

Conocimientos, herramientas de control y conflictos en la producción de escrituras de números «grandes» en el nivel secundario

Autora: Irma Saiz, Lorena Centurión

e-mail: irmasaiz28@gmail.com; lorenaac29@gmail.com

Dirección: Pago largo y San Martín. Corrientes Capital; Barrio 17 de Agosto sector 2 Manzana N casa 8. Calles: Florencia y Nápoles. Corrientes Capital

Lugar de trabajo: FACENA UNNE

Teléfono: +549 379 470-6961; +549 379 406-8947

Resumen

El sistema de numeración decimal no aparece en general en la escuela primaria como un contenido de difícil aprendizaje, sin embargo, es habitual encontrar —aun en el nivel secundario— dificultades ligadas a la escritura de números cuando se plantean actividades que involucran números grandes (de más de 5 o 6 cifras) y en particular aquellos números con cifras iguales a cero.

En este artículo planteamos una problematización del contenido, que nos permite poner en evidencia la gran complejidad de las relaciones entre numeración oral y escrita.

Nos centramos en el pasaje de la numeración oral a la escrita a fin de identificar cuáles son los conocimientos que han podido elaborar alumnos de los primeros años de secundaria (pertenecientes a la muestra considerada) a lo largo de su escolaridad previa y cuáles son las dificultades a las que aún se enfrentan.

Pudimos concluir que, si bien los alumnos han logrado construir reglas de acción y conocen algunas convenciones del sistema, se presentan en general desarticuladas entre sí, lo que les impide producir escrituras correctas o, una vez realizadas, modificar las erróneas con argumentos pertinentes.

Palabras clave: sistema de numeración decimal, lectura y escritura de números de varias cifras.

Abstract

At elementary school, the decimal number system is not considered to be a subject difficult to be learnt. Nevertheless, even at secondary level, difficulties are frequently found in relation to the writing of numbers in activities that involve large numbers (more than 5 or 6 digits).

In this article we propose a problematic about this teaching content which enables us to show up the great complexity of the relations between oral and written numbers.

We center on the passage from oral to written numbers in order to identify the subject contents that students of the first year of secondary school have been able to internalize during their previous schooling and which are the difficulties that they still face.

To conclude, it is true that students have built a course of action and they know some system's conventions, they are disjointed, what impedes the correct written production or once done, modify the wrong ones with pertinent support.

Keywords: decimal number system, reading and writing of numbers of several numbers.

1. Introducción

El conocimiento y dominio del sistema de numeración decimal, tanto oral como escrito, constituye sin duda un aprendizaje esencial no solo para la formación matemática de los alumnos de distintos niveles educativos sino también para su formación como futuros ciudadanos.

En el dominio de la investigación didáctica son numerosos los estudios realizados sobre la construcción de conocimientos numéricos por parte de los niños, en particular sobre la numeración, que es uno de los primeros conocimientos matemáticos a los cuales se enfrentan en el inicio de su escolaridad. Muchas investigaciones se han centrado en los intentos que muy tempranamente realizan los niños —incluso antes de su ingreso al nivel preescolar— para comprender el sistema de numeración decimal, en especial en lo que concierne a la lectura y escritura de números; por ejemplo, los realizados por Lerner y Sadovsky (1994) y los importantes estudios reportados en el libro de reciente publicación *Matemáticas en la escuela primaria I*, compilado por Broitman (2013).

En esta publicación se incluye la investigación de Wolman y Ponce (2013) sobre la «invención», por parte de alumnos de 4º y 5º grado, de las escrituras de números más grandes que el rango de números que conocen y con los que han trabajado previamente y otros estudios relativos a la interacción entre los conocimientos adquiridos en los pocos años de escolaridad que han frecuentado y en las prácticas sociales en jóvenes y adultos que deciden hacer la primaria o completarla (Broitman, 2013). A diferencia de los anteriores, el trabajo que presentamos está centrado en alumnos que han permanecido en el sistema educativo y que se encuentran en los inicios del nivel secundario, es decir, una vez transcurridos al menos 6 o 7 años de escolaridad y de aprendizajes relacionados con el sistema de numeración.

El estudio es pertinente ya que, si bien sistema de numeración figura como contenido desde hace algunos años en los diseños curriculares, en los primeros años de la escuela primaria se reduce en

general al aprendizaje de la escritura y nombre de números de hasta 3 o 4 cifras y tiene muy poca presencia en los siguientes años de la primaria, así como en el nivel secundario.

El objetivo de esta investigación es analizar cuáles son los conocimientos que han podido construir a lo largo de la escolaridad, cuáles son sus dificultades y cuáles las «reglas» o los argumentos a los que recurren para validar sus respuestas o superar los conflictos que se les presentan. Se trata de una exploración sobre los conocimientos disponibles en relación con la numeración oral y escrita y sobre las dificultades aún presentes en ese nivel. En particular, nos interesa indagar sobre la escritura de números de 5 o 6 cifras en la que se incluyen varios ceros.

Esperamos de esta manera comprender cuál es la lógica de sus producciones para definir a futuro líneas de acción en los distintos niveles de escolaridad obligatoria.

2. Sobre la numeración oral y escrita⁽¹⁾

A la pregunta: ¿cómo representar todos los números? distintas civilizaciones en momentos históricos diferentes han proporcionado soluciones parciales o avances que han permitido, 40 siglos después de los primeros intentos, responder de forma óptima y definitiva a tal problema.

Todo sistema de representación escrita de cantidades reposa sobre un cierto número de convenciones, ya sea sobre los signos que se pueden utilizar (vocabulario) como sobre las reglas autorizadas para manipular esos signos (sintaxis).

