

# Una manera de optimizar un portfolio financiero

**María Magdalena Mas**

*Profesora de Matemática*

*Profesor Adjunto Ordinario de la cátedra de Matemática Básica de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral*

*Email: mmmas@fce.unl.edu.ar*

## Resumen

Este trabajo es el informe final del curso de Posgrado de Matemática y Finanzas con Matlab, dictado por el Dr Carlos Neuman en el marco de la Maestría de Matemática de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Litoral.

El tema que se aborda en éste trabajo es la Optimización de un Portfolio de acciones tomando como datos el Superfondo de Acciones del Banco Santander; cuyo objetivo es estudiar los aspectos matemáticos del problema de Optimización de Portfolios aplicando la teoría de Markowitz y utilizando el Matlab.

La metodología está basada en un diseño cualitativo, de investigación documental no estadística, teórica. En una primera etapa, la investigación se inició como exploratoria, para luego transformarse en descriptiva.

Se trata además de una investigación orientada a la aplicación. De carácter no experimental, dado que se observan fenómenos "económicos" como se dan en su contexto natural para después analizarlos.

En un primer momento se indaga sobre los conceptos básicos referidos a las Finanzas formando un Glosario (que se adjunta al final del trabajo). Luego se investiga específicamente sobre el Modelo de Markowitz. En un tercer momento se analizan las funciones propias de Finanzas en el Matlab. Por último se aplica lo estudiado a un caso concreto. Como resultado se obtuvo la conformación de un portfolio óptimo, donde se logra la mayor rentabilidad para un nivel de riesgo mínimo acordado.

## Palabras clave

- *Portfolio*
- *Optimización*
- *Matlab*

### Abstract

This is the final report of the Postgrade of Mathematics and Finances with Matlab. Performed by Dr. Carlos Neuman within the frame of the Mathematics Mastery of the “Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Litoral”.

The subject of this written is the Optimization of some actions Portfolio taking the Santander Bank Superfund Shares as data; its target is the study of the mathematic aspects of the Portfolio Optimization problem, applying Markowitz theory and using Matlab.

The methodology is based upon a quality design of non–statistical but theoretical investigation. The investigation started as exploratoy in its first stage to become descriptive later.

It is also an investigation oriented to be implemented. Of non–experimental character since some “economic” phenomena are observed just like they happen in their natural environment with the aim of being afterwards analyzed.

At the beginning there’s an investigation over the basic concepts of Finances which ends as a Glossary (attached at the end of the work). After this, there’s a specific investigation over Markowitz Model. On a third step, comes the analysis of Finances own functions in the Matlab. At the end, all what’s been studied is applied to a concrete case. As a result, we get an optimum portfolio where the utmost profit for an agreed minimum risk level is obtained.

#### Keywords

- *Portfolio*
- *Optimization*
- *Matlab*

## 1. Introducción

En el área de optimización global se aborda el cálculo y la caracterización de las soluciones globales a diferentes tipos de problemas de optimización tales como aquellos denominados no–factorizables, bi–nivel, diferenciales algebraico, mixto enteros y continuos no convexos. Dada una función objetivo que debe minimizarse y un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad, la tarea principal en Optimización Global Determinista es determinar, con garantías teóricas, un mínimo  $\varepsilon$ –global de la función objetivo sujeta al conjunto de restricciones. Además de esto, la optimización global se centra también en

temas importantes relacionados a como determinar cotas inferiores y superiores sobre el mínimo global de la función objetivo que sean válidas para toda la región factible, y a cómo determinar un conjunto de soluciones locales de buena calidad en la proximidad de la solución global. Otros objetivos pueden incluir el grupo de todas las soluciones de un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad, o la prueba de que un problema no lineal restringido es factible o no factible.

La optimización global ha encontrado un gran número de aplicaciones no sólo en áreas como inge-

nerías sino también en las ciencias aplicadas, y las ciencias en general. Algunos problemas complejos, como aquellos que emergen en el “pooling” de refinerías petroleras, destilación azeotrópica y destilación reactiva y equilibrio químico, han sido resueltos con enfoques de optimización global. Además, muchos problemas matemáticos interesantes, tales como el grupo de todas las soluciones de sistemas de ecuaciones no lineales o de estimación de parámetros en modelos algebraicos no lineales, pueden expresarse con formulaciones de optimización global.

El tema que se aborda en éste trabajo particular es la Optimización de un Portfollio de acciones tomando como datos el Superfondo de Acciones del Banco Santander; de tal manera que aplicando la teoría de Markowitz con el software MATLAB se logre la conformación de un portfollio que asegure el máximo rendimiento para un nivel de riesgo determinado.

