

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

**MÉTODOS BASADOS EN 'SLOTS'  
PARA LA PROGRAMACIÓN  
CÍCLICA DE LÍNEAS DE  
ENSAMBLE MULTIPRODUCTO**

Tesis presentada para optar al grado de

Doctora en Tecnología Química

por

Nélida Beatriz Camussi

Director de Tesis: Dr. Diego Carlos Cafaro

Co-Director de Tesis: Dr. Jaime Cerdá

Santa Fe, 2018



*A la memoria de mi padre*



# Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios que me incluyó en su proyecto de Amor regalándome gratuitamente la vida, un camino en el que encontré

- a dos excelentes directores, los Dres. Diego Cafaro y Jaime Cerdá, quienes generosamente me transmitieron sus amplios conocimientos, su clara orientación en las ideas, su apego a la rigurosidad académica y dedicaron MUCHO de su valiosísimo tiempo, para que pueda desarrollar este anhelo
- una familia que me dio su apoyo y me tuvo una gran paciencia
- un grupo de trabajo en el que siempre reinó la cordialidad y la alegría para emprender cada día con entusiasmo
- compañeros y amigos que integran el Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química (INTEC) y la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Litoral, con mucho para enseñar, pero, al mismo tiempo, ávidos por aprender más

A TODOS, mi más profundo y sincero agradecimiento.



# Resumen

Desde principios del siglo XX las líneas de ensamble han tomado un protagonismo especial en el ámbito industrial, pues constituyen la opción más eficiente para la producción en masa no solo de bienes sino también de servicios. Esto ha motivado a diversos investigadores a aportar sus análisis y procedimientos de resolución a problemáticas reales relacionadas al modelo productivo en líneas. Estos aportes no se han agotado, pues queda mucho por hacer aún, como lo confiesan muchos de estos autores en revisiones periódicas. Las líneas de ensamble tienen la capacidad de aumentar la productividad de los sistemas industriales a través de la separación de la carga de trabajo en estaciones, las cuales a su vez permiten aprovechar los recursos laborales a través de la focalización de su desempeño en un grupo determinado de tareas. De este modo, se confiere máxima especificidad, pero sin perder de vista la flexibilidad de tales configuraciones, tan importante a la hora de responder a los cambios en las demandas y en la variedad de productos requeridos.

En esta tesis se resumen los esfuerzos realizados durante mucho tiempo para estudiar y desarrollar estrategias de modelado de la problemática asociada a la planificación de la producción de líneas de ensamble sincrónicas multiproducto, que fabrican modelos que pueden presentar distintos tiempos de ciclo en forma individual. Se plantean diversas representaciones y metodologías eficientes de resolución del problema que si bien están basadas en 'slots', conservan un enfoque continuo del dominio temporal. En los sucesivos modelos propuestos se van modificando las hipótesis, de manera de ir haciendo más generales las formulaciones. Al mismo tiempo, se presentan estrategias para superar los desafíos surgidos a la hora de la implementación computacional, sin perder rigurosidad.

A partir de una situación real planteada por una empresa regional a la que se buscó dar respuesta, se propuso un modelo que satisfizo las expectativas y, a partir de allí, se empezó a trabajar para relajar algunas de las suposiciones establecidas inicialmente. Se trata de optimizar simultáneamente el tamaño de lotes y la secuencia de producción en líneas de ensamble sincrónicas multiproducto. De acuerdo a la extensa literatura que hemos relevado, esta problemática no ha sido abordada aún, lo cual ha

impulsado el desarrollo de esta tesis. Por la misma razón, el manuscrito con los resultados de estas investigaciones ha sido enviado a publicación.

Con la convicción de estar aportando modelos eficientes y originales al estudio pormenorizado de líneas de ensamble reales y a la expansión de su conocimiento, y entendiendo que existen múltiples procesos productivos que pueden mejorarse si se modelan como líneas de ensamble, esta tesis pretende ser el puntapié para seguir considerando nuevos desarrollos.

*Nélida Beatriz Camussi*

# CONTENIDO

## Capítulo I. Líneas de Ensamble – Generalidades

I.1	Introducción.....	3
I.2	Balaceo de Líneas de Ensamble.....	3
I.3	Abordajes del PBLE: Clasificación y Enfoques.....	5
I.3.1	BLE en Dependencia del Número de Modelos Manufacturados.....	7
I.3.2	BLE en Dependencia del Control de la Línea.....	13
I.3.3	BLE en Relación a su Frecuencia de Resolución.....	17
I.3.4	BLE y el Nivel de Automatización.....	20
I.3.5	Líneas de Negocios Específicas Asociadas al BLE.....	23
I.4	Clasificación Específica de Problemas Vinculados a Líneas de Ensamble Mixtas y Multiproducto.....	26
I.4.1	Características de las Estaciones.....	26
I.4.2	Características de la Línea.....	27
I.4.3	Objetivos.....	28
I.5	Caso Particular: Secuenciamiento de Automóviles.....	29
I.6	Agendamiento de Niveles.....	30
I.7	Otras Cuestiones Vinculadas a Inventarios.....	31
I.8	Conclusiones Preliminares.....	32

## Capítulo II. Revisión Bibliográfica Específica: Enfoques y Técnicas de Representación del Problema de Secuenciamiento de Partes y Lotes en Líneas Mixtas y Multiproducto

II.1	Secuenciamiento en Líneas de Ensamble de Modelos Mixtos.....	35
II.1.1	Modelo de Secuenciamiento de Automóviles.....	38
II.1.2	Modelo de Agendamiento de Niveles.....	39

II.2	Problema de Dimensionamiento de Lotes Económicos.....	40
II.3	Extensiones a Múltiples Productos Procesados en una Única Máquina.....	41
II.3.1	Solución de Ciclo Común.....	45
II.3.2	El Enfoque del Período Básico.....	46
II.3.3	El Enfoque del Período Básico Extendido.....	49
II.4	Tamaños de Lotes Variables con el Tiempo.....	50
II.5	Agendamiento Cíclico en Plantas Batch de Flujo Lineal.....	51
II.6	Planificaciones de Rotación con Máquinas en Serie.....	52
II.7	Agendamiento en Líneas de Ensamble Mixtas y Multiproducto.....	54
II.8	Conclusiones Preliminares.....	55

### Capítulo III. Modelo de Secuenciamiento con una Representación Basada en Campañas

III.1	Definición del Problema.....	59
III.2	Formulación No lineal (NLP) del Problema de Dimensionamiento de Lotes en una Línea de Ensamble Multiproducto Simplificada a una Sola Etapa.....	60
III.3	Formulación Mixta Entera No Lineal (MINLP) para el Agendamiento Cíclico de una Línea de Ensamble Sincrónica Multiproducto: Modelo Basado en Campañas.....	62
III.4	Resultados Computacionales de la Aplicación del Modelo Basado en Campañas.....	69
III.4.1	Estudio de Casos.....	69
III.4.1.1	Caso de Estudio I.....	73
III.4.1.2	Caso de Estudio II.....	82
III.4.1.3	Caso de Estudio III.....	85
III.4.2	Otros Ejemplos de Mayor Tamaño.....	89
III.5	Conclusiones Preliminares.....	93