En particular, en el sistema de numeración decimal, las distintas reglas de la numeración escrita ya conocidas dejan en evidencia que solo 10 signos son suficientes para representar con cifras cualquier número natural, por grande que sea, y este sistema los representa con una sorprendente regularidad. La numeración de posición en base 10 es una solución simple y potente para el problema citado.

Sin embargo, este no es el único sistema de representación existente en nuestra sociedad; para el intercambio, comunicación, etc., es necesario disponer de una forma de leerlos, esto es, de oralizarlos.

¿Qué nombre le puede corresponder a un número⁽²⁾ —es decir, cómo leerlo— en nuestro sistema decimal donde cada cifra tiene un valor relativo dependiendo del lugar que ocupa en la escritura?

Si la numeración oral fuese una traducción literal de la escritura con cifras, un número como 3.256 debería leerse como: tres–dos–cinco–seis. Sería una lectura económica pero poco práctica. Difícilmente se podría estimar la magnitud de un número antes de terminar de enunciar todas sus cifras y su memorización sería compleja.

En el extremo opuesto, la solución que incluyera la potencia de 10 correspondiente a cada una de las cifras daría por resultado un nombre «pesado» y también difícil de memorizar; por ejemplo, 3.426.485 se leería: tres *millones*–cuatro *cien mil*–dos *diez mil*–seis *milcuatro cientos*–ocho *dieces*–cinco.

El sistema finalmente aceptado y aún vigente como numeración oral es el resultado de diferentes decisiones en su intención de construir un sistema económico —no incluir demasiados nombres diferentes— y por lo tanto memorizable (lo que involucra la búsqueda de nombres compuestos) y coherente.

La decisión más importante, asignar un nombre a cada número inferior a la base (dígitos en la base 10), a la base misma y a las potencias de la base, aparece como natural conociendo el desarrollo de los sistemas de numeración históricos e incluso el actual, sistema posicional de base 10. Pero, tal como lo mencionamos más arriba, esta decisión no sería suficiente si se pretendiera contar con un sistema de nombres con las características ya citadas. Se optó entonces por nombrar solo algunas de las potencias de 10 y agregar otras reglas que faciliten su lectura; por ejemplo, organizar las cifras en grupos de a tres, colocando en general un punto entre los grupos y leer cada uno de estos últimos como se

leería si se tratara de un único número de tres cifras sin que formara parte de uno mayor.

Tal lectura en grupos de tres queda en evidencia en el número 234.234.234, cuyo nombre es: «doscientos treinta y cuatro» millones, «doscientos treinta y cuatro» mil, «doscientos treinta y cuatro». Cada grupo de tres cifras se lee de la misma manera pero su valor queda determinado por la potencia de diez que lo acompaña.

En ese nombre puede observarse también que las potencias de 10 elegidas fueron la de orden 0 o sea $10^0=1$; la de orden 3 o sea $10^3=1.000$, la de orden 6 o sea $10^6=1.000.000$, continuando —en caso de números más grandes— con las de orden 9, 12, etc. correspondientes a las cantidades: mil de millones $(1.000)^3$, millón de millones llamado también billón, siguiendo con trillón, cuatrillón, etcétera. Esas potencias —que corresponden a las potencias de orden 0, 1, 2, ... de mil— reducen notablemente el nombre de un número sin perder la posibilidad de comunicar en cierta manera la magnitud del número. Estamos así frente a una base de numeración 1.000. Y como mencionamos previamente, una regla —que se agrega para facilitar el funcionamiento de este sistema— indica que cada grupo de tres cifras se leerá en base 10. Este es el origen de los puntos que separan los grupos de cifras y que facilitan enormemente su lectura. Si sólo se respetara que la base de la numeración oral fuera 1000, hubiera sido necesaria la invención de novecientos noventa nombres diferentes más los nombres de los dígitos que de todos modos son necesarios en la organización elegida.

Puede afirmarse entonces que la numeración oral recurre a una doble base: mil y diez si bien, esta última podría ser considerada como una base secundaria del sistema.

Los nombres de los números han sufrido seguramente a lo largo de la historia, muchas más modificaciones que su escritura con cifras, fenómeno habitual con palabras y expresiones orales en las distintas lenguas.

Una primera impresión sobre los nombres de los números podría hacer pensar que forman parte de

un sistema bastante más irregular —en relación con las palabras usadas— que el de la numeración escrita, sin embargo solo pueden contarse 14 palabras «irregulares»:

- Las correspondientes a los números del 11 al 15, que deberían denominarse *dieciuno, diecidos,...* si se respetase la forma de leer otros números de la misma decena como dieciséis, diecisiete, etcétera.
- Las de las decenas, que deberían llamarse *dosdieces, tresdieces,...* tal como se dice trescientos, cuatrocientos, etcétera.
- La de 500, que debería llamarse *cincocientos*.

Podemos observar que para leer los números desde el 1 hasta el 100 se necesitan 24 palabras diferentes y que, para llegar hasta el número 999.999 solo se necesita agregar dos palabras nuevas: quinientos y mil. La mayor parte de las «irregularidades» en los nombres se encuentra en la primera centena de números, como se podría esperar dado que —como lo mencionamos— para leer números más grandes cada grupo de 3 cifras se lee de la misma manera. Fuera de las irregularidades citadas, la serie de los nombres de los números tiene una regularidad notable.