## 2. Modelo de Markowitz

En el campo de la teoría de selección de carteras, ocupa un lugar destacado Harry Markowitz, que en 1952 publicó en la revista *Journal of Finance* un artículo basado en su tesis doctoral y titulado «Portfolio Selection». En dicho artículo planteaba un modelo de conducta racional del decisor para la selección de un portfollio óptimo. Posteriormente, en 1959, publicó su libro *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, en el que expone y desarrolla con mayor detalle su teoría.

En términos generales, el modelo de Markowitz intenta cuantificar la interrelación entre el comportamiento de los componentes de un portfollio para determinar, en una situación específica un portfollio lo suficientemente diversificado como para que el riesgo total sea mínimo en un nivel determinado de rendimiento ó que el rendimiento sea máximo para un nivel de riesgo determinado.

El modelo de Markowitz parte de las siguientes hipótesis:

1. La rentabilidad de cualquier activo, es una variable aleatoria de carácter subjetivo, cuya distribución de probabilidad para el periodo de referencia es conocido por el inversor. El valor medio o esperanza matemática de dicha variable aleatoria se acepta como medida de la rentabilidad de la inversión.

2. Se acepta como medida del riesgo la dispersión, medida por la varianza o la Desviación Standard, de la variable aleatoria que describe la rentabilidad, ya sea de un valor individual o de un portfollio.

3. La conducta del inversor le lleva a preferir aquellos portfolios con una mayor rentabilidad y menor riesgo, es decir se trata de maximizar la utilidad esperada del portfollio, en lugar de solo tratar de maximizar los rendimientos.

Es teóricamente posible identificar portfolios eficientes por medio del análisis adecuado de la información de cada activo tomando en cuenta el rendimiento esperado, la varianza del rendimiento y la relación entre el rendimiento de cada activo y el rendimiento de cada otro activo, medida por la covarianza.

La distribución de la rentabilidad de cualquier activo se supone que es normal, por lo que queda definida por dos parámetros: la media y por la desviación Standard ó varianza.

En la primera etapa se determina el conjunto de Carteras Eficientes sabiendo que una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

El conjunto de carteras eficientes puede calcularse resolviendo el siguiente problema de programación matemática:

$$\text{Min } \sigma^2 (R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$E (R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E (R_i) = V^* \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

Donde:  $x_i$  es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero  $i$ .

$\sigma^2(R_p)$ , es la varianza del portfolio  $p$ , mide el riesgo del portfolio  $p$ , por eso el objetivo es minimizar el riesgo. Es el cuadrado de la desviación estándar y en valor es la suma de los términos de la matriz de covarianzas ( $\Sigma$ ) ponderadas por las posiciones relativas de cada activo del portfolio.

$$\sigma^2(R_p) = X' \cdot \Sigma \cdot X, \text{ donde:}$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]; \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix}$$

$\sigma_{ij}$ , es la covarianza entre los rendimientos de los valores  $i$  y  $j$ , mide cómo covarian los retornos de un activo frente a otro. Si los retornos de la acción  $i$  y la acción  $j$  ascienden o descienden al mismo tiempo se dice que tienen una covarianza positiva. Al contrario si cuando una asciende la otra desciende la covarianza será negativa. Esta medida es independiente de la unidad de medida. Además cumple con las siguientes propiedades:

$$\text{a) } \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \qquad \text{b) } \sigma_{ii} = \sigma_i^2$$

$E(R_p)$ , es la rentabilidad o rendimiento esperado del portfolio  $p$ , de tal forma que al variar el parámetro  $V^*$  obtendremos en cada caso, al resolver el problema, el conjunto de proporciones  $x_i$  que minimizan el riesgo de la cartera, para esa rentabilidad.

La restricción (3) significa que la suma de todas las proporciones de los activos formará el portfolio completo.

La restricción (4) significa que no tomaremos posiciones en corto con respecto a los activos.

El conjunto de pares  $[E(R_p), \sigma^2(R_p)]$  o combinaciones rentabilidad-riesgo de todas las carteras

eficientes es denominado «frontera eficiente». Cada punto de la frontera eficiente es una cartera eficiente (como dijimos anteriormente) que es una combinación determinada de los activos que forman el portfolio. Las combinaciones son ilimitadas. Una de estas combinaciones dará el portfolio óptimo y otra combinación dará el portfolio de mínima varianza o de mínimo riesgo para una rentabilidad determinada (que sería nuestro caso, ya que la rentabilidad se determina al darle un valor a  $V^*$ ). Ambos portfolios están formados por participaciones relativas de los activos, que es lo que hay que determinar, es decir la matriz  $X$  es nuestra incógnita.

Para resolver el problema se puede usar el método QP (Programación Cuadrática), ya que la función Objetivo es cuadrática y las restricciones son funciones lineales. Otra forma de resolverlo es utilizando el programa Matlab. En éste trabajo se resuelve con Matlab, ya que era el objetivo del curso.

