Marta Porras y Rosa Martinez
Facultad de Ciencias de la Educación,
Universidad Nacional del Comahue
msporras@ciudad.com.ar;
rfmartin@uncoma.edu.ar

Análisis de una clase de geometría, una experiencia de los alumnos con el hacer matemático

Resumen

En esta instancia intentamos analizar, en una clase de geometría, algunos momentos que muestran cómo se puede construir una aproximación al conocimiento a partir de la actividad matemática que realizan conjuntamente profesor y alumnos.

Nos detenemos en la observación de la actividad de un grupo de alumnos de 7° grado, en un medio organizado para la enseñanza de triángulos a través de construcciones geométricas. Ponemos énfasis en el análisis de las interacciones entre los alumnos y el conocimiento puesto en la mira, así como en las intervenciones del docente; lo que nos dará la pauta del sentido que adquieren– para los alumnos– determinadas aproximaciones a un conocimiento.

Es difícil comunicar lo observado sin convertirlo en una lista de anécdotas curiosas acerca de lo que circula como conocimiento matemático en las aulas. Tratamos de interpretar las decisiones en torno al conocimiento a la luz de elementos teóricos provenientes de la didáctica de la matemática en Francia. La noción de *interacciones efectivas entre los alumnos y el conocimiento* se constituye en una herramienta útil en este análisis.

Palabras clave: interacciones, resolución de problemas, sentido de las nociones, docente, alumno.

Abstract

We intend to analyze some moments which show how an approach to knowledge could be built from mathematical activities carried out by teachers and students in geometry classes.
We focus on the observation of the teaching of triangles through geometric constructions in the organized environment of a 7th level course. We do emphasis on the analysis of interactions between the students and knowledge to be acquired and also on the teacher's intervention. This will enlighten how students make that knowledge meaningful.
It's difficult to communicate this experience without falling into a list of odd anecdotes about what stands as mathematical knowledge in the classrooms. We have interpreted how knowledge is perceived following French Mathematics Didactics. The notion of "effective interactions between students and knowledge" becomes a useful tool for this analysis.

Keywords: *interactions, problem solving, knowledge meaningful, teacher, student.*

Puntos de partida y consideraciones teóricas

En este trabajo analizamos el entorno propuesto por el docente para la enseñanza de algunas nociones geométricas. Consideramos cuál es el sentido de los conocimientos que se enseñan y la importancia de que ese sentido se relacione con una actividad en el aula que simule –salvando las distancias– la actividad que realiza un matemático. Discutimos las posibles consecuencias de las elecciones hechas por el docente en el entorno de enseñanza –selección del problema, condiciones del mismo, herramientas que poseen los alumnos para resolverlo, intervenciones del docente, etcétera– intentando explicitar qué informaciones puede tomar el alumno de ese entorno y qué sanciones pertinentes le da al alumno orientando sus elecciones y comprometiendo un determinado conocimiento.

En nuestro análisis tomamos algunas nociones de la didáctica de la matemática en Francia. Las nociones de *interacción efectiva o ficticia* de los alumnos con el medio nos son de interés en el análisis de las acciones y las decisiones que toman los alumnos frente a un *medio* organizado con el objetivo de enseñar nociones de geometría.

Además, mostramos cómo los problemas de construcción geométrica pueden constituir una alternativa en la enseñanza, que permita alejarse de un fenómeno muy común en la escolaridad llamado *prácticas ostensivas de enseñanza*.