### Capítulo IV. Modelo General de Secuenciamiento con una Representación Paso-a-Paso

IV.1 Introducción.....	97
IV.2 Definición del Problema.....	97
IV.3 Formulación General para la Operación Óptima de una Línea de Ensamble Sincrónica Multiproducto Basada en un Enfoque Paso-a-Paso.....	98
IV.4 Resultados Computacionales de la Aplicación del Modelo Paso-a-Paso.....	104
IV.4.1 Estudio de Casos.....	104
IV.5 Conclusiones Preliminares.....	118

## Capítulo V. Estrategias Bi-Etapa para el Secuenciamiento Cíclico en una Línea de Ensamble Multiproducto

V.1 Introducción.....	123
V.2 Estrategia de Solución Bi-Etapa.....	123
V.3 Estructura del Modelo General Adaptado (Paso 2).....	125
V.4 Aplicación del Modelo Propuesto a los Casos de Estudio.....	128
V.5 Restricciones de Corte.....	135
V.6 Comportamiento de la Estrategia Bi-Etapa en Problemas con Longitudes de Campaña Mayores.....	145
V.7 Modelo Matemático Alternativo para la Resolución de la Etapa 2 (Bi-Etapa Modificado).....	147
V.8 Conclusiones Preliminares.....	166

## Capítulo VI. Síntesis y Discusión de Resultados

VI.1 Resumen de las Estrategias Propuestas para la Operación Eficiente de Líneas de Ensamble Multiproducto.....	169
VI.1.1 Modelo Basado en Campañas.....	169
VI.1.2 Método General Paso-a-Paso Basado en 'Slots' de Tiempo.....	169
VI.1.3 Estrategia de Resolución Bi-Etapa.....	170
VI.2 Estudio Comparativo de Resultados.....	171

VI.2.1	Casos de Estudio I, II y III.....	171
VI.2.2	Problemas de Mayor Tamaño.....	175

## Capítulo VII. Conclusiones Finales y Trabajos Futuros

VII.1	Aportes Principales de la Tesis.....	181
VII.2	Contribuciones de la Tesis a la Resolución de Problemas Reales.....	183
VII.3	Conclusiones Finales.....	185
VII.4	Trabajos Futuros.....	186

## Anexos

Anexo A1.	Algoritmos de post-procesamiento de resultados obtenidos para cada uno de los modelos propuestos.....	189
Anexo A2.	Parámetros de los veinte problemas generados aleatoriamente para testeo de los modelos propuestos.....	195
Anexo A3.	Evolución de los niveles de stock correspondientes a los problemas de testeo (modelo basado en campañas).....	203
Anexo A4.	Modelo Matemático Basado en Campañas Simultáneo.....	215
Anexo A5.	Modelo Matemático General Paso a Paso.....	217
Anexo A6.	Modelo Matemático Bi-Etapa Paso a Paso.....	219
Anexo A7.	Modelo Matemático Bi-Etapa Alternativo.....	221
	Nomenclatura.....	223
	Bibliografía.....	225

# **CAPÍTULO I**

## **Líneas de Ensamble – Generalidades**



## I.1 Introducción

Las líneas de ensamble son sistemas de producción muy comunes en procesos industriales masivos y estandarizados aunque están ganando importancia también en la producción de bajos volúmenes de ítems manufacturados en forma personalizada. Entre los problemas de decisión que surgen al manejar tales sistemas, los problemas vinculados al balanceo de una línea de ensamble son tareas de gran importancia en la planificación de la producción en el mediano plazo.

## I.2 Balanceo de Líneas de Ensamble

Asumamos que una línea de ensamble consiste de  $m$  estaciones de trabajo pertenecientes a un conjunto denominado  $J = j_1, j_2, \dots, j_m$  acomodadas a lo largo de una cinta transportadora o equipamiento mecánico de manejo de material similar. Las piezas en proceso son consecutivamente lanzadas aguas abajo en la línea y se mueven de una estación a otra. En cada estación, un conjunto determinado de operaciones se realizan en forma repetida considerando el *tiempo de ciclo*  $CT$  (tiempo máximo para cada ciclo de trabajo). El problema de decisión acerca de la distribución del trabajo de ensamble entre las estaciones con respecto a algún objetivo se conoce como el *problema de balanceo de la línea de ensamble* (PBLE).

La manufactura del producto sobre la línea de ensamble requiere particionar la cantidad total de trabajo en un conjunto de operaciones elementales denominadas *tareas* denotadas como  $i=1, 2, \dots, n$ . Realizar una tarea  $i$  toma un tiempo de duración  $t_i$  y requiere cierto equipamiento de máquinas y/o habilidades de los operarios. Debido a exigencias de tipo tecnológicas y condiciones organizacionales, deben satisfacerse diversas restricciones de precedencia entre las tareas. Tales restricciones pueden sintetizarse y visualizarse a través de un *grafo de relaciones de precedencia entre las tareas*. Éste contiene un nodo para cada tarea, pesos del nodo iguales al tiempo de duración de la tarea y arcos dirigidos para indicar las restricciones de precedencia. En cada ciclo de trabajo cuya duración es igual al tiempo de ciclo  $CT$ , diferentes piezas en proceso se despachan a la estación siguiente, se trabajan en esa estación y se envían a su sucesora o al inventario final. Si las estaciones están operadas por un único operador y se procesa un solo modelo, se deduce que el  $CT$  no puede ser menor que la duración máxima entre las tareas ( $\max_i \{t_i\}$ ).

En la Tabla I.1, se detalla un ejemplo tomado de Askin y Standridge (1993) donde se describe el proceso de armado de un auto de juguete:

Tabla I.1. Listado de tareas correspondientes a un ejemplo de Askin & Standridge (1993)

Tarea	Actividad	Duración de la tarea	Predecesora inmediata
A	Insertar eje frontal/ruedas	20	-
B	Insertar varilla de ventilador	6	A
C	Insertar cubierta de la varilla de ventilador	5	B
D	Insertar eje trasero/ruedas	21	-
E	Insertar la campana al marco de la rueda	8	-
F	Pegar las ventanas de arriba	35	-
G	Insertar engranajes	15	C,D
H	Insertar espaciadores de engranajes	10	G
I	Asegurar el marco de la rueda frontal	15	E,H
J	Insertar motor	5	C
K	Adjuntar cabina	46	F,I,J
L	Agregar calcomanías	16	K

En la Figura I.1 se representa el grafo de precedencia para las tareas de ensamblado, indicándose con un nodo el nombre de la tarea, sobre él la duración de la misma y con un arco dirigido la relación de precedencia directa entre tareas. Del grafo surge claramente, por ejemplo, que la tarea G tiene como predecesores directos a la C y la D, pero no puede realizarse hasta que las tareas A, B, C y D sean ejecutadas.