Markowitz, también demostró que la clave para diversificar un portfolio no estaba simplemente en el número de acciones que lo componen, sino también y más importante aun, en la correlación de los retornos de las acciones que lo conforman.

Si los retornos están fuertemente correlacionados, en efecto, el portfolio no se podrá diversificar, y si la correlación es baja, se podrá diversificar y el riesgo será mucho menor.

## 2.1. Indagación sobre algunas Funciones del Matlab

**Frontier:** Genera una superficie de fronteras eficientes que muestran como la asignación de activo influye en el riesgo y en el retorno con el tiempo.

**Portalloc:** Calcula la cartera óptima aventurada sobre la frontera eficiente, basada en la tarifa sin riesgo, la tasa de préstamo, y el grado del inversionista de aversión de riesgo. También genera la línea de asignación de capital, que proporciona la asignación óptima de fondos entre la cartera aventurada y el activo sin riesgo.

**Frontcon:** Calcula carteras a lo largo de la frontera eficiente para un grupo dado de activo. El cómputo está

basado en los juegos de coacciones que representan los pesos máximos y mínimos para cada activo, y el peso máximo y mínimo total para los grupos especificados de activo (Dá la gráfica de la frontera eficiente).

**Frontier:** Calcula carteras a lo largo de la frontera eficiente para un grupo dado de activo. Genera una superficie de fronteras eficientes que muestran como la asignación de activo influye en el riesgo y la vuelta con el tiempo.

**Portopt:** Calcula carteras a lo largo de la frontera eficiente para un grupo dado de activo. El cómputo está basado en un juego de coacciones especificadas de usuario lineales. Típicamente estas coacciones son generadas usando las funciones de especificación de coacción descritas debajo (dá la gráfica).

**Portcons:** Genera las limitaciones de cartera matriz de un portafolio de inversiones de activos utilizando desigualdades lineales. Las desigualdades son del tipo  $A * W_{ts} \leq b$ , donde  $W_{ts}$  es un vector fila de pesos. Las capacidades de portcons también se ofrecen de forma individual por las siguientes funciones:

**Pcalims:** La asignación de activos mínimo y máximo. Genera un conjunto de restricciones para fijar el peso mínimo y máximo para cada activo individual.

**Pcgcomp:** De grupo a la restricción relación de grupo. Genera un conjunto de restricciones especificando los coeficientes máximos y mínimos entre pares de grupos.

**Pcglims:** Mínimo grupo de activos y la asignación máxima. Genera un conjunto de restricciones para fijar el peso total mínimo y máximo para cada grupo definido de activos.

**Pcpval:** Valor de la cartera total. Genera un conjunto de restricciones para fijar el valor total de la cartera.

**Abs2active:** Transforma una matriz de restricción expresada en el formato de peso en valor absoluto a una matriz equivalente expresado en el formato de peso activa.

**Active2abs:** Transforma una matriz de restricción expresada en el formato de peso de activos a una matriz equivalente expresado en el formato de peso absoluto.

## 2.2. Ejemplo

Analizando la formación del Super Fondo de Acciones del Banco Santander Río en Julio de 2009, cuya composición y caracterización es la siguiente:

SECTOR & EMPRESAS	SUPERFONDO
<b>Financials</b>	<b>27,01%</b>
Banco Macro Bansud	11,59%
Banco del Suquia	0,05%
BBVA Banco Frances	2,53%
Banco Hipotecario	0,50%
Banco Patagonia	3,97%
Grupo Financiero Galicia	8,37%
<b>Real State</b>	<b>0,58%</b>
Cresud SA	0,58%
<b>Energy</b>	<b>36,39%</b>
Petrobras Energia Participaciones	3,32%
Petroleo Brasileiro BA	15,39%
Tenaris	17,68%
<b>Materials</b>	<b>10,94%</b>
Aluar	2,36%
Siderar	7,54%
Ternium	1,03%
<b>Telecommunication Services</b>	<b>11,80%</b>
Telecom Argentina	11,23%
Grupo Clarin	0,58%
Consumer Staple	0,43%
Molinos Rio del Plata	0,43%
<b>Industrial</b>	<b>0,00%</b>
<b>Utilities</b>	<b>12,47%</b>
Transener	0,51%
Central Puerto SA	0,01%
Pampa Holding	8,40%
Edenor SA	3,55%
<b>Total</b>	<b>99,62%</b>
<b>Cash</b>	<b>0,42%</b>
<b>Previsiones y Rentas</b>	<b>-0,04%</b>
<b>Patrimonio</b>	<b>100,00%</b>

Como el proceso para calcular las distintas combinaciones es muy complejo con tantas alter-

nativas, se decidió trabajar solo con 5 Activos de empresas, y se las seleccionó considerando las que tenían un porcentaje mayor de participación; respetando la proporción entre ellas:

Banco Macro Bansud	18,00%
Telecom Argentina	18,00%
Tenaris	27,00%
Petróleo Brasileiro BA	24,00%
Grupo Financiero Galicia	13,00%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>

Teniendo en cuenta éstas empresas, se observaron los valores de las acciones desde el 26 de Octubre del 2009 hasta el 26 de Febrero del 2010 que fueron publicados en el Diario Ámbito Financiero.

