

ESPACIOS ALTERNATIVOS

ALGUNOS PASOS EN UN CAMINO SIN ALTERNATIVAS

ARQ. ROBERTO DOBERTI ■

PROFESOR TITULAR

DIRECTOR DEL CENTRO DE INVESTIGACIONES

LABORATORIO DE MORFOLOGÍA

Y COORDINADOR DEL DOCTORADO FADU, UBA

Este texto toma como fuentes directas la ponencia presentada en el Segundo Congreso Internacional Mathematics & Design 98 realizado en San Sebastián y la Conferencia dictada en ese evento.

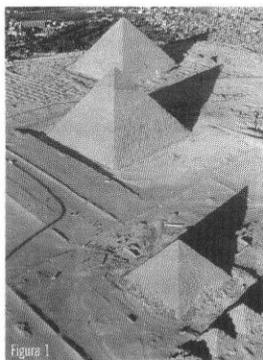


Figura 1

1. Un nexo antiguo, profundo y fructífero

Estoy intentando rememorar y actualizar una práctica, una producción y un ritual que nos vienen de remotos tiempos, que fue realizado por muy diversas culturas y que tuvo su consagración en la Grecia que iluminó al mundo.

Estas actividades fueron actualizadas y ampliadas en diferentes circunstancias por nobles y brillantes actores. Las catedrales góticas nos presentan una fascinación acrecentada por sus claves secretas; con el protagonismo de Brunelleschi, de Uccello, de Leonardo, de Alberti y otros más, el Renacimiento indicó un camino cuya traza aún perdura.^{(1) (2) (3)}

Esas acciones y actitudes que celebramos y ejercitamos en este Congreso de San Sebastián, son consecuencia del vínculo profundo entre la matemática y el diseño.

El valor instrumental de la matemática en la práctica proyectual no es escaso ni desdeñable. Su capacidad para rigorigar los criterios de selección y para operar como un cálculo los comportamientos del ambiente y de los materiales es útil y ya casi inexcusable.

Sin embargo, ese nexo está situado antes y es más profundo, está en los fundamentos de ambas disciplinas y deviene en maravillosa confluencia.

Matemática y diseño son los procedimientos básicos con los que los seres humanos abordan la comprensión y el dominio del espacio. *La figura 1* ostenta un ejemplo contundente al respecto.

Instancias decisivas del desarrollo matemático se plantearon como problemas de diseño o en relación con elementos diseñados. Son memorables ejemplos de ello la medición de la altura de la pirámide comparando su sombra con la arrojada por un objeto de altura conocida, o la célebre pregunta sobre la longitud del lado del basamento cúbico que duplicara al existente para afirmar a la deidad en Delos.^{(4) (5)} Preguntas y respuestas menos formalizadas pero no menos relevantes y afinadas se realizaron en las culturas americanas originales o en la India, donde no se temía la multiplicación exacerbada de los ciclos y los seres para



Figura 2

desarrollar las concepciones cosmológicas.

La elaboración de la perspectiva —ese hito conceptual desde donde se desplegará la modernidad— es obra indisolublemente ligada del diseño y la matemática. Su rigurosa sistematicidad, su jugueteo gráfico y teórico con el infinito y lo infinitesimal en ese inalcanzable pero determinante punto de fuga, sus transformaciones de la platónica circularidad en la elipse, o más exactamente en el repertorio completo de las cónicas, y en suma, todos sus componentes y lecturas matemáticas, no alejaron sino que entusiasmaron a los artistas y diseñadores, a aquellos que previamente la habían construido en las artes de la Pintura y la Arquitectura.⁽⁶⁾

También estuvieron cercanos quienes varios siglos después hicieron estallar desde el diseño y desde la matemática el paradigma de la perspectiva.^{(7) (8)} El Cubismo, el Futurismo, el Neoplasticismo o el Constructivismo se ligaron fáctica y emocionalmente con las geometrías no euclidianas y los espacios tetradimensionales. (figura 2)

Es según la línea de esas huellas por donde encamino mis pasos o en los eslabones de ese vínculo donde pretendo anudar esta reflexión y estas propuestas.

2. Espacio y espacialidad

Nacer y vivir en el espacio, ocuparlo corporalmente, desplazarse a través de él, confirmar permanentemente su existencia por medio de las sensaciones visuales, táctiles, auditivas y de todas aquellas otras que refieren a la orientación o la ubicación, es una condición inexorable del ser humano. El espacio, al igual que el tiempo, la materia, la procreación o la muerte, funciona como un marco natural, necesario y determinante de nuestra vida.