Cualquier tipo de PBLE consiste en encontrar un balance de línea factible, esto es, la asignación de cada tarea a exactamente una estación tal que las restricciones de precedencia se cumplan, como así también otro tipo de restricciones tecnológicas o de zonificación que posiblemente deban satisfacerse también. El conjunto  $S_j$  de tareas asignadas a una estación  $j \in J$  tiene asociada la carga de la estación que es el tiempo acumulado de las tareas:  $t(S_j) = \sum_{i \in S_j} t_i$  también llamado *tiempo de ocupación* de la estación. Cuando se da un tiempo de ciclo  $CT$  un balance de línea es factible solamente

si el tiempo de toda estación no excede a  $CT$ . Más aún, si  $t(S_j) < CT$ , entonces la estación  $j$  tiene un *tiempo ocioso* de  $CT - t(S_j)$  unidades de tiempo en cada ciclo.

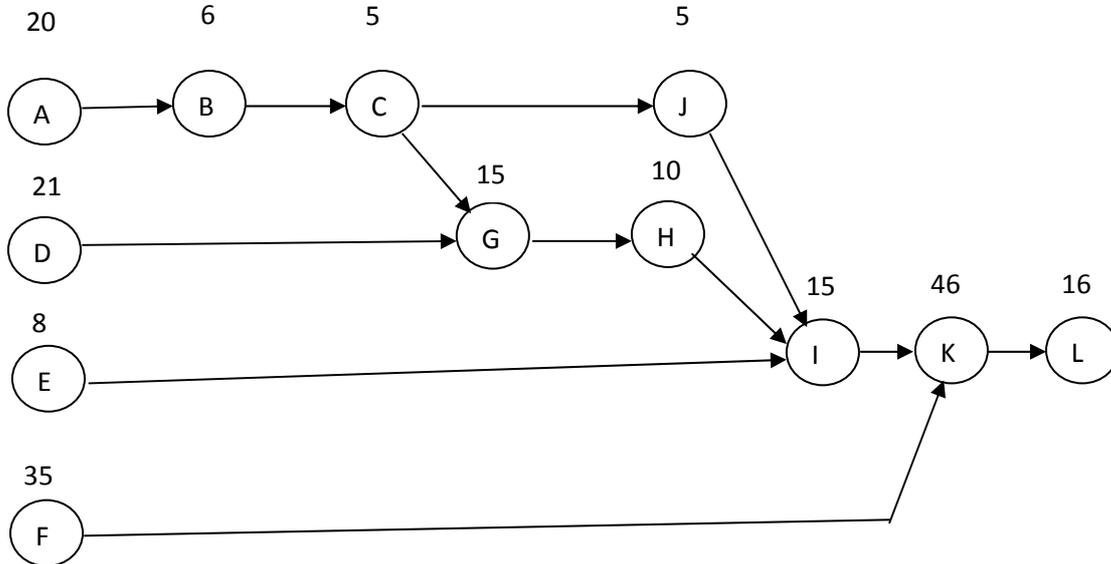


Figura I.1. Grafo de precedencia correspondiente al ejemplo de Askin & Standridge (1993)

### I.3 Abordajes del PBLE: Clasificación y Enfoques

En un trabajo abarcativo y clarificador, Boysen y colab. (2008b) presentan un esquema cuyo resumen se reproduce en la Figura I.2. En él aparecen todos los tipos de sistemas de ensamble que han sido estudiados hasta el momento.

Número de modelos	Un solo modelo	Modelos mixtos	Modelos múltiples
Control de la línea	Acoplada	Desacoplada asincrónica	Desacoplada sincrónica
Frecuencia	Primera instalación		Reconfiguración
Nivel de automatización	Líneas manuales		Líneas automatizadas
Línea de negocio	Producción de automóviles	Otros ejemplos	
Naturaleza de los parámetros	Determinísticos		Estocásticos

Figura I.2. Tipos investigados de líneas de ensamble

Boysen y colab. (2007, 2008b) plantean una clasificación de las extensiones del PBLE, introduciendo una notación de 3-upla representada brevemente como  $[\alpha | \beta | \gamma]$

para asignar atributos típicos a diferentes aspectos de sistemas de ensamble del mundo real. La misma se expresa en la Tabla I.2 donde se reproduce el esquema de clasificación presentado por los mencionados autores.

Tabla I.2. Esquema de clasificación para BLE de Boysen y colab. (2007, 2008b)

**Características del grafo de precedencia**

<b>Grafo de precedencia específicos del producto:</b> $\alpha_1 \in \{\text{mix, mult, }^\circ\}$	
$\alpha_1 = \text{mix}$	Producción de modelos mezclados
$\alpha_1 = \text{mult}$	Producción de múltiples modelos
$\alpha_1 = ^\circ$	Producción de un único modelo
<b>Estructura del grafo de precedencia:</b> $\alpha_2 \in \{\text{spec, }^\circ\}$	
$\alpha_2 = \text{spec}$	Restricción una estructura del grafo de precedencia especial
$\alpha_2 = ^\circ$	El grafo de precedencia puede tener cualquier estructura acíclica
<b>Tiempos de procesamiento:</b> $\alpha_3 \in \{\text{st}^\circ, \text{t}^{\text{dy}}, ^\circ\}$	
$\alpha_3 = \text{st}^\circ$	Tiempos de procesamiento estocásticos
$\alpha_3 = \text{t}^{\text{dy}}$	Tiempos de procesamiento dinámicos
$\alpha_3 = ^\circ$	Tiempos de procesamiento estáticos y determinísticos
<b>Incrementos del tiempo de la tarea dependiente de la secuencia:</b> $\alpha_4 \in \{\Delta t_{\text{dir}}, \Delta t_{\text{indir}}, ^\circ\}$	
$\alpha_4 = \Delta t_{\text{dir}}$	Causada por sucesión directa de tareas (por ej. cambio de herramienta)
$\alpha_4 = \Delta t_{\text{indir}}$	Causada por la sucesión de tareas (las tareas se impiden entre sí)
$\alpha_4 = ^\circ$	No se consideran incrementos de tiempo dependientes de la secuencia
<b>Restricciones de asignación:</b> $\alpha_5 \in \{\text{link, inc, cum, fix, excl, type, min, max, }^\circ\}$	
$\alpha_5 = \text{link}$	Las tareas enlazadas tienen que ser asignadas a la misma estación
$\alpha_5 = \text{inc}$	Las tareas incompatibles no pueden ser combinadas en una estación
$\alpha_5 = \text{cum}$	Restricción acumulada de la asignación tarea-estación
$\alpha_5 = \text{fix}$	Tareas fijas pueden ser solamente asignadas a una estación particular
$\alpha_5 = \text{excl}$	Las tareas no pueden ser asignadas a una estación particular
$\alpha_5 = \text{type}$	Las tareas tienen que ser asignadas a un cierto tipo de estación
$\alpha_5 = \text{min}$	Distancias mínimas entre tareas tienen que ser observadas
$\alpha_5 = \text{max}$	Distancias máximas entre tareas tienen que ser observadas
$\alpha_5 = ^\circ$	No se considera ninguna restricción de asignación
<b>Alternativas de procesamiento:</b> $\alpha_6 \in \{\text{pa}^\lambda, ^\circ\}$	
$\alpha_6 = \text{pa}^\lambda$	Alternativas de procesamiento; con $\lambda \in \{\circ, \text{prec, subgrafo}\}$ $\lambda = ^\circ$ : Los tiempos de procesamiento y costos son alterados $\lambda = \text{prec}$ : Se alteran además las restricciones de precedencia $\lambda = \text{subgrafo}$ : Los subgrafos son adicionalmente alterados
$\alpha_6 = ^\circ$	No se consideran alternativas de procesamiento