Considerando el modelo de Markowitz que intenta cuantificar la interrelación entre el comportamiento de los componentes de un portfolio para determinar, en una situación específica un portfolio lo suficientemente diversificado como para que el riesgo total sea mínimo en un nivel determinado de rendimiento ó que el rendimiento sea máximo para un nivel de riesgo determinado.

El mismo parte de las siguientes hipótesis:

1. La rentabilidad de cualquier activo, es una variable aleatoria de carácter subjetivo, cuya distribución de probabilidad para el periodo de referencia es conocido por el inversor. El valor medio o esperanza matemática de dicha variable aleatoria se acepta como medida de la rentabilidad de la inversión.

En éste caso son:

Valor Medio del Banco Macro Bansud	10,9116867
Valor Medio de Telecom Argentina	13,039759
Valor Medio de Tenaris	81,3542892
Valor Medio de Petróleo Brasileiro BA	89,3209157
Valor Medio del Grupo Financiero Galicia	2,07060241

Como podemos observar hay mucha diferencia entre los valores absolutos de las acciones segun la empresa (por ejemplo el valor medio de la acción de Petróleo Brasileiro BA es 43 veces mayor que el valor medio del Grupo Financiero Galicia), esto hace que cuando hay que buscar la empresa de mayor rentabilidad en valor absoluto, se tienda a descartar a la empresa del Grupo Financiero Galicia, porque tiene valores bajos, sin tener en cuenta que la inversión también es menor. Para solucionar éste problema, se tomó como valor de cada empresa, valores relativos no absolutos:

Valor observado de la acción en el día t de la empresa j:  $a_{tj}$  donde  $t=1; \dots; 82$  y  $j=1; \dots; 5$

Valor promedio del activo de cada empresa:

$$\bar{a}_j = \frac{\sum_{t=1}^{82} a_{tj}}{82} \text{ donde } j=1, 2, 3, 4, 5$$

Valor relativo de cada empresa diario:

$$\frac{a_{tj}}{\bar{a}_j}, \text{ } t=1, \dots, 82 \text{ y } j=1, \dots, 5$$

Por lo tanto los valores medios y las relaciones entre ellos cambiaron, pero se sigue manteniendo el orden:

Valor Medio del Banco Macro Bansud	1
Valor Medio de Telecom Argentina	1.1950
Valor Medio de Tenaris	7.4557
Valor Medio de Petróleo Brasileiro BA	8.1858
Valor Medio del Grupo Financiero Galicia	0.1898

Entonces podemos comparar el rendimiento de cada empresa, y vemos que las de mayor rendimiento son Tenaris y Petróleo Brasileiro. Además podemos notar que es muy poca la variación entre sí del rendimiento entre todas las empresas ya que el rango es de 7,996, mientras que antes era de 87,25.

2. Se acepta como medida del riesgo la dispersión, medida por la varianza o la Desviación Standard, de la variable aleatoria que describe la rentabilidad, ya sea de un valor individual o de un portfollio.

En éste caso son, con valores absolutos y relativos:

	VALORES ABSOLUTOS	VALORES RELATIVOS
Varianza del Banco Macro Bansud	1.3591	0.0026
Varianza de Telecom Argentina	0,2221	0.0018
Varianza de Tenaris	36,8677	0.3097
Varianza de Petróleo Brasileiro BA	39,2101	0.3294
Varianza del Grupo Financiero Galicia	0,0129	0.0001

Acá nuevamente cambia el análisis si se mira el valor absoluto o relativo, el cual muestra que la variación de la rentabilidad es bastante importante otra vez en las empresas Tenaris y Grupo Financiero Galicia.

Teniendo en cuenta las diferencias en los valores y en el análisis que se puede hacer entre valores relativos y absolutos, se toman los valores relativos para los cálculos que siguen, ya que me parece que son más “válidos” por que describen los rendimientos verdaderos y las variaciones reales.

3. La conducta del inversor le lleva a preferir aquellos portfollios con una mayor rentabilidad

y menor riesgo, es decir se trata de maximizar la utilidad esperada del portfollio, en lugar de solo tratar de maximizar los rendimientos.

Es teóricamente posible identificar portfollios eficientes por medio del análisis adecuado de la información de cada activo tomando en cuenta el rendimiento esperado, la varianza del rendimiento y la relación entre el rendimiento de cada activo y el rendimiento de cada otro activo, medida por la covarianza.