Una vez conocidas las reglas generales y vistas algunas irregularidades, podría pensarse que afirmar que se trata de una base mil y que las cifras que se agrupan de a tres se leen en base 10 es suficiente para comprender la forma de nombrarlos, pero es necesario realizar varias precisiones que relacionan la escritura con cifras, el uso de los puntos, el número de cifras, modalidades de uso, etc. que se constituyen en otras tantas reglas de funcionamiento:

- Cuando el coeficiente de una de las potencias de 1.000 es uno, generalmente no se lee; por ejemplo: Mil doscientos siete en lugar de Un mil doscientos siete, formulación que ésta reservada habitualmente a los cheques bancarios. Tampoco se lee cuando se trata del coeficiente de mil millones. Sin embargo, siempre se menciona cuando la potencia correspondiente es el millón: Un millón doscientos

cincuenta y tres mil, en lugar de Millón doscientos cincuenta y tres mil.

- Como 1 —que es la potencia cero de 1.000— no se escribe ni se lee, la regla que indica escribir tres cifras entre dos puntos, debe ampliarse agregando que un número no puede terminar en un punto y que en todos los casos, a la derecha del último punto de un número debe haber tres cifras, nulas o no.
- Por el contrario, un número puede empezar —en el sentido de la lectura de izquierda a derecha— con una, dos o tres cifras pero nunca con un punto.
- Una nueva precisión es necesaria: La palabra mil puede iniciar el nombre de un número como en Mil seiscientos, o finalizarlo, como en Cuarenta y cinco mil. En el primer caso debe escribirse la cifra 1 que no se menciona en el nombre y luego colocar un punto, en el segundo caso, se debe colocar un punto y completar el número con tres ceros.
- La palabra cero no existe en la designación oral de los números más allá que para leer el número 0.
- Los puntos que pueden agregarse para facilitar la lectura de los números tampoco se leen.
- Se usa la palabra mil y no miles, mientras que para millón, se recurre a su plural millones, se dice tres mil pero cinco millones.
- Frente a tantos casos particulares, aparece sin embargo una regla «casi» general:
 - Para escribir un número a partir de su nombre, se puede colocar un punto cada vez que se pronuncie una de las potencias de 1.000.

Por ejemplo: Trescientos seis «millones» cuatrocientos veinte «mil» ciento setenta y seis, debería escribirse: 306 – punto – 420 – punto – 176, es decir 306.420.176, sin olvidar, sin embargo, las precisiones anteriores en los casos particulares.

3. Sistemas de numeración y descomposiciones aritméticas

Renombrados investigadores de los sistemas de numeración históricos y actuales establecieron una

clasificación de los mismos en tres grandes grupos: numeraciones aditivas, híbridas y de posición apoyándose en las operaciones aritméticas utilizadas para componer los números a partir de las cifras (Geneviève, 1975 y Georges, 1987).

Por ejemplo, el sistema de numeración egipcio es un sistema aditivo, en el que un número se forma con la yuxtaposición de símbolos; su valor es igual a la suma de los valores de sus cifras: un número es la suma de las cifras que lo componen. Recurriendo a nuestros símbolos podríamos decir que un número 351 en el sistema egipcio corresponde a la descomposición $100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1$.

Las numeraciones híbridas utilizan conjuntamente la adición y la multiplicación como el chino japonés. Para cada potencia de la base se recurre a la multiplicación, por ejemplo «doscientos» se representa con los símbolos correspondientes a «dos» y a «cien». La yuxtaposición tiene aquí valor de multiplicación.

En ambos tipos de numeración, las distintas potencias de la base intervienen explícitamente en la escritura; cada una de ellas se representa con un símbolo.

También en la numeración posicional decimal, se recurre a la adición y multiplicación, en la llamada descomposición polinómica. Por ejemplo, un número como 345.677, se puede escribir en su descomposición polinómica como: $3 \times 100.000 + 4 \times 10.000 + 5 \times 1.000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 7 \times 1$ en términos de sumas o productos de las cifras del número —que actúan como coeficientes— y las potencias de 10. En la escritura de un número —a diferencia de la china— no se escriben las potencias de 10, solo las cifras cuyo valor se determina por la posición que ocupan.

Del mismo modo, se podría pensar en la descomposición a la cual corresponde el nombre de los números en nuestro sistema.

Analicemos primero algunos ejemplos particulares de las descomposiciones correspondientes a la numeración oral:

- Ciento cuatro corresponde a una descomposición puramente aditiva $100 + 4$.

- En cambio cuatro mil corresponde a una descomposición multiplicativa: 4×1000 .

- En otros se trata de descomposiciones que involucran tanto sumas como productos:

- Trescientos⁽³⁾cinco: $3 \times 100 + 5$.

- Tres mil cinco: $3 \times 1000 + 5$.

- Trescientos cinco mil: $(3 \times 100 + 5) \times 1000$.

La concatenación de palabras corresponde a veces a una suma y otras a una multiplicación.

Más en general, a un nombre como: Cuatrocientos siete millones, doscientos seis mil treinta y ocho, corresponde la descomposición: $(4 \times 100 + 7) \times 1.000.000 + (2 \times 100 + 6) \times 1.000 + (30 + 8)$, descomposición que pone en evidencia las potencias de 1.000 involucradas y que el coeficiente de cada una de ellas se lee en base 10.

Podría pensarse que conocer la descomposición aritmética correspondiente al nombre de un número, sería suficiente para escribir el número con cifras, con cierta facilidad. Sin embargo, para escribir en cifras un número cuyo nombre sea: Trescientos mil cinco, la descomposición $(3 \times 100) \times 1000 + 5$ aportaría tal vez menos ayuda a su escritura que la descomposición $300.000 + 5$, basada en el conocimiento previo de ciertos números «especiales o redondos».

