

Modelización financiera mediante modelos híbridos Arima–Garch: evidencia para Argentina

Financial Modeling with Hybrid Arima-Garch Models:

Evidence for Argentina

Modelização financeira por meio de modelos híbridos

Arima-Garch: Evidência para Argentina

Tomás Francisco Larre

Universidad de Buenos Aires,
Buenos Aires, Argentina.

E-mail: tflarre@gmail.com

Joaquín Auza

Universidad de Buenos Aires,
Buenos Aires, Argentina

E-mail: auzajoaquin@gmail.com

Resumen

Fecha de recepción: 29/10/2019

Fecha de aceptación: 06/12/2019

El propósito de este trabajo es modelizar el patrón de volatilidad presente en la serie histórica de retornos del principal índice del Mercado de Valores de Buenos Aires (MERVAL) entre el 1 de enero de 2013 y el 6 de junio de 2016, empleando la familia de modelos híbridos ARIMA–GARCH. Se realiza un estudio de literatura econométrica enfocada a la modelización de índices bursátiles para otras economías emergentes. Se verifican las condiciones para el empleo de esta familia de modelos. El análisis confirma la presencia de asimetría y efecto apalancamiento por los que se utilizan modelos asimétricos E–GARCH y GJR–GARCH, tanto con distribución Normal como con distribución t – *Student*. Se estiman de forma iterativa modelos para distintos órdenes de las especificaciones mencionadas. Para la selección de modelos dentro de la muestra se recurre al Criterio de Información de Schwarz. Se somete los modelos estimados a una secuencia de pruebas de hipótesis a fin de garantizar el cumplimiento de las siguientes propiedades: la captura de todo componente sistemático del proceso, inexistencia de sesgo de signos y magnitud y estabilidad de los parámetros. Posteriormente, se hacen observaciones fuera de la muestra con el fin de evaluar su poder de pronóstico. Finalmente, se constata que el E–GARCH $\sim t(1, 1)$, con modelos de media ARMA (2,0) y ARMA (2,1) resulta superior dentro de la muestra y su capacidad predictiva no resulta significativamente inferior a la de otros modelos estimados.

Palabras clave

- volatilidad
- apalancamiento
- heteroscedasticidad condicionada

Abstract

The aim of this work is to model the volatility pattern during the historical stock return of the most important index of the Buenos Aires Stock Exchange (MERVAL) from January 1 of 2013 to June 6 of 2016, using the family of hybrid Arima-Garch models. The study is based on econometrics bibliography with a focus on stock index modeling for other emerging economies. The conditions to employ this family of models are verified. The analysis confirms the existence of asymmetry and a leverage effect, which is the reason why the asymmetric E-Garch and GJR-Garch models are used, with both normal and *student's t* distributions. For different orders of the aforementioned specifications, the models are repeatedly estimated. For the selection of models to use in-sample, the Schwarz information criterion is opted for. The estimated models are subject to hypothesis testing in order to guarantee compliance with the following properties: each systematic component of the process is taken into account, there are no bias of indicators or magnitude, and there is parameter stability. Then, the out-of-sample forecast performance is tested. Finally, it is observed that the E-Garch $\sim t(1, 1)$, with ARMA (2,0) and ARMA (2,1) models, is superior in-sample and its forecasting performance is not significantly inferior to the other estimated models.

Keywords

- Volatility
- Leverage
- Conditional Heteroscedasticity

Resumo

O objetivo deste trabalho é modelizar o padrão de volatilidade presente na série histórica de retornos do principal índice do Mercado de Valores de Buenos Aires (MERVAL) entre o 1 de janeiro de 2013 e o 6 de junho de 2016, utilizando a família de modelos híbridos ARIMA – GARCH. Realiza-se um estudo de literatura econométrica focada à modelização de índices bursáteis para outras economias emergentes. Verificam-se as condições para o uso desta família de modelos. A análise confirma a presença de assimetria e efeito alavancagem pelos que se utilizam modelos assimétricos E-GARCH e GJR – GARCH, tanto com distribuição Normal quanto com distribuição *t* – *Student*. Estimam-se de forma iterativa modelos para diferentes ordens das especificações mencionadas. Para a seleção de modelos dentro da amostra recorre-se ao Critério de Informação de Schwarz. Submete-se os modelos estimados a uma sequência de provas de hipótese a fim de garantir o cumprimento das seguintes propriedades: a captura de todo componente sistemático do processo, inexistência de sesgo de signos e magnitude, e estabilidade dos parâmetros. Posteriormente utilizam-se observações fora da amostra com o fim de avaliar seu poder de prognóstico. Finalmente constata-se que o E-GARCH $\sim t(1,1)$, com modelos de meia ARMA (2,0) e ARMA (2,1), resulta superior dentro da amostra e sua capacidade preditiva não resulta significativamente inferior à de outros modelos estimados.

Palavras-chave

- Volatilidade
- Alavancagem
- Heteroscedasticidade Condicional

1. Introducción

El estudio de la volatilidad (grado de fluctuación del precio de un activo entre dos momentos en el tiempo) está fuertemente asociado al riesgo de mercado y cobra mayor importancia en el análisis de series cuya estimación puntual (pronóstico) es poco satisfactoria. Una primera aproximación para el pronóstico de los retornos a través del análisis univariado de la serie de tiempo son los procesos ARIMA. Sin embargo, estos no son capaces de capturar y modelizar la variabilidad en la volatilidad. Se recurre, entonces, a modelos de volatilidad variable de la familia ARCH, propuestos por Engle (1982) y ampliados por Bollerslev (1986). Para contemplar la asimetría en la volatilidad (apalancamiento) se consideraron tanto la familia E-GARCH, propuesta por Nelson (1991), como el modelo GJR-GARCH propuesto por Glosten, Jagannathan, y Runkle (1993). En esta investigación se aplican los mencionados métodos estadísticos para modelizar la volatilidad futura del principal índice del Mercado de Valores de Argentina (MERVAL), con el objeto de obtener el modelo que mejor describa y prediga las futuras realizaciones. El trabajo se organiza de la siguiente manera: primeramente, se exhibe una revisión de la literatura referente al análisis econométrico de series financieras y la relevancia del análisis de la volatilidad para la economía. Luego, se desarrolla el marco teórico y metodológico del estudio. Posteriormente, se presenta el análisis econométrico de la serie y, por último, se exponen las conclusiones.

2. Revisión de la literatura

La representación de series financieras es una preocupación histórica de las ciencias económicas. Las dificultades que esta tarea trae aparejadas, por lo tanto, forman parte del núcleo de la teoría financiera. Con fines didácticos dividiremos el desarrollo de esta sección en tres partes: la primera dedicada a la imposibilidad de predecir el valor futuro de las

series de activos, la segunda abocada a la teoría y aplicación de los modelos de volatilidad de series de tiempo, finalmente, la tercera discutirá algunos de los efectos macroeconómicos de la alta volatilidad del mercado de valores.