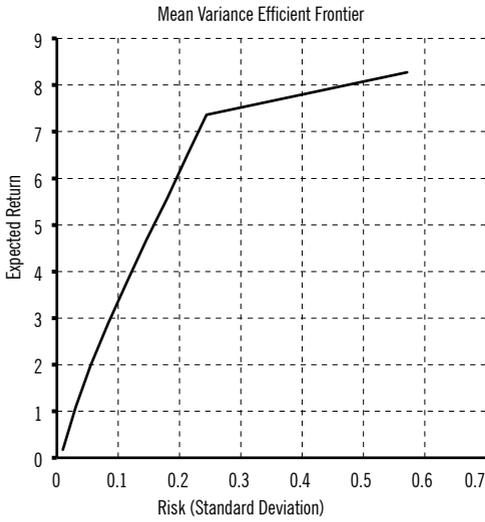
La covarianza en éste caso es la que se muestra en el cuadro aquí abajo.

La distribución de la rentabilidad de cualquier activo se supone que es normal, por lo que queda definida por dos parámetros: la media y por la desviación Standard ó varianza.

En la primera etapa se determina el conjunto de Portfollios Eficientes sabiendo que un Portfollio será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

El conjunto de pares  $[E(R_p), \sigma^2(R_p)]$  o combinaciones rentabilidad–riesgo de todas los portfollios eficientes es denominado «frontera eficiente». Cada punto de la frontera eficiente es un portfollio eficiente (como dijimos anteriormente) que es una combinación determinada de los activos que forman el portfollio.

COVARIANZA	BANCO MACRO SUD	TELECOM	TENARIS	PETRÓLEO BRASILEIRO	GRUPO FINANC. GALICIA
Banco Macro Bansud	0.0026	0.0003	-0.0114	0.0168	0.0004
Telecom	0.0003	0.0018	0.0119	-0.0043	0.0001
Tenaris	-0.0114	0.0119	0.3097	-0.1795	-0.0027
Petróleo Brasileiro	0.0168	-0.0043	-0.1795	0.3294	0.0036
Grupo Financiero Galicia	0.0004	0.0001	-0.0027	0.0036	0.0001



Este gráfico se obtiene con la función **Frontcon** del Matlab; donde los argumentos introducidos fueron la media (rendimiento esperado), la covarianza y la cantidad de portfolios posibles a lo largo de la frontera eficiente para un grupo dado de activos reduciendo al mínimo el riesgo. Este riesgo es reducido al mínimo teniendo en cuenta las coacciones (covarianza) sobre la proporción o peso de cada activo (en éste caso se fijó en 10).

En la gráfica de la frontera eficiente, el eje horizontal representa el riesgo y el rendimiento esperado está representado en el eje vertical.

**Frontcon** además calcula 10 portfolios posibles a lo largo de la frontera eficiente para un grupo dado de activos reduciendo al mínimo el riesgo.

Esta función muestra los siguientes resultados:

**PortRisk:** es un vector de (N portfolios x 1), cada fila es el riesgo de cada portfolio.

**PortReturn:** es un vector de (N portfolios x 1), cada fila es el retorno o rendimiento esperado de cada portfolio.

**PortWts:** es una matriz de (N portfolios x Cant. De activos), donde cada fila da el peso o proporción de cada activo en cada portfolio propuesto.

En la siguiente matriz, se muestran los 10 portfolios propuestos.

- Cada fila representa un portfolio.
- Las columnas 2 hasta la 6, representan los pesos asignados a cada activo.
- La columna 7 es la suma total de los pesos.
- La columna 8 representa el Desvío Estándar, es decir el Riesgo de cada portfolio.
- La columna 9 representa el Rendimiento Esperado de cada portfolio.

PORTFOLIO	BANCO MACRO SUD	TELECOM	TENARIS	PETRÓLEO BRASILEIRO	GRUPO FINANC. GALICIA	TOTAL DE PESOS	RIESGO	RENDIMIENTO ESPERADO
1	0	0	0.0091	0	0.9909	1	0.0092	0.2556
2	0.1492	0.3501	0.0325	0.0298	0.4384	1	0.0303	1.1367
3	0.2821	0.5856	0.0648	0.0676	0	1	0.0542	2.0178
4	0.1835	0.5543	0.1278	0.1344	0	1	0.0830	2.899
5	0.0849	0.5230	0.1908	0.2013	0	1	0.1142	3.7801
6	0	0.4776	0.2547	0.2678	0	1	0.1464	4.6613
7	0	0.3443	0.3239	0.3318	0	1	0.1791	5.5424
8	0	0.2110	0.3930	0.3959	0	1	0.2120	6.4235
9	0	0.0778	0.4622	0.46	0	1	0.2451	7.3047
10	0	0	0	1	0	1	0.5739	8.1858

Si se analizan los posibles portfolios, se vé que a pesar de relativizar los datos el Grupo Financiero Galicia, no es una opción muy conveniente, ya que cuando se invierte en ella, el rendimiento es muy bajo.

