Universidad Nacional del Litoral

Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas

Maestría en Didáctica de las Ciencias Experimentales

Las nuevas tecnologías como complemento al trabajo en el aula

Tesista: *Prof. Daniela Müller*

Directora: *Mg. Adriana Engler*

2011

A mis hijos, María, Magdalena y Martín, por su amor,
paciencia y aliento constante para seguir adelante.

A la memoria de mis padres, con quienes me hubiese
encantando compartir este momento.

Agradecimientos

A la Facultad de Ciencias Agrarias y por su intermedio, a la Universidad Nacional del Litoral, por brindarme el espacio, los recursos y el tiempo para realizar la experiencia.

A Adriana, por orientarme en la delimitación de algunos aspectos en la redacción de este trabajo, por la lectura crítica y los comentarios realizados, que contribuyeron a mejorar el escrito.

A todos mis alumnos, los que he tenido, los que tengo y los que tendré, pero en especial a los que han participado de esta experiencia.

A Fausto, mi nieto, por su frescura, espontaneidad y por acompañarme los sábados a la mañana cuando, temprano, decidía dedicarme a la redacción de este trabajo.

A mis amigas del alma, que a pesar de la distancia y de las ausencias, siempre estuvieron a mi lado.

A todas las personas que de alguna manera caminaron conmigo este largo camino.

En especial a Mario, por su amor, su confianza en mí, por alentarme a terminar la tesis y por mostrarme que es posible otra oportunidad.

Contenido

Introducción

En los últimos años, el papel de la matemática ha variado sustancialmente como resultado del ritmo acelerado del desarrollo científico-tecnológico. Hoy resulta una herramienta indispensable en el intento de explorar los fenómenos que aparecen tanto en el mundo de las ciencias de la naturaleza como en las ciencias sociales y humanas. La formación matemática debe ser reestructurada, de forma tal que la matemática se convierta en el lenguaje a través del cual se expresan las representaciones científicas y en la herramienta que brinde los métodos idóneos para hallar la solución de los problemas científicos y productivos.

El Ingeniero Agrónomo requiere una base sólida se conocimientos matemáticos para poder interpretar y dar respuesta a la mayor cantidad de interrogantes de su especialidad. El perfil del egresado actual hace necesario desarrollar en los alumnos destrezas y habilidades que le permitan ser protagonista del aprendizaje y que le serán de gran utilidad en su desempeño profesional.

Frente a la gran cantidad de información disponible en internet, es necesario que aprenda a buscar y encontrar información relevante en la web, valorarla y aplicarla tanto en la elaboración de nueva información como en situaciones reales. También es importante que construya matemática, ocupándose de actividades que emerjan de situaciones problemáticas, que requieran pensamiento y razonamiento creativo, recolección y ampliación de información, descubrimiento, invención, comunicación de ideas y comprobación de las mismas a través de la reflexión crítica y argumentada.

En Ingeniería Agronómica, en el primer año de la carrera, se observa que la comprensión de algunos conceptos básicos de matemática suele ser problemática.

En cada ciclo lectivo que se inicia, los alumnos ingresantes presentan diversas dificultades en el aprendizaje, conocimientos insuficientes y escasa transferencia a situaciones nuevas.

También se observan deficiencias al realizar argumentaciones que justifiquen procedimientos realizados y dificultades para expresarse tanto en forma oral como escrita. Los resultados poco satisfactorios que obtienen en evaluaciones parciales y finales, constituyen un aspecto negativo en su actitud frente a la matemática.

Todo concepto matemático necesita de representaciones ya que no se dispone de objetos para mostrar en su lugar y sólo por medio de éstas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos. Entre las distintas representaciones de un objeto matemático, se encuentran, un enunciado en lenguaje coloquial, una expresión algebraica, una tabla de valores numéricos o una gráfica. La coordinación entre diferentes sistemas de representación es muy importante para el desarrollo del pensamiento

En los últimos años, los resultados de investigaciones realizadas en el campo de la educación matemática fortalecieron la postura de que se favorece el aprendizaje de la matemática cuando se incorporan en su enseñanza, actividades que propicien la utilización y conversión entre diferentes registros de representación.

Utilizando un software adecuado, la incorporación del recurso informático posibilita la manipulación de gráficas, la articulación de diferentes registros de representación y la realización de presentaciones dinámicas visuales que propician estrategias innovadoras en la enseñanza de algunos temas, como por ejemplo, funciones.

Por otra parte, todo el sistema educativo, así como nuestra práctica docente, se ven impactados por el desarrollo y la presencia de las nuevas tecnologías. La creciente introducción de los recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática, ha generado nuevas posibilidades para mejorarlos y enriquecerlos. Al proponer distintas actividades matemáticas, se considera que cuanto más amplias, variadas y complejas sean las relaciones que se establezcan, mayor será la capacidad de utilizar los conceptos implicados, en situaciones cotidianas, en la construcción de nuevos significados y en el establecimiento de nuevas relaciones.

De acuerdo a lo expuesto, para los alumnos que presentaron las dificultades enunciadas y que no lograron regularizar o aprobar Matemática I en el primer cuatrimestre del año 2009, se consideró importante diseñar e implementar otros escenarios educativos donde, tanto la enseñanza como el aprendizaje, se encuentren mediados por otros recursos no tradicionales.

En este contexto, el tema desarrollado para la presente tesis se refiere al uso de las nuevas tecnologías como complemento al trabajo en el aula. Con este objetivo, bajo una metodología de investigación acción, se diseñó una experiencia utilizando un modelo mixto de aprendizaje que combinó actividades presenciales con otras virtuales. La misma se implementó para los alumnos de Matemática I de la carrera Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral durante el año 2009. En el diseño e implementación se tuvieron en cuenta las fases correspondientes a la metodología utilizada: planificación, acción, observación y reflexión.

Para llevar adelante la propuesta, se trabajó en profundidad en el diseño y elaboración de las actividades presenciales y virtuales. En las mismas se procuró que favorecieran el aprendizaje, que resultaran adecuadas al entorno donde se utilizarían y que en particular, promovieran el uso de diversos registros de representación. También se consideró que resultaran variadas, de diferente complejidad y que abundaran en contenido, tratando de enriquecer sus posibilidades y de promover la reflexión sobre lo aprendido.

La redacción de todo el trabajo realizado se encuentra organizado en cinco capítulos: el problema de investigación, marco conceptual, metodología de la investigación, implementación y análisis de resultados, y conclusiones.

En el capítulo uno, *El problema de investigación*, se comienza con algunas ideas respecto a la manera en que se genera y concibe el problema de investigación y que conducen a formular los objetivos de la investigación. Se agregan algunos conceptos básicos sobre los sistemas de representación, la visualización, el uso de recursos informáticos y la incorporación del aula virtual que sustentan la justificación de este trabajo.

En el capítulo dos, *Marco conceptual*, se resumen las principales referencias teóricas del trabajo de investigación, comenzando con una visión general del constructivismo. Se hace referencia a las principales características del modelo mixto de aprendizaje, al uso de las herramientas informáticas y de las nuevas tecnologías. Se abordan las ideas más importantes sobre el rol del docente en los ambientes virtuales de aprendizaje para finalizar el capítulo exponiendo algunos conceptos relacionados a las plataformas virtuales en general y a la plataforma Moodle, en particular.

En el capítulo tres, *Metodología de la investigación*, se describen los aspectos más importantes de la metodología adoptada, haciendo especial énfasis en la investigación acción. Se detallan las principales características y los criterios tenidos en cuenta en cada una de las dos primeras etapas de la investigación: la inicial y la de planificación. Se describen también, el contexto y las características de su implementación, haciendo referencia al tema elegido para la experiencia, al proceso seguido para la selección de los alumnos que participaron de la experiencia y a los criterios adoptados para la planificación de las sesiones presenciales, virtuales y de evaluación. Se presentan los principales lineamientos considerados para las fases de acción y de observación. Se mencionan además los instrumentos considerados para la recolección de datos que sirvieron de guía para la fase de reflexión.

En el capítulo cuatro, *Implementación y análisis de resultados*, se presentan las características de las actividades presenciales y virtuales junto a los resultados generados en la implementación y desarrollo de las mismas. Se analizan las respuestas emitidas por los alumnos y las principales características de sus producciones, que contribuyen a la reflexión sobre lo actuado. El capítulo incluye una evaluación global de las distintas actividades teniendo en cuenta las apreciaciones de los alumnos manifestadas en una encuesta y en la entrevista.

En el capítulo cinco, *Conclusiones*, se da una interpretación de los resultados obtenidos por la investigación de acuerdo a los objetivos propuestos y al contexto en el que se desarrolló la experiencia.

Finalmente, se detallan las referencias bibliográficas utilizadas para la investigación, seguido de todos los anexos que faciliten la comprensión de los datos, de las ideas y de los resultados de este trabajo.

1. El problema de investigación

En este capítulo se presenta un panorama general de las cuestiones que delimitan el problema a estudiar y que conducen a formular los objetivos de la investigación. Se desarrollan algunos conceptos básicos sobre los sistemas de representación, la visualización, el uso de recursos informáticos y la incorporación del aula virtual, que conforman la justificación de este trabajo.

1.1 Planteo del problema

La Matemática resulta una barrera difícil de superar para los alumnos que deben enfrentarla en el primer año de su carrera universitaria. En general, representa una “asignatura-problema” dado que alrededor de ella se genera mucho temor, producto de numerosos fracasos, de incomprensión de lo estudiado, de no hallar el sentido de su aplicación, de los rendimientos relativamente bajos.

Desde hace algunos años, uno de los temas que preocupa a la Universidad Nacional de Litoral (UNL) es la problemática del ingreso. Considera necesario un mejoramiento sustancial en las condiciones de dicho ingreso y en la permanencia de los alumnos a lo largo del primer año de la carrera.

Los cursos de articulación forman parte del Programa de Ingreso de la UNL y su finalidad es favorecer la incorporación del estudiante a la vida universitaria. Brindan conocimientos sobre la problemática universitaria y la actividad científica, y profundizan contenidos en diferentes áreas básicas. La aprobación de los cursos de articulación, es una condición necesaria para cursar la totalidad de las materias de primer año de cada carrera dentro del ámbito de la universidad. Comprenden dos áreas de articulación: general y disciplinar. Los cursos de articulación general tratan temáticas vinculadas a la vida y el pensamiento propio de la Universidad y son comunes a todos los ingresantes de la UNL, cualquiera sea la carrera elegida para estudiar.

Los cursos de articulación disciplinar, abordan áreas específicas en las que se profundizan algunos contenidos básicos para el cursado de las materias de primer año y, de acuerdo a la carrera elegida, se cursan dos módulos disciplinares. En el caso de Ingeniería Agronómica, uno de los módulos correspondientes es matemática y el otro, química

El curso de articulación disciplinar de matemática es de carácter obligatorio y articula con Matemática I del primer año de la carrera.

La aprobación de este curso de articulación debería garantizar el conocimiento y manipulación de los contenidos mínimos requeridos para el normal desarrollo de Matemática I en el primer cuatrimestre del primer año de la carrera. Esto no siempre es así. De acuerdo a la experiencia como docente de la Facultad de Ciencias Agrarias, muchos de los alumnos ingresantes a Ingeniería Agronómica presentan dificultades para abordar distintos tipos de textos, evidencian carencia de estrategias de aprendizaje que los conduzcan a consolidar contenidos procedimentales, es decir procesos que les permitan realizar análisis, establecer relaciones, comparaciones, interpretaciones, fundamentaciones, argumentaciones y ejemplificaciones, entre otras. Esto se advierte no sólo en la dificultad de interpretación de consignas en las evaluaciones escritas sino también en el manejo del material bibliográfico. Igualmente se observa en ellos, una escasa transferencia de conocimientos a nuevas situaciones y una marcada disociación entre los conceptos teóricos y las aplicaciones prácticas. Todo esto se traduce en resultados poco satisfactorios en evaluaciones parciales y finales que constituyen un aspecto negativo que, en muchos casos, los conduce a adoptar una actitud de mínimo esfuerzo o de rechazo hacia la matemática.

Matemática I de Ingeniería Agronómica está formada por dos grandes bloques temáticos: Funciones y Álgebra. Para el dictado de la misma, desde hace años se trabaja en la modalidad de Seminario Taller, presentando el tema, siempre que sea posible, desde la formulación de una situación problemática. Los nuevos conceptos surgen ante la necesidad de resolver el problema.

Uno de los temas centrales que suele ser problemático para la mayoría de los alumnos, es el de función.

Para Farfán (1992, citado en Ferrari y Martínez, 2003), entre las causas que hacen de la función uno de los conceptos matemáticos más difíciles de dominar y enseñar, se encuentran las diversas concepciones y múltiples representaciones de ésta, potenciadas por el hecho que la enseñanza tiende a sobrevalorar la algoritmización y los métodos analíticos o algebraicos por encima del desarrollo de habilidades propias del pensamiento matemático.

Duval (1998) establece que al privilegiar el contexto algebraico se deja de lado la posibilidad de construir conocimiento a partir de la movilidad entre las diferentes representaciones del objeto. Generalmente se hace énfasis en que el conocimiento matemático se puede representar bajo diferentes formas semióticas. Como cada representación es parcial con respecto al objeto que representa, se debe considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación. Agrega también que no solo es importante entender las dificultades para manipular cada una de esas representaciones, sino que también lo son las actividades de conversión entre las distintas representaciones que deben proponerse a los alumnos, intentando no priorizar alguna de ellas en detrimento de otras.

Relativo al tema funciones, generalmente el docente propone tareas de conversión de una representación como la algebraica a su correspondiente gráfica y es poco usual que solicite el proceso inverso. En general, las tareas de conversión entre diferentes sistemas de representación son escasas y eso produce limitaciones en la comprensión y en el desarrollo de la visualización.

Zimmermann y Cunningham (1991, citados en Alfonso, 2002) consideran que visualización es el proceso de formación de imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con la ayuda de tecnología) y el uso de tales imágenes de forma efectiva para el descubrimiento matemático y el entendimiento.

Frente a todas estas cuestiones, Ferrari y Martínez (2003), consideran interesante incorporar a las actividades del aula, algunos elementos que favorezcan la visualización, la predicción, el reconocimiento de patrones y la analogía, entre otros, para lo cual proponen la utilización de herramientas tecnológicas. Moreno (2002), promueve el desarrollo de actividades con estrategias de graficación propias del contexto que, al ser realizadas y observando lo que sucede, deberían combinarse con estrategias analíticas que permitan confirmar los resultados que sugieren las representaciones gráficas. Hitt (2003), considera necesario implementar en el aula tareas en las que la actividad matemática demande el uso coherente de diferentes representaciones. Se inclina también por el uso reflexivo de la tecnología en las clases de matemática que, para esas actividades propuestas, será una herramienta importante en la construcción de conceptos matemáticos más profundos.

Por otra parte, las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación han cambiando la sociedad e influyen fuertemente en la educación, creando nuevos y valiosos escenarios tanto para la enseñanza como para el aprendizaje. Duart (2005) expresa que la integración de las tecnologías en los procesos básicos de la universidad es el resultado del trabajo de adaptación constante de las instituciones de educación superior a la demanda de la sociedad y de las personas.

Actualmente, la tecnología permite recrear el ambiente del aula en forma virtual. De esta manera, las aulas virtuales se convierten en espacios que hacen referencia al entorno en donde se desarrolla el proceso educativo.

A partir de lo expuesto es oportuno plantearse, tal como lo expresa Corredor (2003), que:

> El desarrollo de la educación dependerá de los avances que se den en la sociedad en la que estamos inmersos, pero también dependerá de lo que nosotros, como protagonistas del proceso educativo, seamos capaces de crear y poner al servicio de aquellos a quienes estamos formando y que, consecuentemente serán los responsables de mejorar la calidad de vida y de la sociedad.

De aquí, la mayor preocupación como docente en Ingeniería Agronómica, se centra en cómo, a partir de la enseñanza de la matemática, se puede contribuir a que los alumnos adquieran instrumentos y destrezas adecuados y pertinentes para:

- ✓ aprender de manera tal que puedan comprender, interpretar, plantear y resolver problemas,
- ✓ asumir la responsabilidad de su propio aprendizaje
- ✓ desarrollar creatividad, espíritu crítico y capacidad para adquirir y aplicar nuevos conocimientos de manera autónoma.

También, resulta sumamente importante y necesaria la creación de un escenario para el aprendizaje donde la interacción con el alumno esté mediada por propuestas de enseñanza que, a través de diferentes tipos de materiales educativos y bajo la mediación de las nuevas tecnologías, propicie la adquisición y construcción del conocimiento de manera flexible y autónoma.

Cuanto más amplias y complejas sean las relaciones que se establezcan, mayor será la capacidad de utilizarlas en situaciones cotidianas, en la construcción de nuevos significados y en el establecimiento de nuevas relaciones.

1.2 Preguntas de investigación

A partir de lo expuesto, surgieron las preguntas:

- ✓ ¿Qué actividades deberían proponerse para que el alumno explore relaciones matemáticas a través de las distintas representaciones de un mismo objeto matemático?
- ✓ ¿Cuáles actividades serían las más adecuadas para favorecer la visualización?
- ✓ ¿Cómo promover la interacción del alumno con sus compañeros y con el docente?
- ✓ ¿Cuáles actividades pondrían de manifiesto la creatividad del alumno y promoverían la realización de explicaciones de procedimientos, de construcciones gráficas y de búsqueda de patrones y regularidades?
- ✓ ¿Qué actividades serían las más adecuadas para realizar en el aula utilizando el recurso informático y cuáles para trabajar de manera virtual?
- ✓ ¿Resultaría apropiado que las respuestas y opiniones de los alumnos fueran compartidas y analizadas por sus compañeros?

1.3 Objetivos de la investigación

Para dar respuestas a las preguntas formuladas, se plantearon los siguientes objetivos:

1.3.1 Objetivo general

- ✓ Desarrollar una propuesta innovadora para la enseñanza de matemática en Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral, que incluya la integración de las nuevas tecnologías.

1.3.2 Objetivos específicos

- ✓ Posibilitar nuevos espacios de aprendizaje y nuevas experiencias de enseñanza como medios de superación de situaciones desfavorables de aprendizaje.

- ✓ Desarrollar diferentes actividades de enseñanza, complementarias a las que se realizan en el aula, que favorezcan el abordaje de algunos aspectos del tema funciones desde distintas perspectivas y en distintos momentos del proceso.
- ✓ Realizar el seguimiento y la evaluación de las actividades de aprendizaje propuestas.

1.4 Justificación del estudio

En los distintos capítulos que conforman esta tesis, se presentan los principales antecedentes que le dan sustento. Igualmente, en este apartado, se profundizan algunos aspectos mencionados anteriormente, que junto a lo expuesto, han servido de referencia para la formulación de este trabajo.

1.4.1 Los sistemas de representación y la visualización

Duval (1998) analiza y enfatiza la importancia de la *representación* en matemática y establece que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a ella.

La idea fundamental es que aprender matemática significa construir matemática. Para ello es necesario que el alumno se ocupe de actividades que emerjan de situaciones problemáticas, que requieran de pensamiento y razonamiento creativo, recolección y ampliación de información, descubrimiento, invención, comunicación de ideas, comprobación de estas ideas a través de la reflexión crítica y argumentada.

En este proceso y, dado que los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción como lo son los objetos físicos, son indispensables las representaciones. Todo concepto matemático necesita de representaciones ya que no se dispone de objetos para mostrar en su lugar y sólo por medio de éstas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos.

De acuerdo con Lupiánez y Moreno (2001) las representaciones en el ámbito de la matemática, son las notaciones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina, así como sus características y propiedades más relevantes. Duval clasifica estas representaciones en registros de representación y expresa que por registro de representación se entiende un conjunto de signos utilizados para representar una idea o un objeto matemático. También agrega que un registro de representación está condicionado a que éste permita tres actividades cognitivas fundamentales: debe ser identificable, permitir el tratamiento y la conversión. La formación de una representación *identificable*, ya sea una frase, un esquema, una fórmula escrita o una gráfica, comprende una selección de rasgos y datos que se puedan representar. Responden a reglas que permiten asegurar las condiciones de identificación y la posibilidad de utilizarlas en otra actividad cognitiva. El *tratamiento* es la manipulación y transformación dentro del mismo registro. La *conversión* de una representación consiste en la transformación total o parcial en otro registro. Duval afirma también, que sólo por medio de las representaciones semióticas es posible realizar una actividad sobre los objetos matemáticos. Por ejemplo, el concepto de función puede representarse mediante diferentes registros como el gráfico, el algebraico, el coloquial y el tabular o numérico. Dentro del registro algebraico, pueden llevarse a cabo procedimientos relacionados con el tratamiento, que permiten reducir la expresión algebraica en otra equivalente realizando por ejemplo algún procedimiento algebraico. Una conversión resultaría al "traducir" dicha expresión algebraica en una gráfica.

Duval expresa que en la enseñanza se tiene en cuenta la formación y el tratamiento pero no la conversión, pues se supone que esta actividad cognitiva se da por sí misma. También establece que, dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que ella representa y que de un registro a otro no son los mismos aspectos del contenido los que se representan, se debe considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación. Considera además, que la comprensión integral de un contenido conceptual está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y que esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva.

Los alumnos deben aprender a realizar conversiones entre distintos registros como una actividad necesaria. La coordinación entre ellos es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento. Este cambio de registros no se realiza en forma espontánea, pues el pensamiento moviliza un solo registro de representación. Bajo esta perspectiva, una de las actividades fundamentales de los docentes es proponer a los alumnos problemas o actividades en donde, para poder resolverlos, necesiten realizar conversiones entre distintos registros.

En los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) se expresa que todos los programas de enseñanza deberían capacitar a los alumnos para crear y utilizar representaciones para registrar y comunicar ideas matemáticas, seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas y usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. También se menciona que las representaciones pueden ayudar a los alumnos a organizar su pensamiento, a hacer las ideas matemáticas más concretas y asequibles a la reflexión y que el docente, examinando las representaciones de los alumnos, puede obtener información valiosa sobre la forma en que interpretan y piensan sobre la matemática.

El tratamiento y articulación de medios de representación correspondientes a distintos registros están relacionados con procesos cognitivos implicados en el pensamiento matemático avanzado, en especial con el de visualización.

De acuerdo a Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2003), se entiende por visualización "la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual" (p.146). Agregan que en matemática se utilizan diferentes representaciones que requieren de la visualización. Mencionan por ejemplo, que en el análisis de las funciones es usual manejar representaciones visuales para describir propiedades como la paridad, la periodicidad o la traslación de funciones.

Las gráficas, los diagramas, las figuras geométricas realizadas manualmente o con computadoras, generan representaciones internas y éstas fortalecen el proceso cognitivo que conduce al aprendizaje. Con representaciones internas, se hace referencia a imágenes mentales, imágenes visuales, imágenes conceptuales. Al respecto, Castro y Castro (1999), señalan que:

> La noción de visualización o pensamiento visual está fuertemente ligada a la capacidad para la formación de imágenes mentales. Lo que caracteriza a una imagen mental es hacer posible la evocación de un objeto sin que el mismo esté directamente presente (p.97).

Agregan que la capacidad para visualizar cualquier objeto matemático, requiere habilidad para interpretar y entender la información figurativa sobre el objeto, manipularla mentalmente y expresarla sobre un soporte material. De este modo, la visualización no es un fin en sí misma sino un medio para llegar a la comprensión.

Refiriéndose a esto, Hitt (2003) expresa:

> La visualización matemática de un problema juega un papel importante, y tiene que ver con entender un enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión y ello nos permite realizar una acción que posiblemente puede conducir hacia la solución del problema (p.215).

Por todo lo expuesto, se debe prestar especial atención en proponer actividades que propicien el trabajo con diferentes representaciones de un mismo objeto.

1.4.2 El uso del recurso informático

En el proceso de aprendizaje de la matemática, se reconoce la importancia de que el alumno se plantee interrogantes, formule conjeturas, utilice distintas representaciones, desarrolle varias estrategias y un cierto lenguaje que le permita expresar y comunicar sus resultados.

Gamboa (2007), expresa que el uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma en que los alumnos aprenden matemática dado que cada uno de los ambientes computacionales en los que pueden participar, proporcionan ciertas condiciones para que identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas. Agrega que la introducción de la tecnología en el aula ha proporcionado herramientas que permiten desarrollar la enseñanza de la matemática en un ambiente de descubrimiento y reflexión.

En particular, el uso reflexivo de software matemático, aprovechando especialmente su potencial de graficación, aumenta la posibilidad de interactuar dinámicamente con los objetos matemáticos en diversos sistemas de representación. Esto favorece una manipulación, visualización, comprensión y conceptualización mucho más rica y variada.

La utilización de varios sistemas de representación y la realización de actividades que requieran el uso de recursos informáticos permiten dar significado concreto a los conocimientos matemáticos. De esta manera, la construcción de un objeto matemático se dará a través de la coordinación, libre de contradicciones y utilizando diferentes representaciones relacionadas con el mismo.

Diversos trabajos de investigación proponen la incorporación de estos recursos con la intención de promover la conexión entre diferentes registros de representación y la visualización matemática.

Williamson y Kaput (1999, citados en Gamboa, 2007) señalan que el uso de algunos programas computacionales amplían el rango disponible de diferentes acercamientos para generar, recolectar, procesar e interpretar la información.

Hitt (2003) manifiesta:

> El avance tecnológico ha influido notablemente en el desarrollo de nociones teóricas que antes se tomaban en cuenta pero que no eran consideradas como cruciales en términos de explicar el aprendizaje de conceptos matemáticos. Estos aspectos teóricos son la base para entender el estudio de las diferentes representaciones de los objetos matemáticos y su papel en la construcción de conceptos (p. 214).

Luego agrega que la tecnología por sí sola no va a resolver el problema del aprendizaje. Por ello menciona algunas consideraciones importantes que deberían tenerse en cuenta al elaborar las actividades que se desarrollarían en el aula de matemática que utilice el recurso informático. Refiriéndose a la importancia del uso de diferentes representaciones en la enseñanza de la matemática, considera que es necesario introducir los conceptos a través de actividades que propicien el trabajo con diversas representaciones y que promuevan la articulación entre diferentes registros de representación. Otro aspecto al que se refiere Hitt, es a la dificultad que por lo general tienen los alumnos sobre la interpretación de gráficas. Dado que ésta no es una actividad sencilla, es importante mediante el uso de diversos comandos de los programas informáticos, realizar aquellas actividades que permitan examinar ciertas características de las gráficas y realizar un análisis más profundo de ciertos aspectos que a simple vista podrían conducir a obtener falsas interpretaciones. También menciona la importancia de proponer actividades que al ser resueltas por los alumnos, les permitan hacer conjeturas que posteriormente deberían confirmar con algún otro procedimiento. Agrega que, en el desarrollo de habilidades matemáticas, la utilización de diferentes representaciones constituye una herramienta fundamental en la resolución de problemas. Concluye afirmando que el uso creativo y reflexivo de la tecnología es de sumo interés para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática para lo cual es necesario implementar tareas que demanden el uso coherente de diferentes representaciones.

Lupiáñez y Moreno (2001), plantean la instrumentación de la tecnología informática en la enseñanza de la matemática como un proceso de enriquecimiento, no de sustitución, que trata de mejorar las capacidades cognitivas de los alumnos. Consideran que el uso de recursos informáticos o de calculadoras gráficas no debe dejar de movilizar la actividad cognitiva del alumno, sino darle la posibilidad de actuar, cognitivamente, en nuevos terrenos. Por ejemplo, el uso de programas con sistemas de procesamiento simbólico permite que el alumno se centre en la interpretación de lo que está realizando, sin necesidad de quedar estancado en la realización de cálculos repetitivos y tediosos.

Villarreal (2003), menciona a diversos autores como Schoenfeld, Smith, Heid y Baylor, Hillel et al., quienes consideran que en diversas propuestas de enseñanza del cálculo que utilizan el recurso informático, algunos de los rasgos más destacados son la posibilidad de ilustrar y reforzar conceptos básicos, reducir la preocupación de las técnicas algorítmicas y permitir concentrarse en las ideas centrales del cálculo al abordar aplicaciones más realistas, comunicar nuevas ideas de manera visual y experimental antes de pasar a una explicación oral y ofrecer imágenes que de otro modo serían inaccesibles para los alumnos. Así, el trabajo en un ambiente computacional favorece la posibilidad de alcanzar una mayor comprensión conceptual. Destaca también que estos ambientes propician el abordaje más experimental en el aprendizaje matemático que alienta a los alumnos a formular, verificar o rechazar y reformular hipótesis, generar patrones, anticipar resultados y combinar abordajes gráficos con rutinas numéricas y analíticas.

A partir de sus consideraciones, se asume que la implementación de recursos informáticos favorece la comprensión, potenciando especialmente la posibilidad de explotación de diversos registros de representación, lo que resulta muy importante para la superación de dificultades que puedan aparecer.

En los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) se menciona que las calculadoras gráficas y las computadoras, son herramientas esenciales para enseñar y aprender matemática. Proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y análisis de los datos y realizan cálculos con gran eficiencia y exactitud. Cuando las herramientas tecnológicas están disponibles, los alumnos pueden centrarse en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas.

1.4.3 La incorporación del aula virtual

La llegada de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación al sector educativo viene enmarcada por una situación de cambios (cambios en los modelos educativos, en los usuarios de la formación, en los escenarios donde ocurre el aprendizaje, entre otros), que no pueden ser considerados al margen de los cambios que se desarrollan en la sociedad relacionados con la innovación tecnológica, con los cambios en las relaciones sociales y con una nueva concepción de las relaciones tecnología-sociedad que determinan las relaciones tecnología-educación (Salinas, 2004).

De acuerdo a Cabero y cols. (2003), para llevar a la práctica la renovación de las concepciones educativas (de los objetivos, de los contenidos, de los métodos, de las técnicas pedagógicas) hasta hacerlas más acordes con la sociedad en la que está inmerso el alumno y en la cual las nuevas tecnologías forman parte importante de su entorno social, los objetivos educativos deben tender a adaptar al alumno a esta sociedad cambiante en la que le ha tocado vivir. La comunidad educativa debe sensibilizarse respecto a estos nuevos retos y proporcionar diversas modalidades de aprendizaje que, aprovechando los recursos didácticos que ofrecen estos medios, capacite a los alumnos para la recepción y asimilación correcta de los mensajes que dichos medios transmiten.

Santoveña (2004), expresa que los avances sociales y tecnológicos fomentan el desarrollo de entornos de aprendizaje cada vez más innovadores y eficientes que contribuyen a que los alumnos, futuros profesionales, se ajusten a los requerimientos del mundo laboral en el que les tocará insertarse. Agrega también, que desde la institución deben adoptarse actitudes dinámicas que respondan a las necesidades de los alumnos lo que les permitirá aprender conductas adaptadas a las distintas demandas de la sociedad.

Es oportuno mencionar a Moreno (2002), quien establece que cuando se utiliza la tecnología en el ámbito educativo, hay que reconocer que no es la tecnología en sí misma el objeto central de interés, sino el pensamiento matemático que pueden desarrollar los alumnos bajo la mediación de dicha tecnología.

Tanto las nuevas tecnologías como la computadora deben entenderse como una herramienta que será un gran aporte a la educación superior en la medida que los docentes se cuestionen cómo las utilizan. Por sí mismas no generan nada, todo dependerá de cómo se integren en la práctica docente. En este sentido, son importantes las palabras de Coll (2004), al referirse a que la “novedad” educativa que ofrecen las nuevas tecnologías a los docentes y alumnos no son los recursos aislados que incluyen. Es a partir de la integración de los mismos que puede crearse un nuevo entorno de aprendizaje, con condiciones inéditas para operar la información y transformarla.

En este sentido es importante que, frente a la utilización de las nuevas tecnologías, se realice una planificación minuciosa y global de todos los factores organizativos, personales y materiales. Esto facilita la metodología a seguir para el desarrollo, publicación y aplicación de los materiales didácticos y de las actividades que se desean proponer.

De acuerdo a lo expuesto, es importante reflexionar sobre la posibilidad de crear espacios educativos que utilicen la tecnología y acerca del uso adecuado de estos espacios en contextos concretos y procesos específicos de enseñanza y de aprendizaje, de manera adecuada a las necesidades de aprendizaje de los alumnos, para dar soporte a los procesos cognitivos de ellos, a la interacción social entre los participantes o a la interrelación entre ambos procesos.

Las universidades y en general todo el sistema educativo, deben preparar a ciudadanos en una sociedad en la que el acceso a la información, y la toma de decisiones se convierten en los elementos distintivos. A partir de esto, se requiere una formación distinta de la tradicional, que permita a los profesionales una mejor adaptación a sistemas productivos de diversa índole y sujetos a cambios rápidos. Se privilegia la comprensión, la comunicación tanto oral como escrita, la autonomía en el aprendizaje, la obtención, selección y análisis crítico de la información, la resolución eficiente de problemas. Es decir, se potencia la capacidad de pensar, de aprender.

Salinas (2004) considera que las instituciones, en lugar de enfatizar la disponibilidad y las potencialidades de las tecnologías, deben promover experiencias innovadoras en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, apoyándose en dichas tecnologías y haciendo énfasis en la docencia, en los cambios de estrategias didácticas de los profesores y en los sistemas de comunicación y distribución de los materiales de aprendizaje; es decir, en los procesos de innovación docente.

Por otra parte, Duart y Sangrá (2000), afirman que ante la rapidez de la evolución tecnológica, ahora más que nunca, la educación debe manifestarse claramente y situar la tecnología en el lugar que le corresponde: el de medio eficaz para garantizar la comunicación, la interacción, la información y, también, el aprendizaje.

Según Prats (2005), los procesos de innovación que incorporan las tecnologías de la información y de la comunicación en modelos de enseñanza presencial generan mejoras de la presencialidad ya que ponen a disposición de los alumnos un conjunto de documentos y materiales para el estudio y refuerzo de la asignatura, y porque ofrecen la posibilidad de utilizar esas tecnologías como herramientas de comunicación con otros alumnos y con los docentes. Expresa también que, el uso de estas tecnologías en la docencia, no debe entenderse como un recurso alternativo o sustituto de la enseñanza presencial, sino más bien como un complemento que incrementa y completa la acción docente más allá del aula. Agrega que, en muchos casos, poner a disposición de los alumnos otras vías de consulta y de comunicación favorece resolver dudas y mantener un contacto directo con el docente.

De este modo, la innovación en el uso de distintos recursos en el aula ha dado lugar a un nuevo modelo denominado B-learning (Blended Learning) que puede traducirse como Aprendizaje Combinado o Mixto y se lo define como aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial, donde no se trata sólo de agregar tecnología a la clase, sino de reemplazar algunas actividades de aprendizaje con otras apoyadas con tecnología.

En este modelo se trata de tomar las ventajas del modelo virtual. Aprovecha también la importancia del grupo, el ritmo de aprendizaje y el contacto directo con el profesor de la enseñanza presencial, pero trata de desarrollar en los alumnos la capacidad de auto-organizarse, habilidades para la comunicación escrita e incrementa la participación de los alumnos como responsables de su propio aprendizaje.

1.5 La investigación desde la cátedra

Preocupadas por todos los aspectos planteados precedentemente, desde hace diez años, todas las integrantes de la cátedra, participan de distintos proyectos de investigación, relacionados con la problemática del aprendizaje y de la evaluación en Matemática.

Así, el proyecto de investigación titulado *El error como organizador didáctico en el aprendizaje de matemática*, permitió realizar una clasificación, categorización y análisis de los errores más frecuentes cometidos por los alumnos al trabajar los temas funciones, matrices, determinantes, sistemas de ecuaciones y de inecuaciones. Esto posibilitó centrar la atención para ayudar a los alumnos en sus dificultades cognitivas, sus carencias de sentido de los objetos matemáticos y en el desarrollo de una actitud racional hacia la matemática. También, como resultados más significativos, se generaron y pusieron a prueba secuencias didácticas articuladas en torno a la aparición de errores con las que se intentó que profundizaran su propio proceso de comprensión y entendimiento de los conceptos y procesos matemáticos en relación a los contenidos abordados. Se realizó un trabajo profundo con el tema funciones que, por ejemplo, permitió avanzar en la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la derivada. Esto tuvo continuidad dentro del proyecto *Errores y dificultades: organizadores didácticos en el aprendizaje del Cálculo en carreras no matemáticas*.

También, se trabajó en dos proyectos relacionados con otro de los temas críticos: la evaluación. El segundo de ellos, *Autoevaluación y autocontrol de lo aprendido*, permitió la implementación de secuencias continuas de autoevaluación en torno al control en la aparición de errores y a las dificultades que se presentaran. Se diseñaron actividades de autoevaluación para cada uno de los temas de Matemática que se incorporaron al libro de texto de la cátedra y se implementaron en el aula. También, se desarrolló un programa computacional en el que se generan, de manera automática y aleatoria, pruebas de opción múltiple para todos de los temas de Matemática. El mismo se utilizó de manera continua y simultánea al dictado de la asignatura, pero no con fines evaluativos, sino que con el objetivo de formar a los alumnos en la regulación de sus propios procesos de pensamiento y de aprendizaje, para que puedan determinar su nivel de conocimiento sobre el tema, tomar conciencia de su preparación y detectar aquellos aspectos en los que presentaban dificultades.

A pesar de toda la dedicación y esfuerzo realizado en lo expuesto, muchos alumnos no logran regularizar Matemática I (en los últimos años, sólo el 45% promedio de los inscriptos) y esto implica una considerable masa de alumnos que no pueden cursar las asignaturas correlativas. Para estos alumnos se consideró importante diseñar e implementar otros escenarios educativos donde, tanto la enseñanza como el aprendizaje, se encuentren mediados por otros recursos no tradicionales.

Todos los aspectos mencionados, constituyen los elementos motivadores que a través de distintas investigaciones realizadas en el seno de la cátedra de matemática de la

Facultad de Ciencias Agrarias a lo largo de los últimos años, condujeron a la decisión de realizar una experiencia bajo un modelo mixto más acorde a las necesidades de los alumnos para los que el método tradicional de enseñanza no resultara exitoso

2. Marco Conceptual

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos que sustentan la investigación.
Se exhibe primero una visión general del constructivismo. Luego se describen el modelo mixto de aprendizaje, el uso de las herramientas informáticas y de las nuevas tecnologías. Se analiza el rol del docente en los ambientes virtuales de aprendizaje y finalmente se exponen algunos aspectos relacionados a las plataformas virtuales y en particular a la plataforma Moodle.

2.1 Consideraciones generales

La investigación propuesta se plantea desde la perspectiva constructivista a partir de la cual la enseñanza es concebida como un proceso dinámico en el que los alumnos son los principales actores en la construcción del conocimiento. Los docentes y los materiales son mediadores que facilitan este proceso de construcción. En este contexto, los ambientes de aprendizaje deben favorecer la construcción del conocimiento poniendo a disposición de los alumnos, experiencias que faciliten este proceso a través de la mediación de distintas herramientas y de la interacción con los pares. Un aspecto importante del constructivismo es que la educación se enfoca en tareas auténticas que tienen relevancia y utilidad en el mundo real.

Esta concepción constructivista del aprendizaje, desde hace algunos años ha comenzado a renovar los sistemas educativos, primero los presenciales y actualmente los virtuales. Los alumnos tienen la oportunidad de ampliar su experiencia de aprendizaje al utilizar las nuevas tecnologías como herramientas para el aprendizaje constructivista. Estas herramientas le ofrecen opciones para lograr que el aula tradicional se convierta en un nuevo espacio, en donde tienen a su disposición actividades innovadoras que favorecen la interacción del alumno con el profesor y con otros alumnos, la colaboración entre pares y la construcción conjunta de conocimiento.

2.2 Visión constructivista

Al hablar de constructivismo, Mora (2005) considera que se hace mención a un conjunto de elaboraciones teóricas y prácticas que afirman que el conocimiento no es una mera copia de la realidad preexistente, sino que se trata de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y re-interpretada por la mente, la cual va construyendo progresivamente modelos explicativos cada vez más complejos y potentes sobre ese entorno. Esto significa que se conoce la realidad, no de forma directa, sino a través de los modelos que se construyen para explicarla, y que estos modelos siempre son susceptibles de ser mejorados o cambiados.

Carretero (2004), al plantear qué es el constructivismo, considera que:

> Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo —tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos— no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea (p. 21).

Según esta postura, la construcción del conocimiento es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos. Así, aprender un contenido significa que el alumno le atribuye un significado, construye una representación mental a través de imágenes o proposiciones verbales, o bien elabora una especie de teoría o modelo mental como marco explicativo de dicho conocimiento.

Construir nuevos significados implica un cambio en los esquemas de conocimiento que posee previamente. Esto se logra introduciendo nuevos elementos o estableciendo nuevas relaciones entre dichos elementos. Así, el alumno podrá ampliar o ajustar dichos esquemas o reestructurarlos como resultado de su participación en un proceso educativo.

Adoptar una postura constructivista permite advertir las dificultades que suelen tener los alumnos para aprender y también aporta una guía para desarrollar estrategias de enseñanza y de aprendizaje más eficientes, empleando un proceso de enseñanza donde el protagonista central es el alumno.

Castillo (2008), expresa que el alumno que aprende matemática desde un punto de vista constructivista, construye los conceptos a través de la interacción con los objetos matemáticos y con otras personas. Para que esto sea posible, es preciso que los objetos se presenten dentro de un problema o de una situación de análisis más que dentro de un ejercicio, ya que las situaciones problemáticas provocan un desequilibrio en las estructuras mentales del alumno de manera tal que en la búsqueda de ese acomodamiento se genera la construcción del conocimiento. Este camino también implica errores y por medio de ellos el alumno trata de encontrar el equilibrio que, para lograrlo y construir su conocimiento, debe retroceder para luego avanzar y reconstruir un significado más profundo del conocimiento. Es aquí que la interacción social del alumno es importante porque propicia que avance más en grupo que de manera individual.

De acuerdo a Carretero (2004), para pasar de una concepción equivocada a una correcta, la estrategia que se ha mantenido desde la posición constructivista es la creación de conflictos cognitivos o contradicciones. Para ello, el docente debe producir situaciones que favorezcan en el alumno la comprensión de que existe un conflicto entre su idea sobre un determinado objeto matemático y la concepción correcta.

Para la creación y diseño de ambientes de aprendizajes constructivistas, Jonassen (1994, citado en Osorio, 2010) plantea una serie de características que establecen que los ambientes de este tipo deben ofrecer múltiples representaciones de la realidad evitando las simplificaciones y deben expresar la complejidad del mundo real. Estos ambientes deben enfatizar la construcción de conocimiento más que la reproducción del mismo, deben ofrecer tareas en contextos reales de significado más que una enseñanza abstracta descontextualizada y brindar entornos de aprendizaje basados en contextos reales más que secuencias predeterminadas de enseñanza. Se deben promover y motivar la reflexión sobre la experiencia y apoyar la construcción colaborativa de conocimiento a través de la negociación social.

Este conjunto de características constituyen el marco desde el cual se diseñaron las distintas actividades presenciales y virtuales para el desarrollo de la experiencia.

2.3 Las nuevas tecnologías

Las nuevas tecnologías tienen un fuerte impacto en los procesos de enseñanza y de aprendizaje que se reflejan en el uso de las potencialidades multimedia para presentar información en forma interactiva y simular procesos, en el acceso a la información en cualquier lugar del mundo, en poder establecer una comunicación entre los docentes y los alumnos en tiempo real o diferido, en la posibilidad de desarrollar proyectos colaborativos a distancia entre alumnos o docentes. Estos aspectos no sólo pueden modificar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, sino que también pueden dotarlos de nuevas herramientas para su diseño y ejecución.

El creciente desarrollo y expansión de internet ha propiciado el uso de otros recursos. De esta manera se incrementa el uso del correo electrónico, los foros, las listas de interés, el chat, la videoconferencia, entre otros.

Con las herramientas comunicativas de las nuevas tecnologías, se revitalizan los ambientes de aprendizaje en los que la comunicación, la reflexión, la puesta en común de ideas, la interacción en grupo, la construcción individual y grupal son factores importantes en la adquisición de conocimiento. En los espacios constructivistas generados con estas herramientas, el objetivo no es transmitir información para que el alumno la transforme en conocimiento, sino poner a disposición de ellos una serie de recursos materiales, facilitar espacios de comunicación con sus compañeros y con el docente, para que así construya el conocimiento a partir de sus ideas previas, la experiencia personal y las interacciones con los demás.