4. Tareas básicas

Antes de presentar la exploración realizada con alumnos del nivel secundario, analizaremos dos tareas básicas en relación con el sistema de numeración: leer un número, es decir enunciar su nombre a partir de su escritura en cifras y escribir un número con cifras a partir de su nombre.

El pasaje de la escritura en cifras a su lectura en español (escrita o hablada) no es un simple ejercicio de codificación y decodificación, ya que las reglas de construcción de los nombres de los números en nuestra lengua, por un lado, y las reglas de construcción de las escrituras en cifras,

por otro, relevan de sistemas diferentes tal como lo venimos señalando.

Si la representación con cifras de un número ya se encuentra particionada en grupos de 3 cifras y en particular separados por un punto, leer remite a identificar cuál es la potencia de mil de cada uno de los grupos y, dentro de cada grupo restituir el lugar asignado a las unidades, decenas y centenas. Si en la escritura no ha sido indicada la separación en grupos de tres cifras, será útil realizarla y colocar un punto entre los grupos así armados.

Para escribir un número con cifras a partir de su nombre, es necesario identificar los coeficientes de las potencias de 10, decidiendo incluir ceros si alguno de estos coeficientes no es citado en el nombre. Si, por ejemplo, se trata de escribir un número como: dos millones trescientos cuarenta y tres mil, setecientos ochenta y cuatro es necesario identificar y escribir los dígitos que constituirán los coeficientes de las potencias de 10 o de 1000: dos millones trescientos cuarenta y tres mil, setecientos ochenta y cuatro: 2 – 3 – 4 – 3 – 7 – 8 – 4 y finalmente ubicar los puntos cada tres cifras, contando de derecha a izquierda o colocar un punto al escuchar una potencia de mil, para obtener la escritura habitual: 2.343.784.

Dado que todas las cifras que componen el número están presentes en el nombre, no es necesario tomar decisiones sobre los lugares en dónde ubicar la información dada de cada cifra ni atender a las potencias de 10. Es posible así realizar la escritura casi en forma simultánea a su dictado. La mayor dificultad que podría aparecer es identificar, en palabras como cuarenta, ochenta o setecientos, las cifras —4, 8 o 7— que se deben escribir, si bien se trata de nombres de números de rangos muy chicos y por lo tanto muy familiares para los alumnos, cuando se empiece a trabajar con números del orden de 6 o más cifras, que será el objeto de estudio en este artículo.

Por el contrario, escribir números como trescientos cinco mil o trescientos mil cinco, que no incluyen los nombres de todas las cifras a escribir, plantea otras dificultades dado que en el nombre, sólo se

pueden identificar dos cifras de la escritura del número: 3 y 5; el resto del número estará formado por ceros para los cuáles es necesario decidir su posición en la escritura. Cabe recordar que la palabra cero nunca es mencionada en la denominación de un número en cuya escritura interviene.

En relación con ubicar puntos cada tres cifras, ya afirmamos que facilita considerablemente la lectura de un número, mientras que no es de gran ayuda para escribirlo ya que colocarlos mientras se lo está escribiendo, es casi imposible si no se cuenta con otros conocimientos necesarios. Puede constituir, sin embargo, un muy buen apoyo para controlar la escritura producida.

Para la lectura de un número puede recurrirse al orden de magnitud⁽⁴⁾ del número (*es como trescientos mil*) o incluso al número de cifras (*si tiene más de seis ya son millones*), propiedades no siempre pertinentes para producir escrituras. En este caso, salvo reconocer el orden de magnitud en algunos números como en trescientos mil cinco, resulta difícil anticipar la cantidad de cifras del número.

Sin embargo, colocar un punto correspondiente a las palabras mil, millones, etc. y respetando en la escritura el orden de los valores que se encuentran antes y después de las palabras mil, millón..., resulta de gran utilidad. Es necesario considerar que no se trata de una técnica suficiente, ya que para el número Trescientos mil cinco, podría corresponder la escritura 300.5 la cual es incorrecta y deberá respetarse la regla que afirma que después del último punto siempre se deben incluir tres cifras.

En general, las técnicas válidas para la lectura de números pueden constituirse en valiosos recursos de control en la tarea de escribir un número a partir de su nombre.

5. Presentación del estudio

El estudio se realizó con 50 alumnos⁽⁵⁾ de los dos primeros años del nivel secundario de escuelas públicas céntricas o periféricas de la ciudad de Corrientes.

La recolección de datos se llevó a cabo en las instalaciones de las escuelas a través de entrevistas que tuvieron una duración aproximada de treinta minutos. Se realizó la grabación en audio y posteriormente su transcripción textual. Se tomaron notas sobre los comportamientos y expresiones de los alumnos así como de las notaciones específicas que realizaron.

Las transcripciones, las notas de observación, así como las producciones de los alumnos que respondieron por escrito, conforman el corpus de este estudio. Si bien se trató de entrevistas estructuradas en cuanto a los números a escribir, al seguir el razonamiento de los alumnos o sus dificultades, variaron de un caso a otro.

6. Tareas propuestas

1. *Escribí el número Trescientos mil cinco.*
2. *Escribí el número Trescientos cinco mil.*
3. *Escribí el número Doscientos cuarenta y cinco mil quinientos treinta y nueve.*
4. *Leé estos números: 406.000; 500.300 y 200.003.*

Con los alumnos entrevistados, al finalizar cada escritura, la entrevistadora (E) pregunta: ¿Te parece que escribiste bien el número... (repetiendo el número dictado)? Se pretende esta manera obtener mayor información sobre los conocimientos puestos en juego, cuando los alumnos aprueben la escritura realizada o por el contrario las modifiquen porque entran en conflicto con sus conocimientos o reglas de escritura.