Obviamente la opción que dá el mayor rendimiento, es la que tiene también el mayor riesgo. Se observa que a medida que aumenta el rendimiento y el riesgo, se vá disminuyendo en la diversificación.

Después se calcula el portfolio óptimo esperado sobre la frontera eficiente.

Eso se calcula aplicando la función **Portalloc**, cuyos argumentos son los resultados que dio la función **Frontcon**, es decir: **PortRisk** , **PortReturn** , **PortWts** y la Tasa Libre de Riesgo (0.8975).

Esta tasa se calculó como un promedio entre: *Tasas de interés para préstamos entre entidades financiera privadas (BAIBAR), en % Nominal Anual 8,6; Tasas de interés por depósitos a 30 días de plazo en entidades financieras, en % Nominal Anual 8,95 y BADLAR en pesos de bancos privados, en % Nominal Anual 9,375*, publicadas en la página del Banco Central de la República Argentina.

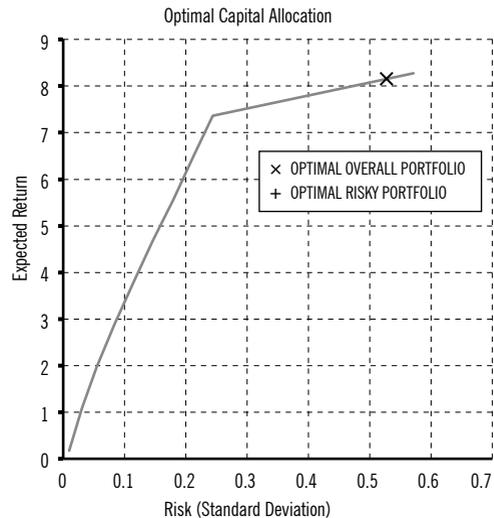
Esta función calcula el portfolio óptimo propuesto, y la asignación óptima de fondos entre el portfolio y los activos. Además muestra los siguientes resultados:

- **RiskyRisk**: el riesgo del portfolio propuesto.
- **RiskyReturn**: el retorno del portfolio propuesto.
- **RiskyFraction**: da el riesgo de la fracción de la cartera respecto al portfolio, en nuestro caso coinciden, es decir la cartera es igual al portfolio.
- **RiskyWts**: el peso o proporción de cada activo en el portfolio propuesto.
- **OverallRisk**: Riesgo general, que coincide en nuestro caso con **RiskyRisk**, ya que el portfolio está formado solo por éstos activos.

• **OverallReturn**: Retorno general, que coincide en nuestro caso con **RiskyReturn** ya que el portfolio está formado solo por éstos activos.

**RiskyRisk = 0.5312; RiskReturn = 8.1205;**  
**RiskyWts = 0.0000 0.0058 0.0343 0.9600 0**  
**RiskyFraction = 1; OverallRisk = 0.5312;**  
**OverallReturn = 8.1205**

Esto significa que propone un portfolio sin las empresas: Banco Macro y Grupo Financiero Galicia; a su vez propone que la mayoría de las acciones sea del Petróleo Brasileiro (96%) y el resto de la empresa Tenaris (3.43%) y de Telecom (0.58%), con un riesgo 0.5312 y un rendimiento del 8.1205.



Como el portfolio óptimo no era ninguno de los 10 portfolios posibles a lo largo de la frontera eficiente que proponían, se repitieron las operaciones **Frontcon** y **Portalloc**, cambiando la cantidad de portfolios propuestos: 30, 50 ,100 y 1000; los resultados fueron los siguientes:

PORTFOLIO	BANCO MACRO SUD	TELECOM	TENARIS	PETRÓLEO BRASILEIRO	GRUPO FINANC. GALICIA	RIESGO	RETORNO
10	0	0.0058	0.0343	0.96	0	0.5312	8.1205
30	0	0	0.2109	0.7891	0	0.3738	8,0319
50	0	0	0.2661	0.7339	0	0.3593	7.9915
100	0	0	0.2658	0.7342	0	0.3598	7.9918
1000	0	0	0.2661	0.7339	0	0.3595	7.9915

### 2.3. Conclusión

Observando los valores calculados, se ve que:

- El riesgo promedio es de 0.39672 aproximadamente.
- El retorno medio está alrededor de 8.02.
- Que las empresas que menos convienen son las del Banco Macro y del Grupo Financiero Galicia.
- Que las empresas que más convienen son: Tenaris y Petróleo Brasileiro.
- Que cuánto mayor es el rendimiento, mayor es el riesgo y menor es la diversificación, resultado muy lógico.
- Si tendría que tomar una decisión mi portfolio estaría formado por: 21.09% de acciones de Tenaris y 78.91% de acciones de Petróleo Brasileiro, asumiendo un riesgo de 0.3738 (que es uno de los mas bajos) y un rendimiento del 8.0319 (que es uno de los más altos). Lo negativo es que el portfolio es muy poco diversificado. Pero como la covarianza entre ellas es negativa (-0.1795), dá la tranquilidad que si alguna baja en el rendimiento la otra sube. Es decir está un poco protegido de los movimientos futuros de los valores de las acciones.