Gamboa (2007), al referirse al uso de la tecnología en la enseñanza de la matemática, considera que la utilización de programas computacionales o de las nuevas tecnologías ha generado cambios sustanciales en la forma en que los alumnos aprenden matemática. Cada uno de los ambientes computacionales que se pueden emplear, proporcionan distintas condiciones para que los alumnos identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas.

Ante esto, surgen preguntas sobre cuáles herramientas tecnológicas resultan más convenientes para el aprendizaje de los alumnos y la resolución de actividades, qué tipo de representaciones se favorecen con el uso de las distintas herramientas tecnológicas y cómo contribuye la utilización de las mismas en la comprensión de un determinado concepto.

Barrera y Santos (2001, citado en Gamboa, 2007) consideran que el uso de la tecnología puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los alumnos logren crear diferentes representaciones de ciertos conceptos y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de la matemática.

Gros y Silva (2005) consideran que la inserción de las nuevas tecnologías en los contextos educativos genera beneficios para los alumnos, los docentes y la comunidad educativa en general. Agregan que una de las posibilidades emergentes derivadas de estas tecnologías utilizadas en los centros educativos, es el uso de entornos virtuales de aprendizaje para apoyar la labor docente, extendiendo la clase más allá de las fronteras del aula. También resultan útiles para que los docentes puedan formarse de manera continua, participando de experiencias de formación centradas en perspectivas educativas constructivistas de raíces socio culturales, donde la interacción con los pares, la reflexión y el construir conocimiento en forma colaborativa son aspectos centrales.

Gracias a los recursos que pueden utilizarse y a las actividades que pueden generarse a través de las nuevas tecnologías, algunas sesiones presenciales pueden sustituirse o complementarse con actividades virtuales surgiendo así un modelo mixto que pretende integrar lo mejor de la enseñanza presencial y virtual, favoreciendo un aprendizaje activo que resulte efectivo y estimulante para el alumno.

A pesar de las ventajas que presentan las nuevas tecnologías, el cambio educativo requiere de tiempo y esfuerzo, tanto de los docentes como de los alumnos. En este sentido, el modelo mixto permite que el cambio se realice de manera gradual ya que se pueden introducir herramientas y aplicar metodologías de forma parcial y progresiva, combinándolas con metodologías más tradicionales.

2.4 Modelo mixto de aprendizaje

Duart y Sangrá (2000) consideran que para que las nuevas tecnologías se conviertan en un medio, en un valor añadido y no un fin en sí mismas, es necesario ponerlas al servicio de los alumnos y de su proceso de aprendizaje,

Turpo (2010), expresa que el Blended Learning o aprendizaje mixto es una modalidad educativa en la que su aparición tiene una evolución hasta cierto punto natural, fundamentado en el constante experimentar del ser humano para perfeccionar todo aquello que juzgamos perfectible desde nuestra perspectiva personal y grupal.

Aiello y Willem (2004) agregan que la aparición de esta modalidad responde a un nuevo contexto social que demanda una renovada organización pedagógica, relacionando el proceso tecnológico y social de cambio, con la innovación educativa.

Bartolomé (2004) describe al aprendizaje mixto como el modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial y añade que este modelo recoge las ventajas del modelo virtual tratando de evitar sus inconvenientes. Aprovecha la importancia del grupo, el ritmo de aprendizaje y el contacto directo con el profesor de la enseñanza presencial, pero trata de desarrollar en los alumnos la capacidad de auto-organizarse, habilidades para la comunicación escrita y estilos de aprendizaje autónomo. Cada docente, dependiendo de sus intenciones educativas, del área de conocimiento, de los recursos disponibles y de sus alumnos, podrá encontrar una combinación adecuada de presencialidad y virtualidad, con la posibilidad de moverse hacia cada uno de esos extremos según sus necesidades.

Al trabajar en un modelo mixto, las nuevas tecnologías complementan la presentación de contenidos tradicionales con el uso de recursos que refuerzan la comprensión, la reflexión y la interacción y favorecen el aprendizaje autónomo. De esta manera las nuevas tecnologías dejan de ser una posibilidad en el aula para convertirse en una herramienta imprescindible para el docente y para los alumnos, tanto en el aula como fuera de ella.

No debe perderse de vista que uno de los principales objetivos es que el alumno tenga una papel activo en el proceso y desarrolle habilidades que le serán de gran utilidad en su desempeño profesional, como por ejemplo, buscar y encontrar información relevante en internet, valorar dicha información y aplicarla en la elaboración de nueva información y en situaciones reales, trabajar en equipo compartiendo y elaborando información, tomar decisiones en grupo y a partir de informaciones contrastadas. El modelo mixto de aprendizaje fomenta en el alumno el desarrollo de estas competencias como parte de su aprendizaje.

“La clave del cambio metodológico no es para aprender más, sino aprender diferente” (Bartolomé, 2004, p. 17). Las universidades y en general todo el sistema educativo deben preparar ciudadanos en una sociedad donde el acceso al a información y la toma de decisiones sean elementos distintivos de una educación de calidad.

Prats (2003), considera que “un blended learning bien entendido dosifica y utiliza correctamente los recursos electrónicos e infraestructura digitales disponibles actualmente y emplea los métodos adecuados de la participación activa en clase”.

El modelo mixto de aprendizaje requiere que el docente planifique y desarrolle actividades en las que se superponen tiempo y tareas que acontecen en el aula física o en el aula virtual, sin que necesariamente existan interferencias entre unas y otras.

La sesión presencial es un momento muy valioso con los alumnos que no debe reducirse a la mera transmisión de contenidos. Bartolomé (2008), considera que las sesiones presenciales deben centrarse en tareas como: presentar de modo global un tema, dar pautas para un trabajo, incentivar a los alumnos, mostrar la relación del tema con otros, presentar los elementos fundamentales de un tema de un modo conciso, sugerir aspectos importantes a estudiar, generar dinámicas de grupo que ayuden al aprendizaje, supervisar actividades individuales o grupales, mostrar la aplicación práctica de un aspecto teórico y resolver algunos ejemplos o problemas oportunamente seleccionados.

Al trabajar en un modelo mixto, en las sesiones virtuales los alumnos aprenden, comparten experiencias y conocimientos con los compañeros a través de distintas herramientas de comunicación, de presentación de contenidos y de evaluación. La virtualización de materiales educativos implica la atención a criterios de calidad que garanticen la accesibilidad idónea de los materiales, la economía cognitiva y la adquisición de conocimientos.

Entre los recursos y actividades virtuales se encuentran documentos de trabajo o de resolución de actividades, foros para la comunicación asincrónica, sesiones de chat para la comunicación sincrónica y cuestionarios o pruebas de opción múltiple para que tanto el docente como el alumno tengan conocimiento sobre el progreso de éste.

Referirse a un modelo mixto de aprendizaje es tener una visión rica, flexible y abierta de lo que pasa en el entorno en el que se produce el aprendizaje. A través de este modelo los docenes pueden ofrecerle al alumno un entorno en el que puedan desarrollar competencias de acuerdo con sus necesidades, sus habilidades y sus conocimientos previos.

Para el docente, aplicar este tipo de propuestas implica mayor dedicación y esfuerzo ya que necesita romper con el esquema de mero transmisor de conocimientos y convertirse en un organizador, coordinador, asesor y director del proceso de adquisición del conocimiento que pertenece primordialmente al alumno.

2.5 El rol del docente

Los cambios que se están produciendo en la sociedad, producto de la inserción de las nuevas tecnologías, demandan una redefinición de la labor docente y de la profesión docente, de su formación y de su desarrollo profesional. Se espera un docente diseñador de ambientes de aprendizaje, con capacidad para rentabilizar los diferentes espacios en donde se produce el conocimiento (UNESCO, 2004).

Castillo (2008), expresa que la tarea de los docentes es la de diseñar ambientes de aprendizaje que ayuden a los alumnos a aprender y que el énfasis deberá estar centrado más en el aprendizaje que en la enseñanza.

Al trabajar en el aula bajo un enfoque constructivista el docente debe realizar un esfuerzo mayor al que normalmente está acostumbrado pues necesita romper su esquema tradicional de transmisor de conocimientos.

Para Solé y Coll (1997), la concepción constructivista, le ofrece al docente un marco para analizar y fundamentar muchas de las decisiones que toma durante la planificación de su actividad. De ella se desprenden criterios para comparar materiales curriculares, para elaborar instrumentos de evaluación coherentes con lo que enseña, para elaborar unidades didácticas, etc. También aporta criterios para comprender lo que ocurre en el aula, por qué el alumno no aprende, por qué una determinada actividad cuidadosamente diseñada no resultó como se esperaba o por qué a veces el docente no tiene indicadores que le permitan ayudar a los alumnos.

Murphy, Drabier y Epps (1998, citado en Silva, 2007) resumen los principios de diseño para los entornos y para las actividades de enseñanza y de aprendizaje constructivistas indicando que en ellos deben presentarse múltiples perspectivas y representaciones de los hechos, conceptos, principios y procurar que los alumnos los tomen en consideración. Los docentes deben desempeñar el rol de guías, tutores y facilitadores que proporcionen a los alumnos actividades, herramientas y espacios que favorezcan el autoaprendizaje, el autoanálisis y la reflexión sobre su actuar. También, las situaciones de aprendizaje, el entorno, los contenidos y las tareas a realizar deben ser relevantes, realistas, auténticas y deben representar las complejidades naturales del mundo real. Todas las actividades que se propongan y todos los recursos que se utilicen deben estimular la construcción del conocimiento y no su reproducción, teniendo en cuenta los conocimientos previos de los alumnos, sus creencias y actitudes.

Por todo ello, al diseñar las actividades, el docente debería seleccionarlas con el objetivo de que ayuden al alumno en la exploración de situaciones que conduzcan a los conceptos fundamentales de la teoría en la que se introduce; que estimulen el reconocimiento de estructuras y patrones; que ayuden a relacionar los diversos modos de representación (gráfica, algebraica, numérica, coloquial, etc.) y que animen al alumno a atreverse a explorar incluso situaciones que sin el apoyo de la herramienta informática resultarían demasiado difíciles o llevarían demasiado tiempo.

Los errores que cometan los alumnos resolviendo estas actividades serán indicadores de todos estos aspectos que el docente deberá tener en cuenta.

Herrera (2010) establece que enseñar matemática con tecnología, no sólo demanda que los docentes tengan sólidos conocimientos de la disciplina, sino también que posean un dominio aceptable de la tecnología que utilicen. No importa si el alumno sabe algunas funcionalidades más del programa que utilicen. El docente es quien determina el contexto de los problemas a resolver y quien toma la decisión de cuándo utilizar la tecnología en el aula. Los alumnos deben aprender a distinguir en qué momento es conveniente utilizar los recursos informáticos, cuándo el lápiz y el papel o cuándo combinar ambos.

Lupiáñez (2000), refiriéndose al trabajo de los alumnos en un ambiente computacional, considera que el docente es el que guía el aprendizaje y que conociendo las concepciones matemáticas de los alumnos, deberá trabajar a partir de ellas, modelarlas, formalizarlas y no desecharlas. La tecnología es una herramienta útil para explorar las formas de pensamiento de los alumnos. A través del trabajo que ellos realicen con el apoyo de algún programa informático, el docente puede acercarse a su forma de pensamiento, sus creencias, sus carencias y sus dificultades. Con esta información, el docente de matemática puede alterar o cambiar alguna de las características de su método de enseñanza, haciendo así una actividad autorreguladora de su tarea, plausible de ser alterada y no como un trabajo inamovible que no se adapte a las necesidades de los alumnos.

Al trabajar en un modelo mixto, el docente también deberá hacer uso de las tecnologías de la información y de la comunicación. Para lograr que el aprendizaje sea como el descripto anteriormente, Marcelo (2001), considera que el docente que utilice estas tecnologías debe poseer competencias en tres áreas: tecnológica, didáctica y tutorial. Aunque se pueda disponer de la asistencia de un técnico especialista, es deseable que el docente alcance un nivel óptimo de autonomía en el manejo de las herramientas que le permitan compartir recursos y proponer actividades relevantes para el alumno. También deberá ser capaz de desarrollar ambientes de aprendizaje que contemplen la autorregulación del aprendizaje, crear materiales y plantear tareas que sean relevantes para las necesidades formativas de los alumnos, que estén relacionadas con sus experiencias y que sean aplicables a sus situaciones específicas. Deberá disponer además habilidades de comunicación, de adaptación a las condiciones y características de los participantes y ser constante en las tareas de seguimiento. Es importante que consiga crear un entorno social agradable en el que se promuevan relaciones óptimas entre los participantes, se desarrolle en ellos el sentido de grupo y que trabajen hacia un objetivo común. Deberán tener una mentalidad abierta para aceptar propuestas, sugerencias e introducir reajustes en la planificación inicial del curso.

Coll (2004), refiriéndose al hecho de cómo la incorporación de las nuevas tecnologías a los procesos formales y escolares de enseñanza y de aprendizaje pueden modificar las prácticas educativas, considera que:

> No es en las TIC, sino en las actividades que llevan a cabo profesores y estudiantes gracias a las posibilidades de comunicación, intercambio, acceso y procesamiento de la información que les ofrecen las TIC, donde hay que buscar las claves para comprender y valorar el alcance de su impacto en la educación escolar, incluido su eventual impacto sobre la mejora de los resultados del aprendizaje (p. 5).

De acuerdo a Delgado y Solano (2009), un docente que utilice un entorno virtual debe entender que no se trata de cambiar el espacio del aula tradicional al aula virtual, cambiar libros por documentos electrónicos, las discusiones en clases por foros virtuales o las horas de consulta por encuentros en sesiones de chat o foros de discusión. Significa que debe encontrar nuevas estrategias que permitan mantener activos a los alumnos, promoviendo la construcción de conocimientos y la colaboración.

Pensar en utilizar un ambiente de aprendizaje mixto exige una profunda capacitación de los docentes que intervienen en el diseño, desarrollo e implementación de la propuesta, a los efectos de que los resultados de la misma sean exitosos y acordes a lo planificado previamente.

2.6 Plataformas y entornos virtuales de aprendizaje

El desarrollo de las nuevas tecnologías ha permitido poner otros recursos en línea, acceder a bases de datos y favorecer comunicaciones sincrónicas y asincrónicas. Cabero (2001, citado en Silva, 2007) considera que es tan rápido el avance tecnológico que muchas veces no se alcanza a evaluar su real impacto cuando ya se están implementando en los centros educativos o se presenta otro nuevo avance tecnológico. Pero estas tecnologías en sí mismas no suponen una oferta educativa como tal, sino que su validez radica en el uso que los docentes hagan de ellas.

2.6.1 Las herramientas informáticas y la web

El uso de la tecnología en el aula implica un cambio tanto curricular como en los métodos de enseñanza, ya que la dinámica de la nueva situación didáctica hará cambiar necesaria y profundamente tanto los contenidos (tipo de problemas a proponer, nuevas formas de evaluar, etc.), como los procesos de interacción dentro y fuera de la clase.

La utilización del recurso informático ofrece ciertas ventajas que favorecen no sólo la adquisición de conceptos e ideas, sino también la actitud de los alumnos hacia la actividad matemática. Amillo, Ballesteros, Guadalupe y Martín (1996, citados en Alfonso, 2002) señalan que su utilización cambia la percepción del alumno sobre la matemática, motiva, permite la concentración en la resolución de problemas, invita a experimentar y revitaliza el énfasis geométrico-visual.

Hitt (2003) invita al uso reflexivo de las nuevas tecnologías en el aula de matemática y defiende su utilización como una herramienta, no como un fin. A pesar de las numerosas ventajas, agrega que las actividades de enseñanza y de aprendizaje no deben basarse exclusivamente en el uso de herramientas informáticas. No obstante, distintos tipos de software pueden ayudar a los docentes a enseñar conceptos nuevos aportando problemas que de otro modo no serían posibles plantear. Del mismo modo, la potencia y versatilidad de los programas de cálculo simbólico actuales hacen posible el acercamiento de la enseñanza de la matemática al mundo de las aplicaciones reales.

Alfonso (2002) expresa que el uso de la computadora en el aula, como recurso didáctico disponible tanto para el docente para enseñar como para los alumnos investigar y manipular, puede ser un buen medio para coordinar los distintos registros de representación de un objeto matemático. Para ello es necesario que el software que se elija, permita el acceso o la conversión de un registro a otro en ambas direcciones, dando así al alumno la posibilidad de observar correspondencias entre los tratamientos en los diferentes sistemas e identificando aquellos que son particulares de un registro.

Desde esta perspectiva el software que se utilice debe elegirse en función de los conceptos que se desean enseñar, de las características del grupo de alumnos con los que se desea trabajar y de acuerdo a las actividades y tareas que se van a desarrollar y exigir.

Guzmán (1996) señala que el énfasis podrá situarse en el fomento y estímulo por parte del docente para introducir al alumno en el ejercicio continuo de la experimentación matemática explorando regularidades y pautas de comportamiento de los objetos matemáticos que permitan adivinar y conjeturar sobre su propia naturaleza; para ayudar al alumno a entender profundamente los problemas básicos de la teoría, su origen, su motivación, las ideas que los resuelven, su evolución posterior, las estrategias y rutinas que estas ideas han originado hasta convertirse en los instrumentos ágiles y eficaces; para iniciar al alumno en el ejercicio de la modelización matemática de situaciones reales, en las que se pueda percibir la enorme potencia y eficacia de las herramientas intelectuales de que va disponiendo, magnificadas ahora a través del apoyo en los útiles de que dispone y para proceder tranquilamente en la resolución de verdaderos problemas, no ya meros ejercicios, que permitan al alumno ir construyendo sus propias constelaciones de esquemas de pensamientos eficaces para la resolución de los problemas de cada uno de los campos en los que se introduce.

Gutiérrez (2000, citado en Alfonso, 2002), menciona que los docentes que puedan disponer de aulas informáticas con programas como Derive, Mathematica o Maple, los mismos contribuyen a utilizar con cierta facilidad los diferentes sistemas de representación de funciones (textual, simbólico, gráfico y numérico) y a pasar de uno a otro con cierta facilidad. La enseñanza tradicional ha dirigido, preferentemente, la atención de las clases hacia aspectos algorítmicos de transformación y simplificación. Sin embargo, la facilidad con que las computadoras resuelven este tipo de cálculos, hace que los docentes deban plantearse un nuevo objetivo en la enseñanza de la matemática, orientado hacia aspectos más conceptuales, reduciendo el tiempo empleado en cálculos rutinarios y aprovechando las posibilidades que la computadora ofrece para relacionar unas formas de representación con otras y para profundizar en la comprensión de los conceptos en cuestión.

Por otro lado y en contraposición a las dificultades de la enseñanza tradicional, el uso del recurso informático permite resolver problemas matemáticos que sean significativos para los alumnos por su aplicabilidad a situaciones de la vida real. Al liberarse de la complejidad de los cálculos mediante el uso de este recurso, el docente dispone de una amplia gama de problemas para elegir, de manera tal que no necesita descartar alguno que sea de interés sólo porque haya que resolver un procedimiento que se encuentra fuera de las posibilidades de los alumnos.

Lupiáñez y Moreno (2001), expresan que un argumento que se esgrime habitualmente en contra del empleo de tecnología en la enseñanza de la matemática, es que se abandona y olvida lo que se hace con papel y lápiz, y eso va en perjuicio de la calidad en la formación. Consideran que hay que entender la instrumentación de las tecnologías informáticas en la enseñanza de la matemática, como un proceso de enriquecimiento, no de sustitución, tratando de mejorar capacidades cognitivas, no de sustituirlas.

Haciendo referencia a la implementación de las nuevas tecnologías, Herrera (2010), considera que ésta afecta a la educación matemática de manera profunda y multilateral por lo que el currículo matemático debe ser modificando. Indica que algunos tópicos de matemática dejan de ser importantes, mientras que otros adquieren renovada relevancia. Además, usando la tecnología, los alumnos pueden analizar datos relacionados con problemas reales empleando un amplio rango de herramientas, desarrollando así razonamientos cuantitativos, además de la capacidad de interpretar las representaciones visuales y simbólicas de los datos. También, a partir de los datos o gráficos obtenidos, formular conjeturas y validarlas, descubrir patrones, explorar y sintetizar resultados computacionales reuniendo evidencias matemáticas en concordancia.

Por otra parte, la irrupción de internet y las posibilidades que ésta ofrece para compartir y acceder a la información junto a la oportunidad cada vez mayor de toda la población y en especial de los jóvenes de acceder a estas tecnologías, permitió incorporar su uso en la educación. Algunos docentes se encontraron ante la posibilidad de complementar sus clases ya sea publicando los materiales que en ellas utilizaban o proponiendo algunas actividades complementarias. En la medida que el desarrollo de internet fue creciendo, también fue posible agregar otras componentes que brindan la posibilidad de interacción en tiempo real y diferido, incorporar videos, realizar actividades de manera colaborativa, etc.

2.6.2 Entornos virtuales de aprendizaje

Delgado y Solano (2009), expresan que un entorno virtual de aprendizaje es un espacio virtual donde se brindan diferentes servicios y donde existen herramientas que permiten a los participantes la construcción de conocimiento, la cooperación, la interacción con otros, entre otras características, en el momento que necesiten.

Para Dillenbourg (2000, citado en Accino, 2007), un entorno virtual es un espacio diseñado y no una acumulación de páginas web; es una arquitectura que resulta del análisis de los requerimientos, capaz de evolucionar técnicamente; es un espacio social, un marco para el comportamiento interactivo. Agrega también que, este espacio ofrece una representación explícita que ejerce un efecto en el comportamiento de los usuarios, permite que los alumnos sean productores de la información, integra múltiples herramientas y no se encuentra restringido a la educación a distancia tradicional, sino que puede complementar la enseñanza presencial.

Al referirse a los entornos virtuales, Duart y Sangrá (2000) consideran que entre las principales características, deberán aportar flexibilidad e interactividad; permitir la vinculación a una verdadera comunidad virtual de alumnos y facilitar el acceso a los materiales de estudio, a distintos recursos, a enlaces de materiales entre sí y con información o documentación ubicada en Internet. La comunidad virtual a la que hacen referencia es aquella a través de la cual los alumnos pueden enviar al docente sus dudas, solicitudes de orientación o sus propuestas y en donde reciben las sugerencias de los docentes y participan de las distintas actividades que se les propongan.

Una de las potencialidades del uso de las nuevas tecnologías, es contribuir a la implementación de entornos virtuales de aprendizaje centrados en un enfoque constructivista de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Doolittle (1999, citado en Silva, 2007), menciona algunos principios vertebradores en la enseñanza de corte constructivista que deberían tenerse en cuenta al momento de diseñar un entorno virtual de aprendizaje. Indica que el aprendizaje debe tener lugar en entornos auténticos y reales del mundo ya que las experiencias auténticas son importantes para que el alumno construya estructuras mentales que sean viables en situaciones significativas. Debe también promover interacciones sociales pues ello proporciona el desarrollo de destrezas y conocimientos socialmente relevantes. Los contenidos deben ser relevantes para el alumno ya que esto conduce a un aumento de la motivación en la medida que el alumno comprende la necesidad de cierto conocimiento. Estos contenidos deben ser comprendidos dentro de la estructura de los conocimientos previos del alumno. Éstos deberán ser evaluados de manera formativa tal que la información que se obtenga sirva para diseñar futuras experiencias y actividades de aprendizaje. Se deberá fomentar en los alumnos mecanismos de autorregulación de su proceso de aprendizaje y los docentes serán principalmente los responsables de crear experiencias que proporcionen múltiples representaciones de los contenidos que conduzcan a la adquisición de conocimientos.

Un entorno virtual de aprendizaje depende de la variedad de herramientas que se utilizan y del tipo de modelo educativo desarrollado y está diseñado para facilitar la comunicación entre los participantes del proceso educativo, ya sea éste virtual, presencial o de naturaleza mixta.

Un entorno virtual de aprendizaje integra una gran variedad de herramientas que apoyan múltiples funciones como la gestión, la información, la comunicación, la colaboración y el aprendizaje. En este entorno pueden distribuirse materiales educativos en formato digital, realizar discusiones en tiempo real y proponer actividades diversas. De acuerdo a Duart y Sangrá (2000), en estos entornos se combinan herramientas para la comunicación sincrónica y asincrónica, para la gestión de materiales de aprendizaje, para la gestión de los alumnos que participarán de la experiencia y sistemas de seguimiento y de evaluación de los mismos. Estos entornos ofrecen un soporte tecnológico a los docentes y a los alumnos mediante los cuales se pueden optimizar la planificación, implementación, desarrollo y evaluación de un curso o tema determinado.

Silva (2007), citando a Dillenbourg, destaca algunos elementos básicos a tener en cuenta al diseñar un entorno virtual de aprendizaje entre las que menciona que debe ser con finalidades formativas que requieran interacción social lo que incluye comunicación sincrónica, asincrónica y la posibilidad de compartir distintos espacios. Menciona que los entornos virtuales de aprendizaje pueden enriquecer la enseñanza presencial. Al respecto, Barberà y Badía (2004) proponen el uso de los mismos como apoyo a la clase presencial o como complemento de ésta.

Onrubia (2005), plantea que, caracterizar el aprendizaje en entornos virtuales como un proceso de construcción, supone afirmar que lo que el alumno aprende en un entorno virtual no es simplemente una copia o una reproducción de lo que en ese entorno se le presenta como contenido a aprender, sino una reelaboración de ese contenido mediada por la estructura cognitiva del alumno. El aprendizaje virtual, por lo tanto, debe entenderse como un proceso de reconstrucción personal de ese contenido que se realiza en función de varios elementos que conforman su estructura cognitiva: capacidades cognitivas básicas, conocimiento específico de dominio, estrategias de aprendizaje, capacidades metacognitivas y de autorregulación, factores afectivos, motivaciones y metas y expectativas. Por esto, utilizar las nuevas tecnologías para la enseñanza y el aprendizaje de un determinado tema no se reduce simplemente a una cuestión de presentar información o de plantear tareas para que realicen los alumnos. Esencialmente es seguir de manera continua el proceso de aprendizaje que éstos desarrollan y ofrecerles la ayuda y soporte que requieran en el momento que sean necesarios. Estas ayudas e intervenciones irán cambiando a lo largo de todo el proceso y se harán en función, y a partir, de los cambios en la propia actividad mental constructiva desarrollada por el alumno. El docente deberá prever situaciones que desafíen al alumno a revisar y profundizar tanto el significado como el sentido que le atribuye al nuevo contenido a aprender.

Santoveña (2004) indica que para utilizar un entorno virtual de aprendizaje, es importante que éste sea un entorno educativo flexible, intuitivo y amigable, donde los alumnos aprendan, compartan experiencias y conocimientos con el resto de sus compañeros a través de las distintas herramientas de comunicación, contenidos, evaluación y estudio que debe ofrecer. Un entorno virtual flexible será aquel que permita adaptarse a las necesidades de los alumnos y docentes (borrar, ocultar, adaptar las distintas herramientas que ofrece). Será intuitivo, si su interfaz es familiar y presenta una funcionalidad fácilmente reconocible y será amigable, si resulta fácil de utilizar y ofrece una navegabilidad clara y homogénea en todas sus páginas.

Para utilizar efectivamente un espacio virtual de aprendizaje es necesario disponer de recursos tecnológicos, planes de formación para los docentes que consideren paradigmas metodológicos como el constructivismo y la construcción social del conocimiento y el desarrollo de competencias en el uso tecnológico de estos espacios y en las habilidades relacionadas al diseño de experiencias formativas virtuales y a la intervención oportuna en las interacciones que se realicen en estos espacios. Al respecto, Barberà y Badía (2004) consideran que es muy positivo que los docentes participen en este tipo de propuestas pues les permite conocer cómo funcionan estos espacios que en otro momento podrían ser ambientes en los que les correspondería desempeñarse, ya sea integrándolos como apoyo o complemento de una clase presencial o utilizándolo completamente en forma virtual. También, participando de estas propuestas, tienen la posibilidad de actualizarse en contenidos curriculares, afianzar sus competencias en el uso de las nuevas tecnologías, conocer nuevas estrategias metodológicas para la enseñanza de contenidos, nuevas maneras de integrar recursos tecnológicos a su modo de aprendizaje y formarse en entornos virtuales.

2.6.3 Participación e interacción en los entornos virtuales

En los entornos virtuales de aprendizaje, la comunicación es uno de los aspectos vitales. Los medios informáticos contribuyen al propósito de la comunicación bidireccional, produciendo intercambios en tiempo real o diferido. La comunicación asincrónica es aquella que no se realiza tiempo real. En ella el docente abre la discusión y retroalimenta las opiniones de los participantes quienes intervienen en diferentes momentos aportando su opinión, otros puntos de vista, compartiendo información, etc.

Esta herramienta comunicativa incorporada de modo apropiado en los procesos de enseñanza y bien asistidas, puede favorecer un proceso interactivo en donde los alumnos producen activamente el conocimiento expresando por escrito las ideas que son compartidas y construidas a partir de las reacciones y respuestas de los demás.

Las nuevas tecnologías permiten crear espacios de comunicación en tiempo real y diferido, compartir documentos, discutir a través de foros virtuales, entre otras. Sin embargo la tecnología no crea la comunicación ni el aprendizaje (Gros, 2004), sino que abre vías que facilitan y hacen posible la comunicación lo que muchas veces se da a nivel de participación que no es sinónimo de interacción.

La participación y la interacción son dos formas complementarias de presencia virtual. Para diferenciarlas, Barberà y Badía (2004), consideran que la participación es la presencia y aporte virtual del alumno, mientras que la interacción agrega la respuesta y encadenamiento de comprensiones mutuas realizadas mediante el lenguaje.

La interacción es vital para la construcción de conocimiento a través del intercambio de mensajes con los otros participantes y con el docente, centrados en el tema de discusión. Estos mensajes muchas veces se construyen en un comienzo desde la experiencia personal y luego se enriquecen con los aportes de los demás. En cambio, la participación supone simplemente “estar ahí e intervenir”, pero no requiere de una respuesta ni necesariamente la provoca. Un ejemplo de esto es cuando el docente plantea un tema y todos o parte de los alumnos le responden pero no interactúan entre ellos. En cambio cuando hay interacción hay diálogo entre el docente y los participantes y entre estos mismos.

Barberà y Badía (2005), consideran que los debates virtuales pueden ser una actividad que promueva la construcción adecuada de conocimiento de los alumnos siempre y cuando no se convierta en una mera exposición por parte de cada uno de ellos de su punto de vista sin que haya realmente un intercambio y confrontación de ideas que provoque un cambio significativo en su conocimiento.

En los entornos virtuales, existen muchos alumnos que no participan activamente de los foros aunque lean las intervenciones de los compañeros. Para lograr que ellos se relacionen con los demás, expresen sus ideas, modifiquen su pensamiento a partir de la idea de los otros, defiendan con argumento sus propias ideas y pensamientos, es preciso favorecer la interacción más allá de la participación. Por ello, para el correcto funcionamiento de un espacio virtual, se requiere siempre la intervención de un profesor tutor que realice el seguimiento y la moderación que permita mantener "vivos" los espacios comunicativos, facilite el acceso a los contenidos y anime el diálogo entre los participantes.

Barberà, Badía y Moninó (2001) establecen como ventaja, que al disponer de los textos escritos de las intervenciones éstos pueden ser visualizados y examinados varias veces y su contenido puede ser reestructurado y recontextualizado en cualquier momento mientras dura el proceso de discusión del tema propuesto. Como desventaja citan que las discusiones por escrito pueden carecer de coherencia y pueden tender a tomar distintas direcciones sin un hilo conductor que resulta imprescindible en cualquier debate.

Para convertir el debate escrito virtual en una actividad que potencie la construcción del conocimiento es preciso un uso reflexivo e intencional de ciertos procedimientos como por ejemplo plantear preguntas adecuadas para iniciar o replantear el debate o la conveniencia de proveer ayudas a los alumnos para favorecer su participación en el debate.

2.6.4 La plataforma Moodle

Para generar un entorno virtual de aprendizaje, se debe disponer de un sistema de gestión de aprendizaje o LMS, acrónimo de Learning Management System, que es un sistema integral de gestión, distribución, control y seguimiento de contenidos y recursos educativos en un entorno compartido de colaboración. Este sistema debe permitir integrar herramientas de producción de recursos y de comunicación entre los docentes, entre docentes y alumnos y entre los propios alumnos, en tiempo real y diferido. También, posibilitar la administración, gestión de cursos, de participantes y la creación de grupos de trabajo.

González (2006), menciona que una alternativa viable es utilizar plataformas LMS basadas software libre. El software libre es aquel que, una vez obtenido, puede ser usado, copiado, estudiado, modificado y redistribuido libremente.

Silva (2007), indica que algunas plataformas están estandarizadas y ofrecen las herramientas genéricas que permiten la adaptación a la situación del profesor o de la institución que diseña el espacio virtual para apoyar la enseñanza y el aprendizaje, respondiendo a las necesidades de su espacio formativo particular mediante ciertas posibilidades de personalización.

Actualmente existen muchas plataformas gestoras de Aprendizaje LMS basadas en software libre: Dokeos, Manhantan, Claroline, Moodle, entre otras. La mayoría se encuentran disponibles de manera gratuita en Internet.

La palabra Moodle es el acrónimo de Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment que significa Entorno de Aprendizaje Modular Orientado a Objetos Dinámicos. González (2006), se refiere a Moodle como un proyecto inspirado en la pedagogía del constructivismo social y menciona que resulta muy fácil de administrar y operar. Además, adapta sus capacidades a las necesidades y preferencias de cada institución que la utilice, creando así un entorno virtual de aprendizaje propio.

Entre las características más importantes desde el punto de vista pedagógico, González considera que la plataforma Moodle promueve una pedagogía constructivista social dado el carácter colaborativo de las herramientas utilizadas y la filosofía de trabajo en la que se sustenta. Es adecuado para la enseñanza a través de la red como para complementar la enseñanza presencial. Permite el acceso de invitados a los cursos y cuenta con una interfaz atractiva, de tecnología sencilla, ligera, eficiente y compatible.

Silva (2007), indica que la plataforma Moodle es una herramienta que permite a los docentes crear en línea cursos de calidad, que contempla módulos para implementar distintas formas de relación entre los participantes, los materiales y las herramientas de comunicación integrados en un entorno común. Contiene además, herramientas de distribución de contenidos como lecciones, materiales y glosarios, herramientas de comunicación y colaboración como chats, foros y wikis, herramientas de seguimiento y evaluación como tareas, consultas y cuestionarios y herramientas de administración y asignación de permisos.

Moodle le brinda al docente la posibilidad de obtener información sobre la actividad realizada por el alumno en la plataforma como por ejemplo, el número de veces que ha ingresado, que ha consultado un módulo determinado, si ha participado en los foros y cuál ha sido la misma, la realización de las evaluaciones, etc.

Silva hace referencia también a las características de las principales herramientas que contiene la plataforma Moodle. Entre ellas figuran:

Foros: espacio para la comunicación donde se desarrolla la discusión sobre una cuestión plateada por el docente o por algún alumno. Entre los foros que pueden plantearse se encuentran los informativos donde sólo el docente puede colocar la información, los de discusión, donde el docente coloca un tema y los alumnos intervienen con sus opiniones y los foros abiertos donde tanto los alumnos como el docente puede plantear algún tema. Éste es un foro de tipo social. Todas las intervenciones en los distintos foros permiten un intercambio asincrónico del grupo sobre un determinado tema.

Recursos: constituyen el contenido y/o actividades del curso. Cada recurso se presenta como un enlace a un archivo que el docente sube a la plataforma como documento de

Word o de Acrobat, planilla de Excel, presentación de diapositivas de Power Point o simplemente es el enlace a la dirección de una página web. También se dispone de un espacio en el que puede escribirse directamente en la plataforma.

Cuestionario: permite diseñar y proponer evaluaciones que pueden ser de opción múltiple, de verdadero o falso, de respuestas cortas o de emparejamiento.

Las preguntas se encuentran almacenadas en una base de datos y pueden ser reutilizadas dentro del mismo curso. Es posible también configurar el cuestionario de manera tal que el alumno lo realice sólo una vez o que lo intente varias veces. Presenta la ventaja de que la retroalimentación que se le presenta al alumno puede configurarse para que sea inmediatamente después de haber contestado una pregunta o al final de todo el cuestionario.

Además de las herramientas que apoyan el diseño pedagógico del curso, Moodle también posee las que apoyan su administración. El docente puede gestionar usuarios, asignarlos al curso, conocer la información que agregan y actualizan los participantes. También tiene acceso a informes sobre todas las actividades realizadas por los alumnos que facilitan la labor del docente en los aspectos administrativos y de gestión.

La Universidad Nacional del Litoral ha implementado desde agosto de 2003 el Entorno Virtual (http://entornovirtual.unl.edu.ar) que es una adaptación del Moodle y está disponible para todos los docentes. Ha servido de soporte donde alojar los materiales diseñados para trabajar los contenidos de matemática seleccionados y constituye la plataforma utilizada para la incorporación del modelo mixto en esta experiencia realizada en la Facultad de Ciencias Agrarias.

La adopción de un entorno virtual no garantiza la mejora de la calidad de la enseñanza, ya que además de la incorporación de adecuados recursos tecnológicos, deben añadirse planes de desarrollo profesional de los docentes en estrategias didácticas y tecnologías de la información, medidas de apoyo a la innovación educativa, estímulos a la producción y distribución de materiales formativos de calidad, planes para promover el aumento de la calidad y la cantidad de la comunicación entre docentes y alumnos en estos nuevos entornos. Por tanto, esta iniciativa tecnológica debe enmarcarse en un proyecto global que tenga en cuenta la totalidad de los factores organizativos, personales y materiales y en el que participen coordinadamente todas las instancias de la institución con responsabilidades en dichas áreas.

De acuerdo a Santoveña (2004), este proyecto debe ser minucioso y debe adaptarse a las necesidades particulares de la institución y, por supuesto, de la asignatura en la que se inscribe. Esta planificación facilita la metodología a seguir para el desarrollo, publicación y aplicación de los materiales didácticos y de las actividades que se desean proponer. Constituye el diseño a través del cual se puede garantizar un proceso de enseñanza y de aprendizaje de calidad a través de otros recursos.

Todo lo planificado será la base sobre la cual el docente construirá los recursos didácticos y conseguirá sacar el mayor provecho a los medios tecnológicos que estén a su disposición.

3. Metodología de la investigación

En este capítulo se describen los aspectos de la metodología adoptada, haciendo especial énfasis en la investigación acción. Se hace referencia también el contexto y las características de su implementación.

3.1 Tipo y diseño de la investigación

El enfoque cualitativo constituye la visión privilegiada para realizar esta investigación dada la intención de comprender e interpretar los hechos que ocurren en un escenario educativo, describirlos de manera holística, empírica, interpretativa y empática a través de la relación personal que se adopte y que permita llegar a una comprensión de la calidad de la información para construir el conocimiento.

Al realizar una investigación cualitativa, se estudia la realidad en su contexto natural, permitiendo la comprensión de los fenómenos que tienen un significado especial de acuerdo al contexto en el que se desarrollan.

Por lo tanto, esta experiencia se ubica en una perspectiva cualitativa por la naturaleza propia del objeto de estudio de la investigación, relacionado con los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática bajo un modelo mixto.

De acuerdo a Elliott (1990), la participación de los docentes en la investigación es una necesidad indispensable. El éxito y la validez de la investigación dependerán del modo en que éste se sienta motivado a participar activamente en el planteamiento del problema, en la realización de la experiencia y en la comprensión del conocimiento generado al comprobarlo en su práctica educativa.

Para cambiar y mejorar la práctica docente, Latorre (2003), considera que se precisan docentes capaces de reflexionar, analizar e indagar, que problematicen lo que hacen. Agrega que, en este aspecto, es importante que el docente cuestione su enseñanza, reflexione sobre su propia práctica, recoja datos, los analice, plantee hipótesis de acción y que incorpore reflexiones de modo sistemático. Desde este punto de vista, las aulas son laboratorios y los docentes investigadores (Stenhouse, 1993, citado en Morales, 2008), de modo que la investigación orienta y estimula la acción docente, convirtiéndose en investigación acción.

Tomando como base lo expuesto, la metodología adoptada para la experiencia responde a una metodología de investigación acción ya que como modelo de investigación, abarca un conjunto de estrategias destinadas a mejorar el sistema educativo y social.

Para Latorre, “la investigación-acción es vista como una indagación práctica realizada por el profesorado, de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión”.

Elliott (1990) la define como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma”. Entre las principales características, menciona que la investigación acción se relaciona con el descubrimiento y resolución de los problemas prácticos cotidianos experimentados por los docentes y que puede ser desarrollada por ellos mismos.

De acuerdo a Kemmis y MacTaggart (1988, citado en Latorre, 2003), la investigación acción se caracteriza por ser un proceso que se construye desde y para la práctica, que pretende mejorarla a través de su trasformación al mismo tiempo que procura comprenderla, que se propone mejorar la educación a través del cambio y aprender a partir de las consecuencias de los cambios, que implica la realización de un análisis crítico de las situaciones y que se configura como una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión. Estos ciclos pueden esquematizarse de la siguiente manera:

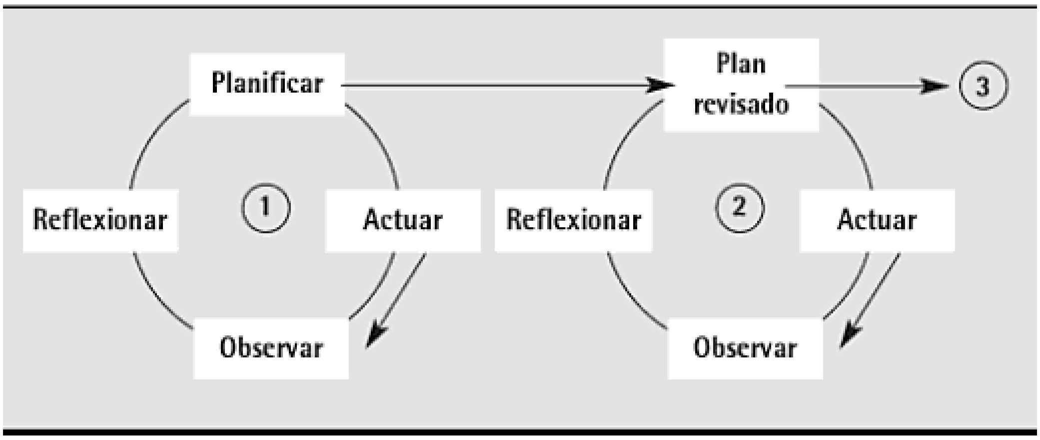


Figura 3.1 (Latorre, 2003, p. 32)

Latorre (2003) expresa que:

> Para lograr el potencial total de mejora y cambio, un ciclo de investigación-acción no es suficiente. La implementación satisfactoria de un plan de acción puede llevar cierto tiempo si requiere ciertos cambios en la conducta de los participantes. El tiempo necesario para que se origine el cambio dependerá de la frecuencia de las transacciones del profesorado con el alumnado, o de la capacidad que tenga el profesorado para analizar la situación problemática que intenta mejorar. Aunque el paso o acción se implemente con relativa facilidad, pueden surgir efectos colaterales que requieran reajustes o cambios en el plan general de la acción. (p. 33)

En la espiral de la investigación acción, el grupo desarrolla un plan de acción que debe ser flexible de manera tal que permita la adaptación a efectos imprevistos, actúa para implementar el plan que debe ser deliberado y controlado, observa la acción para recoger datos que permitan evaluarla y reflexiona sobre la acción registrada durante la observación. La reflexión puede conducir a la reconstrucción del significado de la situación y suministrar la base para una nueva planificación y continuar otro ciclo.

Elliott (1990) expone que el propósito de la investigación acción consiste en profundizar la comprensión del docente de su problema, por lo que adopta una postura exploratoria frente a cualesquiera definiciones iniciales de su propia situación. Por otro lado, como la investigación acción considera la situación desde el punto de vista de los participantes, describe y explica lo que sucede con el mismo lenguaje utilizado por ellos, es decir con el lenguaje de sentido común que la gente usa para describir y explicar las acciones humanas en al vida diaria.

Kemmis y MacTaggart (1988, citado en Suárez, 2002), mencionan que al comenzar la investigación acción, la primera instancia es la *reflexión* y *reconocimiento*. En ella se determina la temática sobre la que se va investigar, identificando la situación problemática, tratando de describir y comprender lo que se está haciendo, cómo se ajusta el trabajo educativo propio del docente en un contexto más amplio y tomar un verdadero conocimiento y comprensión de cómo se ha desarrollado el proceso educativo a lo largo de su propia historia educativa.