Investigaciones en didáctica de la matemática (Brousseau, 1993) muestran que en la cultura escolar actual se da mucha importancia a la enseñanza; es decir que se presenta a los alumnos el contenido a estudiar de manera organizada y coherente; ocultándose el proceso de descubrimiento que, en la comunidad matemática, llevó a comprender la naturaleza de los objetos o los sistemas en cuestión. Esta manera de abordar la enseñanza de la matemática suele traer aparejada la pérdida del sentido de su estudio. Chevallard (1997: 63) relaciona la pérdida del sentido del estudio de la matemática con un fenómeno didáctico que llama *irresponsabilidad matemática de los alumnos*. Este autor se pregunta "¿por qué el *contrato didáctico*[1] asigna al profesor, en exclusiva, la responsabilidad de la validez matemática de las respuestas que se dan en clase?, ¿Bajo qué condiciones puede evolucionar el contrato didáctico en el sentido de traspasar una parte de esta responsabilidad a los propios alumnos?". Afirma que las explicaciones de la pérdida de sentido del estudio deben "partir de la descripción de la actividad matemática que realizan conjuntamente profesor y alumno en el aula y fuera de ella, así como de las cláusulas del contrato didáctico que rigen esta actividad."

Desde esta perspectiva, la matemática del aula debería promover una experiencia con la matemática consistente con la forma en que se hace matemática. Es necesario considerar que el trabajo matemático personal del alumno es constitutivo del sentido de lo que se conoce. El planteo de problemas en los que el conocimiento a enseñar se constituya en la respuesta óptima del mismo, puede contribuir a que en la enseñanza se desarrolle la matemática como emprendimiento.

Cuando se considera la importancia del trabajo matemático que realiza el alumno, la función principal del profesor será la de orientar el proceso del alumno, trabajando a partir de sus conjeturas, ejemplos, contraejemplos, pruebas y tendiendo a hacer evolucionar los conocimientos provisorios, incompletos y a veces erróneos de los alumnos.

Situación didáctica

La constitución del sentido de un saber, implica una interacción constante del alumno con situaciones problemáticas. Según Brousseau (1999: 8), en esa interacción dialéctica el alumno compromete los conocimientos anteriores, los somete a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar concepciones nuevas. Este autor describe *situación didáctica* como "Un modelo de interacción de un sujeto con un cierto medio que determina un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. (...) Describe el entorno didáctico del alumno, comprende todo aquello que concurre para enseñarle algo. En este sentido, comprende al profesor, tanto si éste se manifiesta durante el desarrollo de la situación, como si no. La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado."

Noción de *medio*

Otra noción que tomamos, presente en la teoría de *Situaciones didácticas*, es la noción de *medio*. La noción de *medio* describe no sólo los "objetos" puestos a disposición del alumno, sino las relaciones didácticas de los actores- alumnos, docente. Fregona (1995: 20) señala que el medio es "el sistema antagonista del sistema enseñado (...). El enseñante, en tanto que organizador de los juegos del alumno, debe tomar decisiones sobre los elementos de elección, sus reglas." Nos interesa destacar la idea de "medio antagonista" independiente de la mediación del docente (aunque es él quien organiza y propone la situación), que permita al alumno tomar decisiones pertinentes, juzgar su adecuación y usar el conocimiento en cuestión como modo de adaptación a ese medio.

Interacciones efectivas y ficticias del alumno con el conocimiento

Otra herramienta para nuestro análisis es la de *interacciones efectivas* del alumno con las nociones. Como dice Fregona (1995: 62). Una situación favorece interacciones efectivas del sujeto con las nociones, si el conocimiento es necesario al sujeto como medio de decisión; por el contrario las interacciones que se producen son ficticias si el conocimiento no es el medio de control del sujeto, aunque esté presente en la situación. Las interacciones efectivas exigen una confrontación con cierto dominio, ya sea el micro-espacio, el lenguaje, una teoría. Mientras que en una interacción ficticia el conocimiento no se constituye en una herramienta de decisión, en este caso el medio material no reacciona ante respuestas inadecuadas.