Sin embargo, lo verdaderamente definitorio o constituyente de la estructura específica de la humanidad es que estos marcos no son datos sino incógnitas. También podría enunciarse que no son constantes sino variables, y por ello son la justificación de sus múltiples interpretaciones y el origen y el fundamento de la diversidad de las prácticas sociales.

Son en definitiva, posibilidad y exigencia de “construccio-

nes”, delimitación y amplitud de la historicidad.

Su condición es paradójica: por una parte, el espacio es anterior y externo a nosotros, y en ese sentido es objetivo, su existencia no depende del acuerdo o aceptación de subjetividad alguna; por otra parte, sus rasgos o propiedades no nos son revelados sino que se pliegan a nuestra capacidad de configuración. El espacio “es” pero no dice “qué es”, se constituye paradójicamente en una “objetividad indeterminada”.

Esta “objetividad indeterminada” es la base explicativa de la elaboración de culturas diferenciadas y de las identidades personales. Es también el lugar —generado por la



Figura 3

escisión o resquicio que produce toda paradoja— para la búsqueda de síntesis que apunten conjuntamente al plano de la comprensión racional y de la emoción sensible. Matemática y diseño tienen una raíz y un objetivo en común: son intentos de “instalar el mundo”. No se trata de acomodamientos más o menos sutiles para “instalarse en el mundo”, porque ello supondría que ya está dado y predeterminado. (figuras 3 y 4)

Más específicamente, podemos decir que frente a esa objetividad indeterminada del espacio, la matemática y el diseño son los intentos más exitosos y perdurables para definir espacialidades, es decir, para postular y manifestar



Figura 4

consistencias posibles y siempre precarias o mutables del espacio. En rigor, matemática y diseño no tienen otra alternativa que generar espacios alternativos. No pueden aspirar a más, pero reconozcamos que las más nobles, excelsas, imaginativas y bellas espacialidades son frutos de su quehacer.

Vamos a presentar dos espacialidades pensadas desde dos anhelos confluentes: desde los requerimientos de miradas renovadas y creativas en tanto arquitectos y diseñadores, y desde la exigencia de consistencia lógica y rigor sistemático que nos devuelve nuestra admiración y nuestra fruición por la geometría.

Mostraremos como alternativas a la espacialidad de la perspectiva clásica, una sistemática que podemos denominar perspectiva hiperbólica, y a la espacialidad cartesiana, una organización a la que llamamos espacio unitario recíproco.

Debe entenderse que esta propuesta de alternativas es también valoración de esas espacialidades sobre las que se apoyó la modernidad y un homenaje a quienes las crearon, las instituyeron y las hicieron concreto cauce para nuestra mirada y nuestra capacidad de estructurar los ámbitos de nuestro habitar.

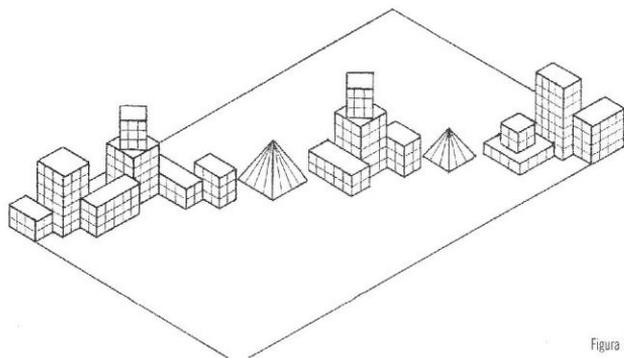


Figura 5

3. La perspectiva hiperbólica

Los distintos sistemas de representación del espacio tridimensional constituyen espacialidades diferentes porque cada uno de ellos implica —a través de su estructura lógico-geométrica— específicas relaciones entre los objetos observados y el sujeto observador.

Así la axonometría establece un lugar de los objetos que el observador controla en totalidad y del que se excluye. En consecuencia, un objeto puede estar delante o detrás de otro, puede estar a su izquierda o su derecha, por encima o debajo. Incluso estas posiciones pueden medirse con exactitud en el sistema, pero no puede decirse que algo esté próximo o lejano puesto que el observador mira desde una infinitud ajena al ámbito que dibuja.

La *figura 5* que representa un conjunto realizado con elementos prismáticos y piramidales muestra esas posibilidades y esa ausencia. La espacialidad axonométrica se determina significativamente como una pura red de relaciones entre objetos.

La perspectiva clásica construye una espacialidad en la que

están involucrados conjuntamente los objetos observados y el sujeto observador.