**Características de las estaciones y la línea**

<b>Movimiento de las piezas de trabajo:</b> $\beta_1 \in \{\circ, \lambda, \nu, \text{unpac}^\lambda\}$	
$\beta_1 = \circ, \lambda, \nu$	Línea acoplada con $\lambda \in \{\circ, \text{each, prob}\}$ y $\nu \in \{\circ, \text{div}\}$ $\lambda = ^\circ$ : Contenido de trabajo (promedio) restringido por el tiempo de ciclo $\lambda = \text{each}$ : Cada modelo debe satisfacer el tiempo de ciclo $\lambda = \text{prob}$ : Se obedece el tiempo de ciclo con una probabilidad dada $\nu = ^\circ$ : único tiempo de ciclo global $\nu = \text{div}$ : Tiempos de ciclo locales
$\beta_1 = \text{unpac}^\lambda$	Línea desacoplada; con $\lambda \in \{\circ, \text{sync}\}$ $\lambda = ^\circ$ : Línea asincrónica $\lambda = \text{sync}$ : Línea sincrónica
<b>Layout de línea:</b> $\beta_2 \in \{\circ, u^\lambda\}$	
$\beta_2 = ^\circ$	Línea en serie
$\beta_2 = u^\lambda$	Línea en forma de U; con $\lambda \in \{\circ, n\}$ $\lambda = ^\circ$ : La línea forma una única U $\lambda = n$ : Múltiples Us forman una línea n-U
<b>Paralelización:</b> $\beta_3 \in \{\text{pline}^\lambda, \text{pstat}^\lambda, \text{ptask}^\lambda, \text{pwork}^\lambda, ^\circ\}$	
$\beta_3 = \text{pline}^\lambda$	Líneas paralelas
$\beta_3 = \text{pstat}^\lambda$	Estaciones paralelas
$\beta_3 = \text{ptask}^\lambda$	Tareas paralelas
$\beta_3 = \text{pwork}^\lambda$	Lugares de trabajo paralelos dentro de una estación
$\beta_3 = ^\circ$	No se considera ningún tipo de paralelización
$\lambda \in \{^\circ, 2, 3, \dots\}$ : Máximo nivel de paralelización; $^\circ = \text{irrestringido}$	
<b>Asignación de recursos:</b> $\beta_4 \in \{\text{equip, res}^\lambda, ^\circ\}$	
$\beta_4 = \text{equip}$	Problema de selección de equipamiento
$\beta_4 = \text{res}^\lambda, ^\circ$	Problema de diseño del equipamiento; con $\lambda \in \{\circ, 01, \text{max}\}$ $\lambda = 01$ : Si dos tareas comparten un recurso, los costos de inversión se reducen a una estación $\lambda = \text{max}$ : La tarea más desafiante define el nivel de calificación de un recurso $\lambda = ^\circ$ : Otro tipo de sinergia y/o dependencia
$\beta_4 \in \{\text{equip, res}^\lambda, ^\circ\}$	No se consideran alternativas de procesamiento
<b>Incrementos de tiempo dependientes de la estación:</b> $\beta_5 \in \{\Delta t_{\text{imp}}, ^\circ\}$	
$\beta_5 = \Delta t_{\text{imp}}$	Se consideran actividades improductivas en una estación
$\beta_5 = ^\circ$	No se consideran incrementos de tiempo dependientes de la estación
<b>Aspectos de configuración adicionales:</b> $\beta_6 \in \{\text{buffer, feeder, mat, change, }^\circ\}$	
$\beta_6 = \text{buffer}$	Los buffers tienen que ser ubicados y dimensionados
$\beta_6 = \text{feeder}$	Las líneas de alimentación tienen que ser balanceadas simultáneamente
$\beta_6 = \text{mat}$	Cajas de materiales necesitan ser posicionadas y dimensionadas
$\beta_6 = \text{change}$	Se requieren máquinas para cambios de posición de las piezas en proceso
$\beta_6 = ^\circ$	No se considera ningún aspecto adicional de la configuración de la línea

**Objetivos**

<b>Objetivos:</b> $\gamma \in \{\text{m, c, E, Co, Pr, SSL}^\lambda, \text{score}, ^\circ\}$	
$\gamma = \text{m}$	Minimizar el número de estaciones m
$\gamma = \text{c}$	Minimizar el tiempo de ciclo
$\gamma = \text{E}$	Maximizar la eficiencia de línea
$\gamma = \text{Co}$	Minimización de costos
$\gamma = \text{Pr}$	Maximización de la ganancia
$\gamma = \text{SSL}^\lambda$	Los tiempos de la estación deben ser suavizados; con $\lambda \in \{\text{stat, line}\}$ $\lambda = \text{stat}$ : dentro de una estación (balanceo horizontal) $\lambda = \text{line}$ : entre estaciones (balanceo vertical)
$\gamma = \text{score}$	Minimizar o maximizar
$\gamma = ^\circ$	Solo se buscan soluciones factibles

Se procede a detallar cada uno de los componentes posibles de la mencionada 3-upla.

### I.3.1 BLE en Dependencia del Número de Modelos Manufacturados

Las líneas de ensamble pueden usarse para ensamblar un solo producto, conformando un problema de balanceo de línea *simple* (PBLES) o bien para ensamblar varios tipos de productos los cuales pueden venir mezclados en forma aleatoria (Líneas de ensamble *mixtas*) o bien en lotes o batches del mismo producto (Líneas de ensamble *multiproducto*). Los diferentes casos se esquematizan en la Figura I.3.

#### *Líneas de ensamble de un solo modelo o simples* ( $\alpha_1=0$ )

En su forma tradicional las líneas de ensamble fueron usadas para grandes volúmenes de producción de una única mercancía. Hoy en día, los productos sin ninguna variación pueden raramente atraer suficientes clientes para permitir una utilización redituable del sistema de ensamble. Las tecnologías de producción avanzadas permiten operaciones de setup automatizadas a tiempos y costos despreciables. Si más de un producto se ensambla en la misma línea, pero no ocurren ni setups ni variaciones significativas en los tiempos de operación, el sistema de ensamble puede tratarse como una línea monoproducto.