Prácticas ostensivas de enseñanza

Para comprender las interacciones que se dan en el aula tomamos en cuenta, también, un fenómeno didáctico denominado *prácticas ostensivas*. El término prácticas ostensivas o simplemente *ostensión* ha sido estudiado por Ratsimba-Rajhon (1992), Berthelot y Salin (1992), Fregona (1995) entre otros. Estas prácticas describen un conjunto de procedimientos didácticos caracterizados básicamente porque el docente suministra al alumno todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción visualizada, mientras que el alumno escucha, observa y resuelve ejercicios de aplicación de las nociones dadas por el docente. Se supone que con la introducción y ejercitación del saber se logra su funcionamiento, pero no se tiene en cuenta que la noción adquiera sentido porque ésta resulte ser una solución adecuada al problema. En la escolaridad obligatoria, y en particular en la enseñanza de la geometría, la ostensión parece estar muy difundida. Esta presentación permite una familiarización del alumno con el objeto de estudio, pero como dice Brousseau (1996: 46) "el poder de generalización que se pretende del alumno (y que se le exige) sólo puede funcionar en el caso de que esté sostenido culturalmente y didácticamente por una frecuencia que cree un dominio y una práctica común. No puede ser matemáticamente justificado."

Problemas de construcción geométrica

Un modo de correrse de las prácticas ostensivas en la enseñanza de la geometría en la escolaridad obligatoria, es el trabajo con problemas de construcciones geométricas planteados sobre hoja lisa, con regla no graduada y compás. En investigaciones anteriores decimos estos problemas planteados bajo ciertas condiciones, pueden favorecer en los alumnos la toma de decisiones que involucren las nociones estudiadas y pueden permitirle indagar, identificar, reconocer propiedades.

También hemos estudiado algunas condiciones que deberían tener los problemas de construcción geométricas planteados en la enseñanza. Porras (2002: 48) señala al respecto: "...Se debería prever en la enseñanza incluir problemas de construcciones geométricas con distintos objetivos. Además de pedir que se obtenga una figura, se debería proponer actividades de construcción en las que sea necesario plantearse la existencia y la unicidad de la figura en cuestión. También es importante introducir problemas en los que la elección de una notación apropiada ayude en la concepción del problema, es decir, problemas en los que la notación adecuada se use no sólo para reconocer la figura. El docente no debería descuidar la organización de la validación del problema. Para esto debería favorecer la manifestación de distintos comportamientos entre la generación de pruebas y su contradicción."

Consideramos, además, que es importante tener en cuenta que para que el planteo de problemas de construcción geométricas esté centrado en el juego efectivo entre propiedades, definiciones, etc. el alumno debería disponer de nociones de congruencia de segmentos y ángulos, punto medio de un segmento, perpendicularidad y paralelismo. Proponemos el estudio de estas nociones, en los primeros años de escolaridad obligatoria, a través de herramientas que llamamos *construcciones básicas* con regla no graduada y compás. Dichas construcciones básicas son: transporte de segmentos y ángulos (para el primer ciclo podría utilizarse papel); construcción de la mediatriz de un segmento; construcción de la bisectriz de un ángulo y trazado de rectas paralelas (a través de ángulos congruentes, mediante la construcción de mediatrices,...). Su status está dado por el reconocimiento de su empleo y la posibilidad de la introducción de nuevos conocimientos donde éstas estén presentes. (Martinez y Porras 1997: 6).

A continuación discutimos una clase para la enseñanza de triángulos a la luz de las nociones presentadas anteriormente.

Cuestiones acerca de la organización de una clase para la enseñanza de triángulos en 7° grado

Brevemente describimos la organización de una clase (80 minutos) de alumnos de 7° grado (11 ó 12 años), en ocasión del estudio de triángulos a través de construcciones geométricas; desarrollada en una escuela pública de General Roca, Río Negro. Se trabajó con las mismas actividades en dos secciones de 7° grado de la misma escuela, una de 28 alumnos y la otra de 25 alumnos.

El docente previó momentos de acción en los que los alumnos se enfrenten al problema y momentos de puesta en común, con el objetivo de que se explicite conocimientos implícitos. Los alumnos disponían de hojas lisas, regla sin graduar y compás. Hasta el momento no habían resuelto problemas de construcción de figuras; tampoco había sido tratada, explícitamente, la clasificación de triángulos combinando dos criterios (la igualdad de lados y la clase de ángulos).