## 3. Glosario

**Activo:** son aquellos bienes (tangibles o intangibles) que tienen una alta probabilidad de generar un beneficio económico a futuro y se pueda gozar de los beneficios económicos que el bien otorga, es decir es un bien que tiene un valor económico.

**Activo financiero:** es el derecho que tiene quien lo posee a recibir del emisor flujos futuros de efectivo. Es un documento que genera obligaciones y derechos. Por parte del emisor (persona que emite o “vende” el documento) genera una obligación de cumplir con una promesa de pago del importe pactado. Por parte del tenedor (persona que compra el documento) genera un derecho a recibir esos pagos. Pueden ser bonos o acciones.

**Activo libre de riesgo (risk free asset):** Activo financiero cuyos intereses y principal serán pagados con toda certeza.

**Capitalización bursátil:** valor de una empresa en bolsa. Surge de multiplicar el precio de la acción por la cantidad de acciones totales de la empresa.

**Cartera eficiente:** se define como la cartera que ofrece al inversionista la tasa de rendimiento esperada más alta posible a un nivel especificado de riesgo.

**Cartera del patrimonio de una persona física ó jurídica:** incluye todos sus activos (acciones, bonos, casas o departamentos, beneficios de pensión, etc) y todos sus pasivos (préstamos para auto, hipotecas sobre la cas, etc)

**Flujo de fondos (Cash flow):** es la cantidad neta de dinero que con su actividad de ventas y otros ingresos genera una empresa. Es igual a los cobros realizados durante el período estudiado menos los pagos.

**Selección de cartera:** es el estudio de la manera en que la gente debe invertir su dinero. Es un proceso de compensación entre el riesgo y el rendimiento esperado para encontrar la mejor cartera de activos y pasivos.

**Inversiones financieras:** consiste en la adquisición de activos financieros con ánimo de inversión La inversión financiera no tiene una función económica directa. No tiene una finalidad productiva o de prestación de servicios. La empresa, en su afán de enriquecerse y acrecentar al máximo su patrimonio, va a colocar algunos de sus recursos en bienes y derechos que no emplea en su proceso productivo, pero en los que invierte a fin de controlar o ejercer cierto dominio sobre otras empresas o para obtener rentas. Estos bienes y derechos se denominan inversiones financieras

**La rentabilidad del accionista:** es la relación que se establece entre lo que se ha invertido en una determinada acción y el rendimiento económico o resultado que proporciona. El rendimiento que un accionista puede obtener de una acción se mide computando los dividendos percibidos, las plusvalías o revalorizaciones en su cotización, así como las ventajas que puedan obtenerse por el carácter preferente de las ampliaciones de capital vía derechos de suscripción preferente.

**La rentabilidad:** (otra definición) es el rendimiento de la inversión medido mediante las correspondientes ecuaciones de equivalencia financiera. La rentabilidad  $r$  de una inversión puede obtenerse mediante la siguiente ecuación:

$$P_0 = \sum_{s=1}^n F_s \cdot (1+r)^{-s}$$

Para valores de  $s$  desde 1 hasta  $n$ , siendo  $n$  el número de períodos de vida de la inversión.

$P_0$  es el desembolso inicial,  $F_s$  los flujos de caja generados por la inversión y la incógnita es  $r$ , el tanto de valoración.

**La frontera eficiente:** es el conjunto de combinaciones de títulos que maximizan la rentabilidad esperada para un nivel determinado de riesgo o bien minimizan el riesgo soportado para un nivel determinado de rentabilidad esperada. Todo ello, teniendo en cuenta las restricciones presupuestarias y siempre en base al supuesto de racionalidad del inversor, es decir, que la rentabilidad esperada es un elemento positivo para dicho inversor mientras que el riesgo es un elemento no deseado. Según el grado de aversión al riesgo, el inversor se situará de forma razonable en uno u otro punto de la línea de la frontera eficiente. Cualquier otro punto sería irracional.

**Líneas de indiferencia:** son los conjuntos de combinaciones rentabilidad–riesgo que son indiferentes para el inversor, donde la pendiente da el grado de aversión al riesgo del inversor. Es fundamental la actitud que el sujeto financiero tenga ante el riesgo, ya que de dicho comportamiento va a depender la forma de estas líneas. Cuánto mayor sea el nivel de rentabilidad media que el inversor exige por soportar una unidad adicional de riesgo, mayor es su aversión al riesgo.