Lo cercano y lo lejano son categorías aquí operables y por otra parte, no todo es controlado o reconocido por esa mirada

perspectivica. La *figura 6* muestra una perspectiva

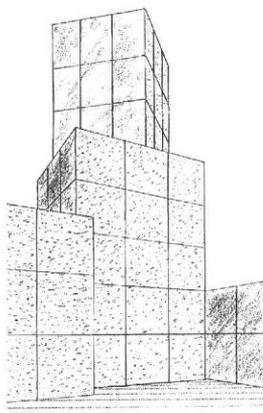
construida sobre la misma base de elementos prismáticos.

La ubicación del observador, la elección del punto de vista es lo que determina al conjunto, es el verdadero centro referencial de la espacialidad de la perspectiva clásica.⁽⁹⁾ Se ha señalado muchas veces el

carácter estático y simbólico de esta espacialidad, conjuntamente con la limitación del ángulo visual que establece y delimita la imagen. También se remarcó que la interacción del tiempo y el espacio que parece subyacer a las propuestas del diseño y el arte de este siglo está ausente, o mejor dicho, no está significada en la espacialidad de la Perspectiva tradicional.⁽¹⁰⁾

La perspectiva hiperbólica sintetiza rasgos de los dos sistemas mencionados. Por una parte, incluye al observador en el mismo ámbito que contiene a lo observado, es decir, que siguen teniendo sentido las nociones de lejanía y cercanía y, por otra parte, la mirada no está limitada y

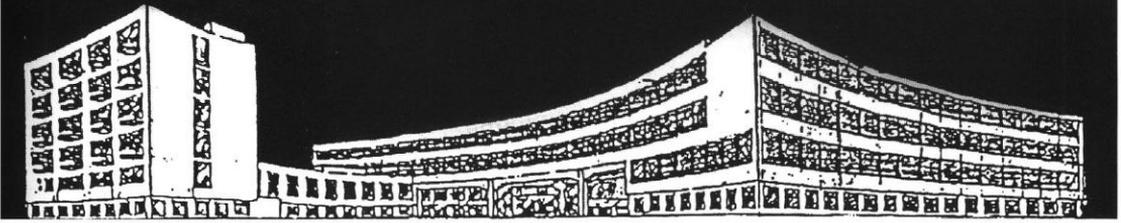
Figura 6



carácter estático y simbólico de esta espacialidad, conjuntamente con la limitación del ángulo visual que establece y delimita la imagen. También se remarcó que la interacción del tiempo y el espacio que parece subyacer a las propuestas del diseño y el arte de este siglo está ausente, o mejor dicho, no está significada en la espacialidad de la Perspectiva tradicional.⁽¹⁰⁾

La perspectiva hiperbólica sintetiza rasgos de los dos sistemas mencionados. Por una parte, incluye al observador en el mismo ámbito que contiene a lo observado, es decir, que siguen teniendo sentido las nociones de lejanía y cercanía y, por otra parte, la mirada no está limitada y

Figura 7



focalizada por un cono visual sino que puede extenderse ilimitadamente. La espacialidad de la perspectiva hiperbólica porta conjuntamente las nociones de continuidad, desplazamiento y tiempo. Debe entenderse que esta portación de significados no implica una translación mecánica de dichas nociones al dibujo; se trata específicamente de una mención simbólica, de una correspondencia sistemática y convencional.

Todo esto puede apreciarse en la *figura 7* que representa esquemáticamente el famoso edificio de la Bauhaus, edificio que se resistió a la perspectiva clásica —y al mecanismo de su transferencia en la fotografía habitual— no por casualidad, sino precisamente porque no fue concebido en el marco perceptual, conceptual y simbólico de la espacialidad perspectíca.

La perspectiva hiperbólica es una demostración de la multiplicidad de convenciones posibles, ostenta su origen artificial, dice desde su notoria articulación codificadora que los sistemas de representación no pertenecen al orden de lo natural, que no reproducen o copian la experiencia sino que la orientan o condicionan.⁽¹¹⁾

Podemos verificar un gradiente de los tres sistemas como progresivo alejamiento de la objetividad tridimensional a favor de los atributos o calificaciones de las espacialidades que generan. En particular esto es fácilmente reconocible si se atiende a la representación de las rectas: en la

axonometría las rectas que son paralelas en la tridimensionalidad conservan su paralelismo en el dibujo, en la perspectiva clásica las rectas paralelas, en general, se representan como convergentes a un punto, en la perspectiva hiperbólica las rectas, en general, se muestran como ramas de hipérbolas, siendo éste el motivo que fundamenta el nombre asignado

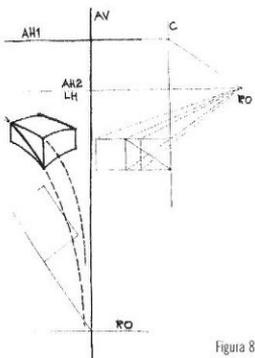


Figura 8

al sistema.