Discutimos la clase con el docente antes de llevarla a cabo. En esa instancia se eligieron los problemas en función del objetivo del docente, los elementos que los alumnos podían utilizar (lo que constituía la caja de herramientas: papel liso, regla no graduada, compás). Se anticiparon momentos de intervención docente, tiempo des-

tinado a cada problema, momentos de cierre. Llevamos a cabo la observación de la clase tomando registro escrito de lo sucedido y recorriendo los grupos de trabajo.
Analizamos, en este trabajo, sólo uno de los problemas que forman parte del tema de estudio, detallando algunas condiciones del mismo. Luego comentamos el tratamiento que tuvo lugar en la clase.

Problema: "Construya, sobre hoja lisa, un triángulo *ABC* dados el lado *AB* y el ángulo α = *BAC*." (Figura 1)

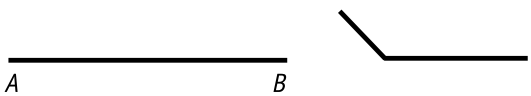

Figura 1.

En este problema el triángulo a obtener es obtusángulo, figura poco usual en las clases de matemática de este nivel de escolaridad, lo que permite corrernos del uso de las figuras típicas, una de las características de la presentación ostensiva de las nociones. Además, en este caso admite más de una solución, cuestión no muy habitual en la escolaridad obligatoria. Triángulo obtusángulo es un conocimiento implícito que es necesario tener en cuenta para verificar las condiciones del enunciado.

Objetivos de la clase en relación al problema

- prever un plan de construcción teniendo en cuenta dos o más condiciones para obtener la figura;
- poner en juego la noción de ángulos interiores de un triángulo;
- instaurar la discusión del problema de la unicidad, es decir si hay una o más soluciones para el problema.

Algunas interacciones posibles entre los alumnos y el conocimiento

Conjuntamente con el docente, hicimos un análisis a priori de algunas condiciones del problema que favorecerían interacciones efectivas entre los alumnos y el conocimiento.
En la resolución del problema para la obtención de la figura se involucran las construcciones básicas de transporte de segmento y ángulo, teniendo también en cuenta la notación para ubicar el ángulo. El triángulo en cuestión se obtiene ubicando el vértice *C* en un punto cualquiera del lado del ángulo que no contiene a *B*. Este paso daría lugar a la obtención de distintos triángulos que satisfagan los datos.
En la obtención del triángulo obtusángulo hay que tomar decisiones en torno a las nociones puestas en la mira. Distinguimos algunas de esas decisiones:
- el uso de las dos construcciones básicas necesarias para la realización del triángulo (el transporte de ángulo y segmento) estaría dando cuenta de considerar los dos datos del problema, es decir la longitud del lado y la amplitud angular.
- si se construye primero el lado, se planteará la cuestión de que en este caso no interesa la orientación del ángulo y entonces se hará funcionar la noción de ángulo interior (pues se termina construyendo el ángulo *CAB*); si por el contrario, se construye primero el ángulo, se da lugar a considerar que $\overline{AB}$ y $\overline{BA}$ son el mismo segmento y que es lo mismo ubicar el punto *B* en cualquiera de los lados del ángulo, pues el lado dado se llama $\overline{AB}$ y la notación dada del ángulo es *BAC*;

- la ubicación del punto *C* sobre el otro lado del ángulo daría lugar a concebir la obtención de muchos ejemplares de la misma clase que verifiquen las condiciones del enunciado. En este sentido se instalaría la discusión sobre la diversidad de figuras obtenidas lo que desembocaría en el problema de unicidad.