Las principales características de este tipo de líneas son las siguientes (Scholl, 1999):

- producción en masa de un producto homogéneo;
- proceso de producción dado;
- línea acoplada ("paced" ó rítmica) con tiempo de ciclo  $CT$  fijo;
- restricciones de precedencia sin ningún requisito de asignación adicional;
- disposición de la línea en serie con  $m$  estaciones;
- todas las estaciones están igualmente equipadas con respecto a máquinas y operarios;
- típicamente se busca maximizar la eficiencia de línea  $E = \sum_{i=1}^m t_i / (m \cdot CT)$

Diversos problemas surgen a partir de variar el objetivo. Por un lado, el problema de factibilidad (PBLES-F) que tiene como objetivo establecer si existe un

balance de línea posible para una combinación de  $m$  estaciones y tiempo de ciclo  $CT$ . Por su parte, PBLES-1 y PBLES-2 tienen una relación dual, porque el primero minimiza el número de estaciones  $m$  para un tiempo de ciclo dado (se minimizan los costos de inversión) mientras que el segundo minimiza  $CT$  (que equivale a maximizar la velocidad de producción) para un número de estaciones dado. Finalmente, el problema más general que se plantea es la maximización de la eficiencia de línea (PBLES-E) que busca minimizar simultáneamente  $m$  y  $CT$  (las cuales también están interrelacionadas). Estas versiones del PBLES pueden ser complementadas a través de un objetivo secundario que consiste en la suavización de las cargas de las estaciones, es decir, equiparando los tiempos de las mismas (Merengo y col., 1999; Rekiek y col., 1999). Uno puede minimizar el índice de suavización  $\sqrt{\sum_{j=1}^m (CT - t(S_j))^2}$  a condición de que la combinación  $(m, CT)$  sea óptima con respecto a la eficiencia de línea (Moodie y Young, 1965; Ramachadugu y Talbot, 1991).

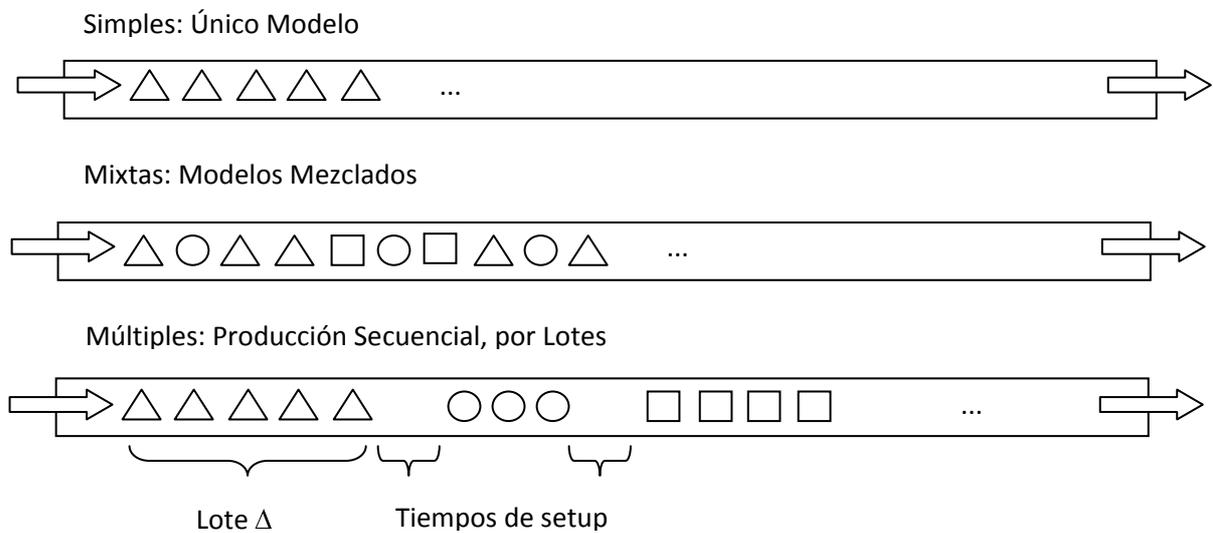


Figura I.3. Distintos esquemas de presentación de los ítems de producto

Cualquiera de las versiones de los problemas que se pretenden resolver son de gran complejidad habida cuenta de que la decisión más importante está básicamente relacionada con la asignación de una tarea a una estación, lo cual constituye un problema combinatorio. Las estrategias para la solución de tales problemas se pueden dividir en procedimientos exactos y heurísticos.

a) Procedimientos de solución exactos para PBLES-1, PBLES-2 y PBLES-E.

Muchos estudiosos en esta temática se han entusiasmado en el desarrollo de procedimientos de solución efectivos para resolver exactamente el PBLES-1. Este esfuerzo ha desembocado en un grupo de métodos que pueden subdividirse en procedimientos de ramificar y acotar "(branch & bound") y en el enfoque de programación dinámica (PD).

b) Abordajes heurísticos de diferentes versiones de PBLES

Una gran variedad de metodologías heurísticas han sido propuestas en las últimas décadas. Se pueden mencionar como más destacados para PBLES-1 los procedimientos basados en reglas de prioridad (máximo tiempo de tarea, máximo peso posicional, mayor número de sucesores, mayor peso posicional acumulado, etc.) tales como el de Helgeson y Birnie (1961) o técnica de los pesos posicionales rankeados, y el método de utilización incremental (este último capaz de diseñar líneas con estaciones múltiples operando en paralelo). Se destacan inicialmente las propuestas constructivas de una o más soluciones factibles, pero a posteriori se focalizaron en procedimientos de mejora generando estrategias tales como búsqueda tabú, algoritmos genéticos, "simulated annealing" y hasta "colonia de hormigas". En particular, los algoritmos genéticos son un concepto general para resolver problemas de optimización complejos, los cuales se basan en manipular una población de soluciones mediante operadores genéticos tales como selección, combinación o cruzamiento y mutación (Goldberg, 1989; Rekiek y Delchambre, 2006). Es importante definir para esta estrategia la forma de codificación de las soluciones vinculada al PBLES, que se denominan cromosomas, y además la(s) función(es) de ajuste que permitirá(n) avanzar en el procedimiento para alcanzar (si es posible) la meta establecida. En relación a la búsqueda tabú, los elementos más destacables son la existencia de una lista tabú que se construye a los efectos de evitar ciclado de soluciones (es decir, retornar a soluciones previamente visitadas). El método de "simulated annealing" parte de una solución dada factible, y tiene la característica de ser un método que no es puramente descendente, estableciendo la probabilidad de aceptación de soluciones dominadas por la actual al simple efecto de tratar de obtener nuevos puntos de partida que permitan la salida de eventuales "óptimos locales" (Dolgui y Proth, 2010; Capella y colab, 2017).

*Líneas de ensamble de modelos mixtos ( $\alpha_1 = \text{mix}$ )*

En las líneas de producción de modelos mixtos, los tiempos de setup entre modelos podrían reducirse lo suficiente de manera tal que puedan ser ignorados y la secuencia de modelos entremezclados pueda ser ensamblada sobre la misma línea. A pesar de los tremendos esfuerzos para hacer los sistemas de producción más versátiles, esta pretensión usualmente requiere procesos de producción muy homogéneos. Como consecuencia, típicamente se asume que todos los modelos son variaciones del mismo producto base, y sólo difieren en atributos específicos personalizables del producto, también referidos como opciones.