Otras cuestiones que se indagaron a partir de las producciones de cada alumno se relacionan con la función de los puntos en las escrituras.

Si un alumno anunciaba que no sabía escribir el número pedido, la entrevistadora requería la escritura de números «redondos» como *trescientos mil* con el fin de encauzar la escritura de los números solicitados.

Un tipo de escritura a partir del nombre de un número,

señalado ampliamente en la literatura, corresponde a realizar una transcripción literal, al escribir con cifras cada una de las palabras mencionadas en el nombre del número. Se encuentra desde los primeros años escolares, donde es frecuente encontrar escrituras como 1004 para el número *ciento cuatro* o 406 para *cuarenta y seis* (Lerner y Sadovsky, 1994). Con números de mayor cantidad de cifras, ese tipo de escritura sigue apareciendo. Por ejemplo el número Trescientos mil cinco puede transcribirse de distintas maneras en particular por las pausas realizadas al recordarlo por el receptor del dictado:

- 30010005 correspondiendo a *trescientos – mil – cinco*;
- 3000005 correspondiendo a *trescientos mil – cinco*;
- 3001005 correspondiendo a *trescientos – mil cinco*.

Se puede imaginar con facilidad a los alumnos repitiendo oralmente o en silencio el número a escribir y deteniéndose en distintos lugares del nombre como se observa en las escrituras anteriores.

La diferencia entre el primero y el segundo número se manifiesta solo en una inversión de las palabras mil y cinco:

Trescientos mil cinco y Trescientos cinco mil.

Una pausa «útil» para la escritura de cada uno de los números sería diferente:

- *Trescientos mil – pausa – cinco* en el primer caso, y
- *Trescientos cinco – pausa – mil* en el segundo.

El tercer ítem se planteó para constatar la diferencia entre escribir —a partir de su nombre— números con varios ceros y con todas sus cifras diferentes a cero. Finalmente, se presentó una tarea de lectura con números que incluyen varios ceros en sus escrituras, a fin de diferenciar las dificultades de los alumnos en las dos tareas básicas ya mencionadas: escribir un número con cifras a partir de su nombre y leer un número ya escrito con cifras y con puntos colocados en sus lugares correspondientes.

7. Discusión de resultados

Si bien un 20 % de los alumnos escribió correctamente los números dictados, realizamos un análisis profundo de las producciones de aquellos que presentaron dificultades y en particular de quienes se enfrentaron a conflictos entre sus producciones y conocimientos y analizar cómo los superaron.

En nuestra muestra, la transcripción literal completa (30010005 para el número *trescientos mil cinco*) se encuentra escasamente representada (dos alumnos) pero sí pudieron observarse transcripciones literales parciales (como 3001005 para el mismo número).

Las actividades 3 y 4 fueron resueltas correctamente por el 90 % de los alumnos. El resto de los mismos rápidamente constató sus errores y produjo una escritura o lectura correcta. Estos resultados confirman lo mencionado anteriormente acerca de la clara diferencia de la tarea de escribir un número que no incluya ceros entre sus cifras o que sí los incluya, o entre la lectura y escritura de un número. Si bien los dos primeros números dictados pueden aparecer como de dificultad equivalente, consideramos que el primero: *trescientos mil cinco*, puede ser relacionado más fácilmente con el número *trescientos mil*, cuya escritura es más conocida por los alumnos que en el segundo caso. Esto fue confirmado en las producciones de los alumnos.

8. Reglas de acción

El análisis de las producciones de los alumnos nos permitió identificar cinco técnicas a las que recurren para controlar sus producciones o para justificar el porqué de sus escrituras. Para presentarlas en este artículo recurrimos a nuestra propia formulación. Dado que el objetivo de esta investigación es conocer cuáles son los conocimientos, dificultades, e identificar posibles conflictos que pueden aparecer en las producciones de los alumnos al inicio de secundaria, no nos interesa mostrar porcentajes de uso de cada una de ellas. Se trata más bien de realizar un estudio y un análisis cualitativo de las

entrevistas. Es suficiente saber que el 80 % de alumnos de esta muestra y los que, día a día observamos en nuestras prácticas docentes, tienen dificultades para escribir números que comportan varios ceros a partir de su nombre.

R1: *De las palabras que se dicen en el nombre, solo se escriben los dígitos; no se escriben las potencias de 10.*

R2: *No pueden existir dos números diferentes con el mismo nombre o con la misma escritura con cifras.*

R3: *Si tiene más de 6 cifras, tiene que decir millones en el nombre.*

R4: *Cuando dice mil o millón se pone un punto.*

R5: *Entre dos puntos siempre tiene que haber tres cifras. Un número no puede terminar con un punto.*

Se pueden realizar algunas precisiones a estas técnicas:

- Identificar los dígitos en el nombre, como lo indica la primer regla, provoca algunas dificultades cuando la potencia de 10 forma parte del nombre como en las centenas: *trescientos* o en las decenas: *cuarenta*, a la vez que produce algunas dudas sobre las potencias que figuran en las centenas: de *trescientos* ¿Se escribe solo el 3 o también los dos ceros, o se pone un punto? Esta regla, de aplicación «tan evidente» al escribir números «sin ceros», plantea enormes dudas en los números dictados, ya que si las potencias de 10 no se escriben: ¿Cómo completar con ceros la escritura? ¿Cuántos y en qué lugar colocarlos?