Para ser más precisos, digamos que las hipérbolas en cuestión son hipérbolas equiláteras y que hemos desarrollado procedimientos gráficos simples que permiten definir sus asíntotas; tanto cuando se trata de rectas horizontales o de rectas con pendiente. (*figura 8*)

Desde el punto de vista geométrico, todo sistema de representación gráfica es una proyección, y en particular para los sistemas mencionados se trata de proyecciones sobre un plano. Si la proyección está bien definida, se garantizará la consistencia del sistema y pueden demostrarse cada una de sus propiedades y establecerse las normativas para el ejercicio del dibujo.

Recordemos sintéticamente los diferentes tipos de proyección. La axonometría es una proyección cilíndrica o de proyectantes paralelas; podríamos decir que en ella el origen de las visuales está en el infinito. La perspectiva clásica es una proyección cónica o focal; podríamos ahora decir que el origen de las visuales es ese punto focal que es también la imagen del ojo de un observador inmóvil.

La perspectiva hiperbólica exige o implica un nuevo tipo de proyección: se trata de una proyección conoídica o rectilínea dirigida. (*figura 9*)

Aquí las visuales se originan en una recta y se ubican en planos normales a esa dirección. En la perspectiva hiperbólica esa recta es la imagen o mención codificada de un observador en movimiento, capaz de recorrer el lugar que representa y que, por otra parte, se encuentra siempre frente a la escena o, lo que es equivalente, se posiciona sin sufrir desviaciones o las alteraciones propias de las miradas oblicuas o angulares.

Recuperemos la imagen de la *figura 5* que contiene el

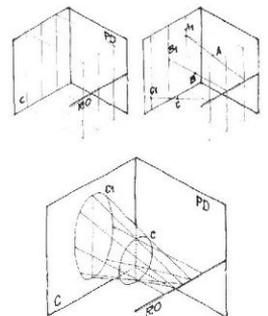
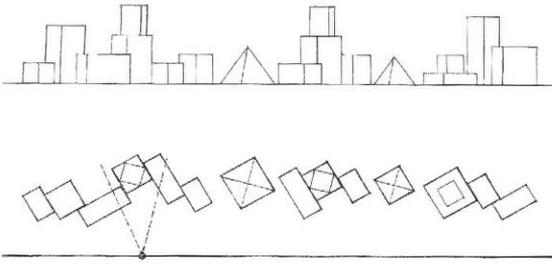


Figura 9

Figura 10



dibujo axonométrico de un conjunto relativamente extenso de formas prismáticas y piramidales, imagen de la que habíamos señalado la condición estricta o meramente objetual de la espacialidad que impone o desarrolla. La *figura 10* contiene los geometrales –proyección horizontal y vertical– de ese conjunto pero también contiene algo muy importante para nuestro trabajo: contiene la línea que demarca el recorrido de nuestro observador en perspectiva hiperbólica. Asimismo se ha marcado en el gráfico la ubicación puntual y la amplitud visual de un observador inmóvil que según los principios de la perspectiva clásica posibilitó la representación de la *figura 6*, con los límites a la mirada que ese sistema impone a un sujeto que no tiene otra posibilidad de elegir un sector y abandonar en ese dibujo a todos los demás.

La *figura 11*, o más precisamente el conjunto de imágenes concatenadas que la constituyen, muestra los resultados de una visión integral o completa del conjunto. La visión de una imagen totalizadora, capaz de incluir la inmersión del sujeto en el espacio representado, de un sujeto que mira de más cerca o más lejos a la vez que desarrolla un recorrido sin límite prefijado. Asimismo, la *figura 11* señala algo más, algo muy importante para las prácticas del diseño; en esa perspectiva hiperbólica se realizaron procesos de elaboración de los elementos dibujados: se realizaron caladuras, sustracciones de módulos y otra operaciones proyectuales. La perspectiva hiperbólica, como cualquier procedimiento de dibujo sistemático, debe ser más que un instrumento de representación, debe ser un instrumento de pre-figuración, de transformación, de invención. Por último, debe señalarse que la espacialidad aquí ejemplificada propone una cadencia de las curvaturas, una armonía ondulatoria, en definitiva, propone la formulación de una estética particular. Esta estética parece fuertemente vinculada con la sensibilidad contemporánea y claramente ligada a las necesidades de superación de los encuadres rígidos, sin perder por ello los atributos de la consistencia lógica y la rigurosidad constructiva. Si el dibujo que acabamos de analizar parece remitir al campo del diseño arquitectónico, la *figura 12* constituye una aplicación de la perspectiva hiperbólica en el contexto