Análisis de la clase

Tomamos ciertos extractos de la clase que nos permiten mostrar las interacciones con el conocimiento que promueve la actividad planteada. En los casos que aparecen cuestiones distintas, distinguimos lo sucedido en cada una las secciones de 7°.

En ambas secciones observadas, el docente entregó una copia con el problema, los alumnos conjuntamente con el docente leyeron la consigna. Hicieron preguntas relacionadas con los instrumentos permitidos para hacer las construcciones, a lo que el docente respondió que "usando los instrumentos de geometría que tienen en su caja de herramientas".

Los alumnos trabajaron en grupos de cinco. El docente destinó 15 minutos a que los distintos grupos construyeran en sus hojas, recorrió los grupos y advirtió que no todos consideraban los dos datos. Algunos grupos tenían en cuenta sólo la longitud del lado y otros tenían en cuenta sólo la amplitud angular. En la fase de confrontación de las producciones organizó las exposiciones de modo que los grupos con esa dificultad fueran los primeros en exponer.

Primera cuestión: acerca de los datos

El siguiente diálogo corresponde al momento de la clase en que se realiza la puesta en común de las producciones alcanzadas por los alumnos respecto del problema planteado. El mismo muestra la dificultad de los alumnos para considerar los dos datos simultáneamente. Tomamos el momento

Grupo 3: Pasan al pizarrón y construyen un triángulo equilátero con la medida del lado, no tienen en cuenta la amplitud angular.
Docente: *–¿Se respetaron los datos?* (dirigiéndose a toda la clase)
Alumno: *–Faltó el ángulo.* (Un alumno que no pertenece al grupo expositor).
El docente hace pasar a la pizarra a otro grupo.

Grupo 4: (Dibujan un triángulo respetando la amplitud angular, pero no la longitud del lado.)
Docente: *–¿Se respetan los datos?* (dirigiéndose a toda la clase).
Alumno: *–Falta la longitud del lado.* (Un alumno que no pertenece al grupo expositor).
El docente hace pasar a la pizarra a otro grupo.

Grupos 5: Pasan al pizarrón y construyen un triángulo sin tener en cuenta la medida del lado.

Grupo6: Pasan al pizarrón y construyen un triángulo sin tener en cuenta el ángulo dado.
El docente hace hincapié en las condiciones que impone la consigna del problema. Discuten y todos terminan construyendo un triángulo teniendo en cuenta los dos datos.

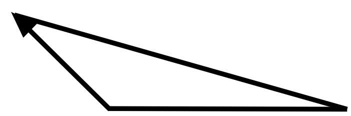

Figura 2.

Cabe realizar algunas consideraciones acerca del diálogo anterior.

Pareciera que para muchos alumnos la imagen de triángulo equilátero es tan fuerte como representante de los triángulos que se lanzan a construir sin haber estudiado previamente los datos del problema. Esto acentúa la dificultad de mantener las condiciones del enunciado para obtener la figura. La pregunta reiterada del docente "¿se respetan los datos?" le devuelve a los alumnos la responsabilidad de sus producciones; deben hacerse cargo de lo que hicieron. Esta intervención alerta sobre dicha cuestión y dispara una discusión que permite la obtención del triángulo.

Debemos destacar que el contrato establecido en la clase es incipiente (es el primer año que un docente les propone esta metodología de trabajo). Además de abordar cuestiones relacionadas con la problemática propia del contenido, los alumnos se ven en el compromiso de tener que resolver un problema sin que el docente les dé pautas. Los alumnos deben poner en relación los datos del problema y así plantear la construcción en cuestión. Este juego que se da entre relacionar los datos y proponer un procedimiento de construcción favorece la puesta en obra de las heurísticas de las que habla Polya (1974), necesarias para la resolución de un problema matemático, más precisamente un problema de construcción. Por ejemplo, se debe considerar simultáneamente el lado y el ángulo para decidir la ubicación del vértice del mismo. Para ello es necesario interpretar la notación. Así el hecho de preguntar por los datos pone a los alumnos en la coyuntura de tomar decisiones que tienen que ver con el hacer matemático. Dicha dinámica podría favorecer la producción de interacciones efectivas con el conocimiento.