Frente a esto surge la pregunta: ¿qué debe hacerse? Tratando de darle respuesta a la misma comienza la primera fase de un ciclo de la investigación acción que se refiere a la *planificación*.

En esta fase es donde se orienta la acción, se toman las decisiones, se debe pensar en la temática elegida, en las posibilidades y limitaciones de la situación, en qué hacer para mejorar la educación. El plan que se elabore debe ser flexible, para que pueda incorporar aspectos no previstos en el transcurso de la investigación y deberá describir la preocupación temática elegida, delimitar los objetivos, presentar un plan de acción y describir cómo se van a controlar los resultados que se generen de la investigación.

Luego continúa la fase de la *acción*, la puesta en práctica del plan. Durante el desarrollo de la acción es importante que se observe todo aquello que ocurre y que se registren datos que serán utilizados más adelante. Es aquí donde la *observación* debe registrar el proceso de la acción, las circunstancias en las que se realiza y los efectos, tanto planificados como imprevistos.

Las técnicas para recoger datos que pueden utilizarse son, entre otras, los registros de clase, grabaciones, análisis de documentos y producciones de los alumnos, entrevistas, cuestionarios y la introspección.

Una vez realizadas la acción y la recopilación de los datos de interés, es importante la fase de la *reflexión* donde se produce un nuevo esclarecimiento de la situación problemática. Es el momento de analizar, interpretar, explicar y sacar conclusiones.

Seguramente muchas cosas no saldrán tal como se planearon. A partir de la situación problemática planteada y en virtud de lo observado luego de la acción, pueden descubrirse nuevos medios para continuar, lagunas en la propia formación y generar nuevos problemas. Si esto sucede, se deberán hacer los ajustes necesarios para retomar la investigación mediante una nueva planificación que dará lugar a un nuevo ciclo en la investigación.

Elliott (1991), recalca que el objetivo principal de la investigación acción no es la producción de conocimientos, sino mejorar la práctica educativa lo que implica hacerla más educativa, tanto en los procesos como en los resultados, en los medios y en los fines. Agrega que si mejora la práctica, es porque alguien se esfuerza en que eso suceda y por ello se asocia también a la mejora de los implicados; cambian las acciones, las ideas, los contextos y las personas.

Para la experiencia realizada bajo el modelo mixto, las instancias y fases mencionadas se distinguen y secuenciaron temporalmente de la siguiente manera:

- ✓ *Instancia inicial de reflexión* y *reconocimiento*: año 2008.
- ✓ *Fase de planificación*: primer semestre de 2009.
- ✓ *Fase de acción y observación*: segundo semestre de 2009.
- ✓ *Fase de reflexión:* primer semestre de 2010.

En los apartados que siguen, se describen las principales características y los criterios que se tuvieron en cuenta en cada una de las dos primeras etapas: la inicial y la de planificación. Las dos últimas fases, la de acción y observación y la de reflexión, serán descriptas más profundamente en el capítulo siguiente.

3.2 Etapas de la investigación

3.2.1 Instancia inicial

En esta etapa el docente debe cuestionarse acerca de cuál es el origen y la evolución de la situación problemática, cuál es la posición de las personas implicadas en la investigación ante ese problema, cuáles son los aspectos más conflictivos, en qué contextos o grupos se manifiestan, cuáles son las formas de contestación a los mismos. Es muy importante que en esta fase los docentes sean capaces de describir y comprender lo que realmente están haciendo, así como los valores educativos que sustentan sus prácticas.

La determinación de la temática a abordar y la reflexión inicial o diagnóstica correspondientes a la etapa inicial fueron expuestos en el capítulo 1 al plantear el problema de investigación. Allí se presentó una descripción de la problemática presente en el aula de matemática de la Facultad de Ciencias Agrarias, la importancia del uso de distintos registros de representación, la utilidad del recurso informático para favorecer tareas de conversión entre diferentes sistemas de representación y la necesidad de incorporar actividades que favorezcan la visualización. También se planteó la importancia de crear un entorno para el aprendizaje donde, a través de las nuevas tecnologías, se propicie la adquisición y construcción del conocimiento de manera flexible y autónoma. Todo esto condujo a la determinación de realizar una experiencia bajo un modelo mixto de aprendizaje que combine actividades presenciales con otras virtuales.

3.2.1.1 Experiencia piloto

Acordando con García y Romero (2009), la investigación se desarrolló en dos ciclos, en los que se siguieron las cuatro fases mencionadas en el esquema de Kemmis y MacTaggart.

Al primer ciclo se lo consideró como un estudio piloto. Esta experiencia se realizó en el segundo semestre del año 2008 y se invitó a participar de la misma a todos los alumnos que no habían aprobado ni regularizado Matemática I hasta agosto de dicho año. Se diseñaron actividades presenciales y virtuales con algunos contenidos de la asignatura.

El objetivo principal de esta experiencia piloto fue la de comprobar la bondad de los instrumentos diseñados, así como la adecuación de las actividades planteadas. Se pretendía observar de qué manera respondían los alumnos a la propuesta, cuáles eran las principales dificultades y limitaciones en el diseño de materiales y actividades para las sesiones presenciales y virtuales y cómo era el manejo de la plataforma con la que se trabajaría la parte no presencial. Al mismo tiempo, realizar una experiencia que permitiera comprobar si los recursos, actividades, materiales e instrumentos diseñados eran adecuados para la puesta en práctica posterior.

Otro aspecto importante fue poder experimentar las limitaciones y posibilidades del uso de la notación matemática en la plataforma al elaborar las actividades para los alumnos y al tener ellos que enviar archivos y participar de cada una de las propuestas.

Todo lo realizado y observado en esta experiencia permitió determinar los ajustes que debían hacerse para la selección de los alumnos, de los temas a desarrollar, de las actividades a proponer y de los recursos a utilizar. Esto constituye la base sobre la que se realizaron los cambios en la planificación que dieron lugar a un nuevo ciclo en la investigación.

Luego de esto, el segundo ciclo, que incorporara los cambios, novedades y ajustes que se estimaron oportunos tras la revisión del primer ciclo, se desarrolló en el año 2009 y es el que se describe en este trabajo.

3.2.1.2 El tema

Los contenidos de Matemática I están organizados en dos grandes bloques: *Funciones* y *Álgebra*. Dentro de *Funciones* se estudian las funciones escalares algebraicas y trascendentes, además de las gráficas de las funciones según las distintas transformaciones. En el de Álgebra, matrices, determinantes, sistemas de ecuaciones y de inecuaciones, programación lineal y análisis combinatorio simple y con repetición.

Para el desarrollo de esta experiencia se consideró solamente el bloque *Funciones* con los siguientes contenidos:

- ✓ *Funciones*: Definición. Dominio y conjunto de imágenes. Distintas representaciones. Función inversa.
- ✓ *Funciones Escalares*: Función par, impar, constante, creciente, decreciente y periódica. Gráfica de funciones según distintas transformaciones. Aplicaciones.
- ✓ *Funciones Escalares Algebraicas*: Función de primer grado. Función de segundo grado. Función polinomial. Función racional fraccionaria. Aplicaciones.
- ✓ *Funciones Escalares Trascendentes*: Función exponencial. Función logística. Función logarítmica. Funciones trigonométricas. Aplicaciones.

3.2.1.3 Los participantes

La investigación se ha centrado en las prácticas educativas que se llevan a cabo en la asignatura Matemática I de Ingeniería Agronómica de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional del Litoral, y más concretamente en los alumnos ingresantes 2009 que la cursaron durante el primer semestre de dicho año. Por este motivo, la experiencia bajo el modelo mixto se implementó en el segundo semestre de ese año.

Al realizar la experiencia piloto, el grupo había resultado ser muy heterogéneo. Se presentaron alumnos recursantes de distintos años de ingreso, alumnos ingresantes que no habían aprobado o regularizado Matemática I y alumnos que no la habían cursado por no haber aprobado el curso de ingreso disciplinar de matemática en la instancia presencial de febrero de 2008. Este fue el primer aspecto que se decidió tener en cuenta para la selección de alumnos que participarían en el segundo ciclo de la experiencia.

Para que el grupo sea homogéneo en cuanto al año de ingreso, al cumplimiento de las exigencias de la asignatura y a la condición obtenida luego del cursado, se decidió seleccionar aquellos que, habiendo ingresado en el año 2009 y habiendo cumplido con los requisitos del cursado de Matemática I, no hubieran logrado obtener la condición de alumno regular ni la aprobación de la materia en los turnos de exámenes de julio y agosto de dicho año.

Por lo tanto, los requisitos establecidos para participar de la experiencia se resumen de la siguiente manera:

- ✓ Haber sido alumno ingresante 2009.
- ✓ Haber cursado Matemática I en el primer cuatrimestre de dicho año.
- ✓ Haber cumplido con el 80% de asistencia a las clases dadas.
- ✓ Haber rendido los tres parciales propuestos por la cátedra.

En el año 2009, Matemática I se dictó para 148 alumnos de los cuales 106 eran ingresantes a la carrera y 42, alumnos que la recursaban. Al finalizar el dictado de la misma, regularizaron 72 alumnos y 76 quedaron en condición de alumnos libres.

Los alumnos que reunieron las condiciones establecidas resultaron ser 26. Los mismos constituyeron el grupo invitado a participar de las clases bajo el modelo mixto para el bloque Funciones en el segundo semestre de 2009.

3.2.2 Fase de planificación

Una experiencia que utiliza un modelo mixto, como combinación de lo presencial con lo virtual, no significa nada por sí misma. Como menciona Turpo (2010), la tecnología es un medio capaz de facilitar procesos y modelos de instrucción, interviniendo indirectamente en los procesos educativos, pero también se requiere de otras instancias mediadoras. Deben ofrecerse oportunidades, tanto presenciales como virtuales, para que el alumno acceda a los contenidos educativos sin limitaciones de tiempo y espacio. La modalidad presencial abre paso a opciones virtuales que realzan la experiencia de aprendizaje enfatizando procesos individuales y viceversa.

Para la experiencia, habiendo decidido el contexto y el tema a desarrollar, una especial preocupación fue también determinar cuáles y en qué medida, cada uno de los recursos tecnológicos serían combinados en la propuesta educativa.

De acuerdo a Santoveña (2005), es preciso especificar los criterios metodológicos que se seguirán en la organización de los materiales didácticos. Los mismos deben referirse a la enseñanza donde se inscriben y deben tenerse en cuenta ciertos aspectos como: cantidad de los contenidos; posibilidad de que promuevan la interacción alumno-contenidos; coherencia, homogeneidad y sencillez; eficacia y eficiencia; tipos de información presentadas y sus posibilidades de integración; la navegabilidad; longitud de la página; encabezados y títulos de las páginas; accesibilidad, entre otros.

Por todo esto, en la fase de planificación, la elección de las componentes del modelo implicó diversas deliberaciones: cómo y qué parte de los contenidos debería ser presencial y cuál virtual; cuánto puede ser de autoaprendizaje y cuál correspondería a las clases presenciales para desarrollar con los alumnos; qué aspectos se tratarían de manera sincrónica y asíncrona; qué actividades deberían diseñarse para trabajar en las sesiones presenciales y cuáles se subirían a la plataforma para trabajarlas virtualmente; dónde se ubicarían los foros de discusión que posibiliten la participación pero que también favorezcan la interacción, etc.

Sobre los lineamientos descriptos, se puede pensar que la aplicabilidad de un modelo mixto comienza analizando el contexto de aplicación, las necesidades formativas y particulares de los alumnos de la institución en la que se inscribe la experiencia, los recursos humanos y técnicos de los que se dispone, las condiciones de la formación y las características de los contenidos que se colocarían a disposición de esos alumnos.

Los materiales que se utilicen, constituyen una herramienta clave para favorecer el aprendizaje ya que en esta modalidad cobra cierta importancia el trabajo no presencial y el trabajo autónomo del alumno. Es preciso determinar qué materiales se trabajarán en las sesiones presenciales y cuáles no, de manera tal que su diseño oriente al alumno y favorezca su trabajo autónomo.

Uno de los primeros aspectos sobre los cuales se debió trabajar, es la diferencia entre diseñar actividades presenciales y virtuales. Por experiencia, al planear actividades para una clase presencial, se lo hace sin precisar exhaustivamente la forma en que se la desarrollará en el aula, mientras que, al diseñar actividades no presenciales, una preocupación permanente debe ser la de hacer explícito con el mayor detalle posible, lo que se le propone al alumno y las instrucciones precisas de lo que se espera que ellos hagan con esa propuesta.

Para el desarrollo de todas las actividades, se utilizó como texto de base el libro *Funciones* de Engler, Müller, Vrancken y Hecklein (2008).

A continuación, se presenta una descripción general de cada una de las sesiones presenciales y de las actividades virtuales, incluyendo los objetivos, las actividades propuestas y las dificultades esperadas.

3.2.2.1 Las sesiones presenciales

En función de los contenidos elegidos para desarrollar en esta experiencia, las sesiones presenciales respondieron a una planificación temporal de ocho semanas. De esta manera, pudieron organizarse semanalmente contenidos y actividades de un mismo bloque temático de acuerdo al siguiente esquema:

Semana 1	Funciones. Definición. Representación gráfica de funciones. Función inversa.
Semana 2	Funciones Escalares. Clasificación. Función par, impar, periódica, creciente y decreciente.
Semana 3	Funciones algebraicas especiales. Función de primer grado. Inecuaciones de primer grado con una y dos variables.
Semana 4	Función de segundo grado. Inecuaciones de segundo grado con una y dos variables.
Semana 5	Función polinomial. Función racional fraccionaria. Inecuaciones racionales.
Semana 6	Función exponencial. Función logística.
Semana 7	Función logarítmica. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
Semana 8	Funciones trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.

El diseño de las sesiones presenciales, requirió la elaboración del material específico formado por el texto de base, la planificación docente y el calendario de sesiones presenciales. También, los documentos que se utilizarían a lo largo del curso, como la guía específica de cada módulo (tema desarrollado por semana), las presentaciones de las sesiones presenciales, las guías de estudio que se utilizarían, los ejercicios adicionales que se realizarían, las autoevaluaciones, etc.

Las clases presenciales se organizaron en dos sesiones semanales de dos horas de duración cada una.

Primera sesión presencial

Objetivos:

- ✓ Presentar el tema correspondiente de manera global.
- ✓ Indicar los aspectos fundamentales del tema y su relación con otros temas.
- ✓ Indicar la aplicación práctica de los conceptos involucrados.
- ✓ Resolver ejemplos o problemas de aplicación oportunamente seleccionados o propuestos por los alumnos.
- ✓ Promover la participación activa del alumno en la discusión de los conceptos y resolución de ejercicios.

En esta sesión se trabajó en un aula, agregando en algunas oportunidades presentación de diapositivas y representaciones gráficas diversas que mostraran la importancia del tema considerado y su relación con otros temas. Los ejercicios y problemas a desarrollar se seleccionaron de manera tal que presenten diferentes situaciones y que favorezcan la interacción entre distintos registros de representación.

Sadovsky (2005), expresa:

> Desafiar a un alumno supone proponerle situaciones que él visualice como complejas pero al mismo tiempo posibles, que le generen una cierta tensión, que lo animen a atreverse, que lo inviten a pensar, a explorar, a poner en juego conocimientos que tiene y probar si son o no útiles para la tarea que tiene entre manos, que lo lleven a conectarse con sus compañeros, a platear preguntas que le permitan avanzar (p. 13).

De acuerdo a Sigalés (2004), integrar recursos tecnológicos a los procesos en los que las actividades presenciales se mantienen de manera significativa, permite, entre otros aspectos, mejorar el acceso a los contenidos y a sus distintas representaciones. Agrega que ello puede complementarse con guías de estudio y propuestas de actividades.

En virtud de esto se realizó el diseño de las actividades para la segunda sesión.

Segunda sesión presencial

Objetivos:

- ✓ Presentar distintas situaciones problemáticas que, para su resolución, requieran el uso de un software graficador.

- ✓ Propiciar que el alumno se involucre con las actividades, que observe, critique, concluya y elabore conclusiones.
- ✓ Fomentar la expresión oral y escrita.
- ✓ Promover la interacción ente diversos alumnos cuando la situación lo posibilite.

En estas sesiones se trabajó en un gabinete de informática de la Facultad de Ciencias Agrarias que dispone de 30 equipos con conexión a Internet.

Se diseñaron guías de estudio para cada uno de los temas. Fueron redactadas de manera tal que a través de la realización de diversas gráficas y actividades, el alumno pudiera visualizar ciertas características particulares de las funciones involucradas, elaborar conjeturas, observar lo que ocurre al utilizar el programa, confrontar resoluciones y concluir. En cada una de ellas, las actividades se diseñaron de manera tal que impliquen trabajar con los distintos registros de representación favoreciendo el tratamiento y la conversión.

El software elegido para el desarrollo de estas actividades fue *"Funciones para Windows"* versión 2.7, por ser un programa de tipo freeware que puede obtenerse gratuitamente desde la página http://www.lagares.org y tiene requerimientos mínimos de hardware y es de fácil manejo.

Este programa permite realizar distintos tipos de gráficas de una amplia variedad de funciones para las que sólo debe escribirse la expresión algebraica explícita de las mismas. Pueden personalizarse las gráficas determinando los intervalos de variación sobre cada uno de los ejes cartesianos. Para una función cualquiera, el programa también calcula sus ceros, valores máximos y/o mínimos, discontinuidades, intervalos de crecimiento y de concavidad, puntos de inflexión, entre otros, mostrando en cada caso la representación gráfica de ellos.

3.2.2.2 Las actividades virtuales

Las sesiones virtuales se pensaron para ser desarrolladas de manera paralela y complementaria con las sesiones presenciales.

Para las mismas se diseñaron actividades de aprendizaje y de evaluación que los alumnos deberían cumplimentar cada semana y que promovieran la interacción con sus compañeros, con el material y con el docente.

Se eligió como plataforma el ***Entorno Virtual*** (http://entornovirtual.unl.edu.ar) que desde agosto de 2003 la Universidad Nacional del Litoral puso a disposición de todos los docentes. Es una adaptación del Moodle y consiste en un paquete de software diseñado para ayudar a los docentes a desarrollar su tarea y complementar las actividades de la enseñanza presencial.

Una vez que se ingresa como docente del curso, es posible realizar la administración del mismo pudiendo de esta manera elegir estructurarlo de manera semanal o por temas y proponer una serie flexible de actividades como foros, cuestionarios, encuestas, tareas, chat y teniendo además la posibilidad de subir archivos en distintos formatos, imágenes o el enlace a páginas web.

Para una mejor organización de los contenidos a desarrollar, se eligió el formato semanal. Esta estructura responde a lo planteado por Barberà y Badía (2004) en el sentido de presentar en forma clara la organización de las actividades y articular, a través de ellas, el acceso a los diferentes recursos. Fue una manera de hacer más operativa la propuesta estableciendo espaciadamente en semanas las actividades del curso mediante distintos bloques de trabajo.

Una vez cargadas las actividades, la página principal al acceder al curso presenta la siguiente estructura:

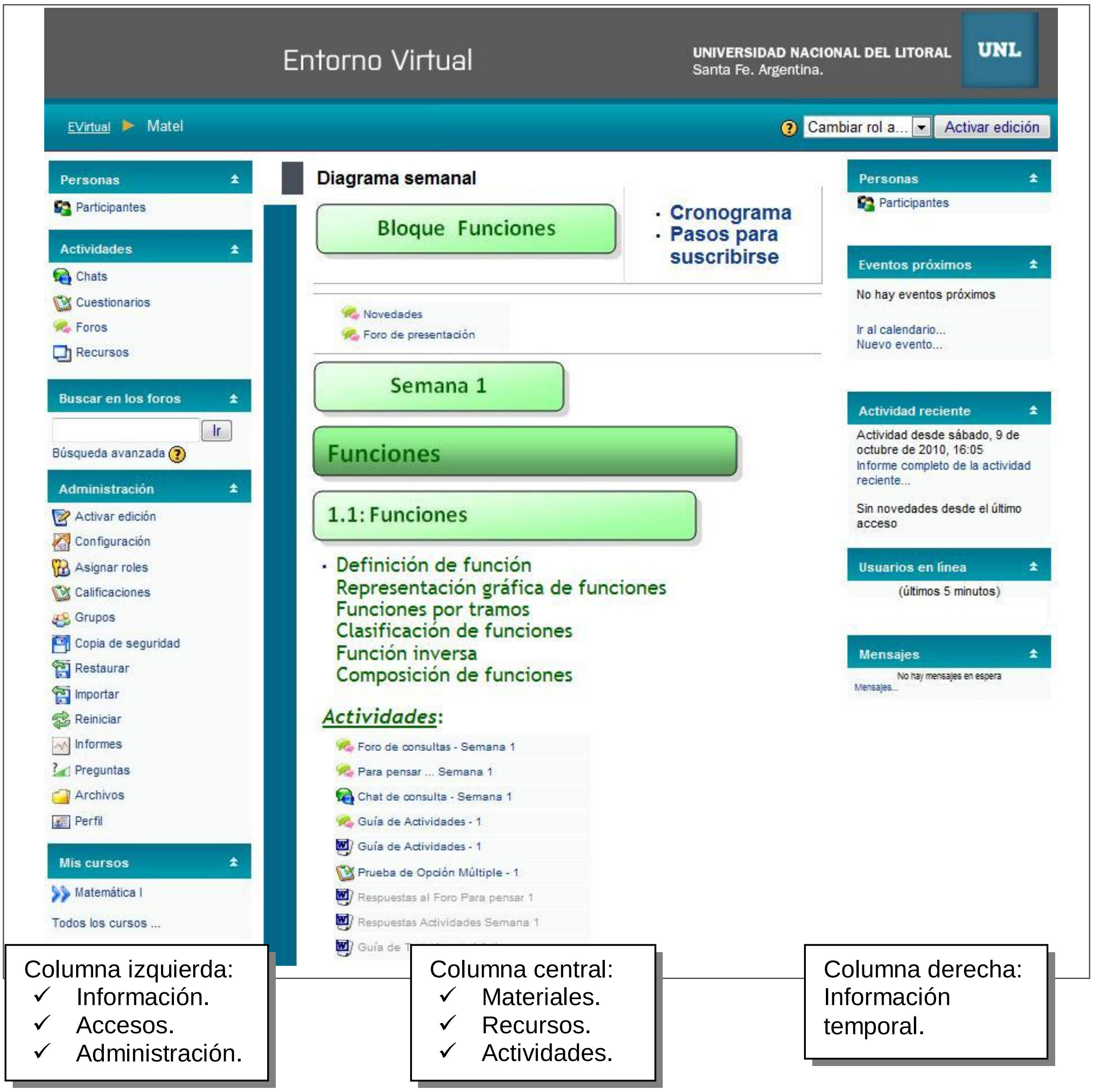


Figura 3.2 Diseño del Entorno Virtual de *Funciones* para la primera semana

En la columna izquierda, se encuentra el acceso a la información del curso, a las distintas actividades y recursos disponibles, y a la administración. En esta última, figuran todas las herramientas que tiene el docente como administrador del curso y que no se encuentran visibles para los alumnos. En la parte superior de la misma columna bajo el rótulo de personas, se puede acceder a la lista de participantes del curso. Luego, con el rótulo de *actividades*, figura otra forma de acceder a las distintas actividades propuestas y recursos que se encuentran disponibles en la columna central.

En la columna derecha se encuentra la información temporal como las *novedades*, relacionadas con el desarrollo del curso y que el docente comunica a los alumnos; la *mensajería*, donde anuncia el recibimiento de un mensaje enviado a través de la plataforma; el *calendario* del curso en el que se indican las fechas de los eventos próximos y los *usuarios en línea*, que se refiere a los participantes que se encuentran conectados en ese momento.

En la columna central, figura la organización semanal de los temas que contiene en primer término, una pequeña *descripción* de los contenidos a trabajar esa semana. Luego figuran los *materiales* complementarios en diversos formatos; los *foros*, que son espacios de comunicación asincrónica; las sesiones de *chat*, para establecer comunicación en tiempo real y los *cuestionarios*, que se refieren a pruebas de opción múltiple elaboradas para cada tema. Al seleccionar cualquiera de ellas, se accede a la actividad relacionada con el tema de la semana donde se encuentra. En cambio, si se selecciona alguna de las actividades ingresando por la columna izquierda, se accede a todas las de ese tipo que se encuentran disponibles para todas las semanas estipuladas en el curso.

3.2.2.3 Las actividades de evaluación

La evaluación es un proceso continuo e integral que está presente desde el comienzo e involucra la identificación de necesidades, la formulación de objetivos, el desarrollo del proceso y el análisis de los resultados. Es importante que permita obtener información relevante, fiable, adecuada y oportuna, que al ser contrastada con ciertos parámetros predeterminados permita emitir juicios de valor y tomar decisiones relacionadas con el proceso educativo y todos sus integrantes.

A lo largo del desarrollo de la experiencia se buscó de manera permanente la retroalimentación que involucrara la revisión de las actividades que se estaban realizando, de la planificación, de la actitud del docente, así como cualquier otro aspecto de los procesos de enseñanza y de aprendizaje que resultara pertinente modificar para garantizar la calidad de la educación.

El proceso evaluativo contempló actividades de evaluación formativa a lo largo de toda la experiencia, con intervenciones permanentes. En este sentido se propusieron distintas actividades en la plataforma que los alumnos debían cumplimentar cada semana:

- ✓ Guías de actividades de integración sobre los distintos temas considerados.
- ✓ Un Foro de discusión con algunas preguntas de reflexión o situaciones problemáticas distintas a las que se encuentran en el libro de texto.
- ✓ Cuestionarios con preguntas de opción múltiple.

En cada una de ellas, las actividades fueron variadas y se diseñaron de manera tal que promovieran el uso de los distintos registros de representación, favoreciendo tanto el tratamiento como la conversión.

En los cuestionarios, para cada respuesta seleccionada, correcta o no, se presentaba una retroalimentación en la que se resaltaban los conceptos en juego o se indicaban los errores cometidos en la elección errónea de la opción.

Finalizadas las ocho semanas, se realizó un proceso de evaluación sumativa que contempló una evaluación escrita presencial. A ella se le sumaron valoraciones parciales que podían ser integradas y que permitieran la emisión de un juicio de valor definitivo de la experiencia en el momento de su conclusión.

Los alumnos que hubieran aprobado todas las instancias de esta experiencia, durante los seis turnos de exámenes siguientes de noviembre-diciembre de 2009 y febrero-marzo de 2010, rendirían solamente el otro bloque de Matemática I correspondiente a Álgebra.

3.2.3 Fase de acción y observación

Las actividades planificadas, tanto presenciales como virtuales, se desarrollaron durante ocho semanas desde el 7 de septiembre hasta el 31 de octubre de 2009. El desarrollo y el contenido de las mismas, la forma de implementarlas y las principales observaciones que resultaron de la implementación, se describen detalladamente en el capítulo 4.

Para recoger datos que actúen de guía para la fase de reflexión y para la valoración final de la experiencia, se utilizaron distintos instrumentos de observación:

- ✓ registros de clase donde se destacaron los principales aspectos que se observaron en el desarrollo de las sesiones tanto presenciales como virtuales y en el desenvolvimiento de los alumnos frente a las distintas actividades propuestas.
- ✓ foros de reflexión donde, a partir de las participaciones de los alumnos, se analizaron las respuestas a las distintas situaciones problemáticas plateadas.
- ✓ guías de actividades semanales que, a través de las producciones personales, permitieron analizar los logros y detectar las principales dificultades que se les presentaron en las distintas actividades propuestas.
- ✓ pruebas de opción múltiple que, una vez resueltas en la plataforma, permitieron la obtención de datos cuantitativos sobre el porcentaje de respuestas correctas, número de intentos y calificación final obtenida.
- ✓ una encuesta personal que posibilitó obtener información sobre las apreciaciones personales referidas a las distintas actividades realizadas.
- ✓ una entrevista semiestructurada que al realizarla con algunos alumnos permitió ahondar en su valoración personal sobre las clases presenciales, las guías de estudio trabajadas con el software y sobre los distintos recursos y actividades utilizadas en las sesiones virtuales.

3.2.4 Fase de reflexión

Toda la información obtenida de los distintos instrumentos, permitió realizar el análisis y reflexión sobre todo el proceso.

Los principales aspectos observados en las distintas actividades presenciales y virtuales, se presentan, analizan y describen en el capítulo 4 al referirse a la implementación y el análisis de los resultados.

4. Implementación y análisis de resultados

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo de la experiencia que se corresponde con las fases de acción y observación, y algunos aspectos de la de reflexión. Se menciona el contexto de implementación de las distintas actividades y se describen las sesiones tanto presenciales como virtuales. Posteriormente se realiza el análisis de las resoluciones, respuestas y producciones de los alumnos, para finalizar con el análisis de la información obtenida con otros instrumentos, como el cuestionario y la entrevista.

4.1 Contexto de implementación

La experiencia se realizó en el segundo semestre del año 2009, con alumnos ingresantes a la carrera Ingeniería Agronómica de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional del Litoral.

Los alumnos en condiciones de realizarla fueron citados a una charla informativa en el mes de agosto de 2009 en la que se presentó la metodología elegida para la implementación de la experiencia, el cronograma de actividades y los requisitos para aprobar el bloque Funciones considerado.

Las sesiones presenciales y actividades virtuales se desarrollaron entre el 7 de septiembre y el 31 de octubre, tomando la evaluación final la segunda semana de noviembre.

Los encuentros presenciales se realizaron los días lunes en un aula de trabajo habitual para el desarrollo de las actividades docentes y los días miércoles, en el gabinete de informática, ambos de 14 a 16.

El horario se estableció en virtud de la disponibilidad horaria del docente, de las aulas y de los alumnos, evitando superposición con las demás actividades.

4.2 Opiniones iniciales de los alumnos

En la primera semana del desarrollo del curso, se propuso en la plataforma un foro para que los alumnos pudieran manifestar las principales dificultades que se les habían presentado al cursar Matemática I en el primer semestre, especialmente en lo referido al bloque *Funciones*.

Algunas de sus respuestas fueron:

- *Al resolver un problema no lo leo bien, no lo analizo como debe ser y así lo interpreto de otra manera.*
- *Tuve inconvenientes para plantear problemas y no entiendo cómo graficar la función racional fraccionaria.*
- *En los exámenes pienso que me va bien y después recibo un aplazo.*
- *Tuve muchas dificultades en la interpretación de gráficas, en determinar el dominio de una función a partir de su gráfica y la ley que le corresponde a esa gráfica.*
- *Mi problema es determinar cuándo una función es inyectiva o sobreyectiva observando la gráfica.*
- *Mi mayor problema es confundirme las gráficas de los distintos tipos de funciones. También creo que no debo conformarme con hacer bien sólo algunos ejercicios.*
- *Me parece que nuestro problema fue que no nos pusimos bien las pilas. Esta vez no debemos desaprovechar la oportunidad y estudiar.*
- *Creo que no aprobé Matemática I por no haberle dedicado el tiempo necesario y no concentrarme cuando me sentaba a estudiar. Me costó mucho funciones, plantear algunos problemas y hacer las gráficas. Siempre me faltó la parte teórica.*
- *Me resulta difícil interpretar un problema de funciones y plantearlos.*

En estos comentarios se evidencia que las principales dificultades de los alumnos se encuentran en la interpretación de textos referidos a enunciados de problemas, en la falta de hábitos y constancia en el estudio, en la manipulación del registro gráfico y conversiones de este registro hacia otros, como el algebraico o verbal y viceversa.

4.3 Instrumentos para el análisis de la experiencia

En la metodología se hizo referencia a los instrumentos que se utilizaron para obtener datos que permitan realizar el análisis de la experiencia y que actúen de guía para la fase de reflexión. Entre ellos:

- ✓ producciones personales, obtenidas de las guías de actividades semanales.
- ✓ respuestas a los foros de reflexión.
- ✓ resolución de cuestionarios con pruebas de opción múltiple.
- ✓ opiniones emitidas en la encuesta para conocer sus apreciaciones sobre las distintas actividades realizadas.
- ✓ respuestas a la entrevista semiestructurada para ahondar en su valoración personal sobre las clases presenciales, las guías de estudio trabajadas con el software y sobre los distintos recursos y actividades de las sesiones virtuales.

Las producciones de los alumnos posibilitan observar, básicamente, sus procedimientos y detectar errores y dificultades en la comprensión de consignas o del tema en cuestión.

Frente a ellos, es importante realizar intervenciones oportunas que contribuyan a la comprensión o a corregir concepciones erróneas.

También, las respuestas a distintas cuestiones planteadas en los foros de reflexión, puede ser una ocasión para que discutan, interactúen y propongan diversas estrategias de resolución, recurran a distintas representaciones gráficas, algebraicas o numéricas, se expresen adecuadamente de manera verbal y pongan de manifiesto sus dificultades en la resolución de las actividades.

Toda la información obtenida a través de su participación en las actividades presenciales y virtuales, se complementa con su opinión escrita a una encuesta y sus respuestas orales a una entrevista personal que trata de indagar sobre sus apreciaciones sobre las distintas actividades e instancias realizadas en la experiencia.

4.4 Descripción de las sesiones y análisis de los resultados

Se presentan a continuación, las principales características de las actividades tanto presenciales como virtuales. Acompañan a las mismas, la descripción sobre el desarrollo de las distintas sesiones y el análisis de lo realizado por los alumnos.

4.4.1 Análisis de las sesiones presenciales

Las clases se desarrollaron de manera dinámica y en un clima de total armonía.

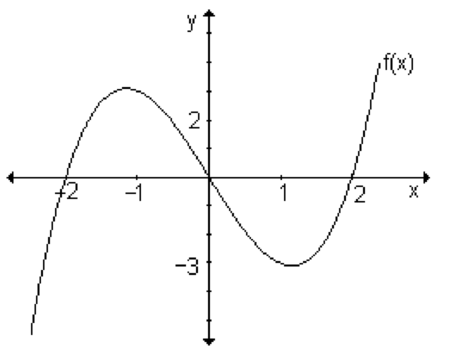
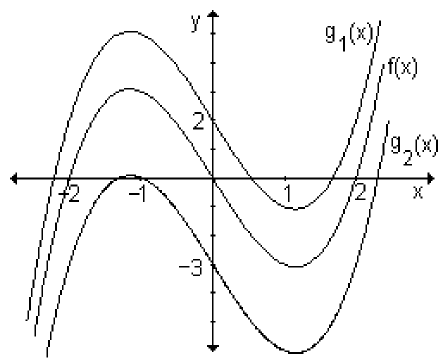
Según el cronograma establecido, los alumnos debían revisar, con anterioridad al desarrollo de la clase, los conceptos teóricos involucrados y seleccionar algunos ejercicios y/o problemas en los que se les habían presentado dificultades. Evidenciaron responsabilidad en el cumplimiento de las tareas asignadas para todas estas sesiones presenciales. La asistencia total fue del 95% los días lunes a la primera sesión presencial y del 98% los miércoles, a la segunda.

4.4.1.1 Primera sesión presencial

La primera sesión presencial de cada semana se desarrolló los días lunes en un aula. Mediante preguntas guiadas e interactuando con los alumnos, se revisaron los principales conceptos teóricos involucrados en el tema correspondiente. En varias ocasiones, se complementó la presentación con la realización de diversas gráficas mediante un graficador y proyectadas, con el propósito de que ayudaran a la visualización de lo que se estaba revisando.

Por ejemplo, al revisar las transformaciones de las gráficas de una función según la variación de los parámetros que intervienen en su expresión algebraica, ayuda a la visualización presentar diversas gráficas en las que se observen las modificaciones de las mismas en virtud del valor del parámetro que se esté cambiando.

De este modo, al referirse a la traslación vertical, por ejemplo, se presentó la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 4x$. Luego, se realizaron las representaciones gráficas de la función $g(x) = f(x) + c$, dándole a *c* distintos valores reales como se muestra a continuación:

$f(x) = x^3 - 4x$	$g_1(x) = f(x) + 2$ $g_2(x) = f(x) - 3$
	

De esta manera se optimiza el tiempo para la realización de las distintas gráficas poniendo el foco de atención especialmente en lo que se desea enseñar, suscitando que el alumno elabore conjeturas que luego se podrían validar con las gráficas que realizaran.

En todo momento se trató de promover el uso de los distintos registros de representación. En el ejemplo, pueden observarse el uso del registro gráfico acompañado del registro algebraico que permanentemente fueron complementados con el verbal.

Interactuando con los alumnos, al promover que ellos hicieran conjeturas sobre lo que debería ocurrir con el comportamiento de las gráficas de acuerdo al parámetro que se estaba modificando y al elaborar las conclusiones, se hizo hincapié en el uso correcto del lenguaje tanto natural como matemático y se recalcó la importancia en la elaboración de enunciados válidos y completos.

En las distintas sesiones, luego de tratar el tema correspondiente y de analizar las diferentes gráficas y definiciones, los alumnos proponían ejercicios y/o problemas de aplicación para discutir en clase. Estos fueron momentos muy ricos y valiosos pues quedaron totalmente expuestas sus principales dificultades. La mayoría se remitían a la falta de interpretación de los enunciados y al desconocimiento de lo que debían hacer frente a ese planteo. Esto pone de manifiesto la disociación que encuentran entre los conceptos teóricos y sus respectivas aplicaciones prácticas.

Para desarrollar la actividad planteada, por lo general se invitó a que un alumno la realizara en la pizarra. De este modo los compañeros sugerían procedimientos y también realizaban correcciones de lo que se estaba desarrollando. En esta instancia pudieron detectarse errores de procedimiento y de cálculo habituales. Todos los aspectos observados coinciden en su mayoría con las dificultades descriptas y presentadas en el primer capítulo, al plantear el problema de investigación.

El mismo procedimiento se realizó en todas las primeras sesiones presenciales.

Cada semana el tema a tratar era diferente y esto condujo a que los ejercicios y problemas planteados fueran variados y de distinta complejidad.

Debe destacarse la excelente actitud de los alumnos frente a las dificultades observadas y la predisposición manifiesta por escuchar a sus compañeros y atender a las indicaciones y sugerencias del docente.

4.4.1.2 Segunda sesión presencial

La segunda sesión presencial de cada semana se desarrolló los días miércoles en el gabinete de informática de la facultad que dispone de 30 equipos con conexión a internet.

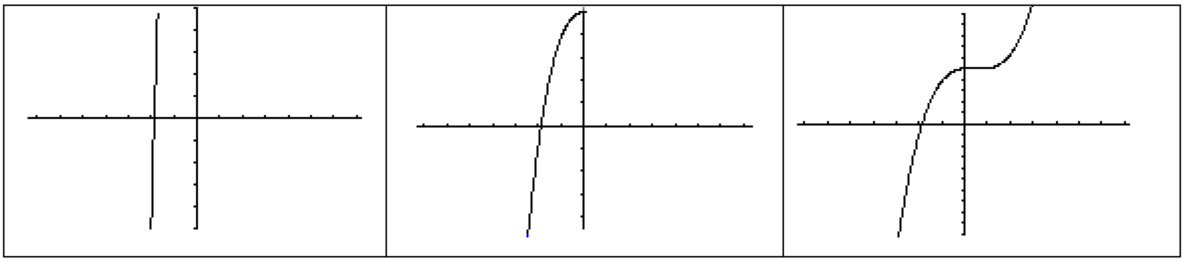
Esto posibilitó que para la realización de las actividades, cada alumno dispusiera de una computadora para trabajar de manera individual. De todos modos, la proximidad con los demás equipos promovía también el trabajo en conjunto y la discusión de las conclusiones que debían elaborar.

Coincidiendo con Hitt (2003), en cada una de las propuestas se pensó utilizar a la computadora como una herramienta que posibilitara, en este caso, la rápida y variada representación de las gráficas de funciones, para luego poder elaborar conclusiones.

Para cada una de las sesiones se confeccionaron guías de estudio que los alumnos resolverían utilizando el programa *Funciones para Windows*. El enunciado completo de las mismas se encuentra en el Anexo 1 (página 109).

La primera de estas guías tenía como objetivo principal familiarizarse con el uso del programa y analizar cómo debían modificarse ciertos valores en la pantalla de inicio del mismo para obtener distintas gráficas. Para la misma se tuvieron en cuenta algunas de las directrices establecidas por Moreno (2002) para aquellas propuestas en las que se utiliza la tecnología para graficar funciones. En particular, se hizo referencia a cómo obtener la ventana óptima de graficación, es decir aquella que mostrara las características principales y particulares de la función considerada. Para ello, la elección de los intervalos para cada una de las variables es un aspecto fundamental.

A los efectos de ilustrar esto último, se propuso como actividad introductoria y previa a la resolución de la guía preparada, representar la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 25$ en diferentes intervalos, además de los que el programa da por defecto. Algunas de las distintas gráficas que pueden obtenerse se muestran a continuación:



[–7,5; 7,5] → [–5; 5]   [–7,5; 7,5] → [–25; 25]   [–7,5; 7,5] → [–50; 50]

A partir del análisis de las distintas gráficas obtenidas, surge la necesidad de determinar cuáles son las características particulares de la función que se desea representar y cuáles son los intervalos más adecuados que permiten visualizarlas.

Dado que todos los alumnos ya habían cursado Matemática I en el primer semestre, al observar la expresión algebraica dada ya podían reconocer el tipo de función a representar. En ese momento, a partir de la interacción con ellos fue posible analizar, previo a la realización de la gráfica, cuáles serían las características que debería presentar la misma. De este modo, la obtención de la gráfica que el programa presenta con los valores por defecto, que es la primera de la izquierda en la figura anterior, muestra la necesidad de modificar los extremos de los intervalos de las variables para poder visualizar lo que habían anticipado. Otro hecho que se presentó en esta actividad fue, que al identificar la función como una polinomial de grado tres, todos los alumnos coincidieron en decir que tendría tres ceros por lo que su gráfica presentaría tres intersecciones con el eje de las abscisas. Lo primero que sugirieron fue ampliar el intervalo de la variable independiente para poder visualizar esos tres puntos de intersección. Si bien esta función en particular se trabajaría en profundidad en la quinta semana, fue muy oportuna la ocasión para revisar algunos conceptos y confrontar sus conjeturas con las gráficas obtenidas.

En los restantes ejercicios de la primera guía, se plantearon diversas actividades para que eligieran los intervalos más apropiados para la representación gráfica. Las dos últimas actividades, requieren transitar constantemente entre los registros numérico, algebraico y gráfico, recurriendo a distintas representaciones. Por ejemplo:

Guía de estudio 1:
Actividad 6:
Represente gráficamente la ley $f(x) = x^2 - 6x + 5$ considerando intervalos adecuados para x e y.
Analice las condiciones para que sea función y determine:
a) el dominio y el conjunto de imágenes.
b) para qué valores del dominio $f(x) > 0$.
c) para qué valores del dominio $f(x) < 0$.
d) para qué valores del dominio $f(x) = 0$.
e) las abscisas de los puntos para los cuales $f(x) = 5$.
f) las abscisas de los puntos para los cuales $f(x) = f(2)$.
g) los valores del dominio para los cuales $f(x) < -4$.

En la resolución de los distintos ítems, pudo observarse en los alumnos la preferencia por el trabajo en el registro algebraico. Comenzaron por calcular manualmente los ceros dando respuesta al inciso d) y luego, factorizando el trinomio, plantearon la desigualdad para resolver los dos incisos anteriores. En este caso se les hizo notar la importancia de observar la gráfica y cómo desde allí y complementando en algunos casos con comandos propios del programa, podían responder a todos los incisos.

En guías de estudio de las semanas siguientes, las actividades se plantearon de manera similar a lo expuesto. En todo momento se promovió que al leer el enunciado de las mismas, los alumnos realizasen conjeturas de manera previa a la realización de las gráficas, para luego poder confrontarlas con los resultados obtenidos.

Por ejemplo, para la cuarta semana, en la guía de estudio sobre función de segundo grado, una de las actividades planteadas fue la siguiente:

Guía de estudio 4:
Actividad 3:
Sea la función $f:R \to R \ / \ f(x) = x^2 - 4$
a) Describa coloquialmente qué transformación debería aplicarle a la función dada f(x) para obtener en cada caso la función g(x).
i) $g(x) = x^2$ **ii)** $g(x) = (x - 4)^2 - 4$ **iii)** $g(x) = 2x^2 - 8$ **iv)** $g(x) = (2x)^2 - 4$
b) Indique las características principales entre las gráficas de f(x) y g(x).
(*Nota:* para responder a los ítems anteriores, es recomendable realizar dos gráficas juntas: la de f(x) y de cada una de las funciones g(x) dadas para analizar detenidamente qué es lo

Esta actividad les provocó marcados conflictos cognitivos. Todas las respuestas emitidas al ítem i) fueron erróneas. Al respecto se estima que es usual que los ejercicios se planteen partiendo de la función considerada como base, $f(x) = x^2$, para luego solicitar la gráfica de otras que resulten de modificar algún parámetro. En ese primer ítem el planteo fue justamente al revés. Por ese motivo, se agregó la consigna de representar las funciones f(x) y cada una de las funciones g(x) de manera individual para poder analizar cada caso en particular y determinar cuál era verdaderamente la transformación aplicada.

