones dentro del aula. Asimismo, el análisis de datos es inductivo, mediante categorías y patrones emergentes (Albert, 2007).

En este contexto, resulta relevante que los estudiantes adquieran una manera de pensar propia del método inquisitivo, Postman y Weingartner (1969) afirman:

> *"El conocimiento se produce en respuesta a preguntas... Una vez que [el estudiante] ha aprendido cómo preguntar —preguntas relevantes, apropiadas y sustanciosas—, el estudiante ha aprendido cómo aprender y ya nadie lo puede detener en el camino de seguir aprendiendo lo que necesite y quiera conocer".*

Este grupo de docentes-investigadores entiende a la metodología desde un significado simple: resolver problemas como contexto. Teniendo en claro los objetivos curriculares los problemas frecuentemente son utilizados para provocar en los alumnos motivación para introducir algunos temas con la convicción de que éstos favorecerán el aprendizaje. Mediante una cuidadosa selección de los problemas y una adecuada secuencia de los mismos se pretende desarrollar en los alumnos nuevas habilidades que propicien el contexto para la discusión relacionada con algún tema. Es considerada como una de tantas habilidades a enseñar dentro del curriculum de la materia, acompañada de bibliografía adecuada.

El propósito de este trabajo fue promover la resolución de problemas como una estrategia metodológica que promueve el desarrollo y potenciación de competencias básicas, genéricas y específicas en la educación universitaria.

Nos centramos en algunos aspectos específicos de los problemas, que son sus componentes más relevantes: los objetivos, los datos, las restricciones y las estrategias. Los objetivos son las metas que se desean alcanzar. Un problema puede tener una o varias metas, que pueden estar bien definidas o no; los datos son la información numérica o verbal que proporciona el problema, implícita o explícita; las restricciones son los elementos que nos limitan el camino para alcanzar la solución, y por último, las estrategias son los métodos u operaciones a realizar para alcanzar las metas. Constituyen en definitiva el procedimiento de resolución del problema (Lesh, R., & Yoon, C. 2004).

Los problemas

A continuación se presentan los problemas con su correspondiente enunciado y el tema en el que se encuentran enmarcados, se evidencia en ellos el contexto aplicado y los ítems de la evaluación. Cabe mencionar que estos problemas fueron tomados en instancias examinadoras a los alumnos de primer y segundo año de las carreras de Bioquímica y Biotecnología, en las dos primeras asignaturas: Matemática General y Análisis Matemático carreras de la Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas (FBCB) de la Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Identificamos en los problemas, para su posterior análisis, sus componentes, teniendo en cuenta que la resolución de ellos es utilizada como justificación y/o aplicación de los conceptos, así como la evaluación de objetivos procedimentales.

Problema 1. (2015)
Un objeto viaja a lo largo de un eje de coordenadas con velocidad $v(t)=100e^{-\frac{t^2}{2m}}$; donde ***m*** es la masa del objeto (***m*** constante positiva), se pide:
a) explicar por qué $s(t)=\int_0^t v(u)d$ proporciona la distancia recorrida por el objeto hasta el instante *t*; b) ¿qué representa y cuánto vale *s(0)*?; c) hallar *s(t)*.

Situamos al problema en la unidad temática de integrales, en particular como aplicación del teorema fundamental del cálculo, que tiene como objetivos: la relación entre la posición y la velocidad. Aplicar el Teorema Fundamental, para que desde la velocidad se recupere la posición del objeto en cada instante t de tiempo. Restricciones: continuidad y dominio de la función $v(t)=100e^{-\frac{t^2}{2m}}$.

Con respecto al análisis de las producciones de los alumnos, sintetizamos la misma en tres grandes aspectos a tener en cuenta: a) Relacionar distancia recorrida o posición del objeto con velocidad, b) Propiedades de la integral definida, c) Resolver la integral planteada.

Problema 2. (2014)
Considerar el modelo siguiente, muy simple, sobre los niveles de colesterol en la sangre, basado en el hecho de que el colesterol es fabricado por el cuerpo para usarse en la construcción de paredes celulares y es absorbido de alimentos que lo contienen: sea *C(t)* la cantidad de colesterol en la sangre de una persona particular en el tiempo t

(en miligramos por decilitros): $\frac{dC}{dt} = 0,1(200 - C) + 40$, con *C(0) = 150.* Se pide:

a) Resolver la ecuación diferencial junto a la condición inicial.
b) Calcular el nivel de colesterol en la persona después de 5 días con esta dieta.
c) Determinar el nivel de colesterol en la persona después de un tiempo muy largo con esa dieta.