La instalación de diversas opciones conduce a variaciones en los tiempos de procesamientos. En la industria automotriz, por ejemplo, la instalación de un techo solar eléctrico requiere un tiempo de instalación distinto al de uno manual. Por lo tanto, los tiempos de la estación difieren fuertemente del modelo específico a ser ensamblado. Si varios modelos con trabajo muy intensivo se suceden uno tras otro en la misma estación, el tiempo de ciclo (que es el valor promedio por pieza de cualquier modelo) podría ser excedido y ocurrir una sobrecarga, la cual necesitaría ser compensada con algún tipo de reacción (parada de la línea, operarios de soporte, reparación offline ó mayor velocidad de producción local (Wild, 1972)). Estas sobrecargas pueden mitigarse también si se encuentra una secuencia de modelos donde se alternen los que demandan mayor tiempo con los que requieren tiempos menores en cada estación (Merengo y colab., 1999).

Los problemas de balanceo y el de secuenciamiento son fuertemente interdependientes. Mientras el balance de línea decide acerca de la asignación de tareas a estaciones y así determina el contenido de trabajo por estación y modelo, la secuencia de producción se acomoda a los efectos de minimizar las sobrecargas. La cantidad de sobrecarga en sí misma es una medida de eficiencia para el balance de línea logrado. Esta es la razón por la que algunos autores han propuesto alguna consideración simultánea de ambos problemas de planificación. Sin embargo, no siempre es eso viable ya que la precisión del balanceo es un problema de planificación de mediano-largo plazo con un horizonte de, generalmente, varios meses, mientras que el mix de modelos de corto plazo (usualmente diario) es desconocido cuando se está haciendo el análisis de balanceo. A los efectos de reducir las dificultades a nivel de secuenciamiento, el

balanceo de línea puede minimizar las varianzas en los tiempos de las estaciones sobre todos los modelos, conocido como balanceo horizontal ( $\gamma=SSL^{stat}$ ; Merengo y colab, 1999). Varios objetivos diferentes han sido propuestos en la literatura relacionada a esta cuestión.

Alternativamente, el balanceo de la línea podría forzar a que todos los modelos observen el tiempo de ciclo en cada estación ( $\beta_1=each$ ; Merengo y colab., 1999). Esta imposición asegura que las sobrecargas nunca pueden ocurrir lo cual hace trivial el planeamiento de la secuencia. Sin embargo, conduce a tiempos de ciclo mayores y a cambio, por ende, menores productividades de la línea de ensamble. Esto podría mejorarse haciendo cumplir una observación del tiempo de ciclo para un cierto porcentaje de modelos, pesado por su ocurrencia estimada en la mezcla típica de modelos ( $\beta_1=prob$ ; Vilarinho y Simaria, 2002).

En BLE el caso del modelo mixto se transforma usualmente a un caso de modelo simple a través del uso del grafo de precedencia conjunto (Thomopoulos, 1970; Mackaskill, 1972; van Zante-de Fokkert y de Kok, 1997). Allí, los tiempos de proceso de las tareas que varían para ciertos modelos se promedian con respecto a la ocurrencia de los respectivos modelos en el modelo mixto estimado y luego se componen para formar un único grafo de precedencia.

El uso de un grafo de precedencia conjunto implica que aquellas tareas similares que se realizan sobre diferentes modelos son siempre asignadas a la misma estación. La justificación económica es que tareas similares usualmente requieren recursos idénticos, que necesitarían ser comprados e instalados múltiples veces en caso contrario (Thomopoulos, 1967). Sin embargo, esta estrategia no es necesariamente eficiente. En cambio, los costos de inversión incrementados ( $\beta_4=res^{01}$ ), que resultan de una asignación de tareas similares o idénticas a diferentes estaciones ( $\beta_3=ptask$ ; Pinto y colab. 1975) puede ser considerado explícitamente para tener en cuenta un balanceo mejorado, por ejemplo en la forma de un tiempo de ciclo menor. Similar a esto, el compromiso entre costos de inversión más altos e ingresos potencialmente mayores debido a productividad incrementada debe ser considerada en BLE mixtas (Bukchin y Rabinowitch, 2006).

Aunque el modelo de producción mixta implica tiempos de setup muy bajos, el cambio de herramientas puede ser necesario entre modelos lo cual consume una fracción del tiempo de ciclo ( $\alpha_4 = \Delta t_{dir}$ ; Wilhelm, 1999). Como estos cambios consumen alguna parte del tiempo operativo de una estación, éstos podrían ser, sin embargo, de gran relevancia en la práctica.

*Líneas de ensamble multimodelo o multi-producto ( $\alpha_1 = \text{mult}$ )*

A fin de evitar costos y/o tiempos de setup el ensamble se organiza en batches. Esto conduce a un problema de dimensionamiento de lotes de corto plazo que agrupa los modelos en batches y decide sobre la secuencia de ensamble (Burns y Daganzo, 1987; Dobson y Yano, 1994).

Especialmente si los tamaños de lote son grandes, el balance de línea puede en principio ser determinado separadamente para cada modelo cuando la importancia de los tiempos de setup entre batches es comparativamente pequeña. Sin embargo, también en producción multimodelo un cierto grado de similaridad en los procesos de producción debe ser inherente. Típicamente, los diferentes modelos son manufacturados a través del uso de los mismos recursos (máquinas u operarios). Si los balances de línea se determinan separadamente, aquellos recursos que son compartidos por los modelos ( $\beta_4 = \text{res}^{01}$ ) podrían necesitar ser movidos a otras estaciones siempre que el sistema de producción es seteado para un nuevo batch o tiene que ser instalado múltiples veces. Esto incrementa los costos y/o los tiempos de setup. Si esta interdependencia se considera en el balance de línea, los tiempos de setup podrían reducirse considerablemente, lo cual a su vez permitiría la formación de lotes más chicos con todas las ventajas asociadas ( $\gamma = \text{Co}$ ).

La misma situación de compromiso se puede observar cuando se considera el trabajo manual. Si los balances de línea se determinan separadamente, el contenido de trabajo del operador puede cambiar con cualquier nuevo batch. Esto conduce a una menor especialización del trabajo y puede resultar en un incremento de los costos de entrenamiento y pérdidas adicionales, siempre que los operarios necesiten adaptarse a sus nuevas tareas. Luego, los operarios aprenderán a dominar su nuevo contenido de trabajo, de manera que es posible que los tiempos de procesamiento disminuyan con el tiempo. Es conveniente, entonces que, después de que un nuevo batch se inicia, estos

efectos de aprendizaje (Cohen y Dar-El, 1998) sean tenidos en cuenta bajo la condición de tiempos de tareas dinámicos ( $\alpha_3=t^{dy}$ ) cuando se consideran líneas multimodelos.

Si todos los productos en una línea multimodelo deben ser balanceados simultáneamente, diferentes metas de producción se deben tener en cuenta para cada modelo. De acuerdo con esto, los tiempos de ciclo pueden variar con cada modelo considerado ( $\beta_1=div$ ; Gökçen y Erel, 1998; Camussi y colab, 2018).