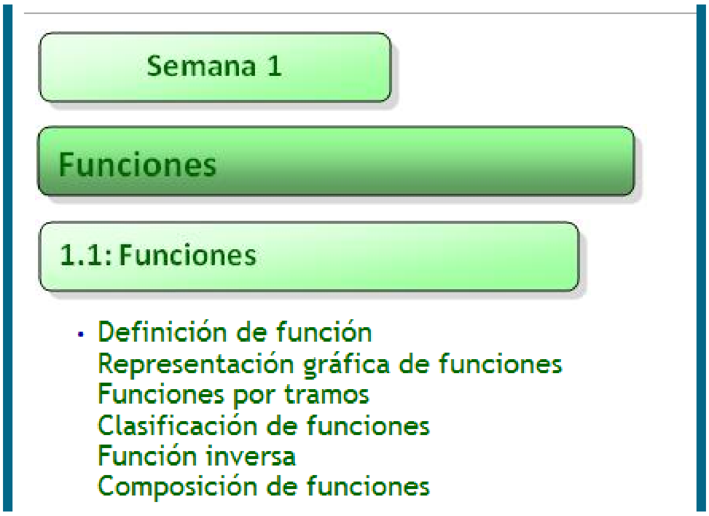
En el desarrollo de estas clases presenciales la participación de los alumnos fue muy activa y también resultó positiva la actitud manifiesta frente a las distintas propuestas. Cumplieron con la resolución de todas las actividades y demostraron interés en completar cada una de las consignas planteadas. Todas las guías de estudio fueron resueltas y corregidas en su totalidad dentro del horario de clase.

4.4.2 Análisis de las actividades virtuales

Para las actividades virtuales se configuró la plataforma Moodle del entorno virtual de la Universidad Nacional del Litoral (http://entornovirtual.unl.edu.ar), de manera tal que cada semana después de la primera sesión presencial, se habilitarían las actividades, recursos y foros, según los temas propuestos, que el docente ya había cargado en dicha plataforma.

Los materiales, recursos y actividades propuestos para cada semana quedaban perfectamente diferenciados en la página central de la plataforma. Mediante diversas etiquetas se indicaron la semana en curso, el tema a tratar y los contenidos principales del mismo.

Por ejemplo, para la primera semana, el esquema central de presentación fue el siguiente:



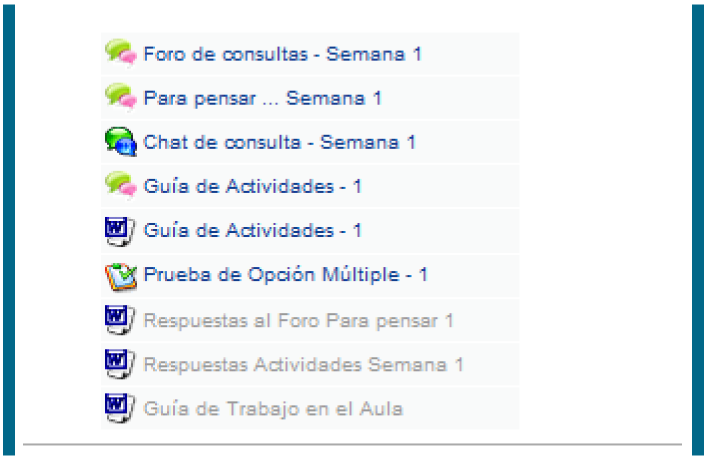
Debajo de este esquema, figuraban las distintas actividades y recursos que se proponía para esos temas.

Los alumnos debían cumplimentarlas en el transcurso de esa semana y se estableció como fecha límite para la resolución y entrega, el inicio del desarrollo de los temas de la semana siguiente. Por lo tanto, disponían de siete días para responder y participar de la propuesta.

Dentro de los recursos disponibles en Moodle los principales son: textos editables, enlaces a documentos o páginas web y presentaciones de diapositivas.

Entre las actividades que se pueden proponer, se encuentran foros, cuestionarios y sesiones de chat.

Son muchas las posibilidades para organizar y presentar los temas, recursos y actividades. Para la semana mencionada, el esquema elegido fue el siguiente:



Al pensar en el diseño de este entorno, se procuró que su diagrama sea tal que presentara de manera clara los contenidos, recursos y actividades.

Lo expuesto en las imágenes anteriores es el esquema que se consideró más apropiado para la organización de los alumnos. Este es uno de los aspectos que resultaron de la fase de reflexión en la realización del primer ciclo, en la experiencia piloto.

Dado que el docente también se desempeñó como administrador de la plataforma, tenía la facultad de hacer visibles distintos recursos o actividades en función del momento en que lo utilizarían los alumnos. Los tres últimos recursos de la imagen anterior, por ejemplo, se encuentran con una tonalidad más clara debido a que no se encontraban visibles en ese momento. Esto facilita la tarea del docente al poder desarrollar contenidos y actividades con anticipación y publicarlos sólo cuando sea oportuno y necesario.

Cada semana de la experiencia, se propusieron tres actividades. Los alumnos debían:

- ✓ participar en un foro con preguntas de reflexión,
- ✓ responder a una serie de actividades,
- ✓ resolver un cuestionario de preguntas de opción múltiple.

En todo momento de la semana correspondiente al tema que se estaba desarrollando, quedaban habilitados también:

- ✓ un foro de consultas para establecer la comunicación de manera asincrónica y plantear cualquier duda referido al tema de esa semana,
- ✓ una sesión de chat para hacerlo de manera sincrónica con quienes se encontraran conectados de manera simultánea,
- ✓ el servicio de mensajería propio de la plataforma Moodle.

A continuación se describen las principales características de cada uno, la forma de implementación, las respuestas más significativas de los alumnos y el análisis realizado de las mismas.

4.4.2.1 Guías de actividades

Las guías de actividades se redactaron con el propósito de que, a partir de todo lo revisado y trabajado en las clases presenciales, los alumnos se enfrentaran a la resolución de distintos ejercicios y problemas que integraran los contenidos de la semana. También, se esperaba que adquirieran destrezas en la presentación de documentos con contenido matemático.

El enunciado completo de las guías se encuentra en el Anexo 2 (página 136).

En la presentación de las mismas se les sugería que las resolvieran utilizando cualquier editor de textos, cuidando el uso de la notación matemática, realizando las gráficas correspondientes y finalmente, dentro del plazo estipulado, subir el archivo a la plataforma. Todos los alumnos ya habían cursado o aprobado los primeros módulos de Informática, lo que hacía suponer que contaban con conocimientos básicos de los distintos programas que necesitaban utilizar. Igualmente, en las primeras clases presenciales se brindaron distintas explicaciones sobre cómo editar ecuaciones, capturar gráficas realizadas en el programa *Funciones*, trabajarlas en algún editor de imágenes e insertarlas en el archivo de texto.

De todos modos, hasta que los alumnos adquirieran destrezas en el uso de los distintos recursos y programas, y se familiarizaran también con la plataforma, se aceptarían los trabajos realizados a mano.

En general, analizando las ocho semanas en las que se desarrolló la experiencia, entre 13 y 19 alumnos por semana presentaron en la plataforma las actividades resueltas en un archivo de Word (50 al 73%). El resto, de manera escrita. Catorce de estos alumnos, lo hicieron todas las semanas únicamente a través de la plataforma (53,85%).

La segunda semana de la experiencia fue cuando se observó el mayor número de alumnos que subieron el archivo a la plataforma. Conversando en la clase presencial con los que no volvieron a hacerlo luego de esa semana, hicieron referencia a que después de haberlo realizarlo en la computadora, optaron por resolverlo a mano ya que les resultaba más sencillo.

Tres alumnos presentaron solo una vez la guía en la plataforma y las demás de manera manuscrita (11,54%). Sólo uno de ellos mostró, en distintas oportunidades, reticencia en el uso de los distintos recursos informáticos y en el manejo del aula virtual. Cinco alumnos lo hicieron únicamente de manera escrita (19,23%).

Analizando sus producciones, en general se observaron dificultades para expresarse en el registro verbal, errores de procedimiento repetidos y coincidentes con los detectados en el desarrollo del dictado de Matemática I en el primer semestre.

A continuación se presentan las respuestas más significativas a algunas de las actividades propuestas:

Guía de Actividades 1: (*Anexo 2, página 136*)

1) Determine el dominio de las siguientes funciones:

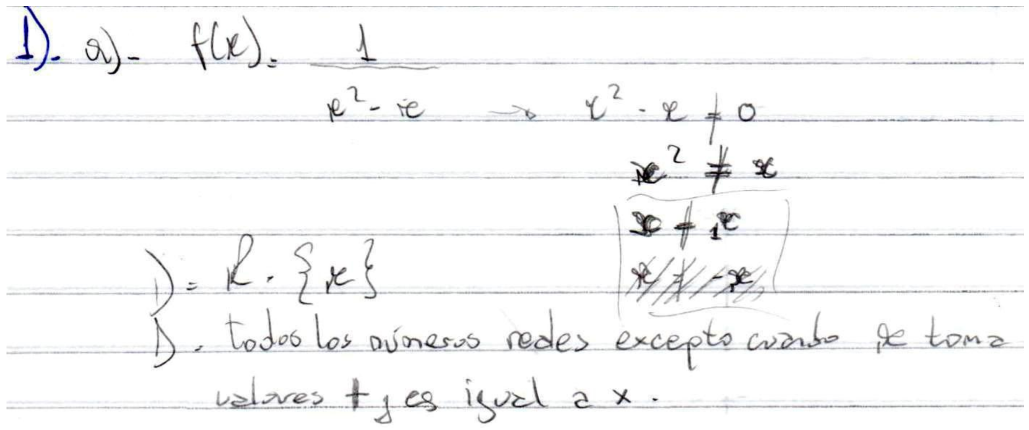
a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x}$ **b)** $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

Respuesta esperada: **a)** D = R – {0, 1}

b) D = $(-\infty, -2] \cup [2, \infty) = \{x/x \in R \wedge x \leq -2 \vee x \geq 2\}$

- Respuestas obtenidas al ítem **a)**:
  - *El dominio son todos los R.*
  - *Dominio: R - [±1]*
  - *R - {1}*
  - *El dominio de f(x) son todos los reales menos el 0 y el 1.*
  - $Df: \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \neq 1 \wedge x \neq 0\}$
  - *El dominio de esta función son, el conjunto de todos los reales menos el 1 y el 0 ya que cualquiera de ellos anularía el denominador.*
  - *el dominio es* $\{R - \{\pm 1\}$
- Respuestas al ítem **b)**:
  - *El dominio de la función son todos los números Reales menos el 2 y el -2.*
  - *R - {-2;-1;0;1;2}*
  - $x \geq 2 \wedge x \leq -2$ $Df: \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -2 \geq x \geq 2\}$
  - *El dominio de esta función es, todos los reales menos el 2 y el -2, ya que ambos anulan la función.*
  - *el dominio es* $\{R \in [-4, 4]\}$

Uno de los trabajos presentados de manera escrita muestra el siguiente procedimiento:

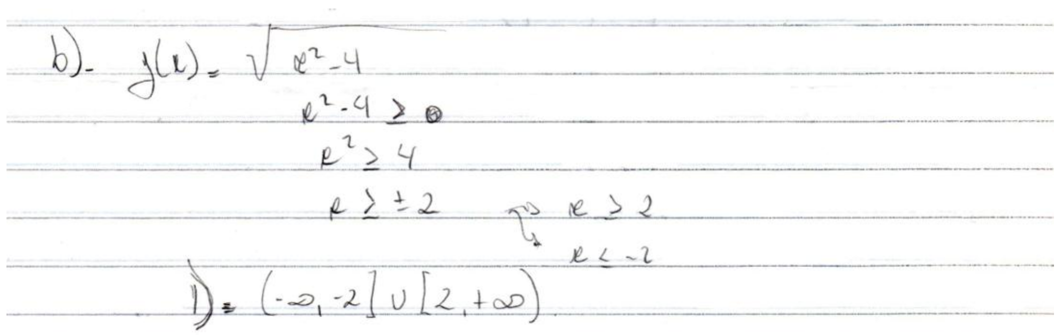

1). a)- $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x} \rightarrow x^2 - x \neq 0$

$x^2 \neq x$

$x \neq 1x$

D = R - {x}

D. todos los números reales excepto cuando se toma valores + y es igual a x.



b)- $g(x) = \sqrt{x^2-4}$

$x^2-4 \geq 0$

$x^2 \geq 4$

$x \geq \pm 2 \rightarrow x \geq 2$

$x \leq -2$

$D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

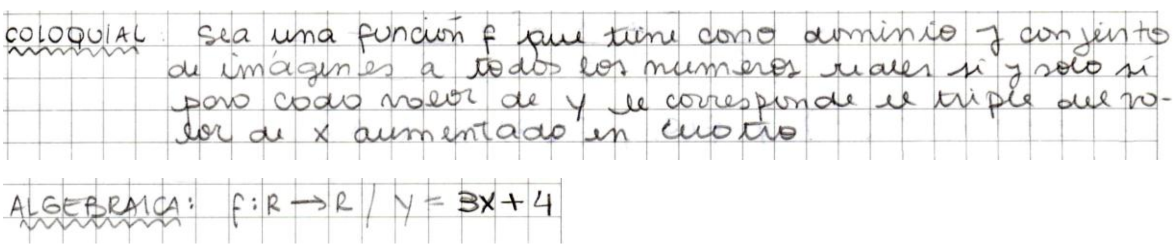
Muchas de las respuestas descriptas se presentaron en diversos trabajos. Se observaron, no solo errores conceptuales, sino que también dificultades en la notación y utilización de la simbología matemática.

2) En la página 18 del libro "Funciones" se describen cuatro maneras de expresar una función: coloquial, numérica, gráfica y algebraica. Piense una función que pueda expresarla en estas cuatro formas y descríbalas.

En esta actividad, la mayor dificultad se observó al expresar la función elegida de manera coloquial.

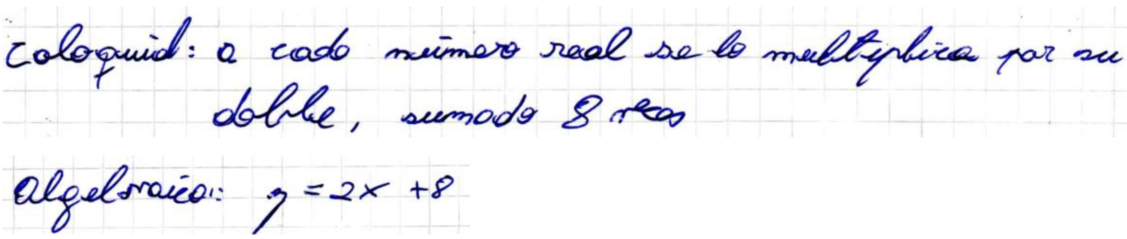
- A continuación, se presentan algunas de las respuestas presentadas a través de la plataforma. Se indica entre paréntesis, la expresión algebraica correspondiente considerada por los alumnos:
  - *Los kilómetros que recorre una persona caminando están dados por la cantidad de kilómetros elevados a las horas de caminata. (Kilómetros $= f(x) = x^t$)*
  - *Resulta de multiplicar cualquier número por dos aumentándolo en cinco unidades. (2x + 5)*
  - *el conjunto imagen de una función se obtiene multiplicando por tres al dominio, elevado al cuadrado aumentando en tres unidades. (Y=3X^2+3)*
  - *Es una recta que al valor de x se lo duplica y se lo aumenta en 2. (f(x)=2x+2)*
  - *El doble de un numero más uno. (y=2x+1)*
  - *Es una parábola que se obtiene en función de los valores de x, elevados al cuadrado y aumentado en dos. ($y = x^2 - 2$)*

Dos de los trabajos presentados de manera escrita, respondieron el siguiente:



COLOQUIAL: Sea una función f que tiene como dominio y conjunto de imágenes a todos los números reales si y solo si para cada valor de y le corresponde el triple del valor de x aumentado en cuatro

ALGEBRAICA: $f: R \rightarrow R \,/\, y = 3x + 4$



Ninguna de las respuestas fue correcta. Esto deja de manifiesto la dificultad en el uso del registro coloquial y en la conversión con el algebraico.

No se observaron incongruencias entre los registros algebraico, numérico y gráfico.

A partir de estos resultados obtenidos, en cada una de las clases presenciales siguientes se trató de hacer especial hincapié en el uso registro verbal.

Guía de Actividades 3: (*Anexo 2, página 139*)

1) a) Teniendo en cuenta la gráfica de la función $f:R \rightarrow R$ definida por $f(x) = |x|$, indique las características de la gráfica de $g(x) = |x - 3|$ y de $h(x) = |x| - 3$.

Algunas de las respuestas presentadas de manera digital, fueron las siguientes:

- *La gráfica de la función $f(x) = /x - 3/$ está desplazada en relación a la gráfica de $f(x) = /x/$, 3 unidades a la derecha.*

  La gráfica de la función $f(x) = /x/ - 3$ está desplazada en relación a la gráfica de $f(x) = /x/$, 3 unidades a la abajo.

- *En la gráfica g(x), en una función de valor absoluto donde afecta a toda la función; el valor que toma x puede ser cualquier número real excepto el 3 positivo, ya que hace cero a la función. La función pasa por el origen de coordenadas.*

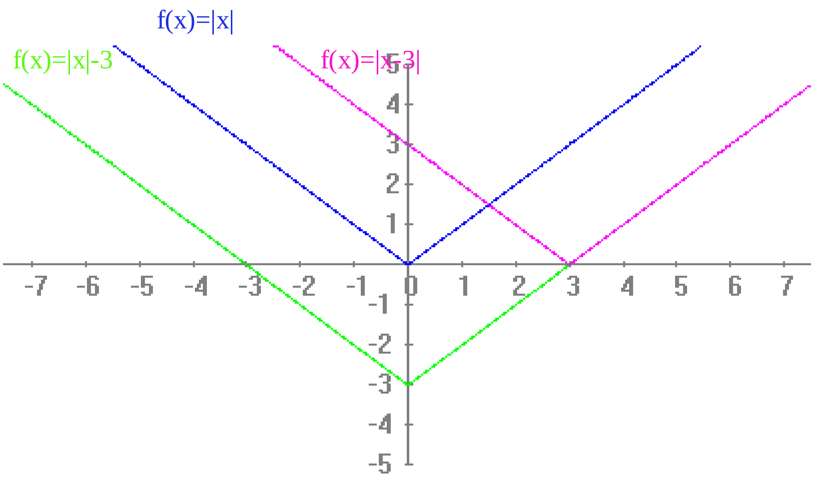
  La función h(x) también es una función de valor absoluto sólo que afecta solamente a la variable x; donde puede tomar cualquier valor real excepto el 3 positivo y su opuesto, -3; ya que hacen cero a la función. Dicha función no pasa por el origen de coordenadas ya que su término independiente no es nulo.

- *Respecto de g(x), estamos hablando de la función valor absoluto solo que esta desplazada 3 unidades hacia arriba y por lo tanto su ordenada al origen es el 3.*

  Respecto de h(x), estamos hablando de la función valor absoluto solo que esta desplazada 3 unidades hacia abajo y por lo tanto su ordenada al origen es el -3.

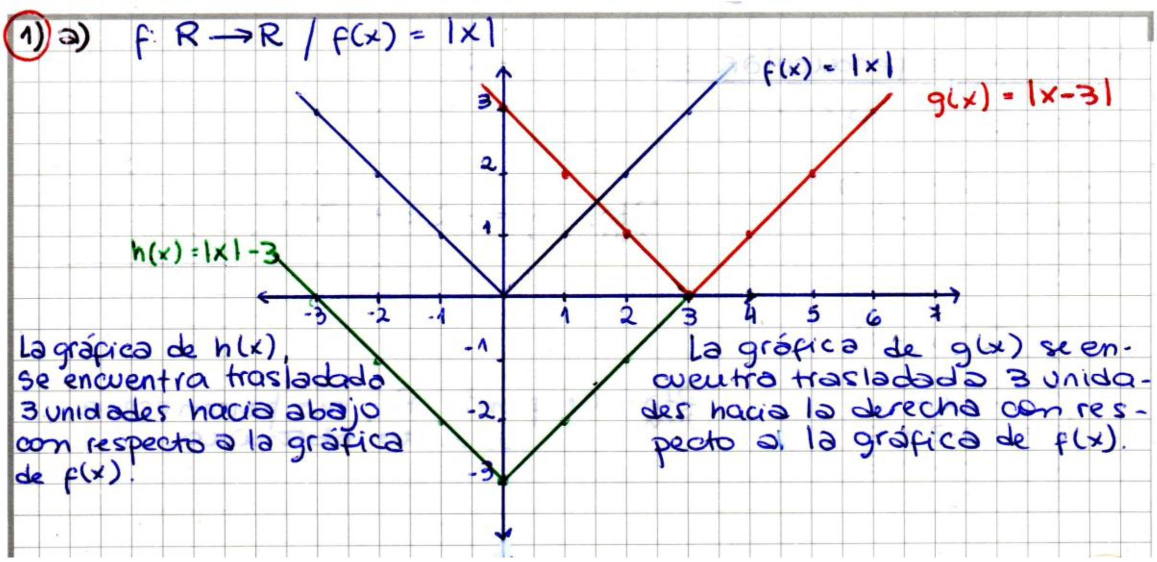
En esta actividad, dieciséis alumnos presentaron las actividades en la plataforma y solo uno agregó las gráficas. Su respuesta fue la siguiente:

- *Teniendo en cuenta la gráfica de la función f:R $\rightarrow$ R definida por f(x) = $|x|$, g(x) = $|x - 3|$, es igual pero se encuentra desplazada 3 unidades hacia abajo, su dominio son los R y su conjunto de imágenes es $[-3;+\infty)$.*
  Teniendo en cuenta la gráfica de la función f:R $\rightarrow$ R definida por f(x) = $|x|$, h(x) = $|x| - 3$, es igual pero se encuentra desplazada 3 unidades hacia la derecha, su dominio son los R y su conjunto de imágenes es R_0^+.



Puede observarse el correcto uso del registro gráfico, estableciendo correspondencia con el algebraico, pero esto no coincide con lo expresado de manera coloquial donde confundió las dos transformaciones realizadas.

De los diez trabajos presentados de manera escrita, tres realizaron las gráficas de las funciones. Uno de ellos fue el siguiente:



En esta respuesta se observa el correcto uso de los registros algebraico, gráfico y verbal.

Guía de Actividades 4: (*Anexo 2, página 140*)

2) Un carpintero puede construir bibliotecas a un costo de \$40 cada una. Si las vende a *x* pesos por unidad, la cantidad de bibliotecas que pueden ser vendidas mensualmente es 300 – 2x.

a) Determine la función que describe la ganancia mensual del carpintero en función del precio de venta x de cada biblioteca.

b) Calcule cuál será la ganancia mensual si vende cada biblioteca a \$110.

c) Indique cuál debe ser el precio de venta de cada biblioteca para que la ganancia sea máxima. ¿Cuál es esa ganancia?

d) Si en un determinado mes la ganancia fue de \$3600, ¿a qué precio pudo haber estado vendiendo cada biblioteca ese mes?

e) Grafique la función obtenida en el ítem a).

En esta actividad se esperaba que determinaran la función pedida y que respondan a todos los incisos. La expectativa se centraba, al igual que en todas las actividades anteriores, en cómo lo harían los alumnos que usualmente trabajan en un archivo de texto.

De las respuestas presentadas, la más completa fue la siguiente:

- **a)** $y = (300 - 2x)(x - 40) \Rightarrow y = 300x - 12000 - 2x^2 + 80x \Rightarrow$

  $y = -2x^2 + 380x - 12000$

  b) $y = -2 * 110^2 + 380 * 110 - 12000 \Rightarrow y = -24200 + 41800 - 12000 \Rightarrow y = 5600$

  c) $y = -2(x^2 - 190x + 6000) \Rightarrow y = -2(x^2 - 190x + 95^2 - 95^2 + 6000) \Rightarrow$

  $y = -2(x - 95)^2 + 6050$

  $El\ precio\ de\ cada\ biblioteca\ para\ que\ la\ ganancia\ sea\ m\acute{a}xima\ debe\ ser\ de\ \$95.$

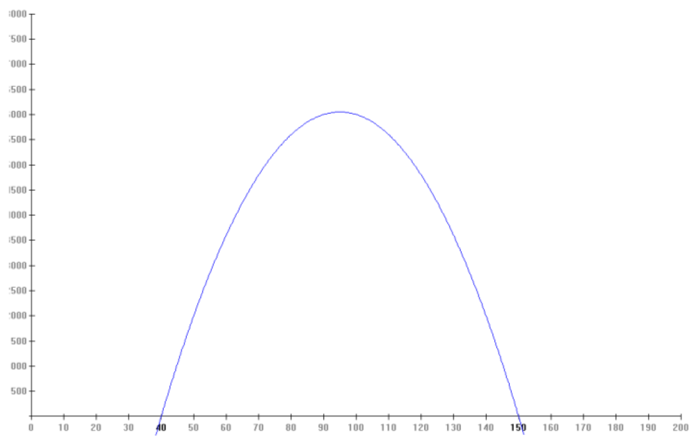
  $La\ ganancia\ es\ de\ \$6050.$

  d) $3600 = -2x^2 + 380x - 12000 \Rightarrow 0 = -2x^2 + 380x - 15600 \Rightarrow 0 = x^2 - 190x + 7800$

  $x_1,x_2 = \frac{190 \pm \sqrt{36100 - 31200}}{2} \Rightarrow x_1,x_2 = \frac{190 \pm \sqrt{4900}}{2} \Rightarrow x_1,x_2 = \frac{190 \pm 70}{2} \Rightarrow x_1 = 130 \wedge x_2 = 60$

  $Si\ la\ ganancia\ fue\ de\ \$3600\ ese\ mes\ vendi\acute{o}\ cada\ biblioteca\ a\ \$60\ o\ a\ \$130.$

  e)



En los restantes trabajos presentados en la plataforma, los alumnos no utilizaron la notación matemática adecuada, evidenciando desconocimiento o resistencia a utilizar por ejemplo, el editor de ecuaciones. Uno de los desarrollos fue el siguiente:

- *G=I-C*

  I=precio x cantidad

  G=x (300-2x)-40(300-2x)

  g=300x-2x^2-12000+80x

  ***a)** G =-2x^2+380x-12000*

  ***b)** g (110)=-2(110) ^2+380(110)-12000*

  G (110)=5600

  RTA: la ganancia mensual es de $5600

  ***c)** –b/2a= -380/-4= 95*

  RTA: El precio de venta para que la ganancia sea máxima debe ser de $95.

  g=-2(95) ^2+380(95)-12000

  g= 6050

  RTA: Dicha ganancia máxima es de 6050.

  ***d)** 3600=-2x^2+380x-12000*

  0=-2x^2+380x-15600

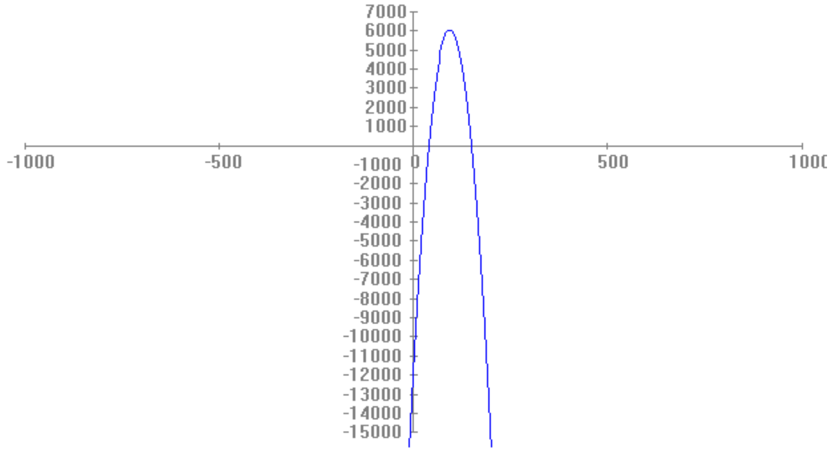
  0= [-380+- raíz cuadrada de (380^2-4. (-2). (-15600)] / -4

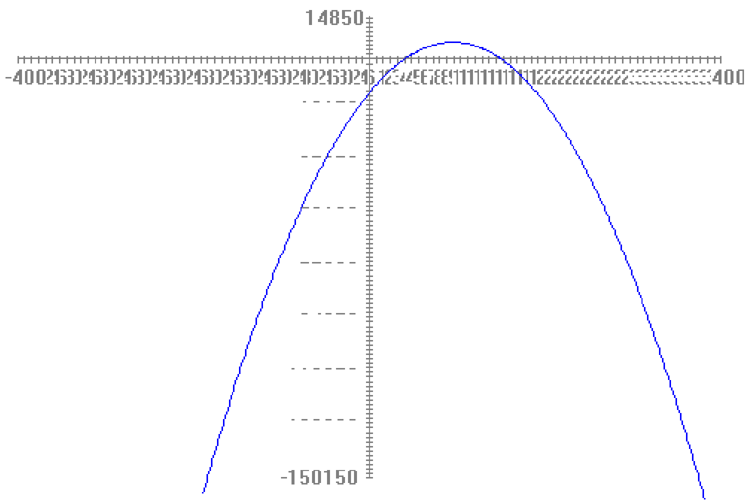
  0= (-380+- 140)/ -4= 60 y 130

  RTA: Ese mes vendió cada biblioteca a $60 y a $130

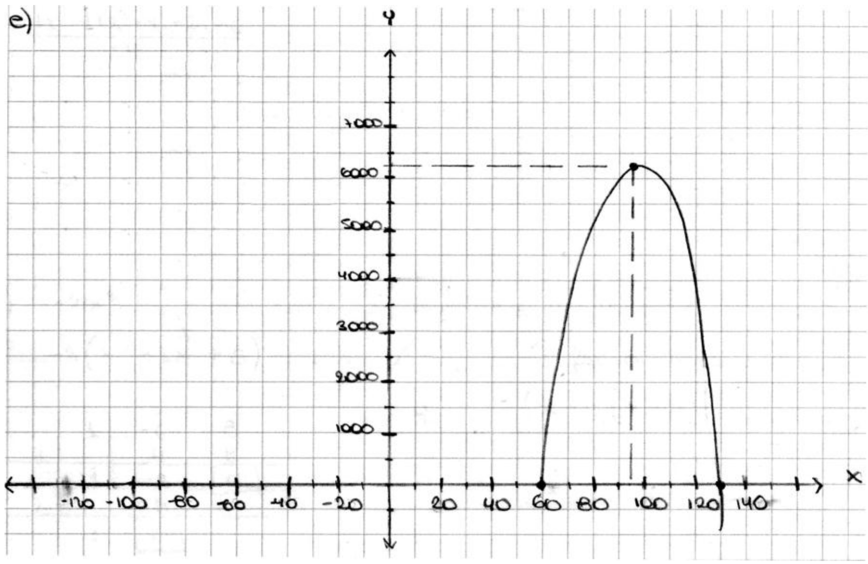
En los distintos trabajos, la gráfica solicitada en el ítem e), no fue realizada adecuadamente. En algunos casos, no consideraron correspondencia, en términos del problema, con el dominio de la función obtenida. También pudo observarse que las escalas elegidas no fueron adecuadas.

Algunas ejemplos de gráficas realizadas son los siguientes:





De los nueve trabajos presentados de manera escrita, solo dos estaban completos y resueltos correctamente. En uno de ellos, a partir de la respuesta obtenida en el ítem d), dicho resultado fue considerado para la elaboración de la gráfica, pero de manera errónea, al considerar dichos valores como ceros de la función:



Guía de Actividades 5: (*Anexo 2, página 141*)

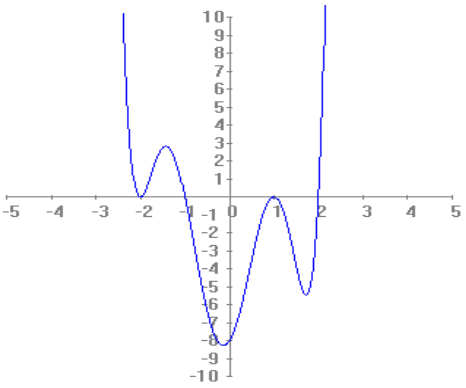
Todos los alumnos resolvieron correctamente las actividades planteadas en la semana cinco. Resolvieron adecuadamente los distintos procedimientos pedidos para luego realizar la gráfica de una función polinomial y de una racional fraccionaria.

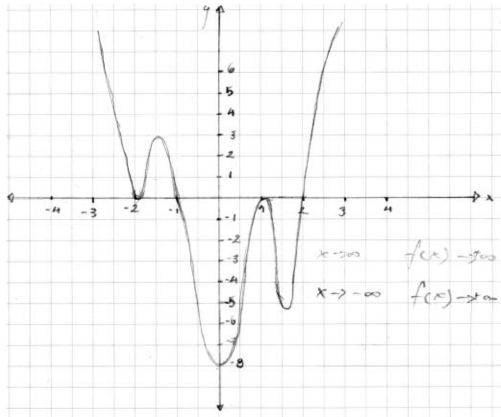
Las expresiones algebraicas de las funciones consideradas en el enunciado son las siguientes:

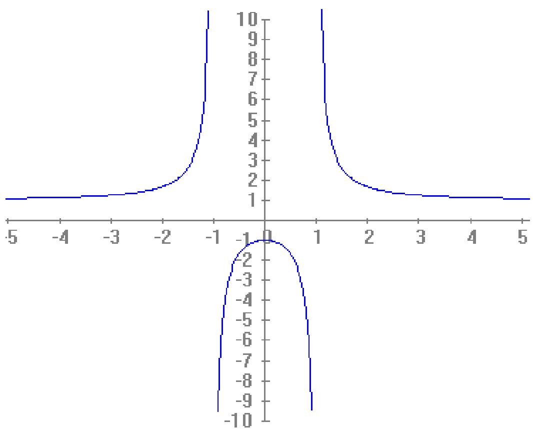
1) Sea la función $f(x) = (x^4 - 5x^2 + 4).(x^2 + x - 2)$:

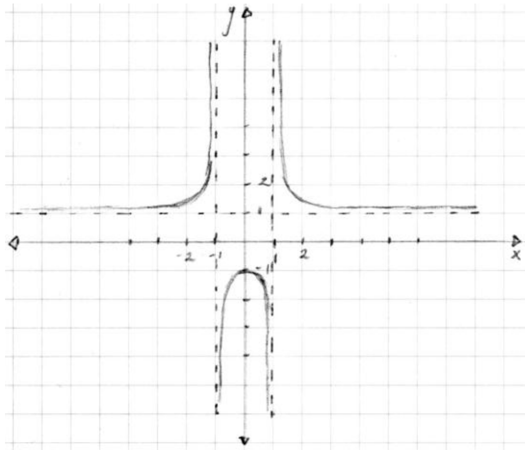
2) Sea la función $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

De la resolución de estas actividades se presentan algunas gráficas realizadas por distintos alumnos que entregaron las actividades de manera digital y manuscrita.









La segunda de estas dos últimas gráficas agrega la representación de la asíntota horizontal y de las verticales que fueron determinadas en los ítems anteriores en el desarrollo de la actividad.

Guía de Actividades 6: (*Anexo 2, página 142*)

Todos los alumnos resolvieron correctamente las dos actividades planteadas.

El enunciado de la primera de ellas referida a función exponencial, fue el siguiente:

1) Sea la función $f(x) = 3^{x-2} - 1$

a) Indique el dominio y conjunto de imágenes.

b) Determine la asíntota horizontal.

c) ¿La función es creciente o decreciente?

d) Calcule f(0), f(2) y f(4).

e) Indique las características de la gráfica a partir de las transformaciones que le aplicaría a la función $g(x) = 3^{x}$.

f) Represente gráficamente las dos funciones en un mismo sistema de coordenadas.

Uno de los alumnos presentó, al igual que en todas las guías anteriores, un claro y ordenado procedimiento:

- ***a)*** $Df: \mathbb{R}$ $\quad CI: (-1, \infty)$

  b) $AH: y = -1$

  c) $La\ función\ es\ creciente$

  d) $f(0) = 3^{0-2} - 1 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{9} - 1 \Rightarrow f(0) = -\frac{8}{9}$

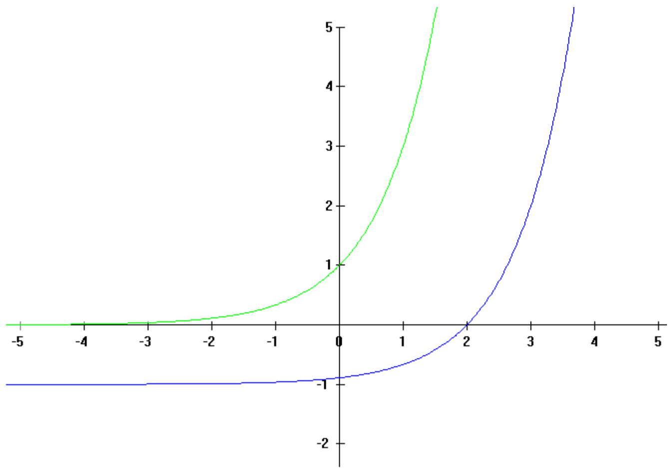
  $f(2) = 3^{2-2} - 1 \Rightarrow f(2) = 3^0 - 1 \Rightarrow f(2) = 0$

  $f(4) = 3^{4-2} - 1 \Rightarrow f(4) = 9 - 1 \Rightarrow f(4) = 8$

  e) $Para\ transformar\ la\ gráfica\ de\ f(x)\ a\ g(x) se\ la\ debe\ desplazar\ una\ unidad$

  $hacia\ arriba\ y\ dos\ unidades\ a\ la\ izquierda.$

  f)



Para una mejor interpretación de las gráficas, podría haber agregado para cada una de ellas, una etiqueta con la expresión algebraica correspondiente. De este modo hubieran quedado visualmente mejor identificadas cada una.

Una vez finalizada la entrega de las actividades de la semana, en la primera sesión presencial de la semana siguiente, se comentaron las principales dificultades y errores observados al corregir los trabajos presentados.

También, cada semana se habilitó en la plataforma, un archivo en el que figuraba la resolución completa de la guía de actividades ya resuelta. El propósito fue que los alumnos, al consultar el documento, realizaran una autoevaluación de sus producciones. Cualquier duda que les surgiera de la confrontación entre ambas resoluciones, podían manifestarla en la sesión presencial o en el foro de consultas habilitado para tal fin en la plataforma.

De la información estadística que se obtiene en la plataforma, pudo determinarse que las actividades resueltas de la primera semana fueron consultadas por veintiún alumnos

(80,77%). En el transcurso de las semanas siguientes, esta cantidad fue disminuyendo, determinándose la última semana sólo 7 consultas (27%).

En general, se considera que la resolución de estas guías de actividades cumplió con los objetivos propuestos. Los alumnos mostraron responsabilidad en la resolución de las mismas y en el cumplimiento de los plazos estipulados para hacerlo. En las distintas actividades propuestas, se comprueba la preferencia del trabajo algorítmico.

Se esperaba que el número de alumnos que presentara las guías en la plataforma utilizando un editor de textos, aumentara al transcurrir las semanas, pero esto no fue así. De todos modos, debe destacarse el esfuerzo observado en mejorar la presentación de gráficas y de ecuaciones matemáticas a lo largo de las distintas semanas de la experiencia.

También, a partir de la segunda semana y en virtud de las indicaciones realizadas sobre el registro coloquial durante la primera semana, pudieron observarse redacciones, tanto orales como escritas, más adecuadas.

4.4.2.2 Foros de reflexión

Cada semana se propuso un foro con un tema para reflexionar, titulado *Para pensar…*

El objetivo fue el de encontrar un espacio de reflexión compartida que, por su naturaleza propia, promoviera el encuentro y la comunicación alrededor de un mismo tema. También, se esperaba que los alumnos ejercitaran hábitos de escritura con simbología propia de la matemática y produjeran adecuados mensajes de manera crítica y reflexiva.

La idea fue plantear, cada semana, alguna situación diferente a las trabajadas en otros contextos, que permitiera abordar algunas cuestiones específicas del contenido matemático y que contribuyan al intercambio de ideas y de opiniones.

El enunciado completo de los mismos se encuentra en el Anexo 3 (página 144).

Los foros de Moodle tienen la posibilidad de utilizar textos con estilo, insertar imágenes o adjuntar archivos. Se esperaba que los alumnos respondieran con textos un tanto enriquecidos en formato o estilo, adjuntando gráficas o archivos de Word más completos.

Todas las respuestas las hicieron directamente en el espacio destinado para ello, utilizando un formato sencillo que no incluía gráficas ni esquemas.

De los textos correspondientes a las intervenciones de los participantes se analizó a quién se dirigen las mismas y como éstas se construyen. Lo primero tiene relación con determinar si la intervención responde a algún tipo de interacción para lo cual se consideró apropiado determinar el destinatario de la intervención: el docente, los compañeros del grupo u otro participante en general cuya identidad no quedaba explícita. Las dos primeras responden a un contexto de interacción mientras que la tercera no. El segundo aspecto se relaciona con los elementos sobre los cuales se construye el contenido de la intervención, es decir si la misma se realiza sobre la base de de argumentos personales o a partir de las participaciones anteriores de otros participantes.

La participación en los foros de las tres primeras semanas fue del 100%. Luego fue disminuyendo paulatinamente, hasta llegar a un 50% de participación en el último.

La mayoría de las intervenciones en las distintas semanas, fueron de carácter personal, es decir construidas sobre la base de argumentos propios. Solo en el foro de la segunda semana se observó el mayor número de intervenciones relacionadas con otras participaciones anteriores. Las mismas no se limitaron simplemente a presentar una respuesta, sino que retoman o corrigen lo escrito por otros. Algunos pasajes sobre la primera de las preguntas de ese foro, fueron los siguientes:

Foro: Para pensar … 2

1) Si una función cualquiera f(x): [a, b] → R es creciente, ¿cuántas intersecciones *con el eje x* puede tener en ese intervalo?

- *Si se trata de una función lineal va a tener una sola intersección con el eje x, y si se trata de una función cuadrática, tendrá dos intersecciones. (Ayelén)*
- *Si la gráfica de una función es creciente corta una sola vez al eje x. (Mauro)*
- *Una función creciente puede tener una, o ninguna intersección con el eje x. En el caso que la función sea cuadrática un tramo de la función es creciente y otro decreciente, por eso puede tener 2 intersecciones con el eje x, y como solo hablamos del intervalo creciente, solo puede tener una o ninguna intersección con en eje x. (Ricardo)*
- *Si una función f(x): [a, b] → R es creciente, podrá tener como máximo una sola intersección con el eje "X"; pero también es posible que no tenga intersección con dicho eje. (Alejandro)*
- *No coincido con la opinión, de que en una función cuadrática, intercepte al eje de las x en dos puntos. En una función creciente lineal, interceptará al eje de las x en un solo punto. En una función cuadrática, el intervalo que sea creciente de la grafica interceptara al eje de las x en un solo punto. También puede ocurrir que siendo las graficas crecientes pueden no interceptar al eje de las x en ningún punto. (Federico)*
- *De acuerdo a las 3 preguntas q se presentan, coincido con Ricardo, en la pregunta numero 1, puede tener una o ninguna intersecciones, por el hecho de q si es una función lineal tendrá solamente una intersección con el eje x, pero si es una función cuadrática no puede tener 2 intersecciones siendo una función creciente al mismo tiempo, por el hecho de q la grafica se divide en 2 partes por así decirlo, en una crece y en la otra decrece. (Daniel)*
- *Mi opinión sobre la respuesta de Ricardo es correcta porque una función creciente puede tener una o ninguna intersección con el eje de las x, ya que si es una función cuadrática tendrá un tramo de grafica creciente y el otro decreciente. (Juan)*
- *Estoy de acuerdo con lo que opinó Ricardo cuando dice que una función creciente puede tener una o ninguna intersección con el eje x, pero no coincido cuando se dice que en una función cuadrática puede haber también dos o más intersecciones, ya que*

en este caso se habla de un intervalo y una función cuadrática tendrá también una o ninguna intersección con el eje x. (David)

- *Corrijo a algunos de mis compañeros que respondieron que puede no tener ninguna intersección con el eje x al ser creciente o decreciente diciendo q nunca puede tener ninguna intersección ya que la función está definida en todos los reales. no estoy seguro pero yo lo razoné así. (José)*
- *Quiero corregir las dos primeras preguntas ya que al hablar de una función de segundo grado me compliqué y aparte porque en el enunciado del ejercicio decía que "teniendo una función cualquiera" si la grafica es creciente tocara al eje x una o ninguna vez, y si es decreciente, pasará lo mismo. (Ayelén)*

Del total de respuestas emitidas, el 73% de las mismas fueron hacia el grupo en general, no siendo posible determinar un destinatario en particular. Ejemplo de esto son las cuatro primeras intervenciones indicadas anteriormente. El 27% restante fueron dirigidas hacia un compañero acordando con la respuesta dada por éste y complementándola en algunas oportunidades con otro procedimiento. También puede observarse que, a partir de la lectura de las intervenciones de los compañeros, una alumna (Ayelén) reformula su respuesta.