Situamos al tema en la unidad temática de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden, objetivos: identificar el tipo de ecuación diferencial, poder construir el factor integrante, resolverla, imponer la condición inicial para hallar la constante de integración. Evaluar una función para obtener *el nivel de colesterol en la persona después de 5 días con esta dieta*. Comportamiento a largo plazo: realizar un cálculo de límite de funciones.

Con respecto al análisis de las producciones de los alumnos, sintetizamos la misma en tres grandes aspectos a tener en cuenta: a) Identificar el tipo de ecuación diferencial y resolver el problema de valores iniciales, b) Evaluar una función c) Identificar que hay que plantear un comportamiento límite y calcularlo. Interpretarlo.

Problema 3. (2012)
Hallar las dimensiones del rectángulo de área máxima inscripto en un triángulo equilátero cuyo lado es de longitud L cm, y uno de los lados del rectángulo se encuentra sobre uno de los lados del triángulo.

Situamos al problema como aplicaciones de la derivada: problemas de optimización de funciones escalares en una variable real.

Con respecto al análisis de las producciones de los alumnos, sintetizamos la misma en tres grandes aspectos a tener en cuenta: a) Figura de análisis, b) Relación entre los datos y planteo de la restricción. Identificación de la función que hay que maximizar, c) Derivar la función, calcular el máximo, si es que existe, y dar las medidas del rectángulo.

Análisis estadístico

El análisis multivariado en algunas investigaciones cumple el importante papel de encontrar una explicación del fenómeno que se estudia, justamente al tener en cuenta un mayor número de variables que en el análisis descriptivo clásico. Es necesario contar con una visualización simultánea de casos y variables, para ello se siguieron las ideas planteadas por John W. Tukey en 1977, en su libro "*Exploratory Data Analysis*":

> *"Una visualización exitosa es una alternativa que puede reducir considerablemente el tiempo que se tarda en entender los datos subyacentes, en encontrar relaciones y en obtener la información que se busca."*

El problema se transfiere ahora a la "búsqueda de una visualización exitosa"; para lograrlo, los datos a ser visualizados deben presentarse de modo tal que el sistema de percepción visual sea construido para que se entiendan las relaciones y se reconozcan los patrones. Para resolver el problema existen diferentes alternativas, una de ellas son las caras de Chernoff, cada rostro es un alumno y cada característica en la cara es una variable; otra alternativa son los gráficos de estrellas, propuesto por Chambers, donde a cada unidad de observación se le asigna una estrella con tantos rayos o ejes (igualmente espaciados que confluyen en un centro geométrico) como variables queramos representar. Las longitudes de los rayos son proporcionales a los valores de las variables en la observación asociada a la estrella. De esta forma, podemos agrupar las observaciones según las similitudes que presentan, ya sean las caras o las estrellas (Chernoff, H, 1973; Chambers et al, 1983; Tukey, J, 1977).

Para obtener las representaciones gráficas se utilizó el Software MatLab (versión7.11).

Resultados

El total de casos (alumnos)es n = 8 para el Problema 1. Cada ítem, sobre un máximo de 10 puntos, arrojó un valor medio de 3,1para la primera pregunta (relacionar velocidad con distancia), 6,9 para la segunda (propiedad de la integral definida e interpretación) y 2,5 para la tercera (resolver la integral). Con estos resultados, la dificultad evidente del Problema 1 fue resolver la integral, valor medio más bajo, además 4 de los 8 alumnos lograron la mitad del puntaje, es decir 5 puntos, el resto obtuvo 0 puntos. En particular, se sabe que solamente 3 de los 8 utilizaron bien la propiedad de la integral definida (ítem c)).

Para representar los resultados de este primer problema planteado y resuelto por los alumnos se eligió un diagrama multivariado tipo *caras de Chernoff* (Figura 1). Se evidencia grupos homogéneos de alumnos o cluster: 2, 4 y 6 por un lado; por otro lado los estudiantes 3, 5 y 8; finalmente el grupo formado por los estudiantes 1 y 7; estos dos últimos alumnos tienen la mayor nota asignada al problema (más alargada la cara). Cabe mencionar que el tamaño de la cara y las expresiones son elegidas en forma aleatoria por el software.