### **I.3.2 BLE en Dependencia del Control de la Línea**

#### *Líneas acopladas o acompasadas*

En un sistema de producción de ensamble *acoplado o acompasado* (en inglés, "paced") se da un tiempo de ciclo común que restringe los tiempos de proceso en todas las estaciones ( $\beta_1=°$ ). El ritmo es o bien mantenido por un dispositivo de manejo de materiales que avanza continuamente, por ejemplo una cinta transportadora, que obliga a los operarios a finalizar sus operaciones antes de que la pieza en proceso haya alcanzado el fin de la respectiva estación, o bien mediante el así llamado transporte intermitente, donde la pieza se detiene (o captura) en cada estación, pero es automáticamente transferida tan pronto como transcurre un determinado período de tiempo. La implementación en el mundo real no influencia la decisión del balanceo. Si el transporte de las piezas es continuo, las longitudes físicas de las estaciones necesitan ser definidas de acuerdo con el balance de la línea. La longitud de una estación podría estar sujeta a restricciones técnicas, por ejemplo, por requerimientos de espacio de maquinaria asignada, pero también debería ser considerada desde el punto de vista de la planificación. Si la longitud temporal de una estación (es decir, el tiempo máximo que la estación tiene la pieza a la vista en función de la velocidad de la cinta) excede al tiempo de ciclo, el tiempo extra resultante podría ser usado para compensar desviaciones en los tiempos de la tarea debidos o bien a la producción de modelos mixtos ( $\alpha_1=mix$ ) o bien por variaciones estocásticas ( $\alpha_3=t^{st0}$ ). Según esto, aún en líneas acompasadas, el tiempo de ciclo no debe ser siempre observado como una restricción estricta de toda estación. En el caso de presentarse tiempos estocásticos, se busca satisfacer la restricción de tiempo de ciclo con una cierta probabilidad ( $\beta_1=prob$ ). Por ejemplo, la selección de una probabilidad apropiada es altamente dependiente de la cantidad de tiempo extra disponible y los costos que surgen cuando las operaciones no pueden completarse a

tiempo (costos de parada de línea, uso de trabajadores de servicio o completación externa de las piezas en proceso; Wild, 1972).

En lugar de asignar un tiempo de ciclo global, son más útiles tiempos de ciclo localmente divergentes ( $\beta_1 = \text{div}$ ) para permitir, por ejemplo, la instalación de estaciones de testeo que examinen la calidad de las piezas en proceso. Si tal estación de testeo identifica un defecto, la correspondiente pieza es sacada de la línea y luego re-examinada, antes de que pueda ser enviada defectuosa a la estación sucesiva (Lapierre y Ruiz, 2004). Una consideración de diferentes metas de cantidades de producción en sistemas multimodelos también requiere tiempos de ciclo divergentes (Gökçen y Erel, 1998).

#### *Líneas asincrónicas desacopladas o desacompasadas*

En las líneas desacopladas (en inglés, "unpaced"), las piezas en evolución se transfieren siempre que las operaciones requeridas se completen, sin estar atadas a un lapso de tiempo dado ( $\beta_1 = \text{unpac}$ ). Buzacott y Shantikumar (1993) distinguen además si todas las estaciones pasan sus piezas de trabajo simultáneamente (sincrónicas) o si cada estación decide sobre la transferencia individualmente (asincrónica).

Bajo movimiento asincrónico, una pieza en proceso es siempre movida tan pronto como todas las operaciones requeridas se completan y la estación sucesiva no está bloqueada por ninguna otra pieza en proceso. Después de la transferencia, la estación continúa trabajando sobre una nueva pieza, a menos que la estación precedente sea incapaz de distribuirle una (fenómeno de desabastecimiento). A fin de minimizar los tiempos de espera, se instalan buffers entre medio de las estaciones que pueden temporariamente almacenar piezas en proceso ( $\beta_0 = \text{buffer}$ ). Cuando se decide sobre la instalación de un buffer uno tiene que considerar la relación de compromiso entre los costos de instalación y del material inmovilizado, conjuntamente con el rendimiento alcanzable, ya que este último tiende a incrementarse instalando más y más buffers.

Los buffers pueden solo usarse para compensar desviaciones temporarias en los tiempos de las tareas. Si una estación es usualmente más rápida que otra, la capacidad de almacenamiento del buffer se llenará rápidamente y perderá su función (Buzacott, 1971; Buxey y colab., 1973). En efecto, el uso de líneas asincrónicas desacopladas con buffers cobra mayor importancia si los tiempos de la estación están sujetos a variaciones

en los tiempos de las tareas ( $\alpha_3=t^{sto}$ ) y/o descomposturas de máquinas, que son relevantes incluso en el caso de tiempos determinísticos. Sin embargo, en BLE solo parece aconsejable considerar la estocasticidad de los tiempos, ya sea por (i) variaciones en la velocidad del trabajo manual, y/o (ii) la mezcla de modelos ( $\alpha_1=mix$ ) (Tempelmeier, 2003). No resulta apropiado asumir de antemano la ocurrencia de eventos singulares como averías en las máquinas, que tienen baja probabilidad pero enormes consecuencias sobre las operaciones de la línea. El esfuerzo de la planificación de mediano y largo plazo del BLE debe gastarse, en cambio, en eliminar las causas de las descomposturas, para ubicar y dimensionar los buffers de almacenamiento adecuadamente según la aleatoriedad de los tiempos de proceso en sí mismo.

Como es de esperar, en las líneas desacopladas la velocidad de producción no está dada por un tiempo de ciclo fijo, sino que es dependiente de los tiempos de las tareas que se realizan en cada estación. Éstos pueden ser estimados en tanto y en cuanto se conozcan sus funciones de distribución de probabilidad, las cuales están considerablemente influenciadas por las asignaciones de los buffers. De manera que un sistema de ensamble asíncrono desacoplado necesita: (1) determinar el balance de línea, (2) asignar almacenamiento en buffers, (3) estimar la productividad (y/o medidas de eficiencia adicionales).

Debido a la fuerte interdependencia entre los tres problemas, sería deseable una solución simultánea. Hasta ahora, los abordajes brindados en la literatura evitan la complejidad resultante y más bien investigan en partes aisladamente. La mayoría de las publicaciones tratan los problemas (2) y (3), y buscan una relación óptima de costo de buffer y tasa de producción (Buzacott, 1968; Suhail, 1983; Baker y colab., 1990; Hillier y So, 1991; Hillier y colab., 1993; Malakooti, 1994; Powell, 1994; Dolgui y colab., 2002). En estos abordajes, el balance de línea normalmente está dado de manera que los tiempos de la estación y sus respectivas funciones de distribución son conocidas. La planificación sucesiva del balance de línea y la asignación de buffers muy probablemente no conducirá a un óptimo global de todo el sistema. Leves cambios en el contenido del trabajo de una estación podrían conducir a una asignación de buffer más eficiente y mejorar la performance global del sistema. Para la ubicación óptima de buffers podrían probarse diferentes balances de línea, por ejemplo, en una estrategia

combinada de simulación-optimización. La integración apropiada de los tres problemas es definitivamente un campo con muchos desafíos para investigación futura.

En cualquier caso, también en sistemas asincrónicos desacoplados el balanceo de línea es esencial para asegurar cargas de las estaciones suaves, al menos en el largo plazo. Así, parece ser adecuado restringir los tiempos de la estación mediante un tiempo de ciclo, similar a las líneas acopladas, incluso aunque el movimiento del trabajo no esté controlado en forma estricta.