En el desarrollo de los distintos foros propuestos, el docente realizó el seguimiento continuo y la moderación de los mismos, interviniendo en diversas oportunidades para reorientar la dirección de las intervenciones, para hacer notar, sin corregir, concepciones erróneas o alguna respuesta incompleta, invitando, en estos casos, a otros alumnos a que emitan su opinión sobre los aspectos resaltados o alentando la participación de los demás en caso de que ésta fuera escasa.

Los foros correspondientes a las últimas semanas presentaron mayor cantidad de actividades de participación que de interacción. Un ejemplo de participación sin ninguna interacción se observó especialmente en el foro de reflexión de la semana cinco. Las respuestas a dos de los incisos fueron las siguientes:

Foro: Para pensar … 5

2) Si se representa gráficamente una función polinomial de grado 4,

a) ¿Cuál es el menor número de intersecciones con el eje de las abscisas que puede tener? ¿Por qué?

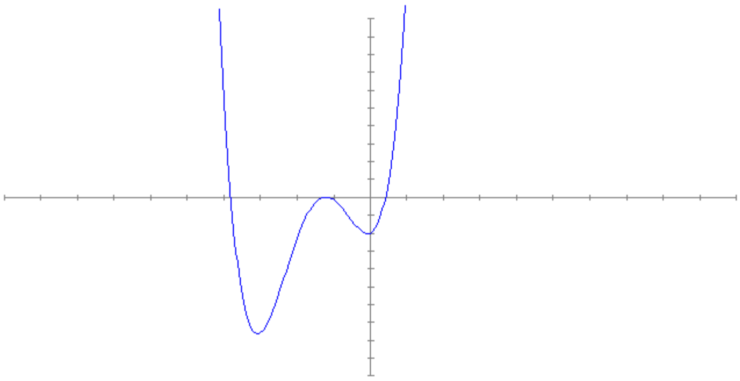
b) ¿Puede tener sólo tres intersecciones con el eje de las abscisas? Justifique.

- ***a)*** *Teniendo un polinomio de grado 4, el menor número de intersecciones con el eje de las abscisas es 1, porque el grado del polinomio siempre me indica el número MÁXIMO de raíces que puede tener dicho polinomio.*

  b) *El polinomio sí puede tener tres raíces solamente, porque esas tres raíces serían racionales y la cuarta raíz sería compleja, por lo que no la podemos visualizar en la grafica. (Ayelén)*

– ***a)*** *El menor número de intersecciones con el eje "x" que puede tener una función de 4to grado, es 0 o sea ninguna, este caso se da cuando: la función es creciente a partir del punto mínimo (vértice), hacia la derecha y este punto está ubicado por encima de dicho eje. o bien en una función decreciente cuando la misma es decreciente a partir del punto máximo (vértice) hacia la derecha y dicho punto está ubicado por debajo del eje "x".*

b) *Sí y puede ser en el caso de una gráfica como la adjuntada a continuación. (Ricardo)*



– ***a)*** *El número menor es 1, porque el grado del polinomio nos indica el número máximo.*

b) *Si puede tener solamente 3 intersecciones, porque 3 de las cuatro raíces serian racionales y la cuarta seria compleja y no la podríamos identificar en la gráfica. (Francisco)*

– ***a)*** *Teniendo un polinomio de grado 4, el menor número de intersecciones con el eje de las abscisas es 2, sería por ejemplo una función q rebota en dos oportunidades.*

b) *Si puede tener tres raíces ya q alguna raíz puede ser compleja. (Adriel)*

– ***a)*** *Puede hasta no tener ninguna intersección. Ya que por ejemplo la grafica puede tener raíces no reales.*

b) *Puede tener HASTA tres raíces reales, la cuarta puede ser compleja. Ésta no corta al aje de abscisas. (Estefanía)*

– ***a)*** *En este inciso realmente estoy bastante desconcertado, para mí la función podrá tener como número de intersecciones mínimas una, pero la verdad no estoy muy seguro.*

b) *Esta función podrá tener como máximo 3 raíces reales (que se pueden visualizar en la gráfica) y una compleja llegando al total de 4 raíces. (Alejandro)*

– ***a)*** *El menor número de intersecciones que puede tener es 2; ya que puede que tenga dos raíces de multiplicidad doble, por lo que sumaría 4 ceros como bien lo indica la función.*

b) *Puede tener tres intersecciones con el eje de abscisas, en ese caso tendría 3 raíces reales y una compleja. (Tatiana)*

– *Quiero corregir la respuesta de la actividad 2a) ya que el menor número de intersecciones que puede tener la gráfica de la función con el eje de las abscisas es 0, ya que la función puede tener 2 raíces complejas y por lo tanto también tendrá otras 2* *que serán las conjugadas respectivamente, y ahí ya tendríamos las 4 raíces que como máximo puede llegar a tener la función. (Ayelén)*

- ***a)*** *Dada una función de grado 4, el menor número de intersecciones con el eje de las abscisas será de 1, ya que todo polinomio tiene por lo menos un cero real o complejo.*
  b) *Podría tener 3 intersecciones con en eje de las x ya que unas de ellas podría ser de orden de multiplicidad 2 o tener 3 raíces reales y una compleja. (Federico)*

Todas las intervenciones fueron de carácter personal, dirigidas hacia el grupo en general, no pudiendo determinar un destinatario en particular. No presentan ningún tipo de interacción a pesar de la diversidad de opiniones manifestadas. Esto llevaría a pensar que cada uno entró al foro sólo con la intención de dejar su respuesta a la consigna, sin leer las intervenciones anteriores de sus compañeros. Sólo se observó una alumna (Ayelén) que reformula su respuesta. Dado que esto ya lo había hecho anteriormente, se presumía que ella sí leía las intervenciones de sus compañeros y las confrontaba con la propia. Esto pudo confirmarse al analizar sus respuestas a la encuesta.

Todos los errores conceptuales detectados en este foro, fueron discutidos durante la siguiente sesión presencial, analizando junto con los alumnos, cada una de las intervenciones realizadas.

Con respecto a la falta de interacción, se piensa que podría deberse a que los alumnos no están acostumbrados a utilizar estos foros de reflexión. Puede presumirse que si estos espacios virtuales de comunicación se utilizaran de manera más sistemática, las intervenciones mejorarían en cantidad y en calidad, y se producirían interacciones entre los alumnos.

Al igual que lo realizado con las guías de actividades, cada semana se habilitó en la plataforma, un archivo con la resolución completa de las cuestiones planteadas en el foro de la semana anterior. De la información estadística que se obtiene desde la plataforma, pudo determinarse que las resoluciones de los foros de la primera y de la segunda semana fueron consultadas por catorce alumnos (53,85%). En las siguientes, esta cantidad fue disminuyendo paulatinamente, observándose la última semana sólo 4 consultas (15,38%).

4.4.2.3 Cuestionarios

Barberà y Badía (2004), consideran que en los entornos virtuales de aprendizaje deben contemplarse actividades de evaluación de diversos tipos que activen conocimientos previos, desarrollen el trabajo del alumno, recapitulen y sinteticen lo tratado hasta ese momento, potencien la lectura y la consulta activa, motiven y provoquen la reflexión, afiancen la seguridad en el aprendizaje y muestren ciertos progresos.

El objetivo principal de los cuestionarios fue fomentar en los alumnos la autoevaluación de su aprendizaje, realizando actividades que le permitieran valorar el trabajo realizado y recibir las indicaciones necesarias para identificar procedimientos o determinados conceptos que deberían reforzar o corregir. Al respecto, Barberà y Badía consideran que el principal objetivo de las actividades de autoevaluación es el de proporcionar a los alumnos información tanto del proceso de aprendizaje que están siguiendo como de la calidad del conocimiento que están construyendo. Agregan que esta información debe serles útil para tomar decisiones, en caso de que resulte conveniente, para reorientar su proceso de aprendizaje en el sentido que sea necesario, tanto para aspectos conceptuales, procedimentales, estratégicos o metacognitivos.

Con ese propósito, además de las guías de actividades y de los foros de reflexión, otra de las actividades planteadas cada semana, fue un cuestionario con preguntas de opción múltiple.

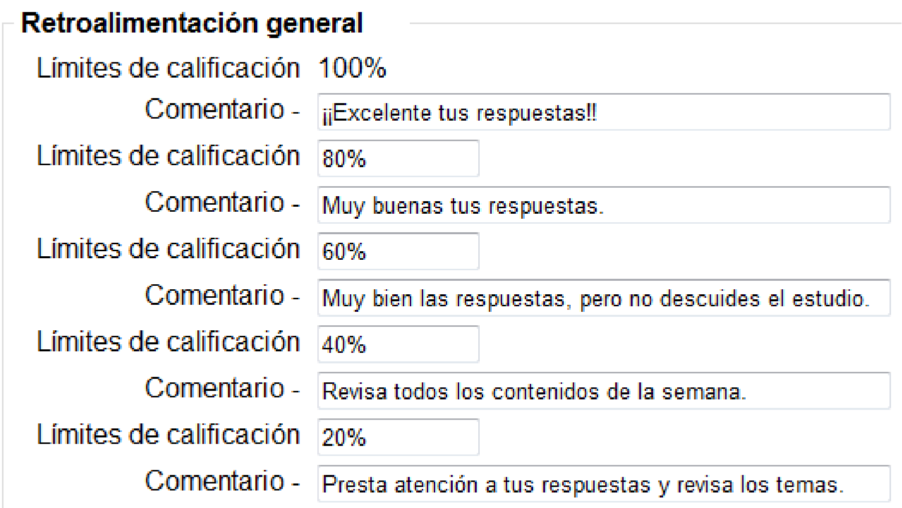
El enunciado completo de los cuestionarios planteados se encuentra en el Anexo 4 (página 146).

En la elaboración de las preguntas de estos cuestionarios se tuvieron en cuenta las distintas representaciones y la conversión de unas en otras. Para cada pregunta, se presentan tres opciones de las cuales solo una es verdadera. Las otras, corresponden a concepciones erróneas o procedimientos incorrectos que se fueron detectando en distintas instancias del dictado de Matemática I en años anteriores.

Al diseñar cuestionarios en Moodle, existe la posibilidad de asignarle puntaje a las respuestas correctas y también de decidir si se “mezclan” las opciones dentro de una misma pregunta. Esto último es importante pues si un alumno decide volver a responder el cuestionario en otra oportunidad, deberá releer todas las opciones y no tildar la que recuerda en una determinada posición.

Otra de las posibilidades, es la de agregar comentarios que constituyan la retroalimentación general que recibirá el alumno al finalizar la resolución del cuestionario. Los mismos se determinan en relación al porcentaje de respuestas correctas.

El docente que diseñe el cuestionario, es quien decide los mensajes que aparecerán para un cierto porcentaje de aciertos que considere en correspondencia. En la experiencia realizada se tomaron los siguientes:

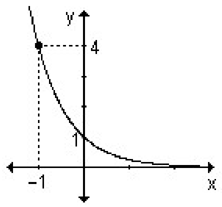

Retroalimentación general

Límites de calificación	100%
Comentario -	¡¡Excelente tus respuestas!!
Límites de calificación	80%
Comentario -	Muy buenas tus respuestas.
Límites de calificación	60%
Comentario -	Muy bien las respuestas, pero no descuides el estudio.
Límites de calificación	40%
Comentario -	Revisa todos los contenidos de la semana.
Límites de calificación	20%
Comentario -	Presta atención a tus respuestas y revisa los temas.

Esperando que el alumno realice un seguimiento continuo de su proceso de aprendizaje, es importante que estos cuestionarios sean de tipo formativo. En virtud de ello, se diseñó para cada opción que el alumno seleccione, un mensaje de estímulo en el caso de que haya sido correcta, o el concepto o procedimiento que debería revisar, en caso de que la selección haya sido incorrecta. La configuración de estos cuestionarios contempló que todos los mensajes se presentaran al finalizar la resolución completa del mismo.

Las siguientes imágenes muestran la devolución que recibió un alumno en distintos cuestionarios al seleccionar una opción incorrecta.

Dada la gráfica de la función exponencial, la expresión algebraica de la misma es:



Seleccione una respuesta.

a. (1/4)^x

b. (1/4)^(-x) ✗ Esto equivaldría a 4^x. Por lo tanto si la gráfica es decreciente, la base de la misma debe ser...

c. 4^x

Incorrecto

Puntos para este envío: 0/10.

El polinomio $p(x) = (2\mathbf{m}+3)x^3 + x^2 - x + 5$, es divisible por $(x + 1)$ si el valor de **m** es:

Seleccione una respuesta.

a. m = 0

b. m = -4 ✗ Revisa las operaciones.

c. m = 2

Recuerda: p(x) es divisible por (x + 1) si p(-1) = 0, es decir si -1 es raíz de la ecuación p(x) = 0

Incorrecto

Puntos para este envío: 0/10.

Según las operaciones que afectan a la variable, la función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \;/\; x \to 5x^2 - \sqrt{3} + \frac{1}{9}x$ se clasifica como:

Seleccione una respuesta.

a. función escalar algebraica racional fraccionaria.

b. función escalar algebraica irracional. ✗ Vuelve a observar las operaciones que se realizan sobre la variable independiente x.

c. función escalar algebraica racional entera.

Al seleccionar una opción correcta por ejemplo, el mensaje presentado fue el siguiente:

Sea la función de primer grado $x + 3y - 1 = 0$. La expresión algebraica de otra función de primer grado cuya gráfica sea perpendicular a la dada es:

Seleccione una respuesta.

a. y = -3x + 2

b. y = 3x - 4 ✓ ¡¡Correcto!!

c. y = (1/3)x + 9

Correcto

Puntos para este envío: 10/10.

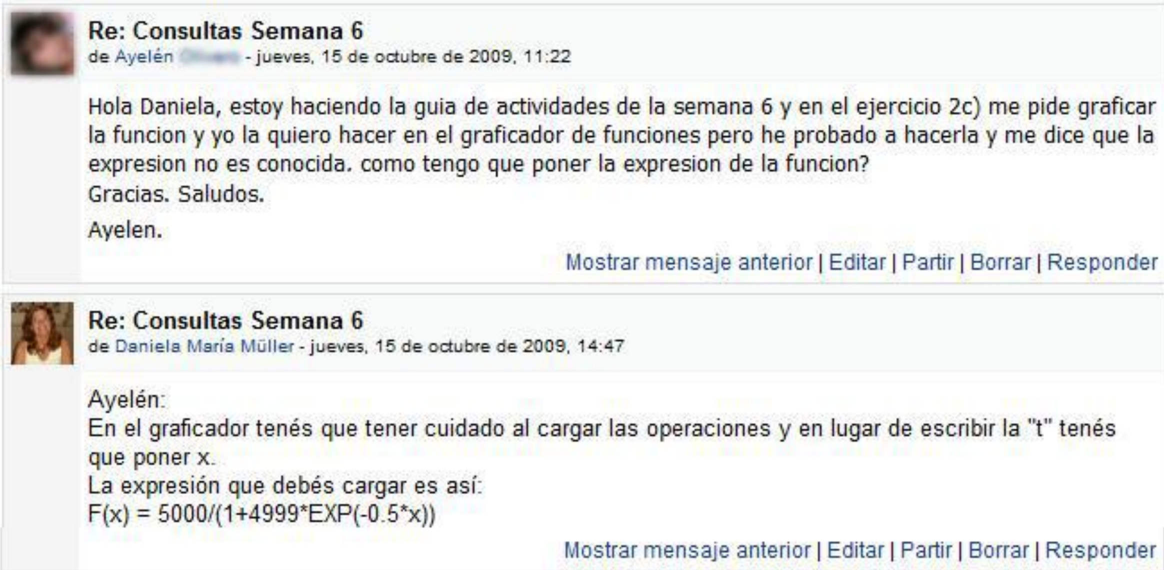
Analizando el comportamiento de los alumnos frente a los distintos cuestionarios, en las tres primeras semanas fueron resueltos por la totalidad de ellos. El porcentaje fue disminuyendo levemente hacia las últimas semanas, donde se registraron diecisiete respuestas (65,38%) en el último. En todas las semanas se observaron alumnos que rehicieron los cuestionarios.

4.4.2.4 Foros de consultas, chat y mensajería interna

El foro de consultas fue concebido como un espacio para aclarar dudas que surgieran al desarrollar los distintos contenidos. Se estableció uno por semana para organizar las preguntas en función del tema establecido para dicha semana. Las preguntas formuladas o dudas manifestadas, podían ser respondidas por el docente o por otro cualquiera de los alumnos.

En estos foros se registraron muy pocas intervenciones, sólo una o dos por semana, excepto en la quinta y sexta semana donde se registraron diez en cada una (38,46%). Analizando los informes que se pueden obtener desde la plataforma, se pudo observar que otros alumnos ingresaron a estos foros sólo para visualizar el contenido de los mismos.

Como ejemplo de lo expuesto, se presenta una de las consultas:



Re: Consultas Semana 6
de Ayelén - jueves, 15 de octubre de 2009, 11:22

Hola Daniela, estoy haciendo la guia de actividades de la semana 6 y en el ejercicio 2c) me pide graficar la funcion y yo la quiero hacer en el graficador de funciones pero he probado a hacerla y me dice que la expresion no es conocida. como tengo que poner la expresion de la funcion?
Gracias. Saludos.
Ayelen.

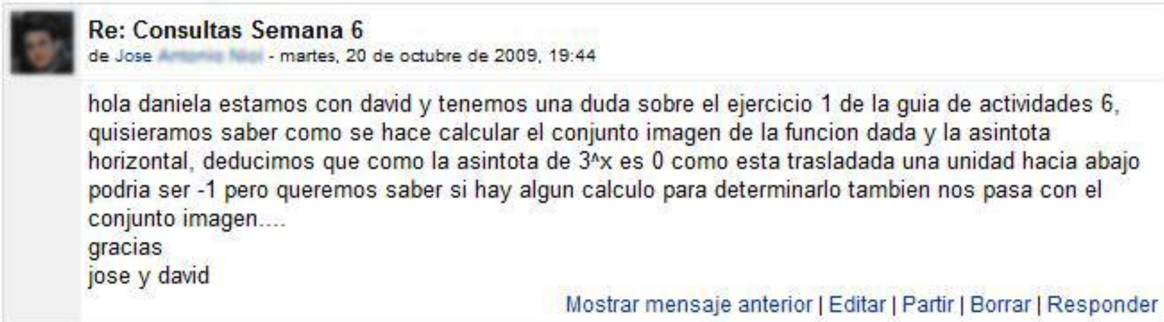
Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Consultas Semana 6
de Daniela María Müller - jueves, 15 de octubre de 2009, 14:47

Ayelén:
En el graficador tenés que tener cuidado al cargar las operaciones y en lugar de escribir la "t" tenés que poner x.
La expresión que debés cargar es así:
F(x) = 5000/(1+4999*EXP(-0.5*x))

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Otras de las consultas en la misma semana fue la siguiente:



Re: Consultas Semana 6
de Jose - martes, 20 de octubre de 2009, 19:44

hola daniela estamos con david y tenemos una duda sobre el ejercicio 1 de la guia de actividades 6, quisieramos saber como se hace calcular el conjunto imagen de la funcion dada y la asintota horizontal, deducimos que como la asintota de 3^x es 0 como esta trasladada una unidad hacia abajo podria ser -1 pero queremos saber si hay algun calculo para determinarlo tambien nos pasa con el conjunto imagen....
gracias
jose y david

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Consultas Semana 6
de Daniela María Müller - martes, 20 de octubre de 2009, 22:52

Hola José:
tu razonamiento está bien. La función exponencial que se piensa como la función base o de partida es $y = 3^x$. En ella, el conjunto de imágenes se sabe que es R^+ y la asíntota horizontal y = 0. Por la traslación hacia abajo de 1 unidad, tanto el CI como la asíntota se modifican de esa manera.
Saludos
Daniela

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

La siguiente muestra consulta realizada por un alumno que fue inmediatamente respondida por una compañera.

Re: Consulta
de Ricardo. [illegible] - jueves, 8 de octubre de 2009, 18:29

Tengo una duda en la pregunta 2)b) del foro para pensar, no se si cuando una funcion toca al eje x y rebota se considera una, dos o ninguna interseccion.

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Consulta
de Tatiana [illegible] - jueves, 8 de octubre de 2009, 18:54

Ricardo si no me equivoco, cuando toca al eje x y rebota la raíz se considera como doble.. nos vemos!

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

El docente respondió luego revisando conceptos involucrados:

Re: Consulta
de Daniela María Müller - sábado, 10 de octubre de 2009, 09:59

Ricardo
El caso que vos planteas se refiere a las raíces múltiples.
En ese caso que la gráfica "rebote" como vos decis significa que la raiz tiene multiplicidad par (2, 4, 6, etc). De acuerdo al grado de la función polinomial determinarás la multiplicidad posible de la raíz.
Lo correcto sería decir que a ambos lados de la raíz, la función tiene el mismo signo.
Saludos
Daniela

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Cada semana se plantearon también sesiones de chat con la finalidad de poder establecer una comunicación en tiempo real con otros usuarios, alumnos o docente, que se encontraran conectados, ya que pueden participar muchos a la vez. La participación en los chats ejercita y estimula la inmediatez, los rápidos reflejos y las formas ágiles y directas de expresión de ideas. A pesar de que este es uno de los medios más usuales de comunicación entre los jóvenes, estos espacios propuestos para el chat no fueron utilizados. Analizando la información que se obtiene desde la plataforma, pudo determinarse que al chat ingresaron diversos alumnos, por lo que se puede pensar que tal vez no coincidieron en el momento de conexión.

Otras de las posibilidades de Moodle es la de comunicación con el resto de los alumnos o con los docentes mediante un sistema de mensajería interna privada. Cada vez que alguno de los usuarios reciba uno, al ingresar a la plataforma tendrá un aviso de ello.

En el desarrollo de la experiencia este servicio de mensajería interna no fue utilizado por los alumnos.

4.5 Análisis de los datos obtenidos mediante otros instrumentos

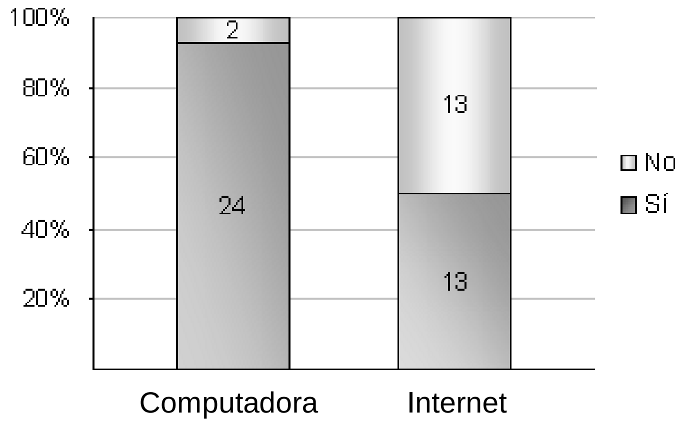
4.5.1 Encuesta

Con el objetivo de obtener información sobre las apreciaciones personales relacionadas con las distintas actividades realizadas en la experiencia, en la última sesión presencial se entregó a los alumnos una encuesta individual e impresa.

Las preguntas se refirieron a valoraciones y opiniones personales sobre los dos tipos de sesiones en las que se trabajaron, presenciales y virtuales.

La encuesta fue respondida por la totalidad de los alumnos y el contenido de la misma se encuentra en el Anexo 5 (página 159).

La primera de las cuestiones fue indagar sobre la disponibilidad de computadora y de conexión a Internet en sus hogares. Los resultados fueron los siguientes:



Como puede observarse en el gráfico, la mayoría de los alumnos (92,31%) disponía de computadora en su casa, pero sólo el 50% contaba con conexión a internet. En virtud de esto, se dispusieron distintos y variados horarios cada día de la semana para que los alumnos pudieran utilizar las computadoras de la sala de informática.

Del análisis de las restantes respuestas, surgieron las siguientes apreciaciones:

Las sesiones presenciales

Frente a la pregunta de cómo consideran que fueron estas sesiones, el 100% de las respuestas fueron positivas. Algunas de ellas se transcriben a continuación:

- *Sirvieron para darme cuenta bien de las formas de las funciones.*
- *Muy útiles para desarrollar más detenidamente cada tema.*
- *Muy buenas y didácticas.*
- *Muy entretenidas y sirvieron para sacarnos las dudas que quedaban.*
- *Fueron productivas y nos ayudaron mucho para comprender el bloque funciones.*

– *Fueron de gran importancia para entender mejor visualmente las funciones.*

También, la totalidad de los alumnos considera que estas sesiones fueron útiles para revisar o reforzar los contenidos de funciones.

Con respecto a las guías de estudio utilizadas en la segunda sesión presencial de cada semana, todos los alumnos acuerdan en que fueron útiles, beneficiosas, completas e interesantes. Algunas de sus apreciaciones fueron:

– *Se puede visualizar en dicho programa muy claramente las modificaciones de cada función.*

– *Se observaba claramente las modificaciones de las gráficas.*

– *Ayudaron a la representación gráfica.*

– *Me ayudaban a darme cuenta de cómo eran las distintas gráficas.*

– *Observando las gráficas me daba cuenta de las cosas más rápido y ahí podía entenderlo.*

– *Nos ayudó a ver los ejercicios de una manera diferente.*

– *Podíamos ejercitar de otra manera y más rápido.*

Las respuestas emitidas corroboran la importancia de la visualización de las gráficas y cómo esto favorece la comprensión de los conceptos en juego, potenciando, en este caso, la explotación del registro gráfico.

El entorno virtual

Con respecto a la utilización de la página del entorno virtual, 23 alumnos (88,46%) opinan que les resultó fácil. Uno de los que opinaron de manera contraria agrega que no supo cómo subir las gráficas.

La totalidad de los alumnos considera que utilizar el entorno virtual les posibilitó reforzar los contenidos. Entre los aspectos que consideran que fue beneficioso utilizarlo, agregan:

– *Pude revisar cada tema más detenidamente.*

– *Porque podía compartir las respuestas mías con la de los demás.*

– *Entablar una buena relación de confianza, como también con mis compañeros.*

– *Visualizando distintos tipos de funciones y repasando los principales errores cometidos.*

– *Interactuar mediante programas informáticos haciendo el bloque más entretenido.*

– *Interactuando con los demás, aprendiendo de nuestros compañeros.*

– *Sobre todo en las preguntas de opción múltiple ya que te indicaban qué tenías que reforzar cuando te equivocabas.*

- *Porque al haber distintas opiniones podía ver distintos puntos de vista y analizar así el ejercicio.*

Esta última opinión corresponde a una alumna (*Ayelén*), que en los foros **Para pensar … 2** y **5**, descriptos en las páginas 74 y 75, reformula su respuesta luego de leer las intervenciones de sus compañeros. Esto concuerda con lo manifestado por Barberà, Badía y Moninó (2001), que al disponer de los textos escritos de las distintas intervenciones, éstos pueden ser revisados y examinados varias veces. Agregan que mientras se encuentre abierto el proceso de discusión alrededor de un determinado tema, el contenido puede ser reestructurado en cualquier momento.

Entre los aspectos del entorno virtual que los alumnos consideran que fueron mejores, expresan:

- *El foro Para Pensar, ya que al ser interactivo podés razonar ejercicios desde diferentes puntos de vista.*
- *La coordinación por semana, estaban bien divididos los contenidos.*
- *El poder hacer consultas con solo acceder a una computadora.*
- *Las pruebas de opción múltiple.*
- *Porque estaba en contacto continuo con la profesora y podía plantearle mi duda directamente.*
- *El que todos podamos opinar sobre un tema en especial.*
- *Para intercambiar opiniones con los compañeros.*

En estas opiniones se observa la importancia de los foros como espacio de reflexión compartido y del correspondiente para plantear consultas. También acuerdan con la división semanal de los temas y los cuestionarios.

Indagando sobre las distintas actividades propuestas en la página del entorno, las más utilizadas por los alumnos fueron el cuestionario (80,77%) y la guía de actividades y el foro de reflexión (65,38%). Algunos alumnos agregan aquellas actividades en las que se les presentaron más dificultades, mencionando las guías de actividades (26,92%), los foros de reflexión (11,54%) y los cuestionarios (7,69%). Tratando de describir el tipo de dificultad, expresaron:

- *Hacer y responder adecuadamente algunos ejercicios.*
- *No entendía las preguntas.*
- *No prestar atención al tema de los signos.*
- *No poder hacerlo en Word …no entiendo.*
- *Interpretación de preguntas.*
- *Las preguntas de los foros, antes no las había trabajado, hicieron que dude mucho.*
- *Me costaba entender las consignas de los foros.*

– *Redacción de los archivos en Word.*

Quedan explicitados algunos de los problemas ya mencionados: interpretación de consignas, dificultades en la operatoria básica y en el manejo del procesador de textos.

Con respecto al foro de consultas ocho alumnos comentan que los utilizaron (30,77%), trece alumnos no (50%) y cinco no responden. Una alumna agrega que le sirvió mucho utilizarlo ya que las respuestas fueron inmediatas.

Analizando las respuestas sobre las guías de actividades que debían entregar cada semana, opinan que fueron completas, algunas un poco exigentes, concretas y adecuadas.

Con respecto a la resolución de estas guías de actividades que el docente cada semana subía para que los alumnos realicen la autoevaluación sobre sus propias producciones, diecisiete alumnos (65,38%), afirman haberlas consultado. Agregan que disponer de estas resoluciones fue útil para:

– *Observar mis errores.*

– *Darme cuenta de algunas cosas que yo y mis compañeros teníamos mal.*

– *Ver lo que hacía mal.*

– *Sacarse dudas ante cualquier problema.*

– *Ver detallados por pasos las resoluciones de problemas.*

– *Analizar detenidamente los errores.*

– *Reforzar los aspectos en los que me equivocaba.*

Entre los alumnos que dicen no haber consultado estas resoluciones, tres de ellos comentaron que no las bajaron desde la plataforma pero que sí consultaron la de un compañero que las tenía.

Al referirse a las pruebas de opción múltiple, la totalidad de los alumnos afirma haberlas realizado y consideran que fueron provechosas para:

– *Afianzar los contenidos.*

– *Ver como estaba preparado.*

– *Repasar y recordar conceptos olvidados.*

– *Ver en ese mismo momento cuánto sabía de todo lo que había estudiado.*

– *Si te equivocabas te explicaba bien y luego podías date cuenta como era.*

– *Porque aparecía en qué te equivocaste y qué tema debes reforzar.*

– *Pensar mejor las posibilidades de un resultado antes de arriesgar.*

– *Comprender mis dificultades.*

– *Estar mejor preparado para el examen final.*

Las principales dificultades que se les presentaron a lo largo de toda la experiencia fueron:

- *Realizar gráficas.*
- *Resolver problemas.*
- *La forma de responder a las actividades.*
- *Graficar, pero el programa para la PC sirvió mucho.*

Entre los aspectos que modificarían opinan:

- *El que tiene que modificarse soy yo sentándome a estudiar y practicar.*
- *Que la guía de actividades sea escrita y no con computadora.*
- *Que todos participen en clase.*

Los veintitrés alumnos restantes no modificarían ningún aspecto.

Las sugerencias planteadas fueron pocas y se refirieron a:

- *Que se repita la experiencia todos los años.*
- *Que se planteen menos guías de trabajo.*
- *Agregar una hora de cursado para resolver ejercicios y/o problemas muy puntuales.*
- *Poner más actividades para realizar.*
- *Se debería aprovechar más de parte de los alumnos este tipo de recursos.*

4.5.2 Entrevista

Con el propósito de ahondar más profundamente en las apreciaciones de los alumnos sobre las distintas actividades realizadas, finalizada la experiencia se decidió realizar una entrevista con algunos de los alumnos que habían participado de la misma.

Los entrevistados fueron 7 seleccionados al azar. Se los citó de manera individual, en diferentes momentos y días, una semana después de haber finalizado todas las actividades planteadas.

El audio de las entrevistas fue grabado y a todos se les formularon las mismas preguntas que se encuentran en el Anexo 6 (página 160).

Todos los alumnos entrevistados manifestaron tener computadora tanto en su residencia estudiantil, como en la familiar. De ellos solo dos, (28,57%), disponían de conexión de Internet en la primera. Indagando sobre este aspecto, consideran que ello no fue un inconveniente para poder participar de las actividades virtuales propuestas ya que podían utilizar el gabinete de informática de la facultad en distintos momentos del día, concurrir a un centro con servicio de Internet o solicitarle a otro compañero que sí disponía de conexión.

Entre los programas que utilizan habitualmente, se encuentran el procesador de textos Word, la planilla de cálculo Excel, correo electrónico, Chat a través de Messenger, página de encuentro social con amigos como Facebook y ahora también el programa Funciones, agregaron.

Con respecto a las sesiones presenciales realizadas los días lunes, los alumnos consideran que fueron buenas, útiles, llevaderas y productivas. Indagando sobre sus opiniones sobre las mismas, algunas de sus respuestas fueron:

– *Me gustó la parte cuando debatíamos. Para mí en eso habría que hacer más hincapié, por mi parte a mi me gustó, de poner en puesta en común entre todos, de venir estudiado desde afuera, desde tu casa y hacer puesta en común, compartir entre cada uno, viste que a veces se debatía entre los chicos con unión, así que eso la verdad fue bueno. (Federico)*

– *Porque vimos el tema más detalladamente que cuando lo vimos al principio; aparte teníamos ya una idea de lo que era. (Ricardo)*

– *Las clases sirven muchísimo, yo por mi parte veía el tema antes de ir a las clases, si bien no me hacía ver mucho porque soy bastante tímido, pero para las personas que por ahí les cuesta un poco más y si tenés interés sirve muchísimo, siempre y cuando tengas las ganas de aprender, porque o sea ves el tema en un lapso de dos horas y lo ves dentro de todo bastante profundo y son las cosas más importantes por lo menos lo que yo vi. (Daniel)*

Al solicitarles que hicieran sugerencias sobre estas clases, sus opiniones fueron:

– *No, creo que ninguna porque me gustó mucho ya que el grupo no fue tan grande, ya nos conocíamos, las clases eran amenas, o sea, aparte después de hacer los ejercicios, de dar la teoría entrábamos un rato al entorno, estábamos sentados todos juntos, podíamos debatir los temas, alguien opinaba una cosa, yo opino esto, todo obviamente siempre respetándonos. (Ayelén)*

– *Yo lo que haría, por ejemplo que lo puse en la encuesta, es que por ahí hay problemas que son un poco más complicados. Yo haría una clase para las personas que están interesadas con problemas más difíciles más profundos como para abrir un poco más el aprendizaje del alumno, porque si te ponés a hacer los ejercicios de repaso de capitulo vienen algunos que son más o menos iguales, cambian los datos pero si bien hay uno que otro que se complica y podría servir. (Daniel)*

– *A mí me parece bien y aparte era un grupo que estábamos todos a la misma altura, eso también es importante si sería desparejo. (Tatiana)*

– *Lo único que no me gustó fue el horario de la siesta pero bueno, yo no cambiaría nada. (Hugo)*

– *De las clases teóricas, modificar no, sino participar más en el pizarrón, mandar a hacer ejercicios de tarea y hacerlo pasar al pizarrón, ver los errores. (Federico)*

Con respecto a las segundas sesiones presenciales en las que se resolvían guías de estudio utilizando el programa Funciones, consideran que dicho programa fue de fácil manejo y que utilizarlo les facilitó el seguimiento del tema considerado. Con respecto a las guías utilizadas, opinan que fueron adecuadas.

Algunos alumnos agregan:

– *La memoria gráfica que te genera te ayuda un montón cuando tenés que graficarlo con el lápiz. (Ricardo)*

– *Me facilitó usarlo porque te da una idea más ampliada de lo que venías graficando manualmente. (Daniel)*

– *Cuando tenía un ejercicio, me decía que grafique la función en uno de los ítems. Yo lo graficaba y eso me ayudaba a corroborar la solución o a veces cuando una gráfica no me salía iba y la graficaba ahí y viendo la gráfica, yo después podía darme cuenta el por qué la gráfica tenia esas curvas o dónde cortaba a los ejes. (Ayelén)*

Refiriéndose al uso de la computadora en la clase de Matemática, todos consideran que es muy útil, que hace el trabajo más interactivo y entretenido. Al respecto, un alumno expresa:

– *El uso de la computadora como complemento es bueno pero siempre y cuando lo complementes con otros ejercicios, porque si te ponés a representar funciones así vagas se me hace que no sirve. Como lo trabajamos nosotros complementado con otro tipo de ejercicios me parece que es muy importante. (Daniel)*

Al mencionar la plataforma utilizada para las actividades virtuales, consideran que la página del entorno virtual fue fácil de utilizar y que les ha facilitado el seguimiento de la clase. Algunos agregaron:

– *Me facilitó el seguimiento del tema porque teníamos las respuestas y podíamos preguntar si teníamos alguna duda. Usarlo fue fácil y además muy cómodo porque no necesitaba estar acá. Si estaba de viaje podía entrar y desde cualquier lugar hacía las actividades. (Ricardo)*

– *Fue una forma de hacer puesta en común entre todos. Se podían ver las opiniones de los demás, eso estuvo bueno también, compartir. (Federico)*

Los que plantearon sus dudas a través del espacio destinado para ello, expresan que no tuvieron ninguna limitación para hacerlo. Al respecto, algunas consideraciones fueron:

– *Las veces que hice consultas, me conectaba al otro día, como mucho, y ya estaban resueltas. (Ricardo)*

– *Los problemas con los que yo tenía dudas, si me parecía que eran útiles, los trataba de plantear en la consulta o con algún compañero, pero nunca me quedé con la duda de cómo se resolvían. (Daniel)*

Opinando sobre los recursos o actividades del entorno virtual que les parecieron mejores, mencionan:

– *El foro para pensar, que ahí podíamos ver, compartir y leer las respuestas de los demás. (Federico)*

– *Lo que me gustó del entorno es la comodidad que te da, porque no necesitás ni venir a la facultad para resolver las actividades. (Ricardo)*

– *Las pruebas de opción múltiple, por el hecho de que te dice lo que tenés que revisar cuando te equivocás. El foro para pensar me costó un poco, estaba bueno, pero a mí me costó un poco más, pero me pareció bastante difícil. Yo no mostraría las respuestas de los demás, porque muchas veces se siente tentador, si bien a mi me costaba, yo miraba las respuestas de los demás y trataba de interpretarla a ver qué había hecho cada uno, entonces haciendo un rejunte de todo armaba mi respuesta. Por ahí, así como yo lo he hecho una o dos veces, respondés sin llegar a una conclusión y es preferible no responder, que responder sin sentido. A mí me serviría más si no estuviesen las respuestas de los demás. (Daniel)*

– *El foro para pensar me hizo recordar bastantes conceptos. (José)*

– *Me gustaron las pruebas de opción múltiple que teníamos, porque nos daba el enunciado del ejercicio y tres soluciones, pero nosotros teníamos que realizar el ejercicio y corroborar si nuestra solución era igual a alguna de la que teníamos. Después los foros de consulta porque yo sin tener que venir a la facultad o los días de lluvia, estaba en mi casa y podía contactar a la profesora y plantearle mi duda. (Ayelén)*

De los alumnos entrevistados, dos de ellos manifestaron haber tenido dificultades en el foro de reflexión:

– *En el foro para pensar me dificultaba interpretar la pregunta. (Hugo)*

– *El foro para pensar me costó un poco, estaba bueno pero a mí me costó un poco más, pero me pareció bastante difícil. (Daniel)*

Todos coinciden en que este tipo de actividad fue útil para el seguimiento del tema y uno de ellos agrega:

– Esta bueno, porque te ayuda, te abre a resolver los ejercicios en función de lo que decían los otros también y opinar al mismo tiempo de lo que decían ellos también.

Con respecto a los cuestionarios, consideran que:

– *Las resolví por ahí con el libro al lado. Que muestre los errores, eso es bueno porque te ayuda a darte cuenta de los puntos claves en los que te podés confundir. (Ricardo)*

– *Me resultaron útiles. Fue útil que mostrara los errores, porque te aparece en que te equivocaste y qué temas tenés que reforzar. (Hugo)*

– *Es una manera de hacer una prueba uno mismo. Fue importante que mostrara los errores, por lo menos, para saber cómo andábamos en el tema. (Tatiana)*

– *No me saqué en todas 100% pero porque no las hice bien. Me mostraba las que hacía incorrectas, eso me ayudó. (José)*

Con respecto a las guías de actividades semanales, consideran que fueron útiles agregando:

– *Está bueno porque en tu casa te ponías a hacer, no era solamente ir a clases y hacerlo ahí, era pensarlo solo y hacerlo y con ayuda del libro, hacerlo. (Federico)*

– *Me pareció lo mejor de todo. Es como un repaso simple de todo lo que teníamos que dar y a mí me ayudo un montón. (Tatiana)*

– *Eso también es una de las más útiles, o sea eran nuevos ejercicios que no había en el libro y era para seguir practicando más. (José)*

– *Fueron fáciles, hubo ciertos ejercicios que me planteaban dudas, pero me gustaron por eso, porque eran ejercicios que nos lo hacían pensar de otra manera, ¿por qué?, ¿cuándo?, ¿cómo?, ¿de qué manera? (Ayelén)*

Para finalizar la entrevista, se les solicitó que agregaran cualquier opinión o sugerencia sobre la experiencia. Sólo lo hicieron dos alumnos:

– *Sería útil que se aplique también en otras áreas. (José)*

– *Me gustó, fue una experiencia que aparte de que la necesitaba, porque sentí que la necesité mucho, ya que me pudo resolver un montón de cosas que yo antes pensaba que las sabía y no las sabía, me gustó mucho. (Ayelén)*

4.5.3 Evaluación final

Finalizadas las ocho semanas de la experiencia, se realizó la evaluación sumativa que contempló una evaluación escrita presencial. A los resultados obtenidos de ella, se le sumaron valoraciones parciales sobre el desempeño de los alumnos que pudieran ser integradas y que en conjunto permitieran la emisión de un juicio de valor definitivo de toda la experiencia en el momento de su conclusión.

Los alumnos que hubieran aprobado todas las instancias contempladas, en los seis turnos de exámenes siguientes comprendidos entre noviembre de 2009 y marzo de 2010, podrían rendir solamente el otro bloque de Matemática I correspondiente a Álgebra.

El enunciado completo de la evaluación final se encuentra en el Anexo 7 (página 162).

La fecha estipulada para su realización fue dos semanas después de la finalización de las actividades presenciales y virtuales. El porcentaje exigido para su aprobación fue del 60% del puntaje total asignado.

Analizando los resultados de la evaluación escrita, aprobaron 12 alumnos (46,15%) y 14 no (53,85%).

Si bien los resultados numéricos de las evaluaciones no resultaron como se esperaba, debe destacarse la resolución prolija, ordenada y completa de la mayoría de los alumnos. Muchas de las dificultades observadas en sus presentaciones a lo largo de las ocho semanas, fueron discutidas en las sesiones presenciales siguientes, tal como fueron comentadas oportunamente. En especial se observó que todas las indicaciones realizadas sobre las principales características que debe presentar la representación gráfica de una función fueron tenidas en cuenta en la evaluación escrita.

Se observaron reiterados errores algebraicos en la resolución de ecuaciones e inecuaciones y dificultades en la conversión de algunos registros, como del coloquial al simbólico.