- Escribir los dígitos que se enuncian en el nombre significa pensar dónde poner, por ejemplo, el cinco, para que en la escritura tenga el valor *cinco* y no *cincuenta* o *quinientos*. Algunos mencionan que el 5 tiene que estar al final, es decir en el lugar de las unidades, pero no parecen saber que también puede ubicarse en el lugar de las unidades de mil o de millón. En general muestran un gran dominio de los números «chicos» (de 3 o 4 cifras).

- Cuando algunos alumnos afirman: *el mil separa...* no siempre significa que han usado la técnica de colocar un punto correspondiendo a la palabra mil

(o millón), puede tratarse de un *control a posteriori* de la escritura.

- Muy pocos alumnos manifiestan recurrir a alguna técnica para escribir un número con cifras. La manera de hacerlo parece reducirse a escribirlo «como salga» y luego ajustar por medio de las reglas de las que disponen o por la lectura, ya sea espontáneamente o por pedido de la entrevistadora.

9. A partir de las entrevistas

Transcribiremos párrafos de algunas entrevistas para mostrar las dificultades, los conocimientos puestos en juego y los conflictos a los que se enfrentan, hayan sido resueltos o no.

9.1. Ejemplo 1: Laura (2º año)

Ante el dictado de *Trescientos mil cinco*, escribe: 30005; luego coloca el punto: 3.0005

Sin embargo, lo observa y no conforme decide quitar un cero, quedando escrito: 3.005

Podríamos pensar que la primera escritura corresponde a una transcripción literal parcial del nombre dado, respetando la regla R1: *Escribir todos los dígitos que se escuchan*, en este caso el 3, luego tres ceros correspondientes a la palabra mil y finalmente 5. Sin embargo, esta explicación no permite comprender la función del punto que sigue al 3 en la segunda escritura.

Un diálogo posterior con la entrevistadora, a raíz de la función del punto nos permitió entender que en esta escritura el punto después del 3 corresponde — para ella — a cientos, ya que afirma: *El tres separa la unidad*. Para que diga tres y no treinta o trescientos, debe para ella estar al lado de un punto, es decir en el lugar de las unidades, si bien en el nombre del número se incluye la palabra trescientos.

Por lo tanto, la escritura 3.0005 debe entenderse como tres →3; cientos →. (punto); mil →000; cinco →5

Cuando observa su producción, decide quitar un 0 probablemente debido a la regla de acción R5:

Todos los números terminan con tres cifras, después del punto. Esta regla nunca es formulada por Laura, quien habla de que el punto separa las unidades de mil.

Cuando la E⁽⁶⁾ pregunta si el número escrito (3.005) es Trescientos mil cinco, Laura lo identifica como un número familiar y dice: *Ah no, éste es tres mil cinco y vos decís trescientos mil cinco*. Entonces escribe: 300.5, escritura que muestra que está atendiendo a que la escritura «muestre» trescientos y no solo 3, pero entonces desatiende a que además muestre mil. De esa manera parece abandonar su idea de asignar al punto la función de separar los cientos y empieza a usarlo para separar los miles, produciendo una escritura más literal que la anterior: trescientos — el punto correspondiente a mil — cinco. Y dice: *Creo que es este*.

Sin opinar sobre la validez de la escritura anterior, la E le dicta el número *Trescientos cinco mil*, Laura escribe: 3.5000 y vuelve a asignar al punto la función de separar los cientos, y escribiendo luego cinco mil.

Pero decide correr el punto a la derecha del 5 para lograr que le queden 3 cifras a la derecha (R5) y escribe 35.000 dudando: *Pero yo tengo entendido que lleva tres ceros*. E: —¿Cuál número?

Laura (L): —*El cinco mil... y sí porque si no sería quinientos. Pero si pongo el punto ahí sería treinta y cinco mil*.

Pareciera que centrada en el nombre cinco mil, cuya escritura le resulta confiable, no puede simultáneamente atender a la otra información contenida en el nombre, los «cientos» de trescientos.

En este caso la lectura correcta que realiza del número no corresponde a su idea del punto asignado a los cientos. No logra resolver sus conflictos y finaliza la entrevista.

Este diálogo muestra la dificultad de atender a la vez las dos condiciones: por un lado pretende escribir: trescientos con su idea de un tres y un punto y luego cinco mil con un 5 y tres ceros y por otra parte, respetar la regla de dejar sólo tres cifras a la derecha del punto.

La escritura correcta no estaba lejos: en lugar de

treinta y cinco debía escribir trescientos cinco antes del punto correspondiente a los miles. Sin embargo ese cambio exigía una pausa diferente en la lectura, en lugar de trescientos – cinco mil, leer trescientos cinco – mil y esta pausa la puede dar el conocimiento de que el punto corresponde a los miles y no a los cientos.

9.2. Ejemplo 2: Rodrigo (1° año)

Para escribir *Trescientos cinco mil*. Escribe: 300.5.000.

E: —Entonces ¿éste es el trescientos cinco mil?

Rodrigo(R): —Mm, no entiendo porque trescientos cinco mil ¿cómo sería? Porque si yo le pongo el cinco y no le pongo el punto van a quedar trescientos... tres mil quinientos

Frente a la dificultad manifiesta de Rodrigo de decir el nombre del número sin tenerlo escrito, la E solicita que lo escriba.