El análisis de líneas asincrónicas reveló un interesante atributo, generalmente referido como “fenómeno tazón” (Hillier y Boling, 1966, 1979; Hillier y So, 1993) según el cual el rendimiento de una línea puede ser mejorado asignando menores cargas a las estaciones centrales que a aquellas ubicadas al comienzo y al final de la línea. Este efecto es mayor cuanto más grandes son las desviaciones estocásticas de los tiempos de procesamiento (Smunt y Perkins, 1985). El mismo concepto se aplica a la ubicación de buffers. Si el almacenamiento en buffers se intensifica en las estaciones centrales (o en estaciones cuello de botella), la productividad puede incrementarse (Conway y colab., 1988; Harris y Powell, 1999). En este contexto, el uso de un tiempo de ciclo global parece inapropiado y debe entonces reemplazarse por tiempos de ciclo locales específicos de la estación para representar este fenómeno ( $\beta_1 = \text{div}$ ; Johnson, 1983), buscando asignar una menor carga de trabajo a las estaciones centrales o, alternativamente, forzar una probabilidad mayor de satisfacer el tiempo de ciclo, en caso de un modelo estocástico. Sobre estas cuestiones acerca de tiempos de ciclo locales también resta investigar en el futuro.

#### *Líneas sincrónicas, desacompasadas*

Bajo movimientos sincrónicos de las piezas en proceso, todas las estaciones esperan hasta que la más lenta de las estaciones finalice las operaciones, antes de que las piezas de toda la línea sean transferidas en el mismo instante de tiempo ( $\beta_1 = \text{unpac}^{\text{sync}}$ ). En contraste con el caso asíncrono, los buffers ya no son requeridos.

Si los tiempos de las tareas son determinísticos, la línea sincrónica desacompada puede tratarse como una línea acompasada con transporte intermitente, con el tiempo de ciclo establecido por la estación más lenta. En el caso estocástico ( $\alpha_3 = t^{\text{sto}}$ ) hay además fuertes similitudes con una línea acompasada la cual se detiene

siempre que el tiempo de ciclo se ve excedido. Una línea desacompañada puede, sin embargo, avanzar si las operaciones se realizan inesperadamente rápido. No necesitarán tener que esperar que transcurra un tiempo fijo. Así, una línea sincrónica desacompañada promete salidas (rendimientos) mayores que su contraparte acompañada.

### **I.3.3 BLE en Relación a su Frecuencia de Resolución**

#### *Instalación de una línea por primera vez*

Siempre que un sistema de producción por ensamble se instala por primera vez y los recursos no han sido adquiridos aún, las estaciones pueden ser tratadas como entidades abstractas a las cuales puede asignarse cierto número de tareas. Normalmente, el diseño del producto deseado con todas sus variantes ya está determinado. Sin embargo, el proceso de producción exacto no está fijado o ni siquiera completamente sustanciado. Esto puede tenerse en cuenta de dos maneras diferentes: (a) El enfoque clásico es seleccionar y fijar todas las tareas y sus respectivos modos de procesamiento antes de la decisión de balanceo para formar un único grafo de precedencias previo a la resolución del problema del BLE. (b) Otra manera es reemplazar la planificación sucesiva por la selección de las alternativas de procesamiento simultáneamente con la decisión del balanceo. Este último enfoque requiere el sondeo de todos (o un subconjunto razonable de) los procesos alternativos que conducen al producto deseado, los cuales son trasladados al problema de balanceo. La asignación de tareas a estaciones está entonces influenciada por la selección simultánea de procesos alternativos. Esta metodología promete una mejor solución global y está especialmente adecuada para una primera instalación ( $\alpha_0 = p_a$ ; Pinto y colab., 1983; Pinnoi y Wilhelm, 1998; Bukchin y Tzur, 2000).

Las alternativas de procesamiento pueden influenciar la determinación del grafo de precedencias de diferentes maneras. Con frecuencia, diferentes máquinas u operarios con distintas habilidades pueden llevar a cabo la misma tarea con diferente desempeño y costos. Usualmente, existe un compromiso tiempo-costo, tal que el recurso más caro promete tiempos de tarea menores. Además, las alternativas de procesamiento pueden influenciar directamente las relaciones de precedencia ( $\alpha_6 = p_a^{\text{prec}}$ ). Por ejemplo, la transformación llevada a cabo por una tarea particular podría impedir la implementación de un procedimiento automatizado, mientras una operación manual sería la única

opción. Finalmente, subgrafos completos podrían ser sustituibles ( $\alpha_0 = pa^{\text{subgraph}}$ , Capacho y Pastor; 2004). Este es el caso cuando el ensamble de diferentes opciones aisladas puede ser reemplazado por un módulo comprado o un subensamble con los mismos atributos. Todas las formas mencionadas son especialmente relevantes para la instalación por primera vez de una línea y deben entonces ser consideradas en los respectivos problemas de BLE.

Como las alternativas de procesamiento normalmente generan diferentes costos de implementación, estos costos deben ser considerados explícitamente en la función objetivo ( $\gamma = Co$ ). Más aún, las predicciones de ventas están sujetas a considerables imprecisiones, de manera que puede ser razonable modelar el compromiso entre costos de inversión y ganancias esperadas a partir de un rendimiento variable ( $\gamma = Pr$ ; Zäpfel, 1975; Klenke, 1977; Rosenblatt y Carlson, 1985; Martin, 1994; Boysen y Fliedner, 2008) en vez de una minimización de costo para un tiempo de ciclo dado.

Con respecto a la vida útil de la línea de ensamble, los efectos esperados del aprendizaje ( $\alpha_3 = t^{\text{dy}}$ ), los cuales son incluso favorecidos por la alta especialización del trabajo, pueden tener un considerable impacto en determinar la eficiencia de largo plazo del sistema de producción. Si esos efectos de aprendizaje se despreciaran, las capacidades podrían ser fuertemente sobredimensionadas. Exceder las demandas en las fases más tardías del ciclo de vida del producto podría forzar a la compañía a dar fuertes descuentos, como se puede ver en la industria automotriz alemana (Krcal, 2005). La cuantificación de los efectos de aprendizaje conlleva pronósticos difíciles. Sin embargo, algunos abordajes pueden encontrarse en la literatura (Boucher, 1987; Chakravarty, 1988; Cohen y colab., 2006).

### *Reconfiguración (o rediseño) de la línea*

La mayoría de los problemas de BLE de la vida real aparecen a partir de una reconfiguración más que de la instalación por primera vez de una línea (Falkenauer, 2005). Una reconfiguración se hace necesaria siempre que haya un cambio sustancial en la estructura del programa de producción. Por ejemplo, un cambio permanente en la demanda de modelos. Al abordarse una reconfiguración, las estaciones tienen identidades en la forma de recursos asignados y una ubicación física en la planta establecidas en instancias precisas de planeación.

Como las estaciones ya existen realmente, la minimización del número de estaciones como objetivo es menos importante. Además, el tiempo de ciclo con frecuencia está determinado sobre la base de los pronósticos de ventas. Como consecuencia, la recuperación de una solución factible que observe el número dado de estaciones y el tiempo de ciclo es