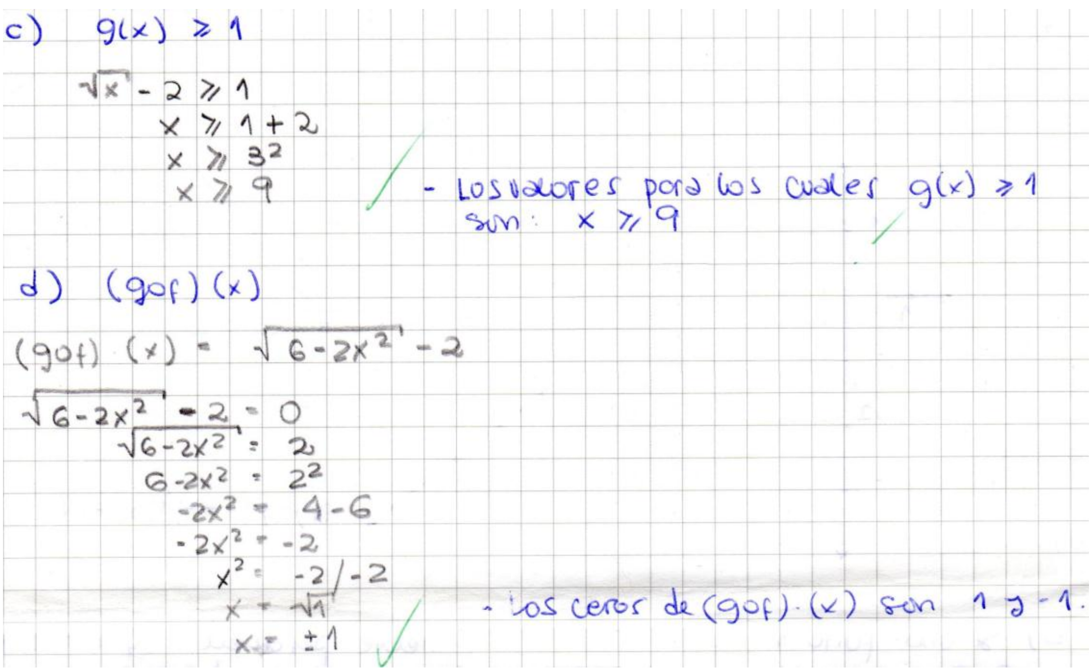
A continuación se presentan parte de los enunciados con las respuestas de algunos alumnos:

Evaluación Final

1) Dadas las funciones: $f(x) = 6 - 2x^2$ y $g(x) = \sqrt{x} - 2$

c) Encuentre los valores de x para los cuales $g(x) \geq 1$.

d) Halle el o los ceros de $(gof)(x)$.



c) $g(x) \geq 1$

$\sqrt{x} - 2 \geq 1$

$x \geq 1 + 2$

$x \geq 3^2$

$x \geq 9$

- Los valores para los cuales $g(x) \geq 1$ son: $x \geq 9$

d) $(gof)(x)$

$(gof)(x) = \sqrt{6 - 2x^2} - 2$

$\sqrt{6 - 2x^2} - 2 = 0$

$\sqrt{6 - 2x^2} = 2$

$6 - 2x^2 = 2^2$

$-2x^2 = 4 - 6$

$-2x^2 = -2$

$x^2 = -2 / -2$

$x = \sqrt{1}$

$x = \pm 1$

- Los ceros de $(gof) \cdot (x)$ son 1 y -1.

c) $\sqrt{x} - 2 \geq 1$

$x - 2 \geq 1^2$ MO!

$x \geq 1+2$

$\boxed{x \geq 3}$

d) $(g\circ f)(x) = g\left[f(x)\right] = g(6-2x^2) = \sqrt{6-2x^2} - 2$

$0 = \sqrt{6-2x^2} - 2$

$0^2 = 6 - 2x^2 - 2$ MO

$-6 + 2 = -2x^2$

$-4 = -2x^2$

$\frac{-4}{-2} = x^2$

$2 = x^2$

$\pm\sqrt{2} = |x|$

$\pm 1,41 = x$

Rta: los ceros de $(g\circ f)(x)$ son $x_1 = 1,41$ y $x_2 = -1,41$.

c)- $g(x) \geq 1$ si $x \geq 9$

$\sqrt{x} - 2 \geq 1$

$\geq 1+2$

$x \geq 3^2$

$x \geq 9$.

d)- $(g\circ f)(x) = \sqrt{6-2x^2} - 2$

el punto donde la grafica $(g\circ f)(x)$ corta el eje de las absisas es en $(1;0)$

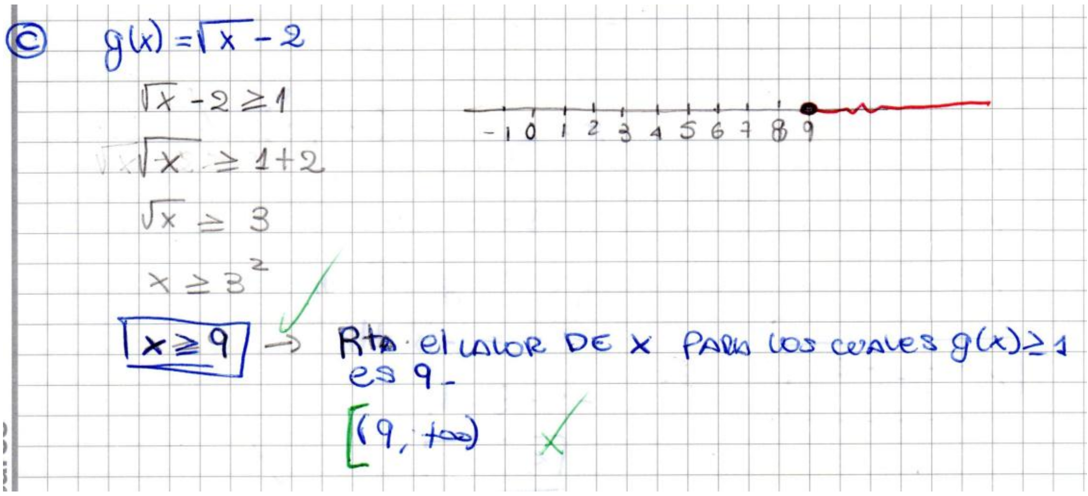
$0 = -2x + \sqrt{6} - 2$

MO $+2^2 = -2x + 6$.

$4 - 6 = -2x$

$\frac{-2}{\cancel{-2}} = x$

$1 = x$


(c) $g(x)=\sqrt{x}-2$

$\sqrt{x}-2\geq 1$

$\sqrt{x}\geq 1+2$

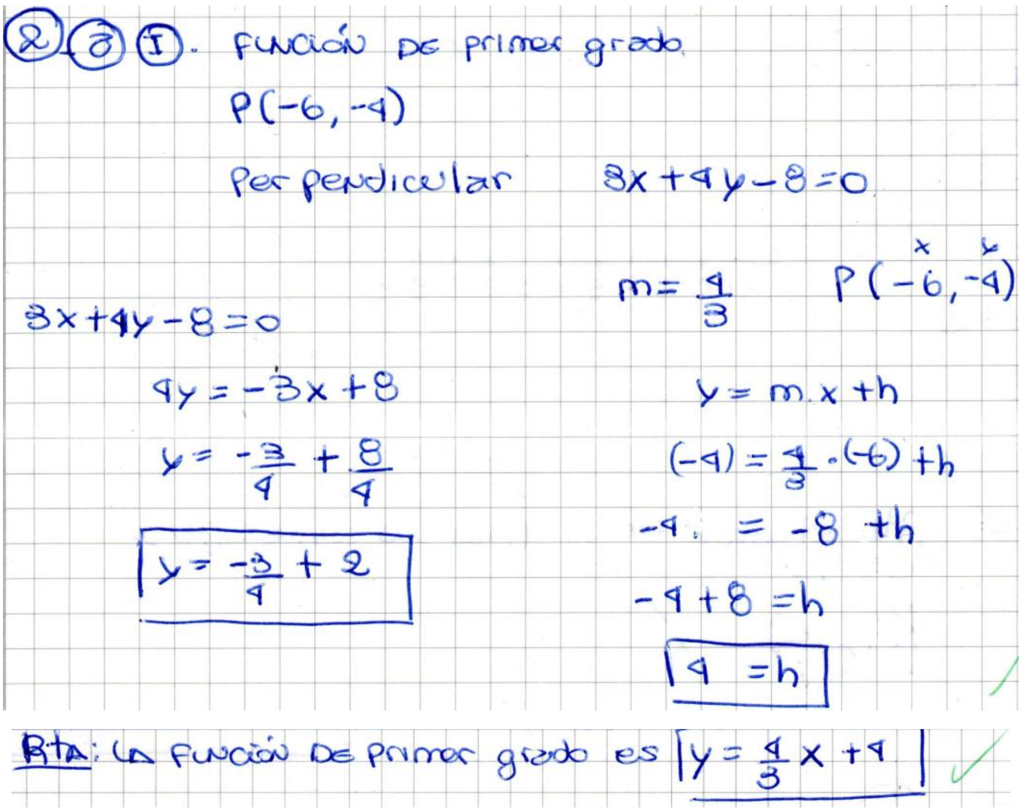
$\sqrt{x}\geq 3$

$x\geq 3^2$

$\boxed{x\geq 9}$ → Rta. el valor de x para los cuales $g(x)\geq 1$ es 9.

$[(9, +\infty)$

2) a) i) Defina la función de primer grado cuya gráfica contiene al punto P(–6, –4) y es perpendicular a la gráfica de 3x + 4y – 8 = 0.


(2) (a) (I). función de primer grado

$P(-6,-4)$

perpendicular $3x+4y-8=0$

$m=\frac{4}{3}$ $P(\overset{x}{-6},\overset{y}{-4})$

$3x+4y-8=0$

$4y=-3x+8$

$y=-\frac{3}{4}+\frac{8}{4}$

$\boxed{y=-\frac{3}{4}+2}$

$y=m.x+h$

$(-4)=\frac{4}{3}\cdot(-6)+h$

$-4=-8+h$

$-4+8=h$

$\boxed{4=h}$

Rta: La función de primer grado es $\boxed{y=\frac{4}{3}x+4}$

3) a) Dada la función f : R → R / f(x) = $4x^2$ + 2mx + m – 1, determine el valor de m de modo que su gráfica presente un sólo punto de intersección con el eje de abscisas.

3) a) $f: R \to R \,/\, f(x) = 4x^2 + 2mx + m - 1$

Discriminante: $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0 \longrightarrow$ 2 raíces reales iguales

$a = 4 \quad b = 2m \quad c = m - 1$

$(2m)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (m-1) = 0$

$4m^2 - 16m + 16 = 0$

$$\frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 16}}{8} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 256}}{8} = \frac{16 \pm 0}{8}$$

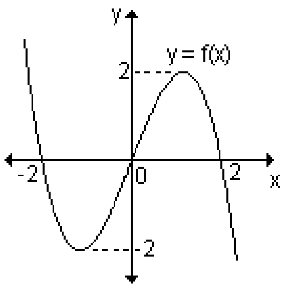
$16/8 = 2 = m$

$y = 4x^2 + 2 \cdot 2x + 2 - 1 \qquad 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$

$y = 4x^2 + 4x + 1 \qquad 16 - 16 = 0$

$0 = 0$

4) c) Sea la función definida gráficamente por:



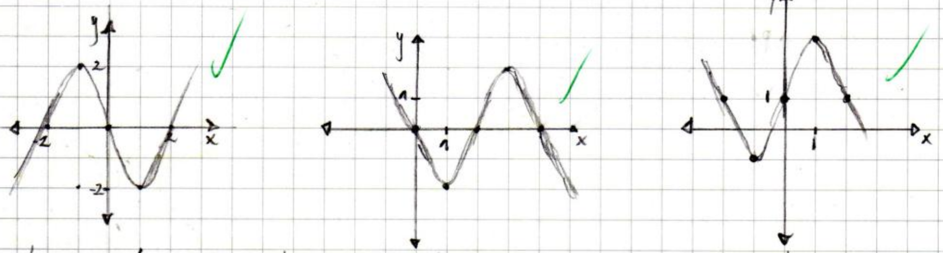
Realice las gráficas correspondientes a:

g(x) = –f(x)

h(x) = f(x – 2)

r(x) = f(x) + 1

c) $g(x) = -f(x)$ $\qquad h(x) = f(x-2)$ $\qquad r(x) = f(x) + 1$



• esta función se invierte debido al signo − delante de la función

• esta función se traslada dos lugares hacia la derecha

• esta función se le aumentan un lugar a sus ordenadas.

5) a) Una colonia de abejas crece de acuerdo a la ley $f(t) = P_0\, 3^t$, donde t se mide en días y P_0 es el número de abejas al iniciar la experiencia. Al día siguiente, (t = 1) se contaron 2760 abejas.

i) Calcule P_0.

ii) Determine el número de abejas luego de 5 días.

iii) ¿En cuántos días la colonia triplica la cantidad inicial?

5) a). $f(t) = P_0 \, 3^t$

i- $2760 = P_0 \cdot 3^1$

$\frac{2760}{3} = P_0 \Rightarrow P_0 = 920$

Rta: El nº de abejas al inicio de la experiencia era de 920 abejas.

ii- $f(5) = 920 \cdot 3^5$

$f(5) = 920 \cdot 243$

$f(5) = 223560$

Rta: El número de abejas luego de 5 días es de 223560 abejas.

iii- $920 \cdot 3 = 2760$

$2760 = 920 \cdot 3^t$

$\frac{2760}{920} = 3^t$

$3 = 3^t$

$\log 3 = t \log 3$

$\frac{\log 3}{\log 3} = t \Rightarrow \boxed{t = 1}$

Rta: La colonia triplica la cantidad inicial al paso de 1 día.

5) b) Determine los valores de x que verifiquen: $\log_2 (2x - 2) - 2 = \log_2 (3x - 8)$

b) $\log_2 (2x-2) - 2 = \log_2 (3x-8)$

$\log_2 (2x-2) = \log_2 (3x-8) + 2$

$-\log (3x-8) + \log_2 (2x-2) = 2$

$\log_2 \frac{(2x-2)}{(3x-8)} = 2$

$2^2 = \frac{(2x-2)}{(3x-8)}$

$(3x-8) \cdot 4 = 2x - 2$

$12x - 32 = 2x - 2$

$12x - 2x = -2 + 32$

$10x = 30$

$x = \frac{30}{10} \Rightarrow x = 3$

Los doce alumnos que obtuvieron resultados favorables en esta experiencia, aprobaron el bloque de Álgebra en alguno de los tres turnos de exámenes de noviembre y diciembre de 2009.

De los catorce alumnos que no obtuvieron un resultado final favorable, sólo ocho se presentaron a rendir en los seis turnos siguientes y dos de ellos aprobaron los dos bloques completos: *Funciones* y *Álgebra*.

5. Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas luego de haber finalizado la experiencia y confrontando los objetivos propuestos, las actividades realizadas y los principales resultados obtenidos.

5.1 Consideraciones generales

Una vez finalizada la experiencia y analizados los principales resultados obtenidos de la implementación del modelo mixto, es preciso reflexionar sobre todo lo realizado, como así también analizar, interpretar, explicar y extraer conclusiones.

En la metodología adoptada de investigación acción, el primer ciclo permitió analizar la adecuación de las actividades planteadas, las principales dificultades y las limitaciones de las mismas, como así también el manejo de la plataforma. Ese ciclo fue considerado como una fase piloto de la investigación. Por ese motivo, sólo se expondrán brevemente algunas reflexiones e impresiones que resultaron del análisis de los datos de dicho ciclo y, de manera conjunta, se mencionarán los aspectos que se tuvieron en cuenta para modificar la planificación del ciclo siguiente.

En lo que sigue, se expondrán las principales conclusiones derivadas de la experiencia en general y de las sesiones presenciales y virtuales, en particular.

5.2 Valoración general del curso

Al inicio de este trabajo se planteó la importancia de la creación de un escenario diferente para el aprendizaje, donde la interacción con el alumno se encontrara mediada por otras propuestas de enseñanza que, a través de diferentes tipos de materiales educativos y utilizando las nuevas tecnologías, propiciara la adquisición y la construcción del conocimiento de manera flexible y autónoma. En correspondencia directa, esto constituyó el objetivo general planteado.

Analizando las opiniones de los alumnos, tanto de la encuesta como de la entrevista realizadas, se considera que este objetivo se logró ampliamente.

También, a partir de las distintas actividades propuestas para las sesiones presenciales y virtuales, que demandaron el uso coherente de distintas representaciones, queda de manifiesto la inclinación por el uso reflexivo de la tecnología, considerando el contexto institucional y matemático en donde se la utiliza.

El contenido de las guías de estudio redactadas para ser resueltas con el programa elegido, muestra también que la tecnología por sí sola no va a resolver el problema de aprendizaje de los alumnos. Todo dependerá de cómo se integre esta tecnología al trabajo en el aula.

Por otra parte, la implementación de un modelo mixto en la Educación Superior, resulta muy factible de poder realizarse, por el hecho de tratarse de una plataforma gratuita, fácil de utilizar y con requerimientos técnicos mínimos.

Lo que puede representar un mayor esfuerzo, es la formación de los docentes, ya que serán ellos los que tendrán que aplicar eficientemente metodologías innovadoras que proporcionen a los alumnos, herramientas para integrar conocimientos nuevos con los ya adquiridos.

La incorporación de las nuevas tecnologías a la enseñanza presencial generará beneficios para la misma en la medida que los procesos de innovación se hayan diseñado, desarrollado e implementado correctamente y también, se hayan planteando ciertos objetivos y criterios de seguimiento y de tratamiento tecnológico de acuerdo con el contexto de intervención. Es decir que se puede concebir un enriquecimiento de las actividades presenciales en función de la perspectiva curricular tomada, del proyecto global redactado que considere la totalidad de los factores y de acuerdo con la infraestructura tecnológica que se disponga.

En este sentido, se considera que todas las actividades desarrolladas a través de la plataforma virtual han enriquecido las sesiones presenciales y han generado nuevos escenarios de intervención didáctica en el aula, logrando un conjunto de acciones y estrategias propias de las clases presenciales y también de otro espacio que permitió extender las actividades más allá de las paredes del aula.

Por otro lado, no integrar a las nuevas tecnologías a los procesos curriculares, supone una ruptura o desconocimiento de la realidad que existe fuera de las aulas.

El uso de las nuevas tecnologías no debe considerarse como un recurso alternativo o sustituto de la enseñanza presencial, sino como un complemento que incrementará y completará la actividad del docente. Poner a disposición de los alumnos otras vías de consulta y de comunicación, favorecerá resolver sus dudas y mantener un contacto directo con el docente.

Por otra parte, haber implementado este modelo mixto de aprendizaje para los alumnos que no lograron aprobar ni regularizar Matemática I en el primer semestre de 2009, significó brindarles también una nueva oportunidad para que pudieran realizar otro tipo de actividades trabajando todos los contenidos correspondientes al bloque Funciones e invitándolos a reflexionar sobre diversas cuestiones a través de distintas propuestas. De este modo, a pesar de haber obtenido un resultado desfavorable en la asignatura, también fue una forma valiosa de contribuir a la permanencia de los alumnos, evitando el abandono y facilitando la continuidad en el ámbito universitario, en especial mediante el apoyo y acompañamiento permanentes durante las ocho semanas que duró la experiencia.

5.3 Las clases presenciales

Al realizar la experiencia piloto, se había implementado una sola sesión semanal presencial de dos horas de duración. En la primera hora, se revisaban los conceptos teóricos y se resolvían algunos ejercicios o problemas, para luego destinar la hora siguiente, a la resolución de las guías de estudio elaboradas para utilizar el programa Funciones. El tiempo fue escaso para realizar las dos actividades en el mismo día y por lo general para las guías de estudio no era posible terminarlas de resolver en clase.

Este fue uno de los aspectos que se decidió modificar para el ciclo siguiente, separar las actividades presenciales mencionadas en distintas sesiones. De esta manera se logró aprovechar mejor el tiempo destinado para cada una y también se optimizaron las actividades planificadas para cada sesión presencial.

En el segundo ciclo, la revisión de los temas en la primera sesión, se realizó siempre interactuando con los alumnos. Se pudieron observar dificultades de expresión oral y se presume que, realizando estas actividades con mayor frecuencia, las mismas podrían mejorarse.

Una buena oportunidad para analizar los procedimientos elegidos y detectar las principales dificultades, fue que los alumnos resolvieran ejercicios o problemas en la pizarra.

Los comentarios emitidos por cinco alumnos en la encuesta, consideran que hubiera sido recomendable destinar algunas clases más a la resolución de ejercicios y problemas. Esto deja de manifiesto la importancia atribuida por los alumnos a la clase presencial y a la supervisión del docente en las actividades realizadas en el aula.

Con relación a las segundas sesiones presenciales, resolviendo las guías de estudio con el programa graficador, todos los alumnos acordaron en que fueron clases dinámicas y que la utilización de la computadora fue muy útil para complementar las actividades teóricas. También rescatan la importancia de la presencia del docente a los efectos de poder plantearle sus dudas conceptuales, de manejo de la computadora o del programa.

5.4 La plataforma

Para los alumnos que participaron de la experiencia, esta fue la primera vez que transitaron por un proceso de enseñanza y de aprendizaje a través de un aula virtual y de un modelo mixto. Se estima que iniciaron la experiencia con altas expectativas las que se confirmaron al final del proceso, en las respuestas al cuestionario y a la entrevista, donde además la mayoría de los alumnos valora la experiencia como muy satisfactoria.

Con respecto a la plataforma, consideran que fue de fácil manejo y que utilizarla les facilitó el seguimiento de la clase.

En la experiencia piloto, las guías de actividades planteadas cada semana, fueron resueltas en su mayoría a mano y entregadas al docente cuando iniciaba el tema de la semana siguiente. En esas resoluciones se podía observar cómo iban mejorando sus presentaciones y también, de qué manera utilizaban e incorporaban en sus sucesivas producciones los distintos registros de representación.

En este segundo ciclo, catorce alumnos (53,85%), resolvieron todas las semanas las guías de actividades utilizando algún procesador de textos, pero sin prestar demasiada atención a la presentación de las mismas. Este es uno de los aspectos que se deberían mejorar y exigir en otras ediciones, es decir la presentación clara y ordenada de todo el desarrollo del ejercicio o del problema, cuidando también la forma de presentación y haciendo un correcto uso del editor de ecuaciones.

Las demás presentaciones se realizaron de manera manuscrita y tampoco se caracterizaron por la claridad en su desarrollo ni por la prolijidad.

Para las demás actividades planteadas en la plataforma, la interfaz fue sencilla y los alumnos valoraron, en los cuestionarios, la presencia inmediata de las correcciones que aparecían al finalizarlos pues esto les permitía autocorregir su trabajo y detectar sus principales dificultades. También, participar de los foros de reflexión fue muy importante pues, al observar las respuestas de sus compañeros, podían analizar las propias y modificarlas si era necesario. Esto pone de manifiesto la elección adecuada de estas actividades adaptadas a las necesidades de los alumnos.

En la experiencia piloto se presentaron más interacciones en los distintos foros propuestos semanalmente, mientras que en este segundo ciclo, salvo en el segundo foro, se presentaron más participaciones que interacciones. Se piensa que los alumnos, queriendo cumplir con las distintas actividades, demostraron más su presencia virtual en los restantes foros, dejando su respuesta allí, que analizando las publicaciones anteriores y confrontándolas con las propias. Si bien el docente siempre supervisó los foros e intervino corrigiendo algunas respuestas, sugiriendo el análisis de otras situaciones e invitando a otros alumnos a emitir su respuesta u opinar sobre la de un compañero, en función de la poca interacción observada, se considera que debería haber alentado un poco más el diálogo en los foros y tal vez, haciendo referencia a ellos en las clases presenciales, se hubieran logrado mayores interacciones.

5.5 Alcances y limitaciones

Luego de analizar los resultados de la encuesta realizada y las opiniones de la entrevista, las impresiones son muy positivas y todos los que han participado en la experiencia sugieren la continuidad de esta forma de trabajo en otras asignaturas, utilizando las nuevas tecnologías y otros recursos en el aula. Rescatan la ventaja de haber dispuesto de esta oportunidad luego de haber obtenido un resultado poco satisfactorio en el primer semestre en Matemática I.

De todos modos, se considera que convendría introducir paulatinamente este modelo mixto, para que tanto los alumnos como los docentes se vayan familiarizando con esta forma de trabajo y poder lograr así mayor autonomía en el trabajo en el aula por parte de los alumnos.

Si bien el uso de las computadoras en clase y de las nuevas tecnologías han logrado ocupar un lugar importante, deberían utilizarse en aquellos temas en los que verdaderamente faciliten la resolución de las actividades y puedan resaltar la importancia de complementar los espacios presenciales y virtuales, para poder así mejorar la formación de los alumnos.

Ante esta nueva experiencia, los alumnos han respondido y participado de manera positiva en todas las actividades planteadas, aumentando su interés, actitud y motivación en las clases presenciales.

Por la labor realizada en los dos ciclos y por la opinión alentadora de los alumnos sobre la experiencia en ambas ocasiones, se considera muy positivo seguir trabajando en este mismo modelo mixto y así poder seguir descubriendo, analizando y utilizando las actividades propuestas y otras nuevas que se puedan desarrollar y adaptar al entorno de los alumnos, a la matemática y en especial a las clases que se desarrollen en la Facultad de Ciencias Agrarias que dispone en este momento de toda la infraestructura informática que lo posibilita.

Debido a la limitación que presenta la plataforma Moodle en ciertos sectores, se debió modificar el diseño de algunas actividades que se esperaba que favorecieran el tratamiento y la conversión entre las distintas representaciones. Por ejemplo, en el enunciado de una actividad o de una de las preguntas del cuestionario, se podían utilizar cualquiera de las representaciones. Pero, al elegir las distintas opciones de una pregunta del cuestionario, estos campos a completar limitaban mucho el uso del lenguaje simbólico y no permitían el uso del gráfico.

Se intentaron utilizar editores de ecuaciones, externos a la plataforma y compatibles con Moodle, pero tampoco pudieron incorporarse a estos campos particulares.

Esta es una de las limitaciones que presenta la plataforma, pero, una vez que se conoce, las actividades deben diseñarse en función de ello.

5.6 Recomendaciones

Si bien esta experiencia se ha basado en la plataforma Moodle, pueden utilizarse otras sin que esto condicione el diseño del entorno. Debe tenerse en cuenta también, que ninguna plataforma resuelve todos los problemas. Esta dificultad puede minimizarse si se dispone de conocimientos de cómo trabajar con herramientas abiertas en internet y cómo integrarlas en la plataforma.

Dentro de las ventajas de emplear una plataforma como Moodle, por ejemplo, se encuentra el control sobre los accesos y sobre los recursos a utilizar. Todo lo que se realice puede ser supervisado por el docente.

Entre los recursos libres se encuentran el correo electrónico personal, páginas webs públicas, los videos de Youtube, chat vía Messenger, etc. Éstas, en algunas ocasiones presentan mayor efectividad en algunas herramientas y mayor flexibilidad, por ejemplo en el correo.

De acuerdo a la experiencia de estos años utilizando en el aula tanto los recursos informáticos como las nuevas tecnologías, se considera que la mejor solución es aquella que utilice los recursos propios de la plataforma y que, de acuerdo con las necesidades del momento y/o requerimientos del grupo de alumnos, incorpore algunos recursos externos. En realidad, el problema se reduce a optar por un uso adecuado de todos los recursos.

Mantener o mejorar la calidad de la educación en entornos virtuales es un aspecto que no se puede descuidar y por lo tanto, no se puede pretender únicamente trasladar a la plataforma los materiales y actividades que se utilizaban en el aula presencial, sino que se deben desarrollar actividades que promuevan el aprendizaje, otras que favorezcan el desarrollo del pensamiento crítico y el debate. También, las estrategias didácticas por sí solas no generan conocimiento y la plataforma virtual, por sí sola, no crea un espacio atractivo de aprendizaje. Lo que marcará la diferencia es la presencia del docente que desarrolle estrategias didácticas creativas y que use, eficientemente, las herramientas que ofrece la plataforma. De esta manera, el docente generará un verdadero cambio en el aprendizaje apoyado en entornos virtuales.

Debe tenerse en cuenta que el éxito de una propuesta que utilice un entorno virtual, dependerá en gran parte también de los alumnos participantes. Por lo tanto, no hay una estrategia didáctica que resulte infalible, sino que a partir de la valoración de las características propias del grupo, conviene decidir cuál será la que mejor responda a sus necesidades.

Otro aspecto a considerar, es que no se debe utilizar un modelo mixto porque sea más eficaz, sino porque es el modo usual que actualmente tienen los alumnos para comunicarse, para acceder a la información, para gestionar redes sociales y para construir su propio conocimiento.

5.7 Futuras líneas de investigación

Existen otros recursos para utilizar y otras actividades para proponer en la plataforma Moodle que serían interesantes analizar cómo resultaría su implementación en el aula de Matemática. En este sentido, podrían analizarse por ejemplo la posibilidad de que los alumnos publiquen en la web presentaciones de diapositivas sobre un determinado tema y que puedan ser compartidas con otras personas.

También, existen otras herramientas de construcción y distribución de la información que se encuadran en lo que se llama la Web 2.0. Ellas son los blogs y las wikis.

En los cuestionarios desarrollados en esta experiencia, todas las preguntas fueron del tipo de opción múltiple. Entre otros cuestionarios que posibilita la plataforma Moodle, se desea profundizar en el análisis de los distintos tipos de preguntas que se encuentran en ella: verdadero-falso, emparejamiento, respuesta corta, numérico y la de rellenar espacios en blanco.

Se espera poder seguir utilizando el entorno virtual de la Universidad Nacional del Litoral incorporando estas nuevas herramientas.

También se espera adaptar la metodología descripta para poder utilizarla con todos los alumnos ingresantes a la Facultad de Ciencias Agrarias en los próximos años.

5.8 Reflexión personal

Después de la experiencia realizada en estos dos ciclos, es oportuno que manifieste mi convencimiento de que la incorporación del recurso informático y de las nuevas tecnologías al aula de Matemática, mejora la actitud de los alumnos frente a esta asignatura y a todas las actividades que se les propongan. Sería también deseable que este cambio se tradujera en mejores rendimientos académicos.

Sin que esto desanime la tarea realizada, persistiendo en mis convicciones y apostando a un producto de excelencia, pienso que el cambio se dará posteriormente en todos los órdenes.

También considero importante que esta experiencia sea conocida por otros docentes, tanto de la Facultad de Ciencias Agrarias como de otros establecimientos educativos, y pueda servir para animarlos a comenzar a utilizar algunos de estos recursos tecnológicos que tenemos a nuestro alcance.

Para los docentes que estén dispuestos a implementar este modelo mixto, deben saber que ello demandará inicialmente mucho más tiempo, trabajo y esfuerzo. En parte será por el desempeño de nuevos roles para aplicar eficientemente innovaciones metodológicas que les proporcionen a los alumnos otras herramientas para integrar nuevos conocimientos. La clase así formada por dos espacios, uno presencial y otro virtual, extiende nuestra labor docente a dominios espaciales y temporales más amplios que sólo los del aula. Todo un desafío al que los invito a participar.

Accino, J. (2007). Entornos integrados de enseñanza virtual. En M. Cebrián (Coord.). *Enseñanza virtual para la innovación universitaria* (2ª ed.) (pp.119-154). Madrid: Narcea.

Aiello, M. y Willem, C. (2004). El Blended Learning como práctica transformadora. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*. n° 23, pp. 21-26. Recuperado el 12 de julio de 2010 de http://www.sav.us.es/pixelbit.

Alfonso, R. (2002). *Problemas de convergencia en un contexto de software educativo*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de La Laguna. España.

Barberà, E. y Badia, A. (2004). *Educar con aulas virtuales: Orientaciones para la innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje*. Madrid: A. Machado.

Barberà, E. y Badia, A. (2005). Hacia el aula virtual: actividades de enseñanza y aprendizaje en la red. *Revista Iberoamericana de Educación.* Recuperado el 12 de diciembre de 2010 de http://www.rieoei.org/deloslectores/1064Barbera.PDF.

Badía, A; Barberà, E. y Moninó, J. (2001): La incógnita de la educación a distancia. *Colección Cuadernos de Educación Nº 35*. Barcelona: Horsori.

Bartolomé, A. (2004). Blended Learning, Conceptos Básicos. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*. n° 23, 7-20. Recuperado el 12 de diciembre de 2007 de http://www.sav.us.es/pixelbit

Bartolomé, A. (2008). Entornos de aprendizaje mixto en Educación Superior. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia 11*(1), 15-51.

Cabero, J., Castaño C., Cebreiro B., Gisbert M., Martínez F., Morales J., Prendes M., Romero R. y Salinas, J. (2003). Las nuevas tecnologías en la actividad universitaria. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*. n° 20, 81-100. Recuperado el 27 de octubre de 2010 de http://www.sav.us.es/pixelbit

Cantoral, R.; Farfán, R.; Cordero, F.; Alanís, J.; Rodríguez, R. y Garza, A. (2003). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.

Carretero, M. (2004). *Constructivismo y educación* (8ª ed.). Buenos Aires, Argentina: Aique.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 11*(2), 171-194.

Castro, E. y Castro, E. (1999). Representaciones y Modelización. En L. Rico (Coord.), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. Socas, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Argentina: Erre Eme S.A.

Coll, C. (2004). Psicología de la Educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación: Una mirada constructivista. *Sinéctica, (25)*. Separata 1-24.

Corredor, M. (2003). La escuela de hoy y sus retos. *Programa de integración de Tecnologías de la Información y la comunicación a la docencia*. Universidad de Antioquia. Recuperado el 2 de octubre de 2010 de http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/resource/view.php?id=34233

Delgado, M., y Solano, A. (2009). Estrategias didácticas creativas en entornos virtuales para el aprendizaje. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación, 9*(2). Recuperado el 26 de agosto de 2010 de http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/HomRevRed.jsp?iCveEntRev=447

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duart, J. y Sangrá, A. (2000). Formación universitaria por medio de la web: un modelo integrador para el aprendizaje superior. En J. Duart; A. Sangrá (comp.), *Aprender en la virtualidad.* Barcelona, Gedisa, S.A.

Duart, J. (2005). Integrar las TIC en la universidad. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*. Vol. 2, nº 1. Recuperado el 20 de marzo de 2010, de http://www.uoc.edu/rusc/2/1/editorial.html

Elliott, J. (1990). *La investigación-acción en educación.* España: Ediciones Morata.

Elliott, J. (1991). Estudio del curriculum escolar a través de la investigación interna. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *10*, 45-68.

Engler, A.; Müller, D.; Vrancken, S. y Hecklein, M. (2008). *Funciones.* Santa Fe, Argentina: Ediciones UNL, Secretaría de Extensión. Universidad Nacional del Litoral.

Ferrari, M. y Martínez, G. (2003). Construcción de funciones con calculadoras graficadoras. En J. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 16,* 710-716. Chile: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 2*(3), 11-44.

García, M. y Romero, I. (2009). Influencia de las Nuevas Tecnologías en la evolución del aprendizaje y las actitudes matemáticas de estudiantes de secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology. 7*(1), 369-396. Recuperado el 9 de noviembre de 2010 de http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/17/espannol/Art_17_306.pdf

González, J. (2006). B-Learning utilizando software libre, una alternativa viable en Educación Superior. *Revista Complutense de Educación*, *17* (1), 121-133.

Gros, B. (2004): La construcción del conocimiento en la red: límites y posibilidades. *Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, 5*. Recuperado el 2 de febrero de 2009, de http://www.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_05/n5_art_gros.htm

Gros, B. y Silva, J. (2005). La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación, 36* (1). Recuperado el 3 de julio de 2010 de http://www.rieoei.org/tec_edu32.htm

Guzmán, M. (1996). *El rincón de la pizarra. Ensayos de Visualización en Análisis Matemático. Elementos básicos del Análisis*. Madrid: Pirámide.

Herrera, M. (2010). Uso de recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 23,* 1149 – 1151. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana 10(2)*, 213-223.

Latorre, A. (2003). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. España: Graó.

Lupiáñez, J. (2000). Sistemas de representación en el ambiente computacional suministrado por TI-92. En M. Farfán, C. Matias; D. Sánchez y A. Tavarez (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 13,* 228 – 232. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Lupiáñez, J. y Moreno, L. (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. En P. Gómez y L. Rico (Eds*.): Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro.* (pp. 291-300). Granada: Editorial Universidad de Granada.

Marcelo, C. (2001). Rediseño de la práctica pedagógica: factores, condiciones y procesos de cambio en los teleformadores. Conferencia impartida en la *Reunión Técnica Internacional sobre uso de Tecnologías de la Información en el Nivel de Formación Superior Avanzada,* Sevilla. Recuperado el 12 de julio de 2010 de http://prometeo.us.es/idea/miembros/01-carlos-marcelo-garcia/archivos/Redise%F1o%20de%20la%20Pr%E1ctica%20en%20Teleformaci%F3n%20Carlos%20Marcelo.pdf

Mora, C. (2005). Sobre el Constructivismo. *Psicología. Revista de la Escuela de Psicología. 25(1)*, 16-29. Recuperado el 12 de agosto de 2010 de http://web.ucv.ve/humanidades/FHE2005/publicaciones/publicaciones/Revpsicologia/revistapsicoweb/v24n1.htm

Morales, E. (2008). *Innovación y mejora del proceso de evaluación del aprendizaje. Una investigación-acción colaborativa en la asignatura Matemática I de los estudios de Ingeniería se la UNEXPO, Vicerrectorado Puerto Ordaz, Venezuela*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Girona. España.

Moreno, L. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. *Memorias del Seminario Nacional: Formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas* (pp. 40-66). Bogotá, Ministerio de Educación Nacional, Cinvestav.

NCTM (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: SAEM Thales.

Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción de conocimiento. *Revista de Educación a Distancia (RED), número monográfico II*. Recuperado el 28 de septiembre de 2007, de http://www.um.es/ead/red/M2

Osorio, L. (2010). Características de los ambientes híbridos de aprendizaje: estudio de caso de un programa de posgrado de la Universidad de los Andes. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*. Vol. 7, nº 1. Recuperado el 15 de febrero de 2010, de http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v7n1_osorio/v7n1_osorio

Prats, M. (2003). *El blended e-learning se aproxima más a un modelo de formación híbrido que tiene la posibilidad de recoger lo mejor de la enseñanza a distancia y lo mejor de la enseñanza presencial*. Recuperado el 21 de mayo de 2010, de http://www.educaweb.com/esp/servicios/monografico/formacionvirtual/1181083.asp

Prats, M. (2005). *La incorporación de las TIC a la enseñanza universitaria presencial*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad Ramón Llull. España.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy*. *Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*. Vol. 1, nº 1. Recuperado el 15 de junio de 2005 de http://www.uoc.edu/rusc/dt/esp/ salinas1104.pdf

Santoveña, S. (2004). Metodología didáctica en entornos virtuales de aprendizaje. *Revista Etic@net, 2*(3). Recuperado el 16 de agosto de 2009 de http://www.educarecuador.ec/_upload/metodologia20didactica.pdf

Santoveña, S. (2005). Criterios de calidad para la evaluación de los cursos virtuales de aprendizaje. *Revista Eticanet, 2*(4). Recuperado el 20 de septiembre de 2010 de http://www.ocv.org.mx/contenido/articulos/articulo01_ sept2005.pdf

Sigalés, C. (2004). Formación universitaria y TIC: nuevos usos y nuevos roles. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*. Vol. 1, nº 1. Recuperado el 20 de febrero de 2005, de http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/ v1n1-sigales/v1n1-sigales

Silva, J. (2007). *Las interacciones en un entorno virtual de aprendizaje para la formación continua de docentes de enseñanza básica*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Barcelona. España.

Solé, I. y Coll, C. (1997). Los profesores y la concepción constructivista. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé y A. Zabala. *El constructivismo en el aula*. (6ª ed.). (pp. 7-23). Barcelona: Editorial Graó.

Suárez, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación acción colaboradora en la educación. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias 1(1)*, 40-56. Recuperado el 12 de septiembre de 2010 de http://www.saum.uvigo.es/reec

Turpo, O. (2010). Contexto y desarrollo de la modalidad educativa Blended Learning en el sistema universitario iberoamericano. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 15* (45), 345-370.

UNESCO. (2004). *Las tecnologías de la Información y la comunicación en la formación docente*. París: Informe UNESCO. Recuperado el 6 de marzo de 2010 de http://unesdoc.unesco.org/images/ 0012/001295/129533s.pdf

Villarreal, M. (2003*).* Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. *Educación Matemática 15*(1), 99-122.

ANEXO 1: Guías de estudio

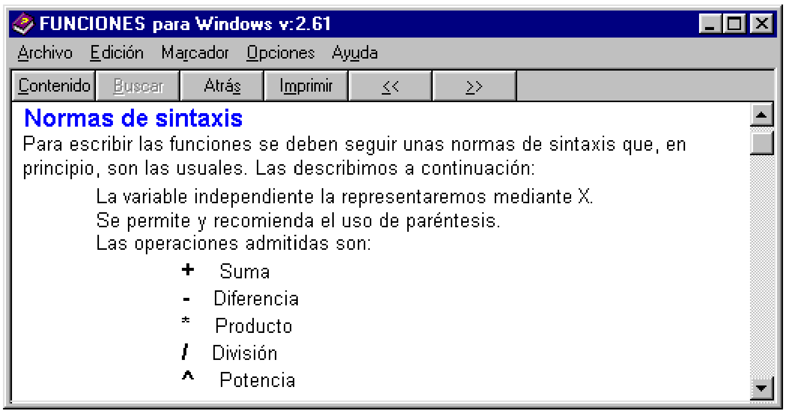
Se presentan los enunciados completos de las guías de estudio utilizadas con los alumnos cada semana, en la segunda sesión presencial.

Guía de Estudio 1:

Funciones

Las siguientes actividades se resuelven utilizando ***Funciones para Windows*** versión 2.7 que es un programa de tipo freeware que representa gráficamente funciones definidas de forma explícita. Puede obtenerse gratuitamente desde la página http://www.lagares.org.

Para interiorizarse en su uso, puede recurrir al menú de ayuda presionando el botón correspondiente en la pantalla principal o a través de la tecla F1, una vez que se presenta el gráfico en pantalla. En este menú, en el ítem correspondiente a funcionamiento, pueden observarse las normas de sintaxis que deben tenerse en cuenta para escribir las expresiones de las funciones:



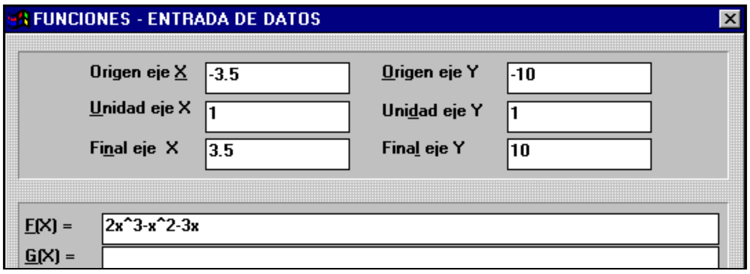
En algunas de las actividades que se presentan, debajo de las mismas y recuadrados, se encuentran los comandos propios del programa que puede utilizar para corroborar sus respuestas.

Actividad 1

a) Represente gráficamente la ley $f(x) = 2x^3 - x^2 - 3x$.

Para ello siga la siguiente secuencia:

- Respetando las normas de sintaxis, introduzca $2x^3 - x^2 - 3x$ en el cuadro correspondiente a la función F(x).
- Considere los siguientes intervalos y escalas para los ejes x e y.



- Para visualizar la gráfica, haga "click" en **Aceptar**.
- Si desea volver al menú anterior, haga "click" en **Archivo** y luego en **Cambiar funciones o parámetros**.

b) Considerando que esta ley está definida en los números reales, determine cuál es el conjunto más grande para el cual la misma define una función. (*Para responder a este ítem, en la ventana correspondiente a la entrada de datos puede modificar cualquiera de los valores correspondientes a la unidad de escala, al origen o al final de uno o ambos ejes).*

c) De acuerdo a la respuesta del ítem **b)**, observando la gráfica y modificando convenientemente la unidad de escala y los intervalos de x e y, determine el conjunto de imágenes.