2.1. Modelos de Media: sobre la imposibilidad de predecir cotizaciones futuras

Uno de los principales modelos que se destaca dentro de esta literatura es la hipótesis de los paseos aleatorios —*Random Walk hypothesis*— cuyo origen puede rastarse hasta la segunda mitad del siglo XIX. Esta hipótesis, por su parte, recobró vigor hacia mediados de 1970 gracias a la labor del economista estadounidense Eugene Fama (1995), quien en el espíritu de los defensores de la misma desarrolló su propia teoría, la hipótesis de los mercados eficientes —*efficient-market hypothesis*— que le valió el premio Sveriges Riksbank Prize en Ciencias Económicas en la memoria de Alfred Nobel 2013. Eugene Fama definió un mercado como «informativamente eficiente» si los precios a cada momento incorporan toda la información disponible sobre valores futuros. A su vez, la eficiencia informacional es una consecuencia directa de la competencia entre numerosos agentes que en un intento de predecir los precios futuros de los activos tomaran decisiones en función de cada una de las señales que encuentren ya sean de eventos pasados o futuros. Naturalmente este juego dará lugar a que, dentro de mercados de estas características, el valor presente de un activo sea un buen estimador de su valor intrínseco. En otras palabras, en un mercado informacionalmente eficiente no existe información desaprovechada, implicando que las series financieras serán por lo tanto paseos aleatorios imposibles de predecir. Cabe aclarar que el mismo Fama es el primero en explicar como la eficiencia informacional es un ideal, así como la competencia perfecta y tantos otros conceptos cotidianos en la teoría económica.

Cuánto se aproxima a dicho ideal un mercado del mundo real será una cuestión para el análisis empírico (Fama, 1970).

2.2. GARCH: modelizando volatilidad

El trabajo de Engle y Bollerslev sobre la familia ARCH se transformó en la base del modelado de volatilidad, con importante implicancia financiera. La popularidad de estos modelos se basa en su capacidad para realizar predicciones certeras sobre la volatilidad (Andersen y Bollerslev, 1998) que, a pesar de su simpleza, no son superadas con facilidad por otros modelos más complejos (Hansen y Lunde, 2005). No obstante, el planteo original sí presentaba ciertas limitaciones: en primer lugar, su incapacidad para capturar el efecto apalancamiento que presentan algunos mercados o activos, algo también observado por Hansen y Lunde. Soluciones para este problema fueron propuestas, entre otros, a través de los modelos E-GARCH y GJR-GARCH.

En cuanto a la aplicación del enfoque mencionado para el análisis de series de tiempo de activos financieros en economías emergentes la literatura resulta diversa, tanto por las metodologías aplicadas como por la ubicuidad geográfica. Van Dijk (2003) encontró en su análisis comparativo de los modelos de la familia GARCH para los mercados de valores de Argentina, Brasil, Chile, México, Corea, Malasia, Filipinas, Taiwán y Tailandia, entre enero de 1998 y diciembre de 2002, incidencia significativa de apalancamiento y demostró la superior capacidad predictiva del modelo E-GARCH. Wiphatthananthakul y Sriboonchitta (2010) calcularon el Índice de Volatilidad de Tailandia (VIX) realizando un análisis comparativo de modelos ARMA-GARCH, E-GARCH, GJR-GARCH y P-GARCH. Sus conclusiones demuestran la persistencia de un efecto asimétrico estadísticamente significativo para todos los modelos, pero sin efecto apalancamiento. A su vez concluyeron que el mejor modelo según el criterio de Akaike sería el ARMA-P-GARCH, mientras que el E-GARCH resultó superior siguiendo el criterio bayesiano de Schwartz. Sin embargo, siguiendo los criterios MAPE

y RSME hallaron al GJR-GARCH como el que mejor se ajustaba. Sinha (2012), por su parte, realizó un análisis de la volatilidad presente en los retornos históricos de los dos principales índices nacionales de India (BSE y NSE). Su aporte demuestra que la utilización de los modelos E-GARCH y GJR-GARCH proporciona un mejor ajuste relativo al modelo GARCH original generalizado por Bollerslev (1986). Además, comprobó la presencia de autocorrelación y asimetría negativa en los retornos diarios, así como la persistencia de los shocks en el tiempo. Ugurlu, Thalassinou, Muratoglu, y cols. (2012) realizaron un análisis de la aplicación de los modelos tipo GARCH para la modelización de la volatilidad de los retornos de los mercados de valores de Bulgaria, República Checa, Polonia, Hungría y Turquía, considerados emergentes en finanzas. Su investigación evidencia la presencia de efecto ARCH en todos los casos exceptuando a Bulgaria. Andersson y Haglund (2015) se propusieron investigar cuál de los modelos usados para la proyección del *Value at Risk* (VaR) —GARCH, GJR-GARCH y E-GARCH— resulta más apropiado y con qué distribución (Normal o *t-Student*) para el *forecast* de siete índices internacionales. Concluyendo que el E-GARCH-(1,1) resulta el modelo más apropiado para dicho propósito, si se considera una distribución *t-Student*, sugiriendo que el mejor desempeño ha de atribuirse a la inclusión del efecto del apalancamiento juntamente con la mejor captura del efecto de la curtosis presente en su muestra. Finalmente, Kannadhasan, Thakur, Aramvalathan y Radhakrishnan (2018), en su estudio de la presencia y el patrón de agrupamiento de la volatilidad y el apalancamiento para el Índice NIFTY50 entre 1996 y 2015, demostraron como la modelización mediante un GARCH (1,1) resultó la estructura más apropiada para predecir la performance futura de dicho índice.

A modo de síntesis, el aporte de Engle (1982) —fundador de la literatura de los modelos autorregresivos con heteroscedasticidad condicional— dio lugar a una ingente variedad de estudios para series financieras que se han propuesto detectar y desarrollar metodologías acordes a las particularidades

de las mismas. Asociados a esta empresa han surgido los cuatro hechos estilizados Madar (2015) que buscan condensar los rasgos más salientes de las series financieras:

Volatilidad no constante y agrupada (*Volatility clustering*). Destacada originalmente por Mandelbrot (1963), Volatility Clustering refiere a la observación de como en las series financieras los cambios cuantitativamente grandes de cualquier signo tienden a ser seguidos por cambios cuantitativamente grandes, mientras que cambios pequeños tienden a sucederse con cambios pequeños. Naturalmente, esta particularidad da lugar a series caracterizadas por periodos de relativa calma interrumpidos por periodos de alta volatilidad denominada turbulencia.