**La cartera óptima:** es la combinación posible de títulos representativa de la relación rentabilidad–riesgo que maximiza la satisfacción del inversor financiero.

**Pasivo:** es la deuda que tiene la persona o empresa.

**Rendimiento de un activo:** es la diferencia entre el rendimiento de un período siguiente respecto de

un período dado y su relación con respecto a éste último período.

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

**Rendimiento de una inversión:** es el cambio del valor acumulado del activo o de la cartera (aumento del precio e ingresos procedentes de los dividendos o intereses) durante un período de tiempo determinado.

**Portafolios eficientes:** son aquellos que en el pasado obtuvieron el retorno mas alto dado un nivel de riesgo.

**Rentabilidad de una cartera o portfolio:**

$$E(R_p) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + \dots + w_n \cdot E(R_n)$$

La rentabilidad de una cartera será igual a la media ponderada de las rentabilidades de los activos que la componen. Se ponderarán las rentabilidades por el peso específico que cada activo tiene en la cartera.  $E(R_p)$  = Rentabilidad esperada de la cartera  
 $W_n$  = Porcentaje de la cartera (en tanto por uno) invertido en cada acción.

$E(R_1)$  = Rentabilidad esperada de cada acción que entra en la cartera.

**Riesgo:** Incertidumbre respecto del resultado futuro de una inversión. Mayor incertidumbre implica mayor riesgo. El desvío estándar de las variaciones de precio es un indicador del riesgo.

**Riesgo de un activo:** El riesgo que corre un activo en finanzas se le conoce como volatilidad, que debe entenderse como la “fluctuación” que puede sufrir un activo en el tiempo. La verdadera medida de volatilidad es el desvío estándar de los valores observados con respecto a la media aritmética.

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n}$$

Se debe tener presente dos observaciones:

1) A mayor desviación estándar, mayor es la volatilidad, en consecuencia mayor es la variabilidad de activo y por lo tanto mayor es su riesgo.

2) Es una medida estadística muy útil siempre y cuando la distribución de probabilidad del rendimiento del activo siga un patrón normal.

**Riesgo financiero:** es la variación o fluctuación de un activo, también se lo define como el desvío respecto de los retornos esperados.

**Riesgo de una cartera o portfolio:** es la varianza de la rentabilidad en los distintos elementos. El riesgo de una cartera formada por dos valores viene dado por la expresión:

$$\sigma_p^2 = w_a^2 \cdot \sigma_a^2 + w_b^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot Cov_{a,b}$$

La covarianza nos dice en qué medida dos acciones se mueven en el mismo sentido; si la covarianza es positiva, quiere decir que cuando la rentabilidad de una acción sube, la de la otra también sube; si la covarianza es negativa, quiere

decir que cuando la rentabilidad de A sube, la de B baja. Si la covarianza es próxima a cero, quiere decir que las dos acciones son independientes.

**Aversión al riesgo** es un concepto usado en *economía, finanzas y psicología* relacionado con el comportamiento de los consumidores e inversores. La aversión al riesgo es la desgana de una persona a aceptar una oferta con un cierto grado de riesgo antes que otra con algo de riesgo, pero menor. El perfil se puede determinar de varias maneras una es vía cuestionario, que se conoce como Test del inversor. Este consiste en un cuestionario que se realiza al cliente para determinar el perfil de riesgo: si es conservador, moderado o agresivo.

**ROA (Retorno sobre el activo)** mide las utilidades operativas como porcentaje de los activos de la empresa.

## Bibliografía

- <http://ciberconta.unizar.es/LECCION/fin010/000F2.HTM>
- [http://www.stockssite.com/mc/01\\_Valoracion\\_de\\_Cartera.htm](http://www.stockssite.com/mc/01_Valoracion_de_Cartera.htm)
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Aversi%C3%B3n\\_al\\_riesgo](http://es.wikipedia.org/wiki/Aversi%C3%B3n_al_riesgo)
- <http://www.gestiopolis.com/recursos/experto/catsexp/pagans/fin/no8/financiero>
- <http://www.contabilidad.tk/concepto-y-clases-31.htm>
- <http://www.gestiopolis.com/recursos/experto/catsexp/pagans/fin/37/solvfinanciera>
- Cobo Quintero, A.J.: “La selección de carteras: desde Markowitz” <http://cashflow88.com/decisiones/carteras.pdf>
- Bodie–Merton (2003): *Finanzas* –1ra. Edición– México. Pearson–Prentice Hall.
- Arvizu Treviño, S.B.: *Gestión de los riesgos en la cartera de inversiones. Volatilidad, diversificación y otros conceptos seleccionados*.
- Elbaum, M.A. (2004): *Administración de carteras de Inversión*. Buenos Aires. Argentina. Ediciones Macchi.
- Manual del Matlab –Financial Toolbok.