específico del diseño gráfico donde el valor de la imagen, la calidad metafórica y el uso consciente de las connotaciones son elementos constitutivos de ese cuerpo de la disciplina del diseño.

4. El espacio unitario recíproco

Se trata, en lo esencial, de la propuesta de una espacialidad. La propuesta está caracterizada y construida a partir de la operación de “reciprocidad”, la que funciona como instrumento para controlar y visualizar la noción de infinitud. Esta simple operación –que asocia a todo valor numérico n el valor $1/n$, quedando así definidos como recíprocos–, sin embargo, la base y la llave maestra para una construcción de espacialidad que se distingue y en cierto sentido se opone a la versión cartesiana cuyos rasgos dominantes son la homogeneidad y la ilimitación inaccesible.⁽¹²⁾

La espacialidad que proponemos no sólo resulta lógicamente consistente sino que a la vez predispone a un particular análisis de las formas, a la creación de nuevas formas y al reconocimiento de inéditos criterios de armonía. Es alentador verificar que numerosas configuraciones que fueron utilizadas intuitiva y frecuentemente en el diseño contemporáneo se corresponden con formas que se generan de manera simple y rigurosa en el espacio unitario recíproco.

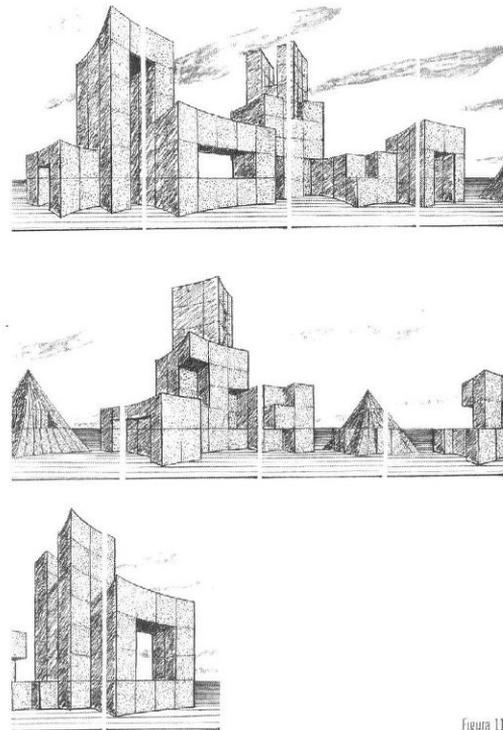


Figura 11



Figura 12

Esta espacialidad contiene y asocia “sitios” o sectores diferenciados –el “sitio” central de la homogeneidad o métrica constante y los “sitios” reglados según métricas variables– y su consecuencia es que la ilimitación resulta abarcable, que el infinito se convierte en observable, que el infinito se convierte en observable. (figura 13)

Pasamos así de una uniformidad inextinguible que subsume en un desierto sin marcas, a un modelo que puede organizarse como entidad totalizadora y centralizarse voluntariamente. La codificación del espacio unitario recíproco posibilita operaciones que hacen factible la visualización y la construcción material. Estas operaciones son las que habilitan un sentido para la relación del sujeto con los objetos que se pueden inscribir en esa espacialidad, promoviendo y delimitando una estética, es decir un modo particular de “regular el estar de las cosas” y estructurar su valor sensible.

El espacio unitario recíproco se determina estableciendo el siguiente modo de integración para cada semieje positivo, obteniéndose los semiejes negativos por simetría refleja:

- * para los valores entre cero y uno los puntos siguen la métrica homogénea habitual.
- * para cualquier valor real n mayor que uno se establece primero su recíproco ($1/n$), luego la diferencia ($1 - 1/n$), esta diferencia se suma a 1, de manera que a todo n mayor que 1 le corresponde el valor ($2 - 1/n$).