Rescribe 300.500 y dice: *Si le pongo así, trescientos, y ahí el punto, y ahí le pongo el cinco y le agrego ceros nomás, serían trescientos mil... quinientos.*

E: —Entonces, ese no es el trescientos cinco mil.

R: —No.

E: —Entonces, para que sea cinco mil, vos le ponés el punto acá (en el número 300.5.000, refiriéndose al punto a la derecha del 5).

R: —Sí (duda).

E: —¿Y vos cómo hacés para colocar los puntos?

R: —Ya sé que está mal colocado el punto ahí, porque es por unidades de mil...

E: —El trescientos mil ¿cuántas cifras tiene?

R: —Seis.

E: —Y este trescientos cinco mil, ¿cuántas cifras te parece que va a tener?

R: —Y seis también... pero el cinco va a lo último (R1: en el nombre tiene que decir cinco.)

E: —¿Cómo sería eso?

R: —Sería trescientos... ah no porque si yo le pongo el cinco a lo último ahí quedaría trescientos mil cinco y es trescientos cinco mil (escribe 305.000), ¿ahí sería?

Se detecta la dificultad de Rodrigo con números de más de cuatro cifras, entonces para escribir el número trescientos cinco mil, produce una escritura donde pretende a toda costa que quede representado cinco mil con su escritura habitual: 5.000. Sin embargo, sus conocimientos o ideas le impiden aceptar la presencia en un número con dos puntos y una única cifra entre ellos (R5).

En voz alta trata de resolver su conflicto, ensayando el nombre de un número en el que quitó el punto y un cero, a fin de dejar únicamente el punto anterior al 5 y tres cifras a la derecha. Pero entonces el cinco mil ha desaparecido.

Luego dice que el 5 tiene que estar a lo último; esto debe entenderse como: el 5 tiene que estar en el lugar de las unidades, pero puede analizar bien que en ese caso el número escrito sería trescientos mil cinco. El conflicto dónde poner el 5 para que diga cinco y no cincuenta o quinientos, ha sido resuelto.

9.3. Ejemplo 3: Francisco (2° año)

Otro alumno, frente al mismo conflicto, escribe primero: 300.005 a fin de que el 5 se lea cinco, pero ese era el número ya escrito previamente; entonces aclara: *Lo escribo de otra forma pero tiene que terminar igual* (es decir terminar en 5) Escribe dos números, el trescientos: 300 y cinco mil: 5000. La entrevistadora solicita que escriba el número que le pidió y entonces escribe: 300.005.000 a fin de que entre los dos puntos haya 3 cifras (R5), pero afirma: *Pero ahí se forma un número que nada que ver, porque ahí sería millones ya...* (R3).

Se puede ver que si bien quería que termine en 5, para que se pueda decir cinco, encuentra una forma de que suceda eso al ubicarlo en las unidades de mil. A la vez que es coherente con la regla de 3 cifras entre dos puntos.

El problema con esta escritura es que contradice la regla R3 en relación a un número del orden de los millones.

E: —¿Por qué te parece que hay que colocar el punto?
Francisco (F): —El punto corta, separa digamos, las unidades de un lado.

E: —¿Qué separa?

F: —Si yo escribo todo junto, sin el punto... no sabés si es mil o millones ¿Entendés?

E: —Claro.

F: —Separa las unidades, decenas, centenas digamos.

E: —Y entonces, ¿Cómo hacés para colocar el punto?

F: —Vos me dijiste trescientos cinco por ejemplo, trescientos y ahí corta el número... entonces vos tenés que buscar la forma de que quede trescientos... mil cinco

Pero además, al decir trescientos – cinco mil, el mil separa, pero ¿qué separa? F dice: *Trescientos y ahí corta el número entonces tenés que buscar la forma de que quede cinco mil.*

A Rodrigo le resulta complejo diferenciar el «mil» del número trescientos cinco mil —que supuestamente separa las unidades simples de las de mil— del «mil» del número cinco mil.

Hemos visto y analizado en estos tres primeros casos, la manera en la que intentan convivir distintos conocimientos de los alumnos que les permitió —en algunos casos— lograr la escritura convencional del número solicitado y en otros no. Estas reglas que hemos mencionado al principio son aplicadas por el entrevistado de diversas formas para obtener la escritura correcta, sin lograrlo en algunos casos. Veamos ahora las explicitaciones que realizan algunos alumnos sobre las reglas que han incorporado y que consideran válidas.

9.4. Ejemplo (de R5): Miriam (1°)

E: —¿Qué significa para vos el punto?

R: —El mil.

E: —Vos querés decir que cada vez que diga mil, ¿tengo que poner punto?

Miriam (M): —Sí. E: Entonces, por ejemplo, si digo trescientos cuarenta y cinco mil (la entrevistadora escribe 345.) ¿Puede terminar ahí el número entonces?

M: —No, tiene que agregarle ceros.

E: —¿Por qué?

M: —Y porque es mil.

E: —¿Cuántos ceros tengo que agregar?

M: —Tres.

9.5. Ejemplo (de R4): Daniel (2° año)

E: —¿Y los puntos? ¿Qué tenés en cuenta vos para poner los puntos?

Daniel (D): —Los últimos tres números tienen que quedar sin punto digamos, no tiene que tener ningún punto entre los últimos tres números.

E: —Entonces para vos el punto ¿Separa?

D: —Sí, cada tres lugares; si hay cuatro, cinco o seis digamos, ahí ya hay 2 puntos.

9.6. Ejemplo (de R3): María (1° año)

La entrevistadora le solicita que escriba el *Trescientos mil cinco*. María escribe: 300.000.

