

## **Aritmética**

por María Elena Becker, Norma Pietrocola  
y Carlos Sánchez

Edición de la RED OLIMPICA 2001,  
Olimpiada Matemática Argentina,  
ISBN 987-9072-35-9

**por Juan Carlos Canavelli**

*“La Matemática es la reina de las Ciencias, y la Teoría de Números es la reina de la Matemática” (C.F. Gauss)*

Ningún docente de Matemática puede hoy dudar sobre la importancia que tiene la Aritmética en la formación matemática. Hace ya varios años un matemático de la talla de Godfrey H. Hardy lo señaló clara y enfáticamente. Entre nosotros fue Enzo R. Gentile quien con más entusiasmo y tesón destacó la importancia del estudio de la Teoría Elemental de Números (o, brevemente, Aritmética) en los distintos niveles del sistema educativo. Sin embargo, como se afirma en el Prólogo de la “aritmética” de Becker, Pietrocola y Sanchez, “*Por razones que no sería sencillo elucidar en la brevedad de estas líneas, la enseñanza de la Teoría Elemental de Números –históricamente uno de los temas centrales de la Matemática, tanto por la importancia de los conocimientos que encierra como por su carácter formativo– ha sido muy descuidada en todos los niveles de instrucción...*”. Esta situación es particularmente desafortunada en la actualidad, donde la Teoría Elemental de Números ha sumado a sus conocidos méritos formativos el hecho de haber encontrado importantes aplicaciones en la tecnología moderna, particularmente en dominios vinculados a la transmisión de la información (Criptografía y Codificación). El desconocimiento de los conceptos fundamentales de la Teoría Elemental de Números priva hoy al docente de Matemática de un poderoso elemento motivador en la enseñanza de esta disciplina.

Por todos estos motivos una obra como la presente viene, en un sentido muy literal, a llenar un vacío en nuestra literatura de Educación Matemática. Surgida del Departamento de Educación de la Olimpiada Matemática Argentina y escrita pensando fundamentalmente en los docentes (ya formados o en formación), tiene características propias que merecen destacarse:

1. El acierto en la elección del estilo. Los autores motivan adecuadamente la introducción de nuevos conceptos partiendo del análisis de situaciones o problemas interesantes. Un estilo muy alejado de la simple sucesión de definiciones y teoremas que caracteriza a otras obras.
2. El permanente análisis de problemas desafiantes, que incita a la reflexión y a la profundización de los conceptos.

3. La correcta graduación de las dificultades, que facilita el aprendizaje y realza los méritos de esta obra.
4. El tipo y la variedad de los ejercicios y problemas propuestos, muy adecuados a los destinatarios. También es un acierto el criterio con que se incorporan respuestas a algunos de estos ejercicios y problemas. Expresan los autores en el Prólogo: *“Al final del libro brindamos las soluciones a los ejercicios propuestos en cada capítulo, aunque sólo de aquellos que comportan una respuesta numérica, a efecto de que el lector pueda cotejar sus resultados. Hemos declinado en cambio hacerlo en aquellos que requieren una demostración, ya que preferimos plantearle desafíos que estimulen su imaginación y su creatividad”*.
5. Las excelentes notas históricas, que permiten apreciar la evolución de los conceptos y métodos a lo largo del tiempo. Esta visión es fundamental para el docente y contribuye a la cabal valoración de los aspectos tan humanos de la Matemática.
6. La inclusión de aplicaciones actuales, como la Criptografía. Es fundamental que el docente sepa *“para qué sirve”* la Matemática que enseña. Sin embargo, debe estar dispuesto permanentemente a desalentar el afán por la aplicación inmediata de cada nuevo concepto.
7. El acierto en las referencias bibliográficas. Cabe sugerir la incorporación de alguna página de Internet, pues su consulta es la única forma de mantenerse actualizado en un campo tan dinámico como la Teoría de Números.

Esta obra está dividida en nueve capítulos, con los siguientes títulos:

1. Divisibilidad
2. Máximo Común Divisor
3. Números Primos y Factorización
4. La Sucesión de Números Primos
5. Congruencias
6. Teoremas Fundamentales de la Aritmética Modular
7. Residuos Cuadráticos
8. Reciprocidad Cuadrática
9. Primalidad y Factorización

Nueve Capítulos... ¿subliminal evocación de aquella clásica obra (año 1247) de Qin Jiushao “Tratado de Matemática en Nueve Secciones”? Precisamente en este último libro se desarrollan varios temas de Aritmética, en particular el famoso Teorema Chino del Resto... Pero volviendo al libro que nos ocupa, cabe destacar la excelente presentación que hacen Becker, Pietrocola y Sanchez de este teorema.