Figura 13

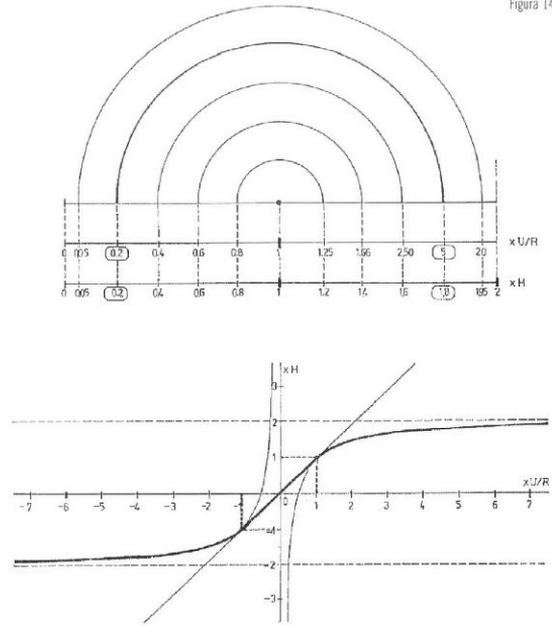
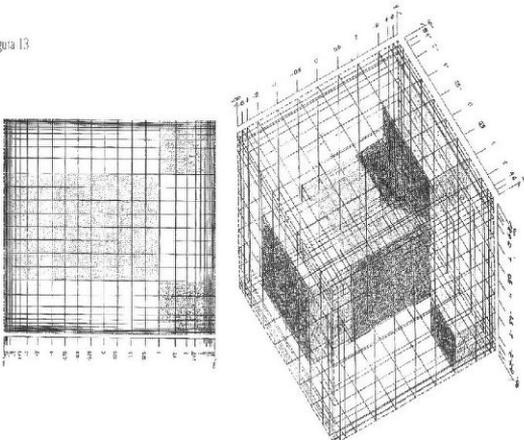


Figura 14

Mostramos en la figura 14 dos procedimientos geométricos que permiten determinar esta métrica.

Es fácil verificar que para los casos en que n es mayor que 1, $1/n$ es menor que 1 y entonces cuando n tiende a infinito, $1/n$ tiende a cero, de modo que todos los puntos de la recta Real tienen su correspondencia en el segmento 0 a 2.

Particulares rasgos de elegancia, coherencia formal y la síntesis de esquemas positivos aparecen con insistencia cuando se instalan líneas o superficies en el espacio unitario recíproco.

Esto puede apreciarse en la figura 15 en la que se trabajó con rectas, parábolas y circunferencias. La figura 16 contiene el dibujo de formas en el espacio tridimensional: la superficie cónica y un paraboloides hiperbólico de generatriz variable. Quizás lo más relevante es que estas superficies, como también la mayoría de las líneas, son ilimitadas pero, sin embargo, están representadas en totalidad a través de las imágenes o dibujos que posibilitan esta espacialidad. Cualquier punto de la infinitud que compone a cada una de estas entidades tiene su específico y determinado correlato en el espacio unitario recíproco.

La figura 17 contiene fotografías lo que podríamos llamar deformaciones espontáneas de flejes elásticos. Se ve en ellas un fenómeno interesante y hasta algo inquietante: apenas guiados por las tangencias en unos pocos puntos los flejes se conforman según líneas simples en el espacio unitario recíproco. Nuestras experiencias nos permiten

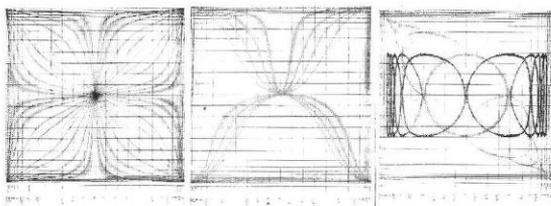


Figura 15

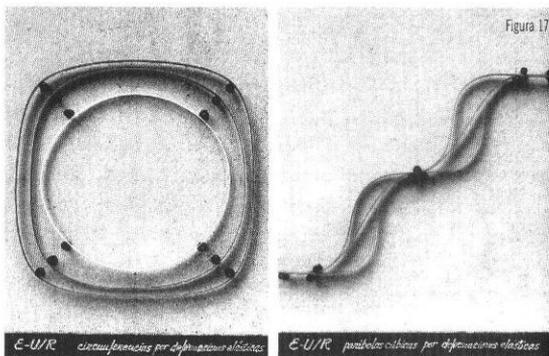


Figura 17

suponer que hay cierta correspondencia o acomodamiento entre algunos comportamientos físicos y la lógica de esta espacialidad, actualmente estamos indagando para encontrar alguna explicación satisfactoria para esta relación. Si tomamos ahora otro punto de vista, el punto de vista operativo o instrumental, el espacio unitario recíproco resulta especialmente apto para ser utilizado para la exploración de formas. En este caso permite, como si fuera una lupa sistemática, el análisis detallado de cada una de las partes componentes sin eliminar el contexto que las rodea, o bien la constitución de lecturas variables, como lo muestran la figura 18 con las variadas imágenes del diseño de un reloj.