El análisis sobre la clase de triángulo es retomado por el docente al final de la clase y haremos comentarios al respecto en otro apartado.

Segunda cuestión: acerca de los lados de los ángulos

La confrontación promovida por el docente favorece además, una discusión en la que se pone en evidencia la concepción de lados de un ángulo y de semirrecta. Los alumnos destacan con una flecha el lado que no contiene el punto *B*, haciendo coincidir el tercer vértice con la punta de la flecha. Transcribimos un extracto:

Alumno 1: *–El punto C pasa por la punta de la flecha*. (Los alumnos discuten acerca de los lados del ángulo. Todos dicen que son semirrectas y dibujan una flecha en el lado libre.)

Algunos grupos que comienzan construyendo el ángulo toman las puntas de las flechas como si fueran extremos de segmentos. En los casos que transportan el lado dado sobre un lado del ángulo, curiosamente no dibujan flecha en ese lado. Pareciera que segmento se distingue de semirrecta por la aparición de la flecha. La ubicación mayoritaria del tercer vértice en la punta de la flecha nos da la pauta de que aunque "dicen" que los lados del ángulo son semirrectas, los tratan como si fueran segmentos. Pareciera que en los casos que sólo tienen en cuenta el ángulo desestimarían el lado por la carencia de sentido que tiene la flecha (la congruencia de ángulos estaría ligada también a la longitud de los lados).

Las expresiones de los alumnos nos animan a pensar en la posibilidad que la dificultad psicológica –ya estudiada por Wermus (1976)– de retener dos o más condiciones a la vez se vea reforzada, en este caso, por la idea de que los lados del ángulo tienen una longitud determinada (y puesta en evidencia por las puntas de las flechas). Esta idea posiblemente haya sido adquirida por estos alumnos a través de prácticas ostensivas, dado que si bien pueden afirmar que "los lados de un ángulo son semirrectas", en la práctica consideran que los lados del ángulo son segmentos.

Esta concepción de semirrecta detectada por el docente es retomada luego en el momento de tratar la unicidad, que analizamos a continuación.

Tercera cuestión: acerca de la obtención de las soluciones

Tomamos un extracto de diálogo producido en la clase a la hora de la confrontación que nos permite mostrar cómo dicho funcionamiento hace posible instaurar una discusión acerca de la cuestión de las distintas soluciones. Distinguimos lo sucedido en cada una de las secciones.

Sección 1:

Docente: *–¿Y es único?* (dirigiéndose a la clase y refiriéndose al triángulo obtenido). (Los alumnos comienzan a discutir sobre lo que significa único).

Alumno 1: *–Puedo ubicar el punto C en muchas partes*. (Lo corrobora mostrando lo realizado en su hoja).

Alumno 2: *–El triángulo es único porque no hay otras medidas* (dirigiéndose a sus compañeros y el docente).

Alumno 3: *–No es único porque la base puede estar en cualquier lado* (dirigiéndose al Alumno 2).

Alumno 1: *–No es única la construcción de este triángulo porque podés ubicar el vértice del ángulo que nos dieron en cualquier lado (arriba, al costado) y porque los lados tienen distinta medida y varía en la forma* (habla a toda la clase).

Alumno 4: *–Sí, es única por las medidas que nos dan*.

(Luego, el docente organiza a los grupos para que pasen al pizarrón y expliquen a través de los dibujos sus conclusiones. Los alumnos verifican en el pizarrón si dos triángulos dibujados por ellos mismos tienen la misma medida y lo comprueban con el compás. Finalmente, todos los alumnos coinciden en que se podrían haber hecho muchos triángulos distintos).

Sección 2:

Docente: *–¿Recuerdan cuándo los triángulos son congruentes?* (dirigiéndose a la clase).