Por supuesto, y a pesar de todos los esfuerzos que se hagan y de todo el entusiasmo y cariño con que se redacte, ningún libro es perfecto (bueno, tampoco lo es un comentario, o una revista...). Es pertinente enumerar algunas observaciones:

1. En la página 1 se habla de *“la Teoría de Números o Aritmética”* Me parece conveniente referirse ya, como se hace luego, a la *“Teoría Elemental de Números”* como otra denominación de la *“Aritmética”*. Sabido es que en la Teoría de Números se abarcan también, por ejemplo, la *“Teoría Algebraica de Números”* y la *“Teoría Analítica de Números”*, que por cierto están muy lejos de lo que se entiende por *“Aritmética”*.

2. Se mantiene en este libro una imprecisión en el lenguaje que es muy propia de obras de Matemática en castellano, y que consiste en confundir la “*adición*” (una operación o transformación), con la “*suma*” (imagen de algún elemento por dicha operación). Consecuentemente se habla de “*propiedades de la suma*” en vez de “*propiedades de la adición*”. La misma imprecisión se da con respecto a la “*multiplicación*” y el “*producto*”. Extrañamente, no sucede lo mismo con otras operaciones donde la distinción es perfecta.

3. Siguiendo con cuestiones lingüísticas, resulta desafortunado decir que la palabra criptografía “*designa tanto el estudio de las numerosas técnicas ideadas para enmascarar un texto como los diversos análisis que se practican sobre los mensajes codificados para desentrañarlos (criptoanálisis)*” (página 208). Hoy hay acuerdo en designar con “*criptología*” a este concepto amplio, reservando el nombre de “*criptografía*” sólo para los métodos para enmascarar un texto. Cabe mencionar que la palabra “*criptología*” no figura a la fecha en el diccionario castellano, pero que en el mismo “*criptografía*” se reserva para el enmascaramiento de mensajes. Y hablando del diccionario, tampoco figura en él la palabra “*coprimos*”...

Por supuesto, estas observaciones y algunas otras que pudiesen hacerse (por ejemplo hablar de “*coprimos entre sí*” en la página 58; de “*series de Farey*” en vez de “*sucesiones de Farey*”, en la página 44), no empañan los méritos de una obra excepcional. Una obra cuya lectura debe recomendarse enfáticamente a todo Profesor y a todo estudiante del Profesorado (se entiende una lectura activa, con lápiz y papel en la mano, y con mucha reflexión posterior, como corresponde a una buena publicación de Matemática). Y digo esto pues, lamentablemente, la Teoría Elemental de Números no ha sido incorporada con la preponderancia que merece en la Currícula de la Formación Docente en la mayoría de las Facultades e Institutos de nuestro país. Por lo que su estudio queda librado a la iniciativa personal o a cursos de actualización para docentes. Debe destacarse el entusiasmo que manifiestan la mayoría de éstos al advertir la riqueza de esta rama de la Matemática, su vinculación con la resolución de problemas y el desarrollo de habilidades que promueve su exploración. Con respecto a los cursos de actualización, es natural plantearse la pregunta ¿es correcto hablar de “*actualización*” cuando nos referimos al Algoritmo de Euclides o al indicador de Euler?... Esta situación contrasta con la que se observa en el extranjero donde en países de distintas latitudes y de muy distintos niveles de desarrollo, obviamente el estudio de la “*reina de la Matemática*” es fundamental en la formación de un Profesor de Matemática. Por tal motivo es particularmente meritorio el trabajo que desde hace mucho tiempo desarrolla la *Olimpiada Matemática Argentina*, y que tanto ha contribuido a dinamizar la enseñanza de “*la reina de las Ciencias*” en nuestro país. Una última observación: Como bien lo señalan los autores en el Prólogo, los últimos Capítulos (7, 8, 9) se refieren a temas más avanzados. Pero considero que el dominio de los temas tratados en los Capítulos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, así como la sección de Criptografía del Capítulo 9, es imprescindible para un Profesor de Matemática en el siglo XXI.

**Juan Carlos Canavelli**