En las figuras 19 y 20 se analiza el notable y característico edificio del viejo Mercado de Abasto, cuya característica fachada indica o anuncia la estructura de bóvedas de hormigón muy significativas para el desarrollo del primer racionalismo en Buenos Aires.

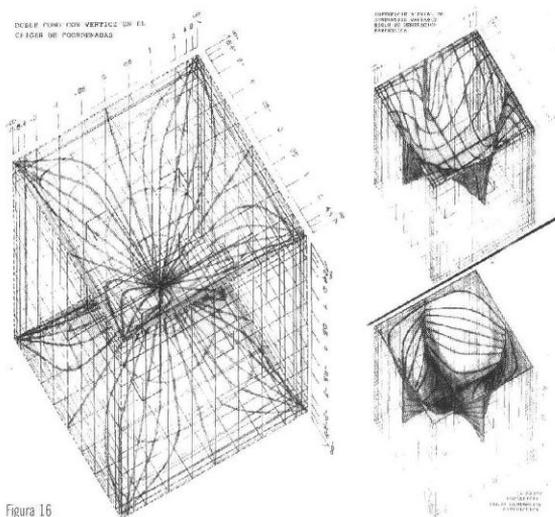


Figura 16

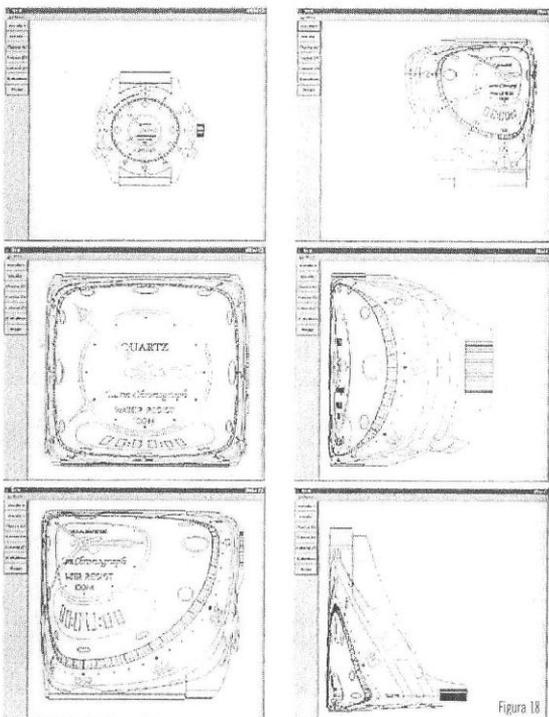


Figura 18

5. Volviendo al comienzo

Estas dos propuestas de espacialidades alternativas surgieron en momentos distintos, con objetivos y procedimientos independientes, pero hoy vemos que tienen nexos, para nosotros inicialmente subterráneos o inconscientes. La perspectiva hiperbólica transforma las rectas en hipérbolas y también –aunque aquí no lo mostramos– transforma las circunferencias en ovoides y otras líneas conóidicas, es decir, que la perspectiva hiperbólica produce transformaciones decisivas según el principio de la reciprocidad. Por otra parte, y quizás esto sea más relevante, tanto la perspectiva hiperbólica como el espacio unitario recíproco