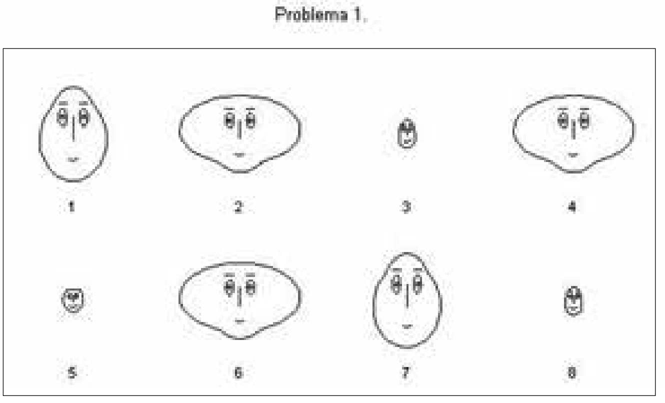

Figura 1.
Caras de Chernoff para las notas obtenidas por n = 8 estudiantes de los tres ítems del Problema 1.

Al analizar los resultados del Problema 2 (Figura 2) se identifican dos grupos de alumnos: 1, 3 y 5 que forman un grupo homogéneo (mayor suma de las notas 25 puntos sobre un total de 30), recordando que la valoración de cada ítem es de 10 puntos, el diagrama de Chernoff muestra que coinciden en el tamaño de los ojos, boca y nariz, pero no es la misma forma de la cara, esto nos indica igual puntaje, diferente distribución en los resultados por ítem; un segundo grupo estaría formado por los alumnos 2 y 4. Las notas medias obtenidas en cada ítem resultaron ser: 7,1; 7,1 y 3,6 respectivamente, la pregunta o ítem con mayor dificultad fue analizar el comportamiento límite de la solución de la ecuación diferencial; esto tiene dos discusiones, por un lado que no todos los alumnos lograron la expresión de la solución y por otro lado la falta de interpretación al ítem.

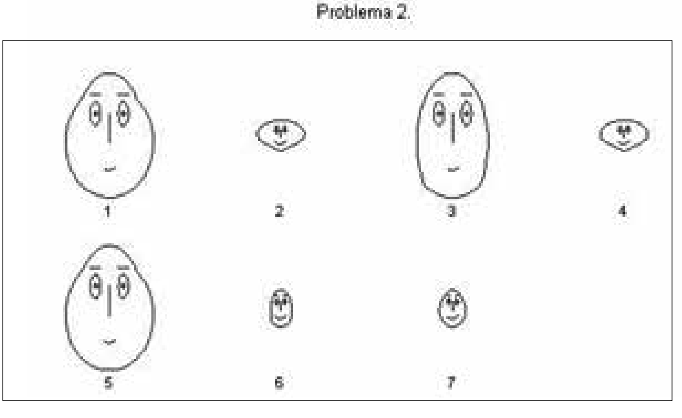

Figura 2.
Caras de Chernoff para las notas obtenidas por n = 7 estudiantes de los tres ítems del Problema 2.

La Figura 3 muestra los resultados obtenidos por n = 10 estudiantes al resolver el problema de optimización, para la visualización de las producciones de los alumnos se utilizó un diagrama de estrellas, cada resultado por ítem es un eje o rayo. La primer partición (o cluster) se encuentra en forma visual cuando se observa el tamaño de las estrellas. Las de mayor tamaño indican alumnos que lograron resolver total o parcialmente el problema (estudiantes: 1, 2, 4, 5, 7 y 9), las de menor tamaño son las estrellas asociadas a los estudiantes 10, 8. No solamente por el tamaño, sino por la distribución de los rayos, los alumnos 1, 2, 5 y 7 forman un grupo similar en rendimiento, los alumnos 4 y 9 obtuvieron el mayor puntaje en este problema (mayor área y mayor longitud de sus rayos), con respecto al grupo anterior. Los alumnos 3 y 6 no han sumado nota en ningún ítem. Los alumnos 8 y 10 obtuvieron 5 puntos de los 10 asignados al ítem a), lograron realizar la figura de análisis del problema solamente.

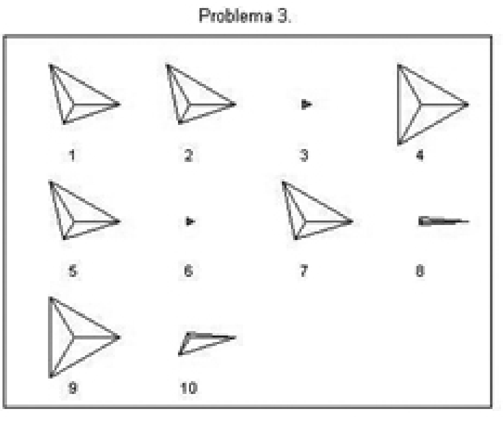

Figura 3.
Gráfico de estrellas para las notas obtenidas por n = 10 estudiantes en los tres ítems del Problema 3.

Discusiones a posteriori en el marco de la metodología propuesta.