Exceso de Curtosis. Numerosos estudios de distintas series financieras han demostrado que suponer distribuciones normales (Gauseanas) no es constatable con los resultados empíricos. Mandelbrot (1963) fue el primero en indicar que las series financieras exhiben exceso de curtosis. La distribución de colas pesadas sugiere que la distribución de los retornos tiende a ser leptocúrtica, lo cual significa en términos de forma, colas más anchas (probabilidades más altas de resultados extremos que en una distribución *gauseana*) y un pico alrededor de la media.

Normalidad Agregada (*Aggregational Gaussianity*). Por Normalidad Agregada pretendemos resaltar el hecho de que si bien las series de retornos de los activos no manifiestan una distribución normal (como se detalló previamente), a medida de que se agranda el período temporal a analizar la distribución tiende a aproximarse más a una normal.

Efecto Apalancamiento (*Leverage Effect*). Por Efecto Apalancamiento se destaca cómo la volatilidad tiende a ser mayor para las caídas de

precio que para los aumentos de precios, cuando la magnitud de la variación es idéntica. En otras palabras, representa la influencia asimétrica de información negativa y positiva en el futuro de los precios.

2.3. Sobre los efectos de la alta volatilidad en la performance macroeconómica

El estudio de las series financieras y el desarrollo de modelos que lograsen capturar las particularidades de estas fueron naturalmente acompañados de una gran empresa por parte de la teoría económica abocada a entender la relación entre la performance macroeconómica y financiera de una economía. En la actualidad, el vínculo entre la volatilidad del mercado de valores y el desempeño macroeconómico resulta inapelable, aunque no así la dirección de la relación causal sea esta inversa o circular.

En sus comienzos, aquellos abocados a consolidar las bases de esta literatura se centraron en el estudio de los determinantes macroeconómicos de la volatilidad financiera. Un ejemplo saliente es Schwert (1989), quien mediante data mensual desde 1857 hasta 1987 intentó proveer la relación entre la volatilidad del mercado de valores con la volatilidad real y nominal macroeconómica, y la actividad económica. Sus resultados apoyaron el hallazgo de Officer (1973), demostrando con robustez la influencia que el ciclo económico tiene sobre el mercado de valores, en particular, la volatilidad de este es mayor durante períodos recesivos.

Por su parte, el pasado reciente se vio signado por el impacto que la crisis financiera global de 2008, obligando a la academia a reflexionar sobre los determinantes de un colapso financiero de tal magnitud. Entre diversas posibles explicaciones, cobró importancia la de la desigualdad de ingresos hacia dentro de un país (ver Milanovic, 2009; Krugman, 2010 y Bordo y Meissner, 2012, entre otros).

En la actualidad, numerosos estudios se centran en determinar las implicancias que la alta volati-

lidad del mercado de valores puede tener en el desempeño económico, en particular para economías emergentes. En general, sobresale la consideración de que el aumento de la volatilidad en el mercado de valores es perjudicial para el nivel de actividad. Callaghan (2015) encuentra evidencia significativa de la relación negativa entre la volatilidad del mercado de valores y el nivel de empleo en diversas economías desarrolladas. Es necesario, sin embargo, realizar la aclaración de que el grado en el cual una economía es afectada por dicho efecto quedará en función del nivel de penetración de los mercados financieros. Esta singularidad queda evidenciada en Dombou y Nzomo (2017), quienes no encontraron relación entre la volatilidad del mercado financiero y las variaciones del producto para diversos países africanos.

Finalmente, siendo nuestro objeto de estudio el índice Merval, consideramos pertinente de mención la labor de De Souza y Larre (2018), quienes encontraron evidencia significativa del impacto negativo que la estabilidad macroeconómica y financiera tiene sobre el nivel de Producto Bruto Interno, de magnitud considerable para la serie histórica argentina.

3. Marco teórico

3.1. Modelos ARIMA

Sea una sucesión de variables aleatorias observadas y ordenadas en el tiempo, si, se dice que se trata de un proceso estocástico de tiempo discreto. Un proceso es débilmente estacionario, u estacionario de orden dos, si posee media constante y momento de orden dos finito y constante, y su función de autocovarianzas $\gamma_k = cov(y_t, y_{t+k}) \forall t \forall k$. Cualquier proceso estocástico débilmente estacionario admite la descomposición de la forma $Y_t = D_t + X_t$, donde D es un proceso puramente determinístico, combinación lineal de las realizaciones pasadas

del proceso, y X es una combinación de shocks aleatorios incorrelacionados (Wold y cols., 1948). Wold introdujo el concepto, pero su aplicación práctica se logró recién a través de la metodología derivada por Box y Jenkins (1970). Una representación ARMA (p,q) , se forma como una combinación lineal de sus p realizaciones pasadas y sus q innovaciones pasadas:

$$y_t = \delta + \varphi_1 y_{(t-1)} + \dots + \varphi_p y_{(t-p)} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{(t-1)} + \dots + \theta_q \epsilon_{(t-q)} \tag{1}$$

El caso más general de estas representaciones contempla la presencia de d raíces unitarias, las cuales son eliminadas a través de la diferenciación, obteniéndose una representación ARIMA (p,d,q) :

$$\nabla^d y_t = \delta + \sum_{i=1}^p \varphi_i \nabla^d y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \epsilon_{t-j}$$

donde d refiere al orden de diferenciación requerido para eliminar la no estacionariedad estocástica.

3.2. Modelos ARCH, GARCH, E-GARCH y GJR-GARCH

La especificación de Engle para la modelización de la volatilidad en presencia de heterocedasticidad condicionada parte de:

$$\epsilon_t = \sigma_t \omega_t; \omega_t \sim i.i.d.N(0,1) / E(\epsilon_t^2) | F_{t-1} = \sigma_t^2 \tag{3}$$

donde F_{t-1} es el conjunto de información al momento t . Entonces, la varianza condicional $(\sigma_t^2 = Var(y_t | F_{t-1}))$ bajo un modelo ARCH(r) es:

$$\sigma_t^2 = \mu + \sum_{i=1}^r \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad \forall \mu > 0; \alpha_i \geq 0 \tag{4}$$

Bollerslev presentó una generalización en la cual modeliza σ_t^2 incluyendo realizaciones pasadas de ϵ_t , quedando así definidas las ecuaciones para un modelo GARCH(r,s):

$$\sigma_t^2 = \mu + \sum_{i=1}^r \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad \mu > 0; \alpha_i \geq 0; \beta_j \geq 0 \tag{5}$$