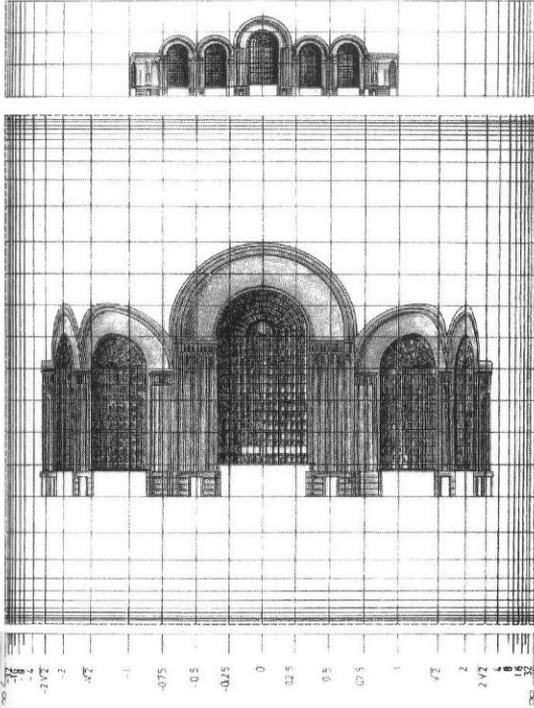


Figura 19

rompen un límite, apuntan a la infinitud; en el primer caso, construyendo un caminante infatigable que puede recorrer y experimentar indefinidamente. En el segundo caso, estableciendo un observador y operador de un modelo de la espacialidad que posibilita miradas y actividades que pretenden abarcar la inagotable totalidad.

Nosotros pensamos que el valor de estos trabajos, destinados a la creación de espacialidades alternativas, reside en su condición de creaciones que exigen y reconocen el impulso conjunto de una lógica rigurosa y una renovada sensibilización estética. Sólo a partir de aceptar y desarrollar el vínculo entre cálculo e imaginación, exactitud y significación, se puede ver la pertinencia y la necesidad cultural de proponer las alternativas, de impugnar lo dado y propugnar las aperturas. En definitiva, lo más importante de la perspectiva hiperbólica y el espacio unitario recíproco –que están jugando ahora su contrapunto visual– es su intención de recuperar los nexos profundos, genuinos y productivos entre matemática y diseño. ■

Referencias

- KRUFF, Hanno-W, *Historia de la Teoría de la Arquitectura*, Madrid, Alianza Forma, 1990.
- ² CATALANO, Eduardo, *La Constante*, Buenos Aires, Cambridge Arch. Press y EUDEBA, 1996.
- ³ DOBERTI, Roberto, *Morfología y Matemática en Cuadernos de la Forma 1*, Buenos Aires, SEMA, 1997.
- ⁴ LAN, Conrado Eggers, *El nacimiento de la Matemática en Grecia*, Buenos Aires, EUDEBA, 1995.
- ⁵ SERRES, Michel, *Les Origines de la Géométrie*, Paris, Flammarion, 1993.
- ⁶ DOBERTI, Roberto, *El Dibujo Sistemático: Acción, Teoría y Sentido*, en Sumarios 113, Buenos Aires, Summa, 1987.
- ⁷ GIEDION, Sigfried, *Espacio, Tiempo y Arquitectura*, Barcelona, Científico-Médica, 1961.
- ⁸ KLEE, Paul, *Teoría della Forma e della Figurazione*, Milano, Feltrinelli, 1959.
- ⁹ PANOSFSKY, Erwin, *La Perspective comme forme symbolique*, Paris, de Minuit, 1975.
- ¹⁰ MERLEAU-PONTY, Maurice, *Fenomenología de la Percepción*, Barcelona, Península, 1975.
- ¹¹ DOBERTI, Roberto y GIORDANO, L., *Funciones y Sentidos del Dibujo en la Práctica Proyectual*, Buenos Aires, AMSCA, 1993.
- ¹² DOBERTI, Roberto, *Infinito y Situado: un Replanteo del Espacio Cartesiano*, Buenos Aires, Revista de la Asociación de Filosofía Latinoamericana, número 20, 1995.

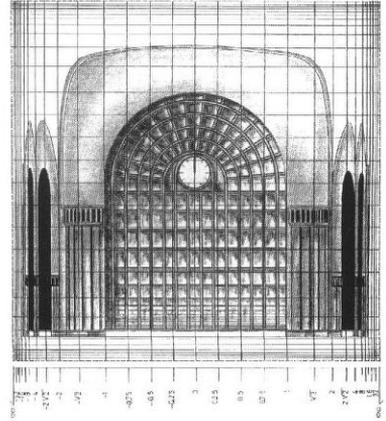


Figura 20

Reconocimientos

Estos trabajos reciben apoyo académico y económico de la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad de Buenos Aires a través de los Proyectos AR008/95-97 y AR025/98-2000. Asimismo, agradezco a la Universidad Nacional de Rosario por las publicaciones de los primeros pasos de estas investigaciones y por la realización del Primer Seminario sobre Perspectiva Hiperbólica dictado para docentes y profesores.

Mi reconocimiento especial para las arquitectas Liliana Giordano y Liliana D'Angeli por sus aportes y ayuda en la selección y confección del material gráfico, y a la Dra. Vera Spinadel por su asesoramiento en los aspectos analíticos de la Matemática implicada en las propuestas.