Actividad 2

Para cada una de las siguientes funciones, considere distintos intervalos y escalas para ambos ejes hasta encontrar la ventana de graficación más apropiada. Enuncie los elementos que tiene en cuenta para determinarla.

a) $f(x) = x^2 + 5$ **b)** $g(x) = x^3 - 25x$

Actividad 3

Represente la función $f(x) = x^2 - 4x + 9$ en cada uno de los intervalos indicados y determine en cuál de ellos se obtiene la mejor representación gráfica. Justifique su respuesta en cada caso.

a) Eje x: [–3, 3]	**b)** Eje x: [–7, 7]	**c)** Eje x: [–3, 20]	**d)** Eje x: [–50, 50]
Eje y: [–3, 3]	Eje y: [–7, 7]	Eje y: [–3, 20]	Eje y: [–5, 50]

¿Propondría otros intervalos de graficación más adecuados? Justifique

Actividad 4

a) Represente gráficamente las leyes que se dan a continuación teniendo en cuenta los intervalos indicados y considerando para ambos ejes la unidad de escala igual a uno.

i) $f(x) = 2x - 2$	**ii)** $g(x) = -x^2 + 4x - 3$	**iii)** $g(x) = 2.\sqrt{x-3}$
Eje x: [–5, 5]	Eje x: [–2, 6]	Eje x: [–2, 8]
Eje y: [–5, 5]	Eje y: [–6, 4]	Eje y: [–2, 8]

b) Considerando que las leyes están definidas en los números reales, determine cuál es el conjunto para el cual cada una de ellas define una función.

c) De acuerdo a la respuesta del ítem **b)**, observando la gráfica y modificando convenientemente la unidad de escala y los intervalos de x e y, determine el conjunto de imágenes.

Actividad 5

Represente gráficamente la ley $f(x) = x - 2$ considerando intervalos y unidad de escala adecuados para x e y. Observando la gráfica:

a) Analice las condiciones para que sea función.

b) Determine el dominio y conjunto de imágenes.

c) Indique para qué valores del dominio $f(x) > 0$. (*Gráficamente esto equivale a indicar las abscisas de los puntos que se encuentran por encima del eje x).*

d) Indique para qué valores del dominio $f(x) < 0$. (*Gráficamente esto equivale a indicar las abscisas de los puntos que se encuentran por ……………. del eje x).*

e) Indique para qué valores del dominio $f(x) = 0$. (*Gráficamente esto equivale a indicar las abscisas de los puntos que se encuentran ……………. el eje x).*

> Con el gráfico en pantalla, presionando en la barra superior **1fu.**, seleccione ***I*magen...** para obtener la imagen de la función para un valor de x determinado. Por defecto comienza calculando la imagen en x = 0. En el menú que aparece en la parte inferior de la pantalla, presionando **<-i** o **d->** se pueden observar las imágenes de valores de x situados a la izquierda o a la derecha del anterior.
>
> Para calcular los valores de x para los cuales f(x) = 0, también puede seleccionar el comando ***Raíces***. Luego de visualizar la primera, en el menú que aparece en la parte inferior de la pantalla, deberá presionar el botón **Continuar**, para obtener las siguientes.

Actividad 6

Represente gráficamente la ley $f(x) = x^2 - 6x + 5$ considerando intervalos adecuados para x e y .

Analice las condiciones para que sea función y determine:

a) el dominio y conjunto de imágenes.

b) para qué valores del dominio $f(x) > 0$.

c) para qué valores del dominio $f(x) < 0$.

d) para qué valores del dominio $f(x) = 0$.

e) las abscisas de los puntos para los cuales $f(x) = 5$.

f) las abscisas de los puntos para los cuales $f(x) = f(2)$.

g) los valores del dominio para los cuales $f(x) < -4$.

h) los valores del dominio para los cuales $f(x) \geq -4$.

Guía de Estudio 2:

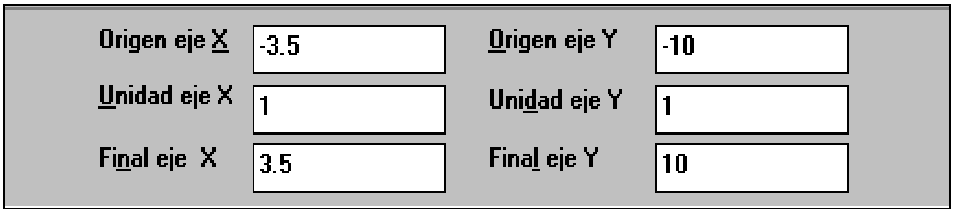
Transformaciones de las Funciones Escalares Algebraicas

Actividad 1

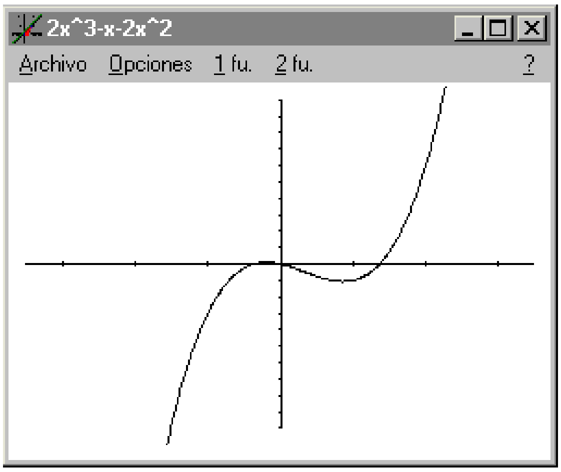
a) Represente gráficamente la función $f : R \rightarrow R \,/\, f(x) = 2x^3 - x - 2x^2$

Para ello siga la siguiente secuencia:

- Respetando las normas de sintaxis, introduzca $2x^3 - x - 2x^2$ en el cuadro correspondiente a la función F(x) (el software utiliza mayúsculas para la notación de funciones).
- Considere los siguientes rangos y escalas para los ejes x e y.



- Haga "click" en **Aceptar** y podrá visualizar la gráfica de la función.



- Para volver a la pantalla anterior haga "click" en **Archivo** y luego en **Cambiar funciones o parámetros**.

Importante: De aquí en adelante, para simplificar, se denominará a la función anterior simplemente f(x).

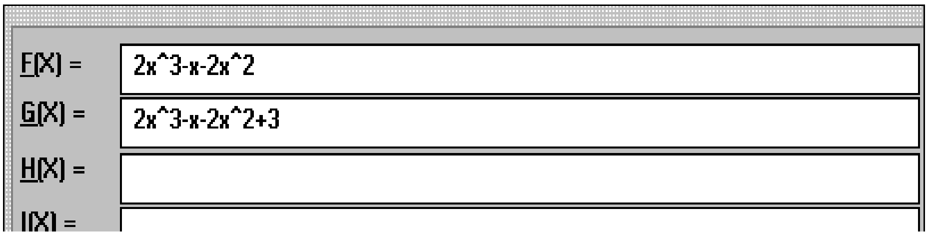
b) Represente gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

b_1) $g(x) = f(x) + 3$ **b_2)** $h(x) = f(x) + 1$ **b_3)** $i(x) = f(x) - 2$

b_4) $j(x) = f(x) - 5$ **b_5)** $k(x) = f(x) + 5$

Para ello introduzca las ecuaciones en los 5 campos siguientes al de f(x). Si no quiere repetir la expresión $2x^3 - x - 2x^2$, puede ayudarse con los comandos "copiar" (ctrl + c) y luego "pegar" (ctrl + v).

Por ejemplo, para graficar la función pedida en **b_1)** “pinte” la expresión escrita en el cuadro de F(x) arrastrando el mouse y luego presione las teclas “Control” y “c” de manera simultánea (para copiar). Ubique el cursor en el cuadro correspondiente a G(x) y presione simultáneamente las teclas “Control” y “v” (para pegar). Luego escriba “+3”.



Observe las gráficas y complete:

- Se ha graficado siempre la misma función pero variando ....
- Con respecto a la gráfica de f(x):
- La gráfica de la función g(x) se traslada .... unidades hacia ....
- La gráfica de la función h(x) se traslada .... unidades hacia ....
- La gráfica de la función i(x) se traslada .... unidades hacia ....
- La gráfica de la función j(x) se traslada .... unidades hacia ....
- La gráfica de la función k(x) se traslada .... unidades hacia ....

¿Qué puede decir con respecto a las gráficas de la función f(x) y f(x) + c, siendo c una constante real distinta de cero?

Actividad 2

Siguiendo el mismo procedimiento represente gráficamente:

$$f : R - \{1\} \to R \;/\; f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{3x - 3}$$

tomando como unidad sobre los dos ejes: **1**, rango para la variable x: **–4,5** a **4,5** y rango para la variable y: **–10** a **10** .

Grafique en el mismo sistema cinco funciones que cambien con respecto a f(x) únicamente en el término independiente.

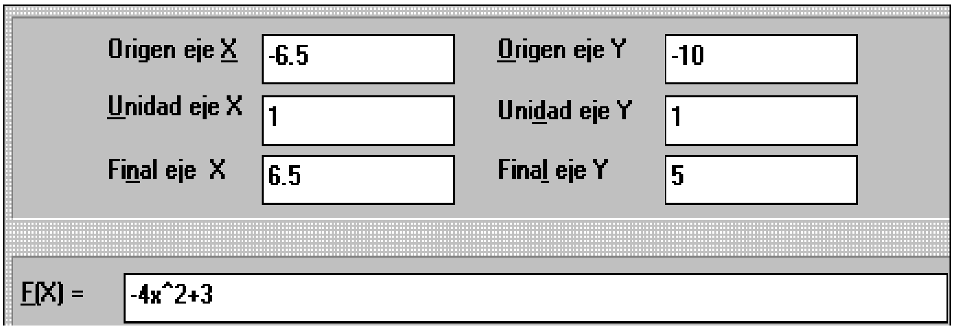
¿Puede observar lo mismo que en la actividad 1?

<u>CONCLUSIÓN</u>:

....

Actividad 3

Grafique la función f: R $\to$ R / x $\to$ $-4x^2 + 3$ modificando los valores de los ejes como se muestran a continuación:

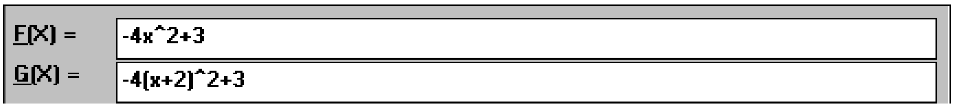


Luego represente:

a) g(x) = f(x + 2) **b)** h(x) = f(x + 3,5) **c)** i(x) = f(x – 1,5)

d) j(x) = f(x – 4) **e)** k(x) = f(x – 5)

Para ello tenga en cuenta:



Observe las gráficas y conteste:

- Al sumar 2 unidades a la variable x, la gráfica de la función f(x) se traslada .... unidades hacia la ....
- Al sumar 3,5 unidades a la variable x, la gráfica de f(x) se traslada .... unidades hacia la ....
- Al restar 1,5 unidades a la variable x, la gráfica de f(x) se traslada .... unidades hacia la ....
- Al restar 4 unidades a la variable x, la gráfica de f(x) se traslada .... unidades hacia la ....
- Al restar 5 unidades a la variable x, la gráfica de f(x) se traslada .... unidades hacia la ....
- ¿Sufre alguna transformación la forma de la gráfica de la función? ....

Actividad 4

Grafique $f : R \rightarrow R \ / \ f(x) = -2x^5 + x$. Luego, en el mismo sistema y en el orden dado represente:

a) g(x) = f(x + 3) **b)** h(x) = f(x + 1) **c)** i(x) = f(x + 0,5)

d) j(x) = f(x – 1) **e)** k(x) = f(x – 2,5)

Observe las gráficas y compare los resultados con los de la actividad anterior.

Si, en general, se grafica f(x + c), ¿Cómo influye el parámetro **c** sobre la curva?

Si c > 0 ....

Si c < 0 ....

Actividad 5

Represente gráficamente la función $f(x) = -2x^2 - 4x$, cuyo dominio D = {.......} y luego, en el mismo sistema:

a) $g(x) = 2.f(x)$ **b)** $h(x) = \frac{1}{2}.f(x)$ **c)** $i(x) = -2.f(x)$ **d)** $j(x) = -\frac{1}{2}.f(x)$

Elija los rangos que resulten adecuados para las funciones a representar.

Complete la siguiente tabla:

x	f(x)	g(x)	h(x)	i(x)	j(x)
–2					
–1					
0					
1					

- Para graficar $g(x) = 2.f(x)$ se debe .... el valor de cada ordenada de f(x) por ....
- Para graficar $h(x) = \frac{1}{2}.f(x)$ se debe .... el valor de cada ordenada de f(x) por ....
- Para graficar $i(x) = -2.f(x)$ se debe .... el valor de cada ordenada de f(x) por ....
- Para graficar $j(x) = -\frac{1}{2}.f(x)$ se debe .... el valor de cada ordenada de f(x) por..........

Actividad 6

Represente gráficamente en un mismo sistema las siguientes funciones, eligiendo los rangos adecuados:

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ **b)** $g(x) = \frac{1}{(x+3)^2}$ **c)** $h(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$

d) $i(x) = \frac{1}{x^2} + 2$ **e)** $j(x) = \frac{1}{x^2} - 1$ **f)** $k(x) = \frac{1}{(x+3)^2} + 2$

Exprese simbólicamente las transformaciones que deben aplicarse sobre la función f(x) para obtener las demás funciones y explique las modificaciones que sufren las gráficas.

Guía de Estudio 3:
Función de Primer Grado

Actividad 1

Dada la función definida en el conjunto de los números reales, f(x) = mx + h, m es la …..…… ………… y h la ……………………………..…………..

Represente gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = x + 3$ $\quad g(x) = 2x + 3$ $\quad h(x) = \frac{1}{2}x + 3$ $\quad i(x) = -3x + 3$ $\quad j(x) = -\frac{3}{2}x + 3$

Observación: es conveniente que incorpore las funciones de a una a la vez para poder observar mejor el comportamiento de las gráficas a partir de las modificaciones que realiza.

a) Indique la característica que presentan las gráficas. ……………………………………… ……………………………………………………………………..

b) El parámetro que se mantiene constante es ……………………….………… y el que ha variado es …..

c) Las coordenadas del punto que caracteriza a estas gráficas son: P(…., ….)

Actividad 2

a) Escriba la expresión algebraica de cuatro funciones cuyas gráficas pasen por el punto P(0, –2)

f(x) = ………… g(x) = ………… h(x) = ………… i(x) = …………

b) Para verificar sus respuestas, represente gráficamente las mismas en un mismo sistema coordenado.

Actividad 3

a) Escriba la expresión matemática de dos funciones cuyas gráficas pasen por el punto P(0, 0)

f(x) = ………… g(x) = …………

b) Realice las gráficas y verifique su respuesta.

Actividad 4

Represente gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = 2x$ $\quad g(x) = 2x + 2$ $\quad h(x) = 2x + 5$ $\quad i(x) = 2x - 1$ $\quad j(x) = 2x - 3$

a) Indique la característica que presentan las gráficas. ………………………………………
……………………………………………………………..

b) El parámetro que se mantiene constante es …………………………………. y el que ha variado es ....

c) Las gráficas de estas funciones son …………………………………………………………

Actividad 5

a) Escriba la expresión matemática de dos funciones cuyas gráficas sean paralelas y de manera tal que las respectivas ordenadas al origen sean opuestas y fraccionarias.

f(x) = ………… g(x) = …………

b) Realice las gráficas y verifique su respuesta.

Actividad 6

Representa gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado:

$f(x) = 2x$ $g(x) = -\frac{1}{2}x$

a) Indique la característica que presentan las gráficas. ……………………………………
…………………………………………………………………………

a) ¿Cuál es la propiedad que verifican las pendientes de estas funciones?
………………………………………………………………………..

Actividad 7

a) Escriba la expresión matemática de dos funciones cuyas gráficas sean perpendiculares y de manera tal que las respectivas ordenadas al origen sean opuestas y enteras.

f(x) = ………… g(x) = …………

b) Realice las gráficas y verifique su respuesta.

Actividad 8

a) Represente gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado:

$f(x) = 5x$ $f(x) = x + 2$ $f(x) = 3x$ $f(x) = x - 1$ $f(x) = \frac{x+2}{3}$

b) Indique si pasan o no por el origen de coordenadas.

Guía de Estudio 4:

Función de Segundo Grado

Actividad 1

Represente la función $f(x) = x^2 + 1$

a) Determine el dominio D = ………….. y conjunto de imágenes, CI = …………………

b) Usando comandos propios del programa calcule:

$f(1) =$ ….. $f(-1) =$ ….. $f(2) =$ ….. $f(-2) =$ ….. $f(3) =$ ….. $f(-3) =$ …..

¿Qué conclusión puede extraer de lo anterior? Justifique su respuesta.

………………………………………………………………………………………………………

c) La función es creciente en ……………….. y decreciente en …………………

d) Las intersecciones con el eje *x* son: ………………… y con el eje *y* : ……………………

e) La función alcanza un valor (máximo o mínimo): ………………. en x = ………………..

Actividad 2

Represente la función $f(x) = -x^2 - 4x + 6$ y observando la gráfica determine:

a) Vértice: …………………… Eje de simetría: ……………………………

b) Intersección con los ejes coordenados: ………………………………………………….

c) Valor máximo o mínimo de la función: ……………… en x = ………………………………

d) Escriba la expresión factorizada. ………………………. Represéntela gráficamente.

¿Cómo es la gráfica que obtiene con respecto a al representada anteriormente? ………..

e) Complete cuadrados en la función dada……………………….. Represente la función obtenida

¿Cómo es la gráfica que obtiene con respecto a al representada anteriormente? ………..

Actividad 3

Sea la función $f:R \rightarrow R \,/\, f(x) = x^2 - 4$

a) Describa coloquialmente qué transformación debería aplicarle a la función dada f(x) para obtener en cada caso la función g(x).

i) $g(x) = x^2$ **ii)** $g(x) = (x - 4)^2 - 4$ **iii)** $g(x) = 2x^2 - 8$ **iv)** $g(x) = (2x)^2 - 4$

b) Indique las características principales entre las gráficas de f(x) y g(x).

Nota: para responder a los ítems anteriores, es recomendable realizar dos gráficas juntas: la de f(x) y de cada una de las funciones g(x) dadas para analizar detenidamente qué es lo que ocurre.

Actividad 4

Considere la función $y + 4 = (x + 1)^2$.

a) Determine de manera analítica las coordenadas del vértice, las intersecciones con los ejes coordenados, el valor máximo o mínimo de la función.

b) Determine el intervalo de crecimiento……………. y de decrecimiento………………….

c) Utilizando el programa **FW**, realice la gráfica de la función y controle las respuestas del ítem anterior.

Actividad 5

Un fabricante vende en un cierto período, "x" artículos por semana a un precio unitario dado por la expresión $p(x) = 30 - 0{,}1x$ (en pesos). La función $c(x) = 6x + 200$ representa el costo total de producción.

a) Obtenga la función que expresa el ingreso del fabricante.

b) Determine el número de artículos que debe producir para que el ingreso sea máximo. ¿Cuál es dicho ingreso?

c) Utilizando el programa **FW**, realice la gráfica de la función ingreso y controle las respuestas del ítem anterior.

d) Obtenga la función que describe la ganancia del fabricante.

e) Determine la ganancia máxima ¿Qué cantidad de artículos por semana debe vender para obtener dicha ganancia máxima?

f) Utilizando el programa **FW**, realice la gráfica de la función ganancia y controle las respuestas del ítem e).

Actividad 6

Las funciones que representan el costo y el ingreso total (en pesos) para un determinado artículo **q** están dadas por:

$$c(q) = 200 + 20q + 0{,}01q^2 \qquad\qquad i(q) = 60q - 0{,}03q^2$$

a) Determine de manera analítica qué cantidad de artículos "q" maximiza la ganancia ¿Cuál es la ganancia máxima?

b) Represente la función ganancia y corrobore de manera gráfica la respuesta anterior.

c) Represente las tres funciones (ganancia, costo e ingreso) y analice de qué manera puede calcular la cantidad de artículos que maximiza la ganancia.

Actividad 7

Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con velocidad inicial $v_0 = 49$ m/seg. La fórmula que describe el espacio recorrido en función del tiempo es $e(t) = v_0.t - 0{,}5gt^2$, siendo $g = 9{,}8$ m/seg^2.

a) Con los datos del problema escriba la expresión algebraica que describe el movimiento.

b) Realice la gráfica de la función obtenida.

c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota? ¿Cuántos segundos después de haber sido lanzada alcanza esa altura?

d) ¿Cuáles son los ceros de la función? ¿Cómo se interpretan en términos del problema?

e) ¿A qué altura se encuentra la pelota a los 2 segundos de haber sido lanzada? ¿Alcanzará esa altura en algún otro instante?

Guía de Estudio 5:

Función Polinomial

Actividad 1

Represente gráficamente la función $f(x) = 0,5x^3 - x^2 - 2,5x + 3$ y determine:

a) Grado del polinomio: ………………… Este grado, ¿es par o impar? ……………………

b) Signo del coeficiente principal: …………………..

c) El comportamiento de la función :

cuando $x \to \infty$, f(x) ....

cuando $x \to -\infty$, f(x) ....

Actividad 2

Represente gráficamente la función $f(x) = 2x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 8x$ y determine:

a) Grado del polinomio:……………. Este grado, ¿es par o impar? …………………………

b) Signo del coeficiente principal: …………………..

c) El comportamiento de la función:

cuando $x \to \infty$, f(x) ....

cuando $x \to -\infty$, f(x) ....

Actividad 3:

Represente gráficamente la función $f(x) = -2x^3 + x^2 + 4x - 4$ y determine:

a) Grado del polinomio: …………… Este grado, ¿es par o impar? …………………………

b) Signo del coeficiente principal: …………………..

c) El comportamiento de la función:

cuando $x \to \infty$, f(x) ....

cuando $x \to -\infty$, f(x) ....

Actividad 4:

Represente gráficamente la función $f(x) = -12x^5 + 20x^3 - 8x$ y determine:

a) Grado del polinomio: ………… Este grado, ¿es par o impar? …………………………

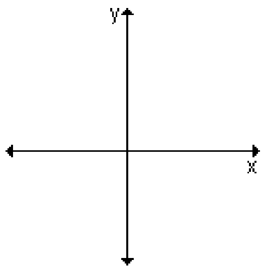
b) Signo del coeficiente principal: …………………..

c) El comportamiento de la función:

cuando $x \to \infty$, f(x) ....

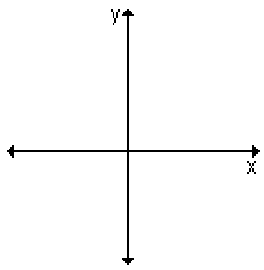
cuando $x \to -\infty$, f(x) ....

Conclusión: El comportamiento de las gráficas de las funciones polinomiales de **grado impar** es: (bosqueje una posible gráfica)



Si el coeficiente principal es positivo:

f(x) → ………. cuando x → …………



Si el coeficiente principal es negativo:

f(x) → ………. cuando x → …….

Actividad 5

Represente la función $f(x) = 0{,}5x^4 + 0{,}5x^3 - 2{,}5x^2 + 0{,}5x - 3$ y determine:

a) Grado del polinomio: ……………. Este grado, ¿es par o impar? …………………………

b) Signo del coeficiente principal: …………………..

c) El comportamiento de la función:

cuando $x \to \infty$, f(x) .... cuando $x \to -\infty$, f(x) ....

Actividad 6

Represente gráficamente la función $f(x) = -4x^6 - 2x^5 + 6x^4$ y determine:

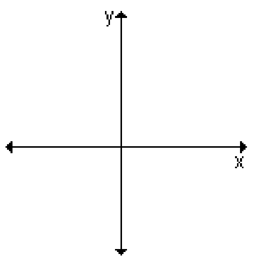
a) Grado del polinomio: ……………. Este grado, ¿es par o impar? …………………………

b) Signo del coeficiente principal: …………………..

c) El comportamiento de la función:

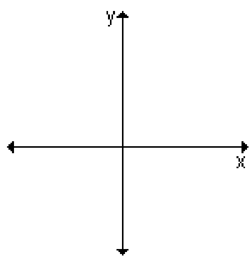
cuando $x \to \infty$, f(x) .... cuando $x \to -\infty$, f(x) ....

Conclusión: El comportamiento de las gráficas de las funciones polinomiales de **grado par** es: (bosqueje una posible gráfica)



Si el coeficiente principal es positivo:

f(x) → ………… cuando x → …………



Si el coeficiente principal es negativo:

f(x) → ………. cuando x → …………

Actividad 7

Represente gráficamente la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Indique el grado: ……………. ¿Cuántos ceros tiene esta función? …………………

b) Determine la intersección con el eje y (ordenada al origen): ....

c) Calcule las intersecciones con el eje x (ceros) e indique el orden de multiplicidad de cada una: ....

d) Analice el comportamiento de la gráfica de la función en cada uno de los ceros en función del orden de multiplicidad de los mismos.

Actividad 8

Represente gráficamente la función $f(x) = -x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 4x - 4$

a) Indique el grado: ……………. ¿Cuántos ceros tiene esta función? …………………

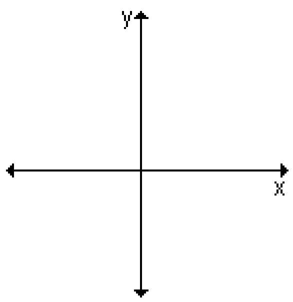
b) Determine la intersección con el eje y (ordenada al origen): ....

c) Calcule las intersecciones con el eje x (ceros) e indique el orden de multiplicidad de cada una: …………………..

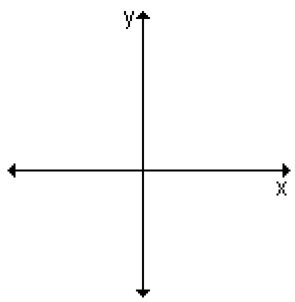
d) Analice el comportamiento de la gráfica de la función en cada uno de los ceros en función del orden de multiplicidad de los mismos.

Conclusión: El comportamiento de las gráficas de las funciones polinomiales es: (bosqueje una gráfica)

Si un cero es de multiplicidad impar, la gráfica …………………………



Si un cero es de multiplicidad par, la gráfica ……………………………….



Función Racional

Actividad 1

Represente gráficamente la función $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ y determine:

a) Dominio: .... Conjunto imagen: ....

b) Intersecciones con el eje x (ceros): ....

c) Intersección con el eje y (ordenada al origen): ....

d) Analice el comportamiento de la función para valores cercanos a x = 3, a la derecha y a la izquierda.

x	2,99	2,999	2,9999	2,99999	3	3,00001	3,0001	3,001	3,01
f(x) $= \frac{x+2}{x-3}$									

Por lo tanto:

- cuando $x \to 3^-$, $f(x) \to$ ....
- cuando $x \to 3^+$, $f(x) \to$ ....

También puede decirse que a medida que x se aproxima a 3 por la izquierda, la función toma valores cada vez más grandes en valor absoluto y negativos; mientras x se aproxima a 3 por la derecha, la función toma valores ……………………….. en valor absoluto y ……………..

La recta vertical x = ……. se llama asíntota ……………………. de la función.

e) Presione en la barra superior **1fu.** y del menú que se despliega al seleccione **Discontinuidades asiladas** ¿Qué obtiene? ……………………………………………………

¿Cómo interpreta el mensaje que aparece? ……………………………………..

¿A qué corresponde la recta de color rojo que queda dibujada? ………………………….

f) Analice el comportamiento de la función para valores grandes de x en valor absoluto:

x	–100000	–10000	–1000	–100	100	1000	10000	100000
f(x) $= \frac{x+2}{x-3}$								

Por lo tanto:

- cuando $x \to +\infty$, $f(x) \to$ ....
- cuando $x \to -\infty$, $f(x) \to$ ....

También puede decirse que a medida que el $|x|$ se hace cada vez más grande, f(x) se acerca cada vez más a …….. La recta horizontal y = ……. se llama asíntota ………… de la función.

Actividad 2

Represente gráficamente la función $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x+1}$ y determine:

a) Dominio: .... Conjunto imagen: ....

b) Intersecciones con el eje x (ceros): ....

c) Intersección con el eje y (ordenada al origen): ....

d) Analice el comportamiento de la función para valores cercanos a $x=-1$, a la derecha y a la izquierda.

↳ cuando $x \to -1^-$, $f(x) \to$ .... ↳ cuando $x \to -1^+$, $f(x) \to$ ....

Por lo tanto, la asíntota vertical es …………………………

e) Analice el comportamiento de la función para valores grandes de x en valor absoluto.

↳ cuando $x \to +\infty$, $f(x) \to$ ....

↳ cuando $x \to -\infty$, $f(x) \to$ ....

Por lo tanto, la asíntota horizontal es …………………………

f) Realice la división entre el polinomio del numerador y el del denominador.

Cociente: ……………………… Resto: …………………………

g) Vuelva al menú de entrada de datos y en el espacio correspondiente a la función G(x) copie la expresión que obtuvo como resultado del cociente en el punto anterior y presione luego “Aceptar”.

¿Qué es lo que obtiene? ¿Qué nombre recibe la última gráfica realizada? ………………..

Actividad 3

Represente gráficamente la función $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ y determine:

a) Dominio: .... Conjunto imagen: ....

b) Intersecciones con el eje x (ceros): ....

c) Intersección con el eje y (ordenada al origen): ....

d) Analice el comportamiento de la función para valores cercanos a $x=2$,

↳ cuando $x \to 2^-$, $f(x) \to$ .... ↳ cuando $x \to 2^+$, $f(x) \to$ ....

¿Qué conclusión puede extraer? ………………………………………………………………

e) Analice el comportamiento de la función para valores grandes de x en valor absoluto.

↳ cuando $x \to +\infty$, $f(x) \to$ .... ↳ cuando $x \to -\infty$, $f(x) \to$ ....

f) Seleccione del menú superior Discontinuidades aisladas ¿Qué obtiene? …………………

¿Cómo interpreta el mensaje que aparece? ……………………………………..

Actividad 4

Represente gráficamente la función $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ y determine:

a) Dominio: .... Conjunto imagen: ....

b) Intersecciones con el eje x (ceros): ....

c) Intersección con el eje y (ordenada al origen): ....

d) Analice el comportamiento de la función para valores cercanos, por derecha y por izquierda, a cada uno de los valores que excluye del dominio. …………………………..

………………………………..………………………..………………………..................

e) Analice el comportamiento de la función para valores grandes de x en valor absoluto.

- cuando $x \to +\infty$, $f(x) \to$ .... cuando $x \to -\infty$, $f(x) \to$ ....

f) Determine las asíntotas verticales y horizontales: ………………………………………..

g) Seleccione del menú superior Discontinuidades aisladas ¿Qué obtiene? …………….

¿Cómo interpreta los mensajes que aparecen? ………………………………………………..

h) Indique si la función dada tiene asíntota oblicua. Justifique su respuesta. ……………

Actividad 5

Una población se calcula en el momento t mediante la expresión $p(t) = \frac{a\,t^2}{t^2 + 1}$ donde “a” es una constante determinada por la especie de la que se trate.

a) Grafique y = p(t) para distintos valores de “a” y describa el efecto que tiene sobre la curva.

b) ¿Qué sucede con la población cuando t aumenta de manera infinita?

Guía de Estudio 6:
Función Exponencial

Actividad 1

Grafique en un mismo sistema cartesiano los pares de funciones:

a)i) $f(x) = 3^x$ **b)i)** $f(x) = 2^x$ **c)i)** $f(x) = e^x$

ii) $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ **ii)** $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ **ii)** $g(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

Nota: Para representar gráficamente la función del inciso **c)i)** debe escribir en el recuadro correspondiente a la función F(x): **exp(x)** y para el inciso **c)ii)** debe escribir **1/ exp(x)**

Observe las gráficas anteriores y conteste:

Dominio $D = \{.........\}$ Conjunto Imagen $CI = \{..........\}$

Para a > 1 (*tache lo que no corresponde*)

- La gráfica es una función: ✗ creciente ✗ decreciente
- La ordenada al origen es $y =$ ....

Para 0 < a < 1 (*tache lo que no corresponde*)

- La gráfica es una función: ✗ creciente ✗ decreciente
- La ordenada al origen es $y =$ ....

Compare las gráficas de dos funciones donde los respectivos valores de a son recíprocos y obtenga conclusiones ....

Actividad 2

Represente en un mismo sistema las siguientes funciones del tipo $y = k.a^x$ para los valores dados en cada caso

a) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ **b)** $g(x) = 2.\left(\frac{1}{4}\right)^x$ **c)** $h(x) = -3.\left(\frac{1}{4}\right)^x$

d) $i(x) = \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{4}\right)^x$ **e)** $j(x) = -\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{4}\right)^x$ **f)** $k(x) = -\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{4}\right)^x$

Complete:

Dominio $D = \{..........\}$ Conjunto Imagen $CI = \{.........\}$

¿Cómo influye el parámetro k sobre la curva?

- Si $0 < k < 1$ ....
- Si $k > 1$ ....
- Si k es negativo ....

Actividad 3

Represente en un mismo sistema las siguientes funciones:

a) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ **b)** $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2$ **c)** $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1{,}5$

d) $i(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$ **e)** $j(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$ **f)** $k(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 0{,}5$

Complete:

Dominio $D = \{..........\}$ Conjunto Imagen $CI = \{.........\}$

Si en general, se representa con $y = a^x + h$ ¿Cómo influye el parámetro h en la función con respecto a $y = a^x$?

• Si $h > 0$ ....

• Si $h < 0$ ....

Actividad 4

Represente gráficamente:

a) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ **b)** $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3}$ **c)** $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+5}$

d) $i(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}$ **e)** $j(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5}$ **f)** $k(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

Complete:

Dominio $D = \{..........\}$ Conjunto Imagen $CI = \{.........\}$

- Si a la variable x se le suman k unidades, la gráfica de $y = a^x$ se traslada ..... unidades hacia la ....
- Si a la variable x se le restan k unidades, la gráfica de $y = a^x$ se traslada .... unidades hacia la ....

Actividad 5

Un trabajador común en una fábrica puede producir f(t) unidades por día después de t días de haber ingresado al trabajo, donde $f(t) = 50(1 - e^{-0,34t})$

a) ¿Cuántas unidades por día puede producir el trabajador novato al ingresar a este trabajo?

b) ¿Cuántas unidades se espera que produzca luego de 7 días de trabajo?

c) ¿Cuántas unidades se espera que produzca después de muchos años de trabajo?

d) Realice la gráfica de la función eligiendo intervalos adecuados de graficación. Indique cuál es la asíntota horizontal y grafíquela con a la anterior.

Actividad 6

En cierta población la propagación del virus de la gripe fue tal que luego de t semanas de su brote f(t) personas se habían contagiado, donde $f(t)=\dfrac{45000}{1+224\,e^{-0,9t}}$

a) ¿Cuántas personas tenían gripe en el momento del brote?

b) ¿Cuántas luego de 3 semanas? ¿y de 10 semanas?

c) Si la epidemia continúa indefinidamente, ¿cuántas personas contraerán la enfermedad?

d) Realice la gráfica de la función eligiendo intervalos adecuados de graficación. Indique cuál es la asíntota horizontal y grafíquela con a la anterior.

Guía de Estudio 7:

Función Logarítmica

Nota: Para representar cualquier función logarítmica cuya base no sea 10 o el número e, se debe usar la fórmula de cambio de base: $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b} = \frac{\log x}{\log b}$.

Actividad 1

Represente gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_2 x$ $g(x) = \log_{1,5} x$ $h(x) = \log_3 x$ $i(x) = \log_{2,5} x$ $j(x) = \log_5 x$

Observación: es conveniente que incorpore las funciones de a una a la vez para poder observar mejor el comportamiento de las gráficas a partir de las modificaciones que realiza.

Indique las características que presentan las gráficas……… ……..……………………….

Actividad 2

Represente gráficamente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ $i(x) = \log_{\frac{5}{8}} x$ $j(x) = \log_{0,75} x$

Indique las características que presentan las gráficas ……………….………………………..

Actividad 3

Teniendo en cuenta lo observado en las actividades 1 y 2, complete:

Al representar la función $y = \log_a x$, con $a > 0$ y $a \neq 1$

Si 0 < a < 1 *(tache lo que no corresponde)*

- La función es : ✗ creciente ✗ decreciente
- La abscisa al origen es x = ...

Si a > 1 *(tache lo que no corresponde)*

- La función es : ✗ creciente ✗ decreciente
- La abscisa al origen es x = ...

Actividad 4

Represente la función $f(x) = \log_4 x$, y, en el mismo sistema $g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

Compare las gráficas y obtenga conclusiones. ....

....

Actividad 5

a) Represente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_2 x$ $\quad$ $g(x) = \log_2 (x - 1)$ $\quad$ $h(x) = \log_2 (x - 3)$

Indique para cada una el dominio, conjunto de imágenes, intersecciones con los ejes coordenados, crecimiento o decrecimiento y asíntota vertical.

b) Represente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_2 x$ $\quad$ $g(x) = \log_2 (x + 1)$ $\quad$ $h(x) = \log_2 (x + 3)$

Indique para cada una el dominio, conjunto de imágenes, intersecciones con los ejes coordenados, crecimiento o decrecimiento y asíntota vertical.

c) Si en general se representa la función $f(x) = \log_a (x - m)$, donde $m \in R$, ¿cómo influye el valor de "m" en la gráfica de la función $y = \log_a x$?

Actividad 6

a) Represente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_2 x$ $\quad$ $g(x) = \log_2 x - 1$ $\quad$ $h(x) = \log_2 x - 3$

Indique para cada una el dominio, conjunto de imágenes, intersecciones con los ejes coordenados, crecimiento o decrecimiento y asíntota vertical.

b) Represente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_2 x$ $\quad$ $g(x) = \log_2 x + 1$ $\quad$ $h(x) = \log_2 x + 3$

Indique para cada una el dominio, conjunto de imágenes, intersecciones con los ejes coordenados, crecimiento o decrecimiento y asíntota vertical.

c) Si en general se representa la función $f(x) = \log_a x + n$, donde $n \in R$, ¿cómo influye el valor de "n" en la gráfica de la función $y = \log_a x$?

Actividad 7

a) Represente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_2 x$ $\quad$ $g(x) = 3.\log_2 x$ $\quad$ $h(x) = 0{,}5.\log_2 x$

Indique para cada una el dominio, conjunto de imágenes, intersecciones con los ejes coordenados, crecimiento o decrecimiento y asíntota vertical.

b) Represente las siguientes funciones en el mismo sistema coordenado y en el orden dado:

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ $\quad$ $g(x) = 3.\log_{\frac{1}{2}} x$ $\quad$ $h(x) = 0{,}5.\log_{\frac{1}{2}} x$

Indique para cada una el dominio, conjunto de imágenes, intersecciones con los ejes coordenados, crecimiento o decrecimiento y asíntota vertical.

c) Si en general se representa la función $f(x) = k.\log_a x$, donde $k \in R$, $k \neq 0$, ¿cómo influye el valor de "k" en la gráfica de la función $y = \log_a x$?

d) ¿Qué ocurre con la gráfica de la función si k es negativo?

Guía de Estudio 8:

Funciones Trigonométricas

Actividad 1

Considere como dominio al conjunto D = [0, 2π] y conjunto imagen [–1, 1] y grafique las siguientes funciones:

a) $f(x) = \cos x$ **b)** $g(x) = \cos(2x)$ **c)** $h(x) = \cos(3x)$

d) $i(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ **e)** $j(x) = \cos\left(-\frac{1}{2}x\right)$ **f)** $k(x) = \cos\left(-\frac{1}{3}x\right)$

En general, al graficar $y = \cos(cx)$

- Describa cómo influye el parámetro c en la curva

....

....

- Enuncie lo que sucede si c es negativo

....

....

Actividad 2

Elija el dominio y conjunto imagen adecuado y grafique en un mismo sistema las funciones del tipo $y = a \cos x$

a) $f(x) = \cos x$ **b)** $g(x) = 2\cos x$ **c)** $h(x) = 3\cos x$

d) $i(x) = \frac{1}{2}\cos x$ **e)** $j(x) = -\frac{1}{2}\cos x$ **f)** $k(x) = -\frac{1}{3}\cos x$

Compare la gráfica de la función representada en **a)** con las de los otros incisos y extraiga conclusiones.

- Si $a > 0$ ....
- Si $a < 0$ ....

Actividad 3

Grafique las funciones en un mismo sistema cartesiano:

a) $f(x) = \text{sen } x$ **b)** $g(x) = \text{sen}(x - \pi)$ **c)** $h(x) = \text{sen}(x - 2\pi)$

d) $i(x) = \text{sen}(x + \pi)$ **e)** $j(x) = \text{sen}(x + 2\pi)$

Extraiga conclusiones

Actividad 4

Con funciones de la forma $y = \text{sen}x + h$ realice un trabajo parecido al de la actividad 3 y extraiga conclusiones.

Actividad 5

Elija una función $y = a\ \text{sen}[c(x - k)] + h$, con el dominio y conjunto de imágenes adecuado, y analice la influencia de los parámetros.

ANEXO 2: Guías de actividades

Se presentan los enunciados completos de las guías de actividades que los alumnos debían bajar de la plataforma y resolver cada semana.

Guía de Actividades 1:

Funciones

Actividad 1

Determine el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x}$ **b)** $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

Actividad 2

En la página 18 del libro "Funciones" se describen cuatro maneras de expresar una función: coloquial, numérica, gráfica y algebraica. Piense una función que pueda expresarla en estas cuatro formas y descríbalas.

Actividad 3

Si $f(x) = 4x^2 + 1$, calcule:

a) $f(2) =$ **b)** $f\left(\sqrt{3}\right) =$ **c)** $f(2) + f\left(\sqrt{3}\right) =$ **d)** $f\left(2 + \sqrt{3}\right) =$ **e)** $f(2x) =$

Actividad 4

Si $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ 2x - 1 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$ calcule:

a) $f(1) =$ **b)** $f(-1) =$ **c)** $f(-2) =$ **d)** $f(0) =$ **e)** $f(1 - a)$ si $a > 1$

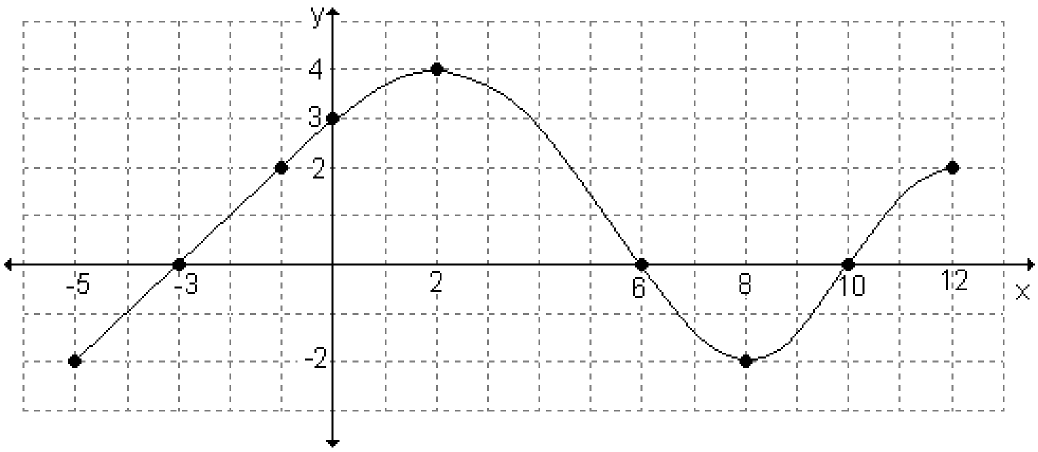
Actividad 5

Sean las funciones $f(x) = 3x$ y $g(x) = 2x^2 - 1$, determine:

a) $(fog)(x) =$ **b)** $(gof)(2) =$ **c)** $(fof)(-1) =$ **d)** $(gog)(0) =$

Actividad 6

Sea la función $f: [-5, 12] \rightarrow R$ definida gráficamente:



a) Determine f(–5) y f(0); f(12) y f(6)

b) f(2), ¿es positivo o negativo? f(8), ¿es positivo o negativo?

c) f(–1), ¿es positivo o negativo?

d) Para qué valores de x se cumple que f(x) = 0?

e) ¿Para qué valores de x se verifica que f(x) > 0?

f) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Cuál el conjunto de imágenes?

g) ¿Cuántas veces la recta y = 3 interseca a la gráfica de f(x)?