Un modelo GARCH exponencial —denotado E-GARCH (r,s)— busca capturar el efecto asimétrico en la volatilidad. En él, $g(\omega_t)$ debe ser función del signo y la magnitud de ϵ_t , por lo que se la define como una combinación lineal de ω_t y $|\omega_t|$. Entonces, la varianza condicional se representa:

$$\ln(\sigma^2) = \mu + \sum_{i=1}^r \beta_i \left(\Theta \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \gamma_i \left(\left| \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - E\left(\left| \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| \right) \right) \right) + \sum_{(j=1)}^s \alpha_j \ln(\sigma_{t,j}^2) \quad (6)$$

donde Θ y γ son constantes reales y no ambas cero, α es una constante que representa el efecto magnitud o de simetría en el modelo, γ representa la asimetría ($\gamma=0$ significa un modelo simétrico), tal que un valor $\gamma>0$ implica que las innovaciones positivas son más desestabilizantes que las negativas y viceversa, β y μ son secuencias no estocásticas reales, β representa la persistencia. El modelo presentado por Glosten, Jagannathan y Runkle —GJR— considera la asimetría en el proceso a través de la variable dummy S_t^- , que toma los valores 1 si $\epsilon_t < 0$ y 0 si $\epsilon_t \geq 0$. Se captura la diferencia en σ^2 producto del signo que toman los residuos, y se cuantifica la asimetría a través del parámetro γ . De modo tal que la ecuación para el GJR-GARCH (r,s) es:

$$\sigma_t^2 = \mu + \sum_{i=1}^r \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t,j}^2 + \sum_{(i=1)}^r S_{(t-i)}^- \gamma_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (7)$$

Por último, dado que el peso de las colas de la distribución de las innovaciones del proceso de media puede no ser capturado por una distribución normal, se trabaja también con la distribución t . De este modo, se tiene:

$$\epsilon \sim t - student; f(\epsilon_t, v, \sigma^2) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{v}{2})} \left((v-2)\sigma_t^2 \right)^{-\frac{v+1}{2}} \left(1 + \frac{\epsilon_t^2}{(v-2)\sigma_t^2} \right)^{-\frac{v+1}{2}}; v > 2 \quad (8)$$

Donde v son los grados de libertad. El desarrollo de las funciones de verosimilitud, así como los algoritmos para la estimación de los parámetros para los modelos precedentes se puede encontrar detallado por Casas Monsegny y Cepeda Cuervo (2008).

3.3 Pruebas de volatilidad asimétrica

La serie de pruebas propuestas por Engle y Ng (1993), conocidas como pruebas de sesgo de signo y magnitud, brindan información para determinar la suficiencia de un modelo GARCH simétrico, o la necesidad de utilizar uno asimétrico.

En primer lugar, se define:

$$V_t = \frac{e_t}{\sqrt{\sigma_t^2}} \quad (9)$$

Donde e_t es el residuo estandarizado del modelo de media ($\epsilon_t - \hat{\epsilon}_t$), y se define z_{t-1} como un vector de funciones medibles del conjunto de información que incluye a e_{t-1} , tal que $V_t^2 = b_0 + b_1 z_{t-1} + v_t$, por lo que si el modelo está correctamente especificado $b_1=0$ y v_t son i.i.d. (independientes e idénticamente distribuidas). A partir de esta regresión se construyen pruebas individuales y conjuntas para evaluar la respuesta de los modelos.

La prueba de sesgo de signo se centra en el impacto diferenciado que las innovaciones positivas y negativas tienen en la volatilidad, y que no se haya capturado por el modelo. Está basada en un test t de significatividad del parámetro b_1 en la siguiente regresión.

$$V_t^2 = b_0 + b_1 D_t + z_{t-1} \gamma + v_t \quad (10)$$

donde D_t es una variable dummy que toma los valores:

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{si } \epsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{si } \epsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases}$$

La prueba de sesgo de magnitud negativo se basa en la significatividad del parámetro b_1 de la siguiente regresión:

$$V_t^2 = b_0 + b_1 D_t \epsilon_{t-1}^2 + z_{t-1} \gamma + v_t \quad (11)$$

Y la prueba de sesgo de magnitud positivo, en la significatividad del parámetro b_1 de la siguiente regresión:

$$V_t^2 = b_0 + b_1(1 - D_t) \epsilon_{t-1}^2 + z_{t-1} \gamma + v_t \quad (12)$$

Las pruebas de sesgo de magnitud negativo y positivo refieren a los efectos no capturados por el modelo generado por innovaciones pequeñas y grandes, negativas y positivas, respectivamente. Los efectos pueden evaluarse individualmente mediante pruebas t que verifiquen la significatividad de los parámetros b sobre las ecuaciones precedentes, o de forma conjunta a través de una prueba F , sobre la siguiente regresión múltiple:

$$V_t^2 = b_0 + b_1 D_t + b_2 D_t \epsilon_{t-1} + b_3 (1 - D_t) \epsilon_{t-1} + v_t \quad (13)$$

3.4. Métricas para la selección de modelos

La selección de modelos en primera instancia se realizó mediante la utilización de criterios de información. En particular, se utilizó el Criterio de Información de Schwarz (SIC) que toma la forma funcional:

$$SIC = -2 \ln(\hat{L}) + k \ln(n) \quad (14)$$

donde \hat{L} es la función de verosimilitud para el modelo, k es la cantidad de parámetros estimados

y n la cantidad de observaciones con las que se estimó.

Para la medición y evaluación de los errores de predicción obtenidos se utilizó la volatilidad como *proxy* de la volatilidad del proceso generador. Se utilizó como métrica de error el Error Medio Cuadrático (MSE):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\sigma_t^2 - r_t^2)^2 \quad (15)$$

donde r_t es el retorno al momento t , n es la cantidad de predicciones, σ_t^2 es la predicción de la varianza el momento t .

Las mismas métricas son empleadas también para el modelo de media, para lo cual σ se reemplaza por \hat{r} , indicando el retorno estimado.