Alumno 1: *–Cuando son iguales, cuando tienen las mismas medidas*.

Docente: *–Medidas de qué.* (Pide aclaración al alumno 1 y también se dirige al resto de la clase).

Alumnos: (al unísono) *–De los lados*.

(El docente toma unos minutos de la clase y explica que aunque respetan los datos, no todos los triángulos obtenidos son iguales. Hace pasar al pizarrón a distintos alumnos a dibujar distintos triángulos sobre un mismo ángulo, remarcando las distintas posibles posiciones del tercer vértice con colores diferentes. También recalca que esto es posible porque los lados de los ángulos son semirrectas.)

Hay alumnos que sostienen que la solución es única y lo vinculan al hecho de que el problema da “medidas”, otros a la posición del triángulo en el plano. Los que hacen referencia a la medida, conciben que el triángulo es único, porque si el enunciado proporciona medidas, no se podría construir otro triángulo distinto. No hay análisis sobre qué datos, ni cuántos, ni qué relación entre los mismos es necesaria para asegurar la congruencia. Los que hacen referencia a la ubicación espacial del vértice (es decir si se ubica en uno u otro lado del ángulo), adjudican el estatus de base al lado paralelo al borde inferior de la hoja. Considerarían que dos triángulos son distintos si sus lados están ubicados en distintas posiciones, lo que da la pauta de que la posición del triángulo en el plano (y no sólo la congruencia de lados y ángulos) es determinante en la congruencia.

La pregunta inicial realizada por el docente muestra concepciones de los alumnos acerca de la congruencia. En la Sección 1, los alumnos son conducidos por el docente a realizar constataciones en el pizarrón sobre sus dichos. Si bien esta intervención permite atacar ideas incompletas o erróneas, no podríamos hablar de una interacción

efectiva de los alumnos con la noción, dado que fue el docente quien asumió la responsabilidad de sostener el tema en cuestión en la clase. Pero de todos modos es de destacar esta actuación porque inicia un debate que será necesario profundizar en otras circunstancias.
En la Sección 2, el docente apresura la pregunta acerca de la congruencia. De este modo se aseguraría que los alumnos den una respuesta más ajustada; lo que posiblemente evitaría la circulación de ideas incompletas o erróneas. Esta intervención reduce el costo de tiempo de clase. Ahora bien, el hecho de que se dé una respuesta correcta ¿alcanza para que los alumnos descarten otras propiedades no adecuadas como la posición o la presencia de algunas medidas en el enunciado?

Cuarta cuestión: acerca de las clases de triángulos

El docente retoma la cuestión de la clase de triángulo involucrado en el problema.

Sección 1:
Docente: *–¿Qué clase de triángulo se obtuvo?* (dirigiéndose a la clase).
Alumno 1: *–Escaleno.*
Alumno 2: *–Obtusángulo.*
Docente: *–¿Podría ser equilátero obtusángulo?* (Retomando lo que había construido el primer alumno: uno equilátero sin tener en cuenta el ángulo). (Todos coinciden en que sí se puede construir).
Docente: *–Bueno háganlo.*
Conjetura de uno de los alumnos: *sí se puede construir porque lo voy achicando hasta que me dé.*
Docente: *–¿Y el dato?*
(Varios alumnos van al pizarrón y lo intentan. Discuten porque a esta altura hay varios que dicen que no se puede. Intentan e intentan. Finalmente, ante la imposibilidad de obtenerlo, abandonan los intentos y aceptan.

La pregunta del docente acerca de la posible existencia de un triángulo equilátero obtusángulo pondría en evidencia nuevamente una relación ostensiva de los alumnos con la clasificación de triángulos teniendo en cuenta dos criterios simultáneamente.
Todos coinciden en considerar que es posible la existencia de tal triángulo. El docente no apresura en la clase la respuesta correcta. Permite la circulación de esta idea incorrecta y propone derrumbarla a través de la construcción. Si bien la imposibilidad real de obtener ese triángulo no constituye la garantía de la no existencia, el docente arriesga a pedir su construcción como modo de no imponer su conocimiento. De este modo brinda un espacio de confrontación con los trazados que desestima una conjetura errónea aunque no alcance para justificarlo. Este funcionamiento de la clase valoriza "el hacer" de los alumnos, cuestión que se relaciona directamente con las decisiones que se deben tomar a la hora de lograr la figura.