Con las resoluciones de los alumnos en mano del grupo de docentes – investigadores se inició la discusión colectiva, la cual se convirtió en una plataforma para tratar asuntos relacionados con el entendimiento del problema, el uso de distintas representaciones, notaciones, identificación de objetos matemáticos, expresiones verbales, relaciones matemáticas y la solución de los mismos. En los primeros acercamientos se aprecian conocimientos fragmentados, ideas incompletas o incorrectas de los alumnos; no han tenido la oportunidad de discutir y explorar sus ideas con otros grupos de estudiantes. Este punto nos llevó a la propuesta de hacer devoluciones posteriores a la toma de los problemas y a utilizar la plataforma virtual para mostrar la discusión/resolución del docente de los mismos; creemos que de esta manera mejorarán sus acercamientos a la resolución más "robusta y sofisticada" de los problemas, además que le permitirá ver la interrelaciones con las otras ciencias. Las ideas fundamentales que surgieron del trabajo de los estudiantes involucran el uso adecuado de notaciones, simbologías y orden, pero nos siempre llegaron a la respuesta correcta. En particular y en coincidencia con otros autores (Lesh et al., 2000; Contreras, 2009) en relación con las cualidades, en mayor o menor grado, la metodología de resolución de problemas admite la posibilidad de diferentes formas de solución; incluyen contenidos fundamentales del currículo: análisis de un concepto, sus aplicaciones, consecuencias y el establecimiento de una relación; promueven el desarrollo de habilidades para comunicar y argumentar la solución de problemas. La mayor dificultad la tienen al momento de estar frente a un problema son prácticamente datos o con pocos datos y uso de "letras" en lugar de "números", tal como se presentó el Problema 3.

Conclusiones

Uno de los beneficios de la implementación de esta estrategia es que propicia un ambiente de trabajo para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática que evidenciará una mejora en la capacidad creativa y espíritu crítico, de los alumnos, ante los problemas tanto de la currícula como los de la profesión.

El tipo de representación gráfica, de los resultados del trabajo, permitió visualizar simultáneamente casos y variables e identificar grupos homogéneos de alumnos ante cada problema, para un posterior análisis y mejora de la enseñanza.

Es necesario revisar el modelo teórico, rediseñar los problemas e intentar hacerlo más extensivo a los diferentes grupos de alumnos y carreras; incorporando discusiones intergrupales.

Existe un acuerdo general en aceptar la idea de que el objetivo primario de la educación matemática debería ser que los alumnos aprendan matemática a partir de la resolución de problemas, pero no es la única forma de presentar los contenidos de matemática sino que a través de éstos se complementa la actividad.

Referencias bibliográficas

Álvarez de Zayas, C. (1999). La Escuela en la Vida. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Brito Vallina, M. (2010) Reflexiones acerca de la enseñanza de las matemáticas en las ciencias técnicas. Revista pedagógica universitaria. Vol XV. Nro 3.

Calvo, X. & Salas, N. (2008). Implementación del enfoque de competencias en la Universidad Estatal a Distancia. ¿Desafío u oportunidad? En: XIV Congreso Internacional de Tecnología y Educación a Distancia. UNED. Celebrado en San José, Costa Rica.

Chambers, J. M., Cleveland, W. S., Kleiner, B., & Tukey, P. A. (1983). Graphical Methods for Data Analysis. Belmont, CA: Wadsworth.

Chernoff, H. (1973). Using faces to represent points in K-dimensional space graphically. JASA,68,342,36-368.

Contreras, L. (2009). El papel de la resolución de problemas en el aula. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología.1(1), 37.

Giordán, A. (1985). La enseñanza de las ciencias. 2a. edición. Madrid: Siglo XXI.

Lesh, R., M. Hoover, B. Hole, A. Kelly y T. Post (2000), "Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers", en Antony E. Kelly y Richard Lesh (eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics Education*, pp. Mahwah, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Lester, F., & Charles, R. I. (2003). Teaching mathematics through problem solving. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics (NCTM).

Lesh, R., & Yoon, C. (2004). What is distinctive in (Our Views about) Models & Modeling Perspectivas on Mathematics Problem Solving Learning and Teaching? En H. Henn, & W. Blue, (Eds.), ICMI Study 14: Applications and Modeling in Mathematics Education (pp. 151-160). Dortmund (Germany).

Tukey, J. W. (1977). Exploratory Data Analysis. Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA.

Polya, G. (1981). Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving (2 vols.). John Wiley and Sons: New York

Postman, N y Weingartner, C (1969). Teaching as a subversive activity. New York. Dell Publishing Co.

Santos, L. (2007). La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. Editorial Trillas. México.

Villarini, A. (1995). El currículo orientado al desarrollo humano integral. Biblioteca de Pensamiento. Puerto Rico.