Por último, para una fácil verificación sobre la utilidad del modelo de media para predecir el valor puntual de los retornos se recurrió al Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE) y a la Precisión Direccional Porcentual (DAC) que se definen como:

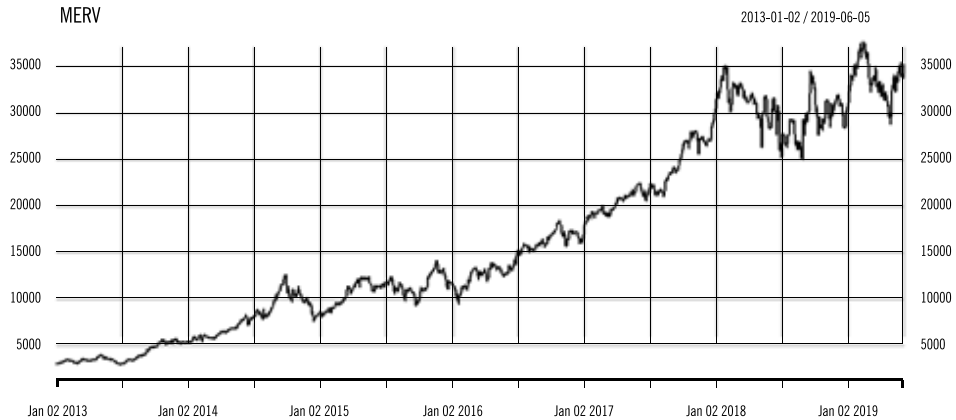
$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n 100 * \frac{\hat{r}_t}{r_t} \quad (16)$$

$$DAC = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n I_{F(r_t, \hat{r}_t)} \quad (17)$$

Donde $F(r_t, \hat{r}_t)$ es una función que toma el valor 1 si $signo(r_t) = signo(\hat{r}_t)$ y 0 en caso de que no coincidan.

4. Análisis econométrico

Figura 1. Serie histórica de la cotización de cierre del Merval



Fuente: *Elaboración Propia*

La serie consta de 1557 observaciones obtenidas de *Yahoo Finance*, comprendidas entre el 1º de enero de 2013 y el 6 de junio de 2019. La información de interés es el precio de cierre de cada día. En base a esta serie se obtienen los retornos logarítmicos

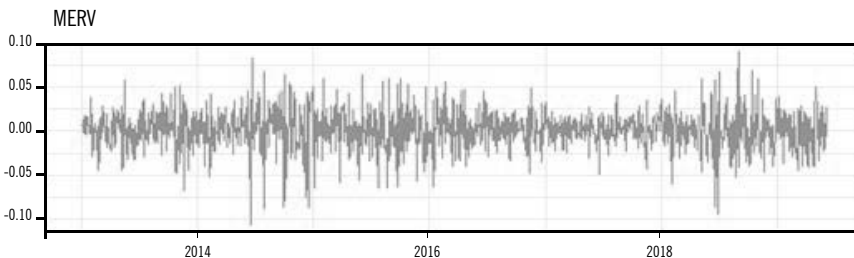
$$(r_t = \ln(\frac{P_t}{P_{t-1}}))$$

que conforman la serie cuyas características se busca modelizar. Esta fue dividida en un segmento

de 779 observaciones para la estimación del modelo (*Training Set*), y unas 778 observaciones restantes (*Validation Set*) para la evaluación del pronóstico.

Se comprobó que la serie de los retornos logarítmicos cumpliera con las dos condiciones iniciales para la modelización de la volatilidad mediante modelos GARCH. La estacionariedad de la serie se verificó mediante una combinación de análisis gráfico y pruebas de hipótesis (todas realizadas considerando un α del 5 %).

Figura 2. Serie de los retornos logarítmicos



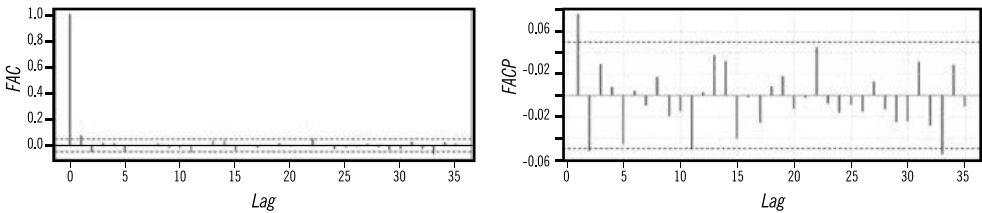
Fuente: *Elaboración Propia*

Tabla 1. Estadística descriptiva básica para la serie de retornos logarítmicas

| OBSERVACIONES | MEDIA | MEDIANA | VARIANZA | CURTOSIS | ASIMETRÍA |
|-----------------------|----------|----------|--------------|----------|------------|
| Serie Completa | | | | | |
| 1557 | 0.001593 | 0.002053 | 0.0004584217 | 5.039746 | -0.2820563 |
| Training Set | | | | | |
| 779 | 0.001896 | 0.002193 | 0.0005521895 | 4.630391 | -0.405446 |

Fuente: Elaboración propia.

Figura 3. Función de Autocorrelación y de Autocorrelación Parcial para la serie delog–retornos



Fuente: Elaboración Propia

Se efectuó la prueba de Dickey–Fuller aumentada (Said y Dickey, 1984), siguiendo el procedimiento descrito por Enders (2008), y se rechazó la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria ($\tau_3, H_0, \gamma = 0$).

Tabla 2. Test Dickey–Fuller aumentado para la serie

| τ | 1% | 5% | 10% |
|----------|-------|-------|-------|
| -28.3808 | -3.96 | -3.41 | -3.12 |

Fuente: Elaboración propia.

El resultado de la prueba ADF se complementó con la prueba de KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, y Shin, 1992) empleando una hipótesis nula de estacionariedad en tendencia y en media. Para ninguna de las dos alternativas se pudo rechazar H_0 .

Tabla 3. Prueba KPSS con dos Hipótesis Nulas alternativas

| τ | 1% | 5% | 10% |
|--------|-------|-------|-------|
| 0.023 | 0.216 | 0.146 | 0.119 |
| μ | 1% | 5% | 10% |
| 0.1452 | 0.739 | 0.463 | 0.347 |

Fuente: Elaboración propia.

En base a estos resultados empíricos se concluye que no hay evidencia de no estacionariedad. En segundo término se procedió a verificar que existiera agrupamiento de la volatilidad en el proceso. A este fin, se realizó el test de Multiplicadores de Lagrange descrito por Engle, con una hipótesis nula de inexistencia de efecto ARCH.

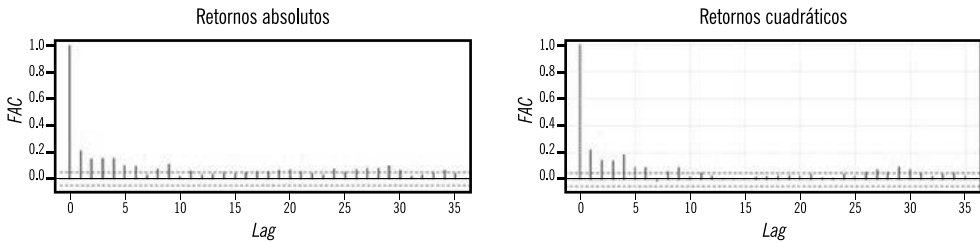
Como es esperado, las observaciones de los retornos se muestran incorrelacionadas, pero hay indicios gráficos y empíricos de correlación tanto en el valor absoluto como en el cuadrado de las observaciones, y la prueba LM también dan indicios de tal efecto. De este modo, quedan verificadas las condiciones necesarias para modelizar utilizando la familia de modelos de heterocedasticidad condicional.