María (M): —Esperá que hice mal (escribe 5 encima en el lugar del último cero): 300.005. Ahí está, iba a poner tres ceros y después el 5 pero me di cuenta que no.

E: —¿Cómo te diste cuenta?

M: —Porque si agrego más cifras ya es millones.

E: —¿Por qué hay que poner el punto? ¿Qué te parece a vos?

M: —El punto me separa, de un lado están los miles y del otro... cienes.

10. Conclusiones

La problematización del conocimiento en juego nos permitió mostrar la complejidad de las relaciones entre la numeración oral y la escrita y el rol jugado por el tipo de números (con o sin cifras nulas) para identificar las dificultades de los alumnos y sus posibles conflictos.

A pesar de que el estudio del sistema de numeración decimal posicional no siempre aparece como central en la escuela primaria, especialmente en el último tramo de la misma, los alumnos han ido adquiriendo conocimientos que años más adelante —en el nivel secundario— aparecen como poco estables, no coordinados sino más bien desarticulados.

Sin embargo han podido elaborar recursos de control que ponen en juego para revisar sus producciones, aunque algunos sean parcialmente incorrectos, insuficientes para abarcar todos los

casos e incluso incoherentes entre ellos, lo cual disminuye su aplicabilidad.

Los alumnos entrevistados mostraron un buen manejo con los números de hasta 3 o 4 cifras, de la escritura de números «sin ceros» y de la lectura de números en general; por el contrario, las dificultades puestas en manifiesto en la escritura de los números con cifras nulas (objeto de este estudio), dan cuenta de que esta tarea pone en juego nuevos conocimientos del sistema de numeración que no eran necesarios para resolver las tareas anteriores. Las reglas del funcionamiento del sistema no son claras y no siempre tienen estatus matemático. Una alumna al colocar los puntos dice: *Esta es una manía que me metió mi mamá, siempre poner un punto cada tres cifras.*

Es en el dominio de los números con 5 o más cifras, donde es posible y necesario gestionar una reflexión sobre los conceptos relacionados con el sistema y producir una síntesis que permita a los alumnos tener claro el funcionamiento del sistema de numeración, su vocabulario, las regularidades, las convenciones y las reglas de lectura y escritura de

números. El estudio de la numeración constituye una necesidad para el dominio de las propiedades del número así como en las de las técnicas operatorias. Esto podría ser organizado en los últimos años de la escuela primaria o, si es aún necesario, en los inicios del nivel secundario.

Para que los alumnos puedan dominar la escritura de los números, además de conocer la descomposición polinómica en términos de potencias de 10, se debería organizar momentos de reflexión sobre las escrituras, sus nombres y distintas descomposiciones de los números, entender cómo funcionan, cómo se relacionan con las escrituras en cifras, las irregularidades existentes, los casos particulares, etc,

Es importante mencionar que los alumnos accedieron fácilmente a participar en las entrevistas mostrando además un gran interés en cumplir correctamente con la tarea, sin permitirse no resolver algún conflicto que apareciera entre sus ideas y reglas puestas en juego. Algunos ya resignados decidían: *Y bueno, elijo este...* asumiendo claramente la incoherencia con sus propios saberes.

Notas

- ⁽¹⁾ Llamaremos numeración oral a la correspondiente a los nombres de los números, que representan los mismos por medio de palabras, y numeración escrita a la que recurre al uso de cifras.
- ⁽²⁾ En este artículo, la pregunta sobre cómo leer un número se referirá a su nombre y no a la lectura en términos de unidades, decenas, etcétera.
- ⁽³⁾ Si bien el nombre del número 300 es trescientos, no oculta que se refiere a la descomposición 3×100 . Escribimos su nombre como trescientos para poner en evidencia dicha formación.
- ⁽⁴⁾ Entendemos por orden de magnitud a la potencia de 10, a la cual corresponde el valor relativo de un número
- ⁽⁵⁾ Los 50 alumnos resolvieron por escrito las consignas, mientras que 17 de ellos fueron además entrevistados.
- ⁽⁶⁾ En este artículo, nos referiremos con «E» a la entrevistadora.

Referencias bibliográficas

- Alvarado, M. y Ferreiro, E. (2000).** El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años. *Lectura y vida. Revista latinoamericana de Lectura*, 21(1), 6–17.
- Broitman, C. (2013).** Conocimientos sobre el valor posicional de jóvenes y adultos que inician la escuela primaria. En C. Broitman (Comp.), *Matemáticas en la escuela primaria [1]. Números naturales y decimales con niños y adultos* (pp. 43–71). Buenos Aires: Paidós. Cuestiones de educación.
- Ifrah, G. (1987).** *Las cifras: historia de una gran invención*. Madrid: Alianza Universidad.
- Guitel, G. (1975).** *Histoire comparée des numérations écrites*. Paris: Flammarion.
- Sadovsky, P. y Lerner, D. (1994).** El sistema de numeración: un problema didáctico. En C. Parra e I. Saiz (Comps.), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 95–184). Buenos Aires: Paidós Educador.
- Sheuer, N.; Sinclair, A.; Merlo de Rivas, S. y Tièche Christinat, C. (2000).** Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 31–50.
- Wolman, S. y Ponce, H. (2013).** Relaciones entre la escritura de números y su designación oral: el uso de puntos en niños que ya dominan un rango importante de la serie. En C. Broitman (Comp.), *Matemáticas en la escuela primaria [1]. Números naturales y decimales con niños y adultos* (pp. 203–229). Buenos Aires: Paidós. Cuestiones de educación.