Conclusiones

La organización de la clase prevista da lugar a la formulación de preguntas, a sostener conjeturas incorrectas, y posibilita el cuestionamiento de las mismas; lo que promueve una aproximación más al conocimiento de los triángulos. En el contrato didáctico establecido está instaurada la confrontación como modo de funcionamiento de la clase.
El docente concibe que para aprender matemática hay que resolver problemas, preguntarse, tantear, expresar conjeturas, ser capaz de defenderlas o rechazarlas cuando la evidencia o los argumentos lo muestren. Ese funcionamiento permite la circulación de ideas (a veces erróneas) que de otro modo quedarían sin tratar y podrían persistir a lo largo de la escolaridad sin evolucionar.
Es evidente que este tipo de organización resulta costosa desde el punto de vista de quien la im-

pulsa, y esto se refleja cuando se comparan las intervenciones en una sección y en otra, pero vale la pena por el nivel de compromiso asumido por los alumnos, las respuestas dan clara evidencia de lo expresado, lo cual redunda en construir conocimientos con sentido.

Notas

(1) La noción de *contrato didáctico* describe las obligaciones recíprocas del docente y del alumno frente a la enseñanza de un determinado contenido. Brousseau (1993: 13) indica "...se establece [en una situación didáctica] una relación que determina –explícitamente por una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente– lo que cada participante, enseñante y enseñado, tiene la responsabilidad de administrar y de la cual será de una u otra forma responsable ante el otro."

Referencias bibliográficas

Berthelot, R.; Salin M.H. (1992). *L' enseingnement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, thése Université de Bordeaux I.

Brousseau, G. (1993). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Trabajos de Matemática*, Serie B, N° 19, Argentina, IMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

Brousseau, G. (1995). *Didactiques des Sciences et Formation des Professeurs*, conférence Ho Chi Minh Ville.

Brousseau, G. (1996). L' enseignant dans la theoria des situactions didactiques. *Actes de l' ecole d'ete, VIII° Ecole et Universite d'ete de Didactique des Mathematiques*, edition coodonée par Noirfalise R., IREM de Clermont-Ferrand, Francia.

Brousseau, G. (1999). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12/1, 3-31.

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Cuadernos de Educación, N° 22, ICE- Horsori, Barcelona.

Fregona, D. (1995). *Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques*. Thèse Université Bordeaux I, Francia.

Martinez, R.; Porras, M. (1997). Un enfoque alternativo de ens. de las fig. del plano en la E.G.B., coautor, en REM, Vol. 12 N° 3, UMA, FaMAF, UNCba. Reg. Nac. de la Prop. Intel. N° 168024, 1997, pp. 3-16.

Polya, G. (1974). *Cómo plantear y resolver problema.*, Editorial Trillas (cuarta reimpresión), México. Primera edición, (1945), *How to solve it*, Princeton University Press, USA.

Porras M. (2002). *Las construcciones y la enseñanza de la geometría: diferentes tipos de interacciones*, Tesis de Maestría, Universidad Nacional del Comahue, Argentina.

Ratsimba-Rajohn, H. (1992). Contribution et l'étude de la hiérarchie implicative. Application et l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions, Thése d'université, Université Rennes.

Wermus, H. (1976). "Essai de représentation de certaines activités cognitives à l'aide des prédicats avec composantes contextuelles", en *Archives de Psychologie*, Vol. XLIV, N° 171, pp. 205-221, Editions Médecine et Hygiène, Genève.