Tabla 4. Prueba de Multiplicadores de Lagrange

| χ^2 | P-VALUE |
|----------|---------|
| 147.71 | 0 |

Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 4. Función de Autocorrelación para los retornos absolutos y cuadráticos.



Fuente: *Elaboración Propia.*

5. Selección de modelos

Se especificaron dentro de la muestra las combinaciones posibles de modelos híbridos ARMA–GARCH, ARMA–E–GARCH y ARMA–GJR–GARCH de orden p , q , r y s desde $(0, 0, 1, 0)$ hasta $(2, 2, 4, 4)$ asumiendo innovaciones con distribución normal y con distribución t –*Student*, contabilizando 720 modelos. Los modelos dentro de la muestra fueron seleccionados y jerarquizados mediante su bondad de ajuste, utilizando el criterio SIC. Se verificó que los modelos de varianza estimados lograran capturar todo componente sistemático, para lo cual se realizó un *test* Q de Ljung–Box sobre sus residuos a fin de establecer la incorrelación de los mismos, y la inexistencia de efecto ARCH. También se constató que los parámetros cumplan con la restricción de no negatividad (para las especificaciones GARCH y

GJR–GARCH) y que su suma no supere la unidad. Por último, se practicaron las pruebas de sesgo de signo y magnitud que revelaron la necesidad de optar por modelos asimétricos. Entre estos, el análisis mostró que los modelos E–GARCH logran capturar la asimetría de manera más efectiva que los GJR–GARCH, y que la distribución t –*Student*, ajusta mejor a los datos dentro de la muestra. Para la totalidad de modelos se realizó un *rolling–forecast* a 1 período y se obtuvo el MSE.

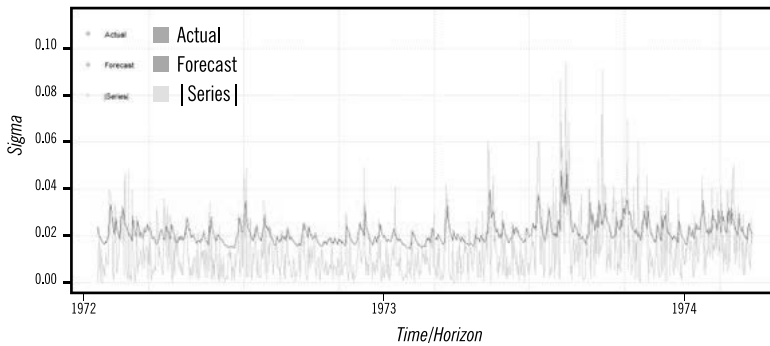
La elección del MSE como métrica de error de predicción tiene por objeto lograr una mayor penalización (frente a otras métricas tales como el MAE, habituales también en la literatura econométrica) ante grandes desviaciones entre la volatilidad pronosticada y la realizada (según el *proxy* elegido).

Tabla 5. Mejores modelos por Schwarz: Especificación del modelo, distribución de los residuos, SIC, MSE y MAE para el modelo de varianza

| (p,q) – (r,s) | ESPECIFICACIÓN | SIC | MSE |
|---------------|----------------|--------------|----------------------|
| (2,0)–(1,1) | E-GARCH-t | -4.726569064 | 5,28543667873296e-7 |
| (2,1)–(1,1) | E-GARCH-t | -4.724281102 | 5.27114690769544 e-7 |

Fuente: Elaboración propia.

Figura 5. Rolling Forecast de estimador de volatilidad contra serie actual para E-GARCH-t (2,0)–(1,1)



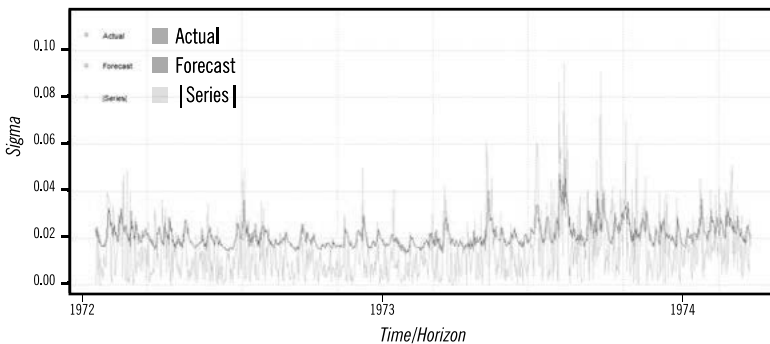
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6. Mejores Modelos por MSE: Especificación del modelo, distribución de los residuos, SIC, MSE y MAE para el modelo de varianza.

| (p,q) – (r,s) | ESPECIFICACIÓN | SIC | MSE |
|---------------|----------------|--------------|---------------------|
| (1,2)–(3,3) | E-GARCH-N | -4.664631918 | 5,23417056818824e-7 |
| (2,1)–(2,1) | E-GARCH-N | -4.686264295 | 5,23728180256075e-7 |

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6. Rolling forecast de estimador de volatilidad contra serie actual para E-GARCH-N (1,2)–(3,3)



Fuente: Elaboración propia.

6. Análisis de los modelos

Tabla 7. Parámetros estimados para los mejores modelos dentro y fuera de la muestra

| PARÁMETRO | (2,1) – (1,1) | (2,0) – (1,1) | (2,1) – (2,1) | (1,2) – (3,3) |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| φ_1 | -0.84101 | 0.069078 | -0.843341 | -0.955180 |
| φ_2 | 0.10047 | 0.049332 | 0.11589 | 0 |
| θ_1 | 0.91377 | 0 | 0.911857 | 1.036703 |
| θ_2 | 0 | 0 | 0 | 0.120434 |
| μ | -1.56762 | -1.532244 | -1.599649 | -2.248711 |
| α_1 | -0.18351 | -0.176673 | -0.178615 | -0.148956 |
| α_2 | 0 | 0 | 0.019068 | -0.142281 |
| α_3 | 0 | 0 | 0 | 0.108786 |
| β_1 | 0.79134 | 0.795822 | 0.786439 | 0.231797 |
| β_2 | 0 | 0 | 0 | 0.785212 |
| β_3 | 0 | 0 | 0 | -0.316044 |
| γ_1 | 0.27190 | 0.265488 | 0.199232 | 0.215436 |
| γ_2 | 0 | 0 | 0.092401 | 0.180826 |
| γ_3 | 0 | 0 | 0 | 0.032581 |