Guía de Actividades 2:

Funciones Escalares. Transformaciones

Actividad 1

Para cada una de las siguientes gráficas, determine:

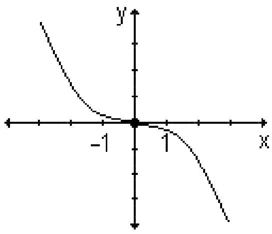
a) dominio y conjunto de imágenes.

b) intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.

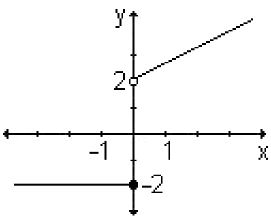
c) si es par o impar. Justifique.

d) las intersecciones con ambos ejes, si es que existen.

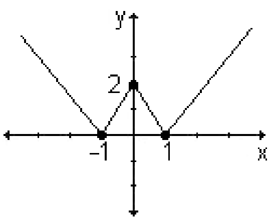
i)



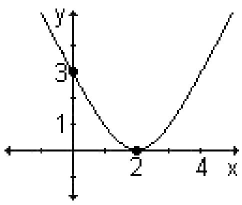
ii)



iii)

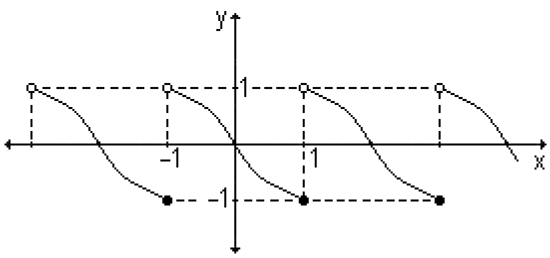


iv)



Actividad 2

Observando la gráfica de la función periódica $f: R \to R$ determine:



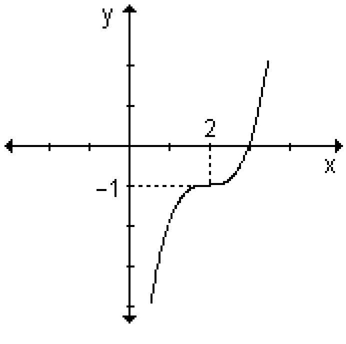
a) el período.

b) el valor mínimo de la función. Escriba en forma genérica en cuáles valores de x lo alcanza.

c) las intersecciones con el eje x. Escríbalas en forma genérica.

Actividad 3

Si la siguiente gráfica corresponde a $f(x) = (x - h)^3 + k$:



a) Determine los valores de h y k

b) Dibuje sin hacer tabla:

i) $f_1(x) = x^3 + k$

ii) $f_2(x) = (x - h)^3$

iii) $f_3(x) = x^3$

Guía de Actividades 3:

Funciones Escalares. Función de Primer Grado

Actividad 1

a) Teniendo en cuenta la gráfica de la función f: R $\rightarrow$ R definida por $f(x) = |x|$, indique las características de la gráfica de $g(x) = |x - 3|$ y de la gráfica de $h(x) = |x| - 3$.

b) Teniendo en cuenta la gráfica de la función f: R – {0} $\rightarrow$ R / $f(x) = \frac{1}{x}$, indique las principales características de la gráfica de las funciones $m(x) = \frac{1}{x+3}$ y $n(x) = \frac{1}{x} + 3$.

Actividad 2

a) Halle la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(2, –3) y $Q\left(5, \frac{3}{2}\right)$:

b) Determine la ecuación de la recta paralela a la obtenida en el ítem a) que pasa por el origen de coordenadas.

Actividad 3

a) Obtenga la ecuación de la recta que pasa por el punto P(3, –1) y es perpendicular a la recta de ecuación $x - 2y - 4 = 0$.

b) Determine si el punto R(3, –2) pertenece a la recta obtenida en el ítem anterior.

Actividad 4

El peso promedio **P** en gramos de un pez en un estanque depende de la cantidad **n** de peces que habitan en el mismo según la ley $P(n) = 500 - 0{,}5n$.

a) Represente gráficamente la función.

b) Determine el peso promedio de un pez si se sabe que en el estanque hay 300 peces.

c) Calcule la cantidad de peces que hay en el estanque si el peso promedio de uno de ellos es de 400 g.

d) ¿Cuál es la cantidad máxima de peces que puede contener el estanque? ¿Por qué?

Guía de Actividades 4:

Función de Segundo Grado

Actividad 1

Sea la función $f(x) = -2x^2 + 12x - 16$:

a) Complete cuadrados y determine las coordenadas del vértice y el eje de simetría.

b) Indique las características de la gráfica a partir de las transformaciones que le aplicaría a la función $y = x^2$.

c) Calcule las intersecciones con los ejes coordenados.

d) Factorice la función dada.

e) Determine el valor máximo o mínimo de la función.

Actividad 2

Un carpintero puede construir bibliotecas a un costo de \$40 cada una. Si las vende a *x* pesos por unidad, la cantidad de bibliotecas que pueden ser vendidas mensualmente es 300 – 2x.

a) Determine la función que describe la ganancia mensual del carpintero en función del precio de venta x de cada biblioteca.

b) Calcule cuál será la ganancia mensual si vende cada biblioteca a \$110.

c) Indique cuál debe ser el precio de venta de cada biblioteca para que la ganancia sea máxima ¿Cuál es esa ganancia?

d) Si en un determinado mes la ganancia fue de \$3600, ¿a qué precio pudo haber estado vendiendo cada biblioteca ese mes?

e) Grafique la función obtenida en el ítem a).

(*Puede hacerlo con el programa funciones y pegarla en el archivo que adjunte)*

Guía de Actividades 5:

Función Polinomial – Función Racional

Actividad 1

Sea la función f(x) = $(x^4 - 5x^2 + 4).(x^2 + x - 2)$:

a) Determine el grado de la función dada.

b) Calcule los ceros y escriba la función en forma factorizada.

c) Analice el signo de la función en cada uno de los intervalos determinados por los ceros.

d) Determine el comportamiento de la función para valores grandes de x, positivos y negativos.

e) Calcule la ordenada al origen.

f) Bosqueje la gráfica.

Actividad 2

Sea la función f(x) = $\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

a) Determine el dominio.

b) Calcule la abscisa al origen y la ordenada al origen.

c) Encuentre, si existen, la o las asíntotas verticales de la función.

d) Encuentre, si existe, la asíntota horizontal de la función.

e) Encuentre, si existe, la asíntota oblicua de la función.

f) Bosqueje la gráfica.

Guía de Actividades 6:

Función Exponencial – Función Logística

Actividad 1

Sea la función $f(x) = 3^{x-2} - 1$

a) Indique el dominio y conjunto de imágenes.

b) Determine la asíntota horizontal.

c) ¿La función es creciente o decreciente?

d) Calcule f(0), f(2) y f(4).

e) Indique las características de la gráfica a partir de las transformaciones que le aplicaría a la función $g(x) = 3^{x}$.

f) Represente gráficamente las dos funciones en un mismo sistema de coordenadas.

Actividad 2

En un colegio, un alumno se enteró que una banda de rock iba a realizar una presentación en la ciudad. Esta información fue comunicada a algunos amigos quienes a su vez la pasaron a otros. Después de transcurridos t minutos, f(t) personas se habían enterado de la noticia.

Si $f(t) = \dfrac{5000}{1 + 4999e^{-0,5t}}$

a) ¿Cuántas personas se habían enterado de la noticia después de 10 minutos? ¿y después de 20 minutos?

b) Transcurrido el tiempo, ¿cuántas personas se enterarán de la noticia?

c) Bosqueje la gráfica.

Guía de Actividades 7:

Función Logarítmica

Actividad 1

Sea la función $f(x) = \log_2 (x - 2)$

a) Indique el dominio y conjunto de imágenes.

b) ¿La función es creciente o decreciente?

c) Calcule $f(2)$, $f(4)$ y $f(10)$.

d) Indique las características de la gráfica a partir de las transformaciones que le aplicaría a la función $g(x) = \log_2 x$.

e) Represente gráficamente las dos funciones en un mismo sistema de coordenadas.

Actividad 2

Sabiendo que $\log 2 \approx 0{,}3010$; $\log 3 \approx 0{,}4771$ y $\log 5 \approx 0{,}6990$, determine:

a) $\log 15 =$ **b)** $\log 12 =$ **c)** $\log \frac{25}{3} =$

Actividad 3

Halle x que verifique:

a) $\log_3 (x + 1) - \log_3 (x - 1) = 1$ **b)** $2^{x^2 + x} = 4^{x^2 - 3}$

ANEXO 3: Foros de reflexión

Se presentan los enunciados completos de los temas de reflexión semanales propuestos en los foros, bajo el nombre: *Para Pensar …*

Para Pensar … 1:

1) Si sólo cuentas con la **gráfica** de una función, describe cómo determinarías el dominio y el conjunto de imágenes de la misma.

2) Si sólo cuentas con la **expresión algebraica** de una función, describe cómo determinarías el dominio y el conjunto de imágenes de la misma.

3) La gráfica de una función, ¿cuántas intersecciones puede tener con el eje de las abscisas **x**?, ¿cuántas con el eje de las ordenadas **y**?

Para Pensar … 2:

1) Si una función cualquiera f(x): [a, b] —> R es creciente, ¿cuántas intersecciones con el eje x puede tener en ese intervalo?

2) Si una función cualquiera g(x): [c, d] —> R es decreciente, ¿cuántas intersecciones puede tener con el eje x?

3) Si una función cualquiera h(x): [r, s] —> R es constante, ¿cuántas intersecciones con el eje x puede tener?

Para Pensar … 3:

1) P es un punto que pertenece a una recta de pendiente $m = -\frac{1}{2}$. Sea Q otro punto de la misma recta que está ubicado 4 unidades a la derecha de P.

Entonces, este punto Q, ¿a cuántas unidades hacia arriba o hacia abajo de P se encuentra?

2) Si R es otro punto de la misma recta que se encuentra ubicado 8 unidades a la izquierda de P, ¿cuántas unidades hacia arriba o hacia abajo de P se encuentra R?

Para Pensar … 4:

1) Si se representa gráficamente una función de segundo grado con vértice en el punto V(-2, 4).

a) ¿Cuántas intersecciones con el eje de las abscisas puede tener? ¿Por qué?

b) ¿Cuántas intersecciones con el eje de las ordenadas? ¿Por qué?

2) Determine la expresión algebraica de una función de segundo grado cualquiera cuyo vértice esté ubicado en el cuarto cuadrante y no interseque al eje de las abscisas.

Para Pensar … 5:

1) Si se representa gráficamente una función polinomial de grado 3,

a) ¿Cuál es el mayor número de intersecciones con el eje de las abscisas que puede tener? ¿Por qué?

b) ¿Cuántas intersecciones puede tener con el eje de las ordenadas? ¿Por qué?

2) Si se representa gráficamente una función polinomial de grado 4,

a) ¿Cuál es el menor número de intersecciones con el eje de las abscisas que puede tener? ¿Por qué?

b) ¿Puede tener sólo tres intersecciones con el eje de las abscisas? Justifique.

c) ¿Cuántas intersecciones puede tener con el eje de las ordenadas? ¿Por qué?

3) La gráfica de cualquier función racional fraccionaria siempre tendrá por lo menos una asíntota vertical ¿Esta expresión es verdadera? Justifica.

Para Pensar … 6:

1) Si una función exponencial del tipo $y = k.a^x$, con $a > 0$, a distinto de 1 y k distinto de 0, interseca al eje de las ordenadas en el punto P(0, 2), ¿cuántas intersecciones con el eje de las abscisas puede tener? ¿Por qué?

2) Si una función exponencial es del tipo $y = 2.a^x + c$, con $a > 0$, a distinto de 1 y c perteneciente a R, ¿cuántas intersecciones con el eje de las abscisas puede tener? ¿Por qué?

Para Pensar … 7:

Sea la función $y = \log_a (x - c)$ donde $a > 0$, a distinto de 1 y c un número real cualquiera.

a) ¿Cuál es la intersección con el eje de las ordenadas?

b) ¿Cuántas intersecciones con el eje de las abscisas puede tener? ¿Cuáles son?

Para Pensar … 8:

1)Sea la función y = sen x. Si consideramos sólo la gráfica de una onda completa en $[0, 2\pi]$

a) ¿Cuál es la intersección con el eje de las ordenadas?

b) ¿Cuántas intersecciones con el eje de las abscisas tiene? ¿Cuáles son?

2) Considere la gráfica de la función y = 2 + sen x.

a) ¿Cuál es la intersección con el eje de las ordenadas?

b) ¿Cuántas intersecciones con el eje de las abscisas tiene? ¿Cuáles son?

ANEXO 4: Cuestionarios

Se presentan los enunciados completos de los cuestionarios propuestos cada semana. Con un tilde (✓) se marcaron las opciones correctas.

Prueba de Opción Múltiple 1:

Funciones

1) La correspondencia entre los conjuntos A y B es una función sí y solo sí:

a) Todos los elementos de A tienen un único correspondiente en B. (✓)

b) A elementos distintos de A le corresponden elementos distintos en B.

c) Todos los elementos de A tienen un correspondiente en B:

2) El dominio de la función $g(x) = (x + 2)^{-1}$ es:

a) R **b)** R – {–2} (✓) **c)** R – {2}

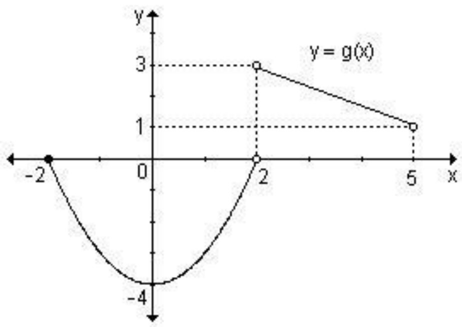
3) El dominio de la función $m(x) = \dfrac{2}{x^2 - 1}$ es:

a) R **b)** R – {1} **c)** R – {–1, 1} (✓)

4) El dominio de la función $q(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ es:

a) [–2, 2] **b)** $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ **c)** $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$ (✓)

5) Observando la gráfica, para que resulte función el dominio de la misma es:



a) [–2, 5]

b) $[-2, 2) \cup (2, 5)$ (✓)

c) [–2, 5)

6) Dada la función f: R → R/f(x) = x + 4, entonces f(x + 4) es igual a:

a) 2x + 8 **b)** 2x + 4 **c)** x + 8 (✓)

7) Dada la función g: R → R/g(x) = 2x – 3, entonces g(2x) es igual a:

a) 4x – 3 (✓) **b)** 2x – 6 **c)** 4x – 6

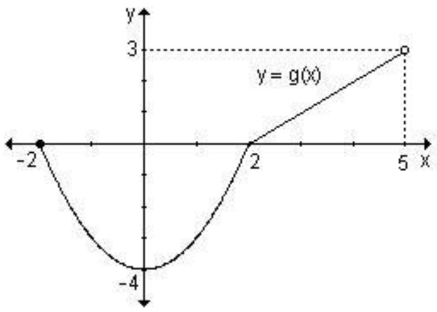
8) Una función es inyectiva si:

a) Todo elemento del conjunto de partida tiene una única imagen.

b) Elementos distintos del dominio tienen una única imagen.

c) A elementos distintos del dominio le corresponden distintas imágenes. (✓)

9) La función g: [–2, 5) $\rightarrow$ [–4, 3), cuya gráfica se observa debajo, es:



a) No inyectiva y sobreyeciva. (✓)

b) Inyectiva y no sbreyectiva.

c) No inyectiva y no sobreyectiva.

10) La función f(x) = x^2 + 1 admite inversa si está definida de:

a) R $\rightarrow$ [1, +∞)

b) $R_0^+ \rightarrow R^+$

c) $R_0^+ \rightarrow [1, +\infty)$ (✓)

11) Sea la función f: R $\rightarrow$ R/f(x) = $\frac{1}{2}x + 3$. Su función inversa es

a) $y = 2x - 3$

b) $y = 2x - 6$ (✓)

c) $y = x - 6$

Prueba de Opción Múltiple 2:
Funciones escalares - Transformaciones

1) Según las operaciones que afectan a la variable, la función g: R $\rightarrow$ R /
$x \rightarrow 5x^2 - \sqrt{3} + \frac{1}{9}x$ se clasifica como:

a) Función escalar algebraica racional fraccionaria.
b) Función escalar algebraica racional entera. (✓)
c) Función escalar algebraica irracional.

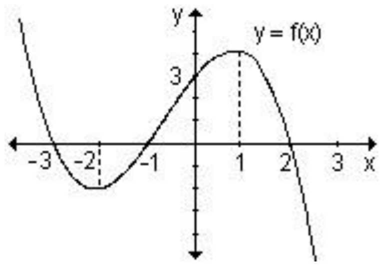
2) Según las operaciones que afectan a la variable, la función f: R – {–3} $\rightarrow$ R /
$f(x) = (x + 3)^{-2} + \ln 5$, se clasifica como:

a) Función escalar algebraica racional fraccionaria. (✓)
b) Función escalar trascendente.
c) Función escalar algebraica racional entera.

3) La función $f(x) = 2x^3 - x$ es:

a) Impar. (✓) **b)** Par. **c)** Ni par ni impar.

4) La función $y = f(x)$ definida gráficamente es creciente en:



a) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

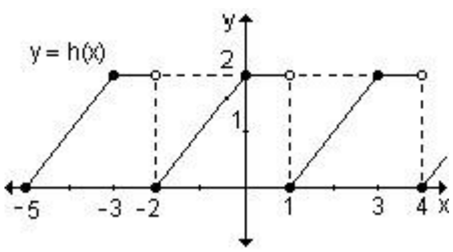
b) $(-\infty, -3) \cup (-1, 2)$

c) $(-2, 1)$ (✓)

5) La función $f(x) = 2x^3 + x^4$ es:

a) Impar. **b)** Par. **c)** Ni par ni impar. (✓)

6) La función periódica $y = h(x)$ definida gráficamente, alcanza el valor mínimo, expresado en forma genérica, en:



a) $x = 1 + 3k,\ k \in Z$ (✓)

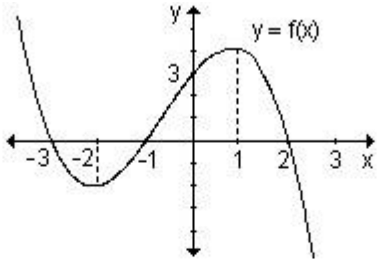
b) $x = 3k,\ k \in Z$

c) $x = 1 + 3k,\ k \in N$

7) Si la función $y = f(x)$ se traslada cuatro unidades hacia la derecha y dos unidades hacia abajo, resulta la función $g(x)$ dada por:

a) $f(x – 4) – 2$ (✓) **b)** $f(x + 4) – 2$ **c)** $f(x – 2) – 4$

8) La función $y = f(x)$ definida gráficamente es positiva en:



a) $(-\infty, -3) \cup (–1, 2)$ (✓)

b) $(–2, 1)$

c) $(–1, 2)$

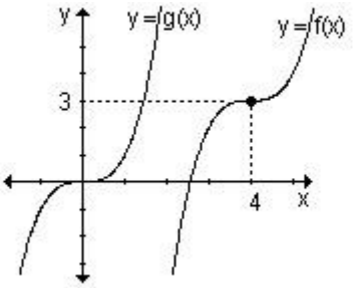
9) La gráfica de $f(x) = 4.(x + 4)^3 – 2$ es congruente con $g(x) = 4x^3$ pero está:

a) desplazada cuatro unidades hacia la derecha y dos unidades hacia arriba.

b) desplazada cuatro unidades hacia la izquierda y dos unidades hacia abajo. (✓)

c) desplazada cuatro unidades hacia la derecha y dos unidades hacia abajo.

10) Dada la gráfica de $g(x) = x^3$, la ley que corresponde a la gráfica de $f(x)$ es:

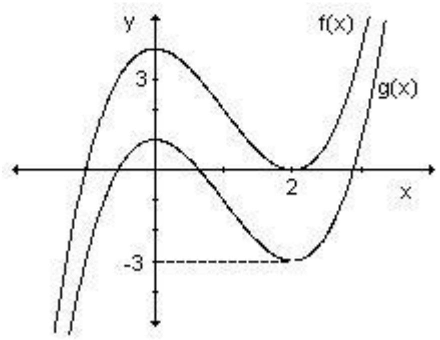


a) $f(x) = (x – 4)^3 + 3$ (✓)

b) $f(x) = (x + 3)^3 + 4$

c) $f(x) = (x + 4)^3 + 3$

11) Dada la gráfica de la función $f(x)$, la ley que corresponde a la gráfica de $g(x)$ es:



a) $g(x) = f(x) + 3$

b) $g(x) = f(x – 3)$

c) $g(x) = f(x) – 3$ (✓)

Prueba de Opción Múltiple 3:

Funciones algebraicas especiales y función de primer grado.

1) El conjunto imagen de la función $f(x) = -2$ es:

a) CI = R – {2} **b)** CI = R – {–2} **c)** CI = {–2} (✓)

2) El dominio de la función $f(x) = \dfrac{1}{6-2x}$ es:

a) D = R **b)** D = R – {–3} **c)** D = R – {3} (✓)

3) El conjunto imagen de la función $f(x) = |x| + 2$ es:

a) CI = [2, +∞) (✓) **b)** CI = R – {2} **c)** CI = R

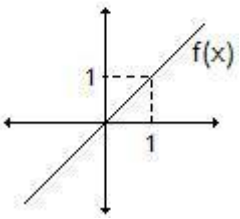
4) El dominio de la función $f(x) = 4$ es:

a) D = R – {–4} **b)** D = R (✓) **c)** D = R – {–4}

5) El dominio de la función $f(x) = |x - 4|$ es:

a) D = R (✓) **b)** D = R – {4} **c)** D = [4, +∞)

6) La grafica de la función y = f(x) corresponde a:



a) función constante.

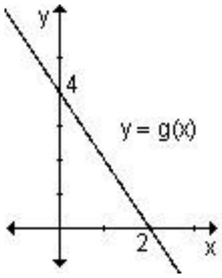
b) función valor absoluto.

c) función identidad. (✓)

7) La función cuya gráfica es una recta que pasa por el punto P(3, –1) y tiene pendiente nula, tiene por expresión algebraica:

a) $f(x) = -1$ (✓) **b)** $f(x) = 1$ **c)** $f(x) = 3$

8) La expresión algebraica de la función y = g(x) definida gráficamente es:



a) $g(x) = -2x + 4$ (✓)

b) $g(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$

c) $g(x) = 2x + 4$

9) La pendiente de la función cuya gráfica pasa pro los puntos P(3, –2) y R(1, 4) es:

a) $m = 3$ **b)** $m = -1$ **c)** $m = -3$ (✓)

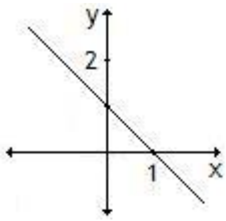
10) La gráfica de una función de primer grado pasa por el punto P(0, 5) y es paralela a la gráfica de $y + 3x - 1 = 0$. Su expresión algebraica es:

a) $y = 3x + 5$ **b)** $y = -3x$ **c)** $y = 5 - 3x$ (✓)

11) La expresión algebraica de una función de primer grado es $5x$ – **k**$y - 4 = 0$. Para que el punto P(1, –2) pertenezca a su gráfica, el valor de **k** debe ser:

a) $k = \frac{1}{2}$ **b)** $k = -\frac{1}{2}$ (✓) **c)** $k = 1$

12) Dada la función de primer grado $y = mx + h$ representada gráficamente, el valor de m es:



a) $m = 1$

b) $m = -2$

c) $m = -1$ (✓)

13) Sea la función de primer grado $x + 3y - 1 = 0$. La expresión algebraica de otra función de primer grado cuya gráfica sea perpendicular a la dada es:

a) $y = \frac{1}{3}x + 9$ **b)** $y = 3x - 4$ (✓) **c)** $y = -3x + 2$

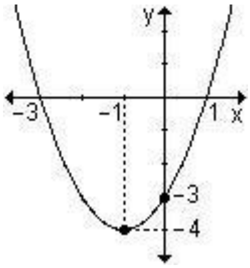
14) Las coordenadas de un punto que pertenece a la gráfica de $f(x) = -\frac{3}{2}x + 1$ son:

a) P(4, –5) (✓) **b)** R(2, 4) **c)** Q(0, –1)

Prueba de Opción Múltiple 4:

Función de segundo grado.

1) Dada la función de segundo grado representada gráficamente, la expresión algebraica es:



a) $f(x) = (x + 1)^2 + 4$

b) $f(x) = (x + 1)^2 - 4$ (✓)

c) $f(x) = (x + 4)^2 - 1$

2) Sea la función de segundo grado $y = 3x^2 - mx - 2$. El valor de **m** para que la gráfica de dicha función corte al eje de las abscisas en $x = 1$, es:

a) $m = -1$ **b)** $m = 0$ **c)** $m = 1$ (✓)

3) Los ceros de la función cuadrática $y = 16 - x^2$ son:

a) $x_1 = 4i$; $x_2 = -4i$ **b)** $x_1 = 8$; $x_2 = -8$ **c)** $x_1 = 4$; $x_2 = -4$ (✓)

4) LA ecuación de segundo grado $-x^2 + 2x + 1 = 0$ tiene:

a) dos raíces reales y distintas. (✓)
b) dos raíces reales e iguales.
c) dos raíces complejas.

5) Para que la gráfica de la función $y = x^2 + 4x + \mathbf{k}$ no interseque al eje de las abscisas, el valor de **k** debe ser:

a) $k > 4$ (✓) **b)** $k = 4$ **c)** $k < 4$

6) La gráfica de la función $y = (x - 3)^2 - 5$ se obtiene de la gráfica de $y = x^2$ trasladándola:

a) 3 unidades a la izquierda y 5 unidades hacia abajo.
b) 3 unidades a la derecha y 5 unidades hacia abajo. (✓)
c) 5 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo.

7) El vértice de la gráfica de la función de segundo grado $y = -x^2 + 4$ es:

a) V(4, 0) **b)** V(0, 4) (✓) **c)** V(0, –4)

Prueba de Opción Múltiple 5:

Función polinomial – Función racional

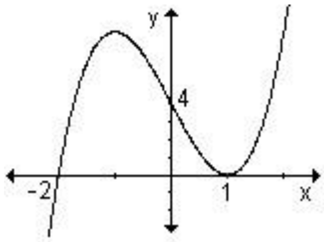
1) En la función polinomial $q(x) = x^4 - x^2 - x^3 + 5x + 4$ se verifica que:

a) $q(-1) > 0$ **b)** $q(-1) = 0$ (✓) **c)** $q(-1) < 0$

2) El polinomio $p(x) = (2\mathbf{m}+3)x^3 + x^2 - x + 5$, es divisible por $(x + 1)$ si el valor de **m** es:

a) $m = -4$ **b)** $m = 0$ **c)** $m = 2$ (✓)

3) La expresión algebraica de la función polinomial de grado tres $y = p(x)$ definida gráficamente, es:



a) $p(x) = 2(x-1)^2.(x+2)$ (✓)

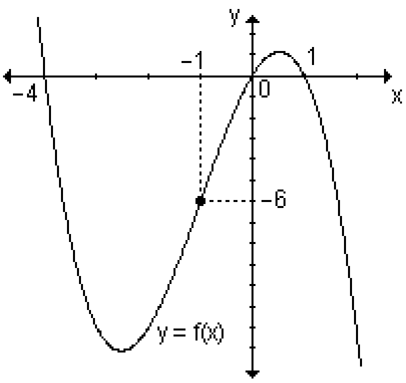
b) $p(x) = 4.(x - 1)^2.(x + 2)$

c) $p(x) = 2(x+1)^2.(x-2)$

4) Dos de las raíces de una función polinomial son $\alpha_1 = -1$ y $\alpha_2 = 2i$. El menor grado que puede tener la función es:

a) 4 **b)** 2 **c)** 3 (✓)

5) La expresión algebraica de la función polinomial $y = f(x)$ definida gráficamente es:



a) $f(x) = -x.(x + 4).(x - 1)$ (✓)

b) $f(x) = -6x.(x + 4).(x - 1)$

c) $f(x) = -x.(x - 4).(x + 1)$

6) Dada la función polinomial $p(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + kx^2$, para que una de sus raíces sea -2, el valor de **k** es:

a) $k = 1$ **b)** $k = 0$ **c)** $k = -5$ (✓)

7) La función polinomial $f(x) = (x + 1)^2.(x - 3)$ es positiva en:

a) $(-1, +\infty)$ **b)** $(3, +\infty)$ (✓) **c)** $(-\infty, 3)$

8) El dominio de la función $g(x) = \dfrac{6x}{x^2 - 9}$ es:

a) D = R – {3} **b)** D = R – {–3, 3} (✓) **c)** D = R – {–3, 0, 3}

9) Una función racional cuyo dominio sea D = R – {2} puede ser:

a) $f(x) = \frac{x-2}{x}$ **b)** $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$ **c)** $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ (✓)

10) El dominio de la función $g(x) = \frac{5x}{25+x^2}$ es:

a) D = R – {–5} **b)** D = R – {–5, 5} **c)** D = R (✓)

11) La gráfica de la función $g(x) = \frac{-2x}{x^3-x}$ tiene como asíntota vertical a:

a) las rectas x = 1, x = 0.

b) las rectas x = –1, x = 1. (✓)

c) las rectas x = –1, x = 0, x = 1.

12) La gráfica de la función $g(x) = \frac{x^2}{4+x^2}$ tiene como asíntota horizontal a:

a) la recta y = 1. (✓)

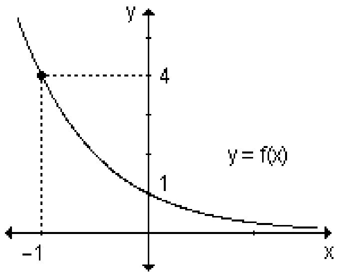
b) la recta $y = \frac{1}{4}$.

c) la recta y = 2.

Prueba de Opción Múltiple 6:

Función exponencial – Función logística

1) La expresión matemática de la función exponencial definida gráficamente es:



a) $f(x) = 4^x$

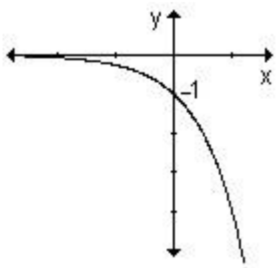
b) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (✓)

c) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$

2) La gráfica de la función $f(x) = 3 + 2^{x-1}$ se obtiene a partir de la gráfica de $g(x) = 2^x$ trasladándola:

a) tres unidades hacia arriba y una unidad hacia la derecha. (✓)
b) tres unidades hacia arriba y una unidad hacia la izquierda.
c) una unidad hacia arriba y tres unidades hacia la derecha.

3) La expresión algebraica de la función exponencial definida gráficamente, es:



a) $f(x) = 3^{-x}$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$

c) $f(x) = -3^x$ (✓)

4) La solución de la ecuación $4^{x-x^2} = \frac{1}{16}$ es:

a) $x = 2$, $x = -1$ (✓) **b)** $x = 2$ **c)** $x = -1$

5) El dominio de la función $f(x) = \dfrac{1}{5 + 3^{x-2}}$ es:

a) $D = R$ (✓) **b)** $D = R - \{2\}$ **c)** $D = R^+$

6) La asíntota horizontal a la gráfica de $f(x) = \dfrac{40}{1 + 7.e^{-x}}$ es:

a) $y = 40$, $y = 0$ **b)** $y = 4$ (✓) **c)** $x = 40$

7) En la función $g(x) = \dfrac{12}{1 + ke^{-x}}$, el valor de k para que interseque al eje de ordenadas en 2 es:

a) $k = 5$ (✓) **b)** $k = 23$ **c)** $k = 0$

8) La ordenada al origen de la función $f(x) = \dfrac{32}{1 + 7.e^{-x}}$ es:

a) P(0, 32) **b)** P(4, 0) **c)** P(0, 4) (✓)

Prueba de Opción Múltiple 7:
Función logarítmica

1) El dominio de la función $f(x) = \log_2(6-2x)$ es:

a) $(3, +\infty)$ **b)** $(-\infty, 3)$ (✓) **c)** $R - \{3\}$

2) La función $g(x) = \ln(8-2x)$ no está definida para los números reales x tales que:

a) $x \in [4, +\infty)$ (✓) **b)** $x \in (-\infty, 4)$ **c)** $x > 4$

3) La función $f(x) = \log_3(x^2 - 9)$ está definida para los números reales x tales que:

a) $0 < x < 3$ **b)** $x < -3 \vee x > 3$ (✓) **c)** $x > 3$

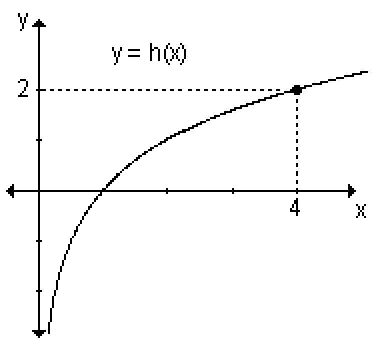
4) La solución de la ecuación $\log_8(x-2) = \frac{2}{3}$ es:

a) $x = 6$ (✓) **b)** $x = 4$ **c)** $x > 2$

5) La solución de la ecuación $\log_3(x+5) - \log_3(x-1) = 1$ es:

a) $x = 3$ **b)** $x = 2$ **c)** $x = 4$ (✓)

6) La expresión matemática de la función logarítmica definida gráficamente es:



a) $h(x) = \log_2 x$ (✓)

b) $h(x) = \log_4 x$

c) $h(x) = \log_2(4x)$

7) La gráfica de la función $g(x) = -2 + \ln(x+3)$ se obtiene de la gráfica de $f(x) = \ln x$ pero trasladándola:

a) dos unidades hacia arriba y tres hacia la izquierda.
b) dos unidades hacia abajo y tres hacia la izquierda. (✓)
c) dos unidades hacia abajo y tres hacia la derecha.

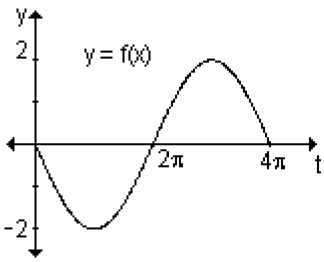
8) Aplicando propiedades, $\log(x.z) =$

a) $\log x.\ \log z$ **b)** $\log(x+z)$ **c)** $\log x + \log z$ (✓)

Prueba de Opción Múltiple 8:

Funciones trigonométricas

1) La expresión matemática de la función y = f(x) definida gráficamente, es:



a) $f(x) = -2.\text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$ (✓)

b) $f(x) = 2.\cos\ \frac{1}{2}(x - \pi)$

c) $f(x) = 2.\text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$

2) Indique cuál de las siguientes expresiones algebraicas corresponde a una función trigonométrica de amplitud 3, período π y fase $\frac{\pi}{2}$ unidades a la izquierda:

a) $g(x) = -3\cos\ 2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

b) $g(x) = -3\cos\ (2x + \pi)$ (✓)

c) $g(x) = 52\cos\ 3\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

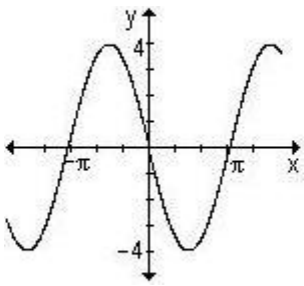
3) La gráfica de la función $f(x) = 5.\text{sen}(3x - \pi)$ está desfasada:

a) $\frac{\pi}{3}$ unidades hacia la izquierda.

b) π unidades hacia la derecha.

c) $\frac{\pi}{3}$ unidades hacia la derecha. (✓)

4) Teniendo en cuenta la gráfica dada, su expresión algebraica es:



a) $f(x) = -4.\text{sen}\ (x + \pi)$

b) $f(x) = -4.\text{sen}\ (x - \pi)$

c) $f(x) = 4.\text{sen}\ (x - \pi)$ (✓)

5) La amplitud de la función $y = -2.\text{sen}\ x$ es:

a) 2 (✓) **b)** 4 **c)** –2

6) El período de la función $y = \cos\ (3x)$ es:

a) 6π **b)** $\frac{2\pi}{3}$ (✓) **c)** $\frac{2}{3}$

ANEXO 5: Encuesta

Apellido y nombre: ____ Edad: _________

¿Tienes computadora en tu casa? _______ ¿Dispones de conexión a Internet? _______

LAS CLASES PRESENCIALES

1) ¿Cómo consideras que fueron?

2) Te sirvieron para reforzar o revisar los contenidos de funciones? ¿De qué manera?

3) ¿Qué aspectos modificarías? ¿De qué manera?

4) Las guías de estudio que utilizaste en las computadoras con el programa Funciones ¿cómo consideras que fueron?

5) ¿Qué sugerencia harías para estas clases?

UTILIZACIÓN DEL ENTORNO VIRTUAL

6) La página del Entorno, ¿te ha resultado fácil o difícil de utilizar? ¿Por qué?

7) ¿Piensas que utilizar el Entorno te ha servido para reforzar los contenidos de funciones? ¿De qué manera? ¿En qué otros aspectos consideras que utilizarlo te ha ayudado?

8) ¿Cuáles aspectos del Entorno te parecen mejores? ¿Cuáles modificarías? ¿Qué agregarías?

9) Las actividades disponibles en el Entorno son:

Foros de consulta, Foros para pensar, Chat de consulta, Guía de actividades y Prueba de opción múltiple. ¿Consideras que fueron adecuadas? ¿De qué manera?

10) ¿Cuáles son las que más utilizaste?

11) ¿En cuáles de los recursos que utilizaste tuviste más dificultades? ¿Qué tipo de dificultad?

12) ¿Utilizaste el foro de consultas? Si lo hiciste, ¿te sirvieron las respuestas que recibiste?

13) ¿Cómo consideras que fueron las actividades para entregar cada semana?

14) Al subir al Entorno las resoluciones de las Actividades semanales y las del Foro para pensar, ¿las comparaste con tu propia resolución? ¿Consideras que fue útil tener las resoluciones completas? ¿Por qué?

15) ¿Realizaste las pruebas de Opción Múltiple?

16) Si lo hiciste, ¿en qué aspectos consideras que te sirvió resolverlas?

17) En este cursado especial del bloque Funciones, ¿cuáles fueron las principales dificultades que se te presentaron?

18) ¿Qué aspecto modificarías? ¿De qué manera?

19) ¿Qué sugerencia harías?

ANEXO 6: Entrevista

Apellido y nombre: ______________________________________ Edad: _________

A) Información del alumno

1) ¿Tienes computadora en tu casa? Si responde que sí, preguntar:
2) ¿En casa de familia o en la de estudiante?
3) ¿Dispones de conexión a Internet?
4) ¿Cuáles son los programas que más utilizas?

B) Valoración de diferentes aspectos de la clase presencial

5) ¿Cómo consideras que fueron estas clases?
6) ¿Consideras que es importante el tema Funciones?
7) ¿Te sirvieron para reforzar o revisar los contenidos de funciones? ¿De qué manera?
8) ¿Se te hicieron largas las clases?
9) ¿Cómo consideras que fue la intervención del profesor?
   ¿Respondió de manera adecuada las preguntas planteadas?
10) ¿Qué aspectos modificarías de estas clases? ¿De qué manera?

C) Valoración sobre las Guías de estudio y el programa computacional

Las guías de estudio que utilizaste en las computadoras con el programa Funciones,

11) ¿Te resultó sencillo el manejo del programa Funciones?
12) La utilización de este programa, ¿consideras que te ha facilitado o entorpecido el seguimiento del tema?
13) ¿Y las guías de estudio? ¿Consideras que fueron útiles? ¿En qué sentido?
14) ¿Te sirvieron para reforzar los conceptos en juego? ¿Para clarificar esos conceptos?
15) ¿Qué piensas sobre el uso de las computadoras en la clase de Matemática?
16) ¿Qué sugerencia harías para esas clases en las que resolvieron las guías?

D) Valoración sobre el uso del *ENTORNO VIRTUAL*

17) La página del Entorno, ¿te ha resultado fácil o difícil de utilizar? ¿Por qué?
18) ¿Piensas que utilizar el Entorno te ha facilitado el seguimiento de la clase o la ha entorpecido?
19) Has encontrado limitaciones para plantear dudas al profesor? ¿Cuáles?
20) ¿Crees adecuado el uso del entorno para el dictado del bloque Funciones?
21) ¿Cuáles aspectos del Entorno te parecieron mejores?
22) ¿En alguna de las actividades tuviste dificultades? ¿En cuáles?
23) ¿Qué utilidad le ves al **Foro para pensar**? Facilita el seguimiento del tema? ¿Participaste en ellos?

24) ¿Qué utilidad le ves a los **foros de consultas** para plantear tus dudas al profesor? ¿Las utilizaste?

25) ¿Realizaste las **pruebas de opción múltiple**? ¿Qué te parecieron? ¿Fue útil que te presentara los errores que cometiste?

26) ¿Consideras que fueron útiles las **guías de actividades** para entregar cada semana? ¿Por qué?

27) ¿En cuáles de los recursos tuviste más dificultades? ¿De qué tipo?

28) Cuando se subieron las resoluciones completas del Foro para pensar y de las actividades semanales, ¿consultaste las respuestas? ¿Las comparaste con tus propias producciones?

29) ¿Qué aspecto modificarías?

30) ¿Deseas agregar algo más?

ANEXO 7: Evaluación Final

1) Dadas las funciones: $f(x) = 6 - 2x^2$ y $g(x) = \sqrt{x} - 2$

a) Determine el dominio y el conjunto imagen de cada una de ellas.

b) Clasifique cada una según las operaciones que afectan a la variable independiente.

c) Encuentre los valores de x para los cuales $g(x) \geq 1$.

d) Halle el o los ceros de (gof)(x).

2) a) i) Defina la función de primer grado cuya gráfica contiene al punto P(–6, –4) y es perpendicular a la gráfica de $3x + 4y - 8 = 0$.

ii) Determine las coordenadas de otro punto que pertenezca a la función obtenida en el ítem a)

iii) Represente todo gráficamente.

b) Si una función de primer grado tiene pendiente negativa y ordenada al origen negativa, ¿cuál sería la intersección de su gráfica con el eje de las abscisas?

3) a) Dada la función $f : R \rightarrow R \,/\, f(x) = 4x^2 + 2mx + m - 1$, determine el valor de m de modo que su gráfica presente un sólo punto de intersección con el eje de abscisas. Para dicho valor de m obtenga el vértice de la parábola y el eje de simetría.

b) Dada la función $f : R \rightarrow R \,/\, f(x) = \begin{cases} bx^2 + 1 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x + a & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$.

i) Halle los valores de a y b sabiendo que $f(-3) = 10$ y $f(2) = 0$.

ii) Para esos valores de a y b hallados, grafique la función.

c) Bosqueje la gráfica de una función polinomial de grado 4 cuyas raíces reales simples son $x = 0$ y $x = 5$, raíz doble $x = 2$, sabiendo además que es positiva en el intervalo $(-\infty, 0)$

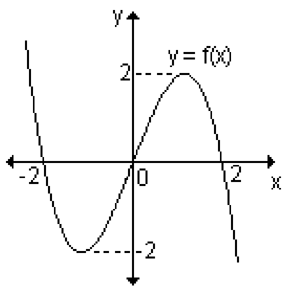
4) a) Dada la función $f: R \rightarrow R \,/\, f(x) = (x + 3)^{-2}$, indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. En caso de ser falsos escríbalos correctamente:

i) El dominio es el conjunto de los números reales.

ii) Es sobreyectiva

b) Defina función decreciente. Realice la gráfica de una función cualquiera que corresponda a una función decreciente en todo su dominio (pero que **no** sea una función de primer grado).

c) Sea la función definida gráficamente por:



Realice las gráficas correspondientes a:

$g(x) = -f(x)$

$h(x) = f(x - 2)$

$r(x) = f(x) + 1$

5) a) Una colonia de abejas crece de acuerdo a la ley $f(t) = P_0\ 3^t$, donde t se mide en días y P_0 es el número de abejas al iniciar la experiencia. Al día siguiente, (t = 1) se contaron 2760 abejas.

i) Calcule P_0.

ii) Determine el número de abejas luego de 5 días.

iii) ¿En cuántos días la colonia triplica la cantidad inicial?

b) Determine los valores de x que verifiquen: $\log_2 (2x - 2) - 2 = \log_2 (3x - 8)$

c) Explique la diferencia entre función exponencial y función logística.

6) a) La gráfica corresponde a la función:

$f : R \to R \ /\ f(x) = a \cos b(x + c)$

i) Determine los valores de a, b y c.

ii) Indique amplitud, período y fase.

b) Enuncie las principales características de la función y = sen x.