Fuente: *Elaboración propia.*

El ARMA(2,0)–E–GARCH– t (1,1) posee un parámetro no significativo (φ_2). La estabilidad de estos se evalúa a través de la prueba de Nyblom–Hansen (B. E. Hansen, 1992; Nyblom, 1989), la cual no da indicios de inestabilidad ni de forma individual ni conjunta. Rechaza la hipótesis nula de la prueba de bondad de ajuste de Pearson con respecto a la distribución elegida y logra capturar la totalidad del componente sistemático de modo que no hay evidencia de correlación en sus residuos ni residuos cuadráticos. Por último, el modelo logra superar las pruebas de sesgo de signos. El ARMA(2,1)–E–GARCH– t (1,1) posee parámetros significativos. No hay indicios de inestabilidad. Tampoco presenta problemas de ajuste a la distribución elegida de acuerdo con la prueba χ^2 de Pearson. No hay asimetría no capturada por el modelo. El ARMA(1,2)–E–GARCH– N (3,3) posee dos parámetros no significativos (β_1 y γ_3), ningún parámetro inestable y logra capturar la asimetría de acuerdo con la prueba de sesgo de signos, así como no existe

evidencia de correlación en sus residuos ni residuos cuadráticos. El ARMA(2,1)–E–GARCH– N (2,1), posee un parámetro no significativo (ϕ_2), aunque no presenta inestabilidad de acuerdo con la prueba de Nyblom y Hansen. Está correctamente especificado en términos de capturar la asimetría y de incorrelación de sus residuos.

A continuación se evalúa la diferencia en la capacidad predictiva del ARMA(2,1)–E–GARCH– t (1,1) y aquella de los mejores modelos en cuanto a predicción fuera de la muestra. Se utiliza la siguiente forma funcional para la diferencia relativa:

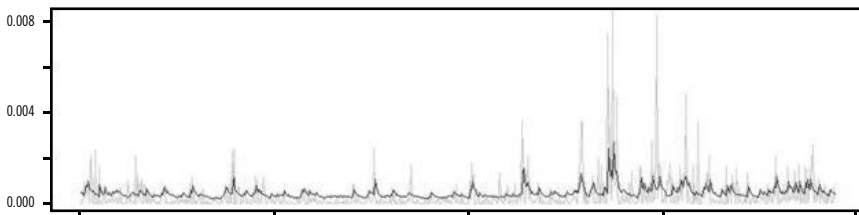
$$DR = \frac{MSEa - MSEb}{MSEa} \quad (10)$$

Donde MSE es la métrica para el mejor modelo de acuerdo con el criterio SIC, y MES es la métrica para el modelo con mejor capacidad predictiva. Al comparar la capacidad predictiva del ARMA(2,0)–E–GARCH– t (1,1) y el El ARMA(1,2)–E–GARCH– N (3,3) se obtiene un valor de DF 0.009699503, y al

comparar con el ARMA(2,1)-E-GARCH-N(2,1) se obtiene un valor de 0.00911086. Al comparar el El ARMA(2,1)-E-GARCH-t(1,1) con el El ARMA(1,2)-E-GARCH-N(3,3), el valor es de 0.007014857, y de 0.006424618 al compararlo con el ARMA(2,1)-E-

GARCH-N(2,1). Los resultados obtenidos no son significativos, es decir que la capacidad predictiva de los modelos elegidos por criterio SIC no es significativamente inferior a la de los modelos que mejor predicen de acuerdo con el criterio MSE.

Figura 7. Volatilidad pronosticada (negro) para el ARMA(2,1)-E-GARCH-t(1,1) contra retornos cuadráticos (gris)



Fuente: *Elaboración Propia.*

Tabla 8. Especificación del modelo, distribución de los residuos y MAPE para el modelo de media

| $(p,q) - (r,s)$ | ESPECIFICACIÓN | MAPE(*%100) |
|-----------------|----------------|-------------|
| (2,0)-(1,1) | E-GARCH-t | 1.158043889 |
| (2,1)-(1,1) | E-GARCH-t | 1.141998864 |
| (1,2)-(3,3) | E-GARCH-N | 1.250984066 |
| (2,1)-(2,1) | E-GARCH-N | 1.267117836 |

Fuente: *Elaboración propia.*

Por último, se validó la hipótesis de la incapacidad de predicción puntual mediante el empleo de estos modelos híbridos. Para ello, se recurrió a métricas de error de predicción y se seleccionaron dos métricas (MAPE y DAC). La elección del DAC recae sobre el escenario en que conocer el signo de un retorno es útil para los agentes para la toma de decisiones de inversión (compra o venta). Esta métrica apunta a la decisión global de retener, vender o adquirir participaciones en el mercado financiero argentino, pero no a la cuantificación puntual. Esto se traduce en que si la métrica de precisión direccional fuera elevada, es decir, si el signo del retorno pronosticado coinci-

diera en un gran porcentaje de observaciones con el signo del retorno real, el modelo podría resultar una herramienta útil para el operador público o privado que tuviera que tomar decisiones, pero aun así resultaría insuficiente para la elaboración de una estrategia o política, puesto que los días en que el signo del retorno pronosticado no coincidiera con el retorno real podrían significar pérdidas que sobrecompensarán los beneficios acumulados.

Por lo tanto, se recurrió también al MAPE como métrica auxiliar. Esta indica cuál es la divergencia en términos porcentuales entre el valor pronosticado y el valor observado, y por lo tanto da cuenta de la utilidad real de la estimación para metodologías puntuales, como lo puede ser la compra de una opción (en este apartado está implícito que el agente reconstruye la serie de precios a partir de la serie de retornos para la toma de estas decisiones).

Los resultados del análisis evidencian que la precisión direccional de las predicciones está en torno al 55 % para todos los modelos. Por su parte, los valores del MAPE indican divergencias de más del 100 % entre los valores pronosticados y los valores observados.

Estos resultados son consecuentes con la literatura consultada. La predicción de valores puntuales de los retornos (y por ende de los precios) del Merval no es asequible mediante los modelos aquí propuestos, y esto le suma importancia al análisis de su volatilidad.

Conclusiones

Este trabajo modelizó la volatilidad de los retornos para la serie del Merval entre el 1° de enero de 2013 y el 6 de junio del 2019, utilizando modelos ARMA–GARCH, E–GARCH y GJR–GARCH, distribuciones normal y t , y empleando observaciones fuera de la muestra para la validación de modelos.

7. Resultados

Los resultados de la investigación constatan la existencia de heteroscedasticidad condicionada y asimetría en la volatilidad lo cual justifica la necesidad del empleo de modelos asimétricos. La superior performance de los modelos E–GARCH $\sim t(1,1)$ dentro de la muestra queda constatada, juntamente con el hallazgo de que su poder predictivo fuera de la muestra no es significativamente inferior al de otros modelos evaluados. Estas observaciones se condicen con los resultados de estudios similares para otros índices bursátiles obtenidos por Sinha, van Dijk y Wiphatthanananthakul y Sriboonchitta.

Implicancias

Finalmente, queda discutir la utilidad de un modelo como el desarrollado. Como expusimos previamente en la sección 2.3, queda claro que la relación entre la volatilidad del mercado de valores y la volatilidad fundamental se encuentran inextricable. Frente a esta realidad, consideramos que la disposición de un modelo capaz de determinar la volatilidad presente y futura es vital para los diversos agentes económicos. Para el sector privado, por un lado, resulta indispensable comprender la varianza de la serie al margen de la imposibilidad de predecir cotizaciones futuras, a modo de dirigir sus decisiones de cartera de la mejor manera posible, o al menos, siendo consciente del riesgo presente a cada momento. Para el sector público, y los hacedores de política fundamentalmente, creemos que la modelización de volatilidad es tanto o más crucial, pues es una herramienta clave para la comprensión del riesgo presente, posibilitando la construcción de estrategias que contemplen al mismo y brindando una ventana hacia las herramientas típicas de los agentes del sector privado.

Alcance

La investigación se limitó a un conjunto y familia de modelos con distribuciones normales y t –Student. A futuro, resulta pertinente expandir el estudio de la volatilidad a otras distribuciones de error, emplear modelos multivariados o recurrir a modelos de volatilidad estocástica.

Referencias bibliográficas

- Andersen, T.G. y Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International economic review*, 39(4), 885–905. doi:10.2307/2527343.
- Andersson, O. y Haglund, E. (2015). Financial econometrics: A comparison of garch type model performances when forecasting VaR.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (31), 307–327.
- Bordo, M. y Meissner, C. (2012). Does inequality lead to a financial crisis? *Journal of International Money and Finance*, 31(8), 2147–2161.
- Box, G. y Jenkins, G. (1970). Time series analysis—forecasting and control. San Francisco: Holden day.
- Casas Monsegny, M. y Cepeda Cuervo, E. (2008). Modelos arch, garch y egarch: aplicaciones a series financieras. *Cuadernos de economía*, 27(48), 287–319.
- Chiu, C.W.J., Harris, R.D., Stoja, E. & Chin, M. (2018). Financial market volatility, macroeconomic fundamentals and investor sentiment. *Journal of Banking & Finance*, 92, 130–145.
- De Souza, T. y Larre, T. (2018). *Inestabilidad financiera y macroeconómica, ¿Cuál es su impacto en el crecimiento inclusivo de las economías emergentes?* Pendiente de publicación.
- Dombou–Tagne, D. (2017) Stock markets, volatility and economic growth: evidence from Cameroon, Ivory Coast and Nigeri, <https://ideas.repec.org/a/ipn/panora/v12y2017i24p145–175.html>
- Engle, R.F. y Ng, V.K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility, *The journal of finance*, 48(5), 1749–1778.
- Engle, R. GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics. *Journal of economic perspectives* 15, no. 4 (2001): 157–168.
- Fama, E. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417. doi:10.2307/2325486
- Fama, E.F. (1995). Random walks in stock market prices, *Financial analysts journal*, 51(1), 75–80.
- Glosten, L.R., Jagannathan, R. y Runkle, D.E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks, *The journal of finance*, 48(5), 1779–1801.
- Hansen, B.E. (1992). Testing for parameter instability in linear models, *Journal of policy Modeling*, 14 (4), 517–533.
- Hansen, P.R. y Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a garch (1, 1)? *Journal of applied econometrics*, 20 (7), 873–889.
- Kannadhasan, M., Thakur, B.P.S., Aramvalarthan, S., y Radhakrishnan, A. (2018). Modelling volatility in emerging capital market: The case of indian capital market. *Academy of Accounting and Financial Studies Journal*, 22(1), 1–11.
- Krugman, P. (2010). *Inequality and crises*. New York Times blog The Conscience of a Liberal, <http://krugman.blogs.nytimes.com/2010/06/28/inequality-and-crises>.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P.C., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of econometrics*, 54 (1–3), 159–178.
- Lamoureux, C.G. & Lastrapes, W.D. (1990). Heteroskedasticity in stock return data: Volume versus GARCH effects. *The journal of finance*, 45(1), 221–229.
- Mad'ar, M. (2015). Multivariate GARCH.
- Mandelbrot, B. (1963). New methods in statistical economics. *Journal of political economy*, 71(5), 421–440.
- Milanovic, B. (2009). Two views on the cause of the global crisis. YaleGlobal Online, <http://yaleglobal.yale.edu/content/two-views-global-crisis>
- Nelson, D.B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica*, 59(2), 347–370.
- Nyblom, J. (1989). Testing for the constancy of parameters over time, *Journal of the American Statistical Association*, 84(405), 223–230.
- Oseni, I.O. & Nwosa, P.I. (2011). Stock market volatility and macroeconomic variables volatility in Nigeria: An exponential GARCH approach, *Journal of Economics and Sustainable Development*, 2(10), 28–42.

- Said, S.E. y Dickey, D.A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive–moving average models of unknown order. *Biometrika*, 71 (3), 599–607.
- Schwert, G.W. (1989). Why does stock market volatility change over time? *The Journal of Finance*, 44(5), 1115–1153.
- Sinha, B. (2012). Determining historical volatility in emerging markets using advanced GARCH models.
- Ugurlu, E., Thalassinos, E., Muratoglu, Y. y cols. (2012). Modeling volatility in the stock markets using garch models: European emerging economies and turkey. En *Annual international meeting for international conference on applied business and economics, nicosia, cyprus*.
- Van Dijk, D. (2003). Forecasting emerging equity market volatility using nonlinear garch models, *IFAC Proceedings Volumes*, 36(16), 221–226.
- Wiphatthananthakul, C. y Sriboonchitta, S. (2010). The comparison among arma–garch,–egarch,–gjr, and–pgarch models on thailand volatility index, *The Thailand Econometrics Society*, 2(2), 140–148.
- Wold, H.O. y cols. (1948). On prediction in stationary time series, *The Annals of Mathematical Statistics*, 19(4), 558–567.
- Diebold, F. X., & Yilmaz, K. (2008). Macroeconomic volatility and stock market volatility, worldwide (No. w14269). National Bureau of Economic Research.

Registro bibliográfico

Larre, T.F., Auza, J. (2020). Modelización financiera mediante modelos híbridos Arima–Garch: evidencia para Argentina. *Revista Ciencias Económicas*, 16 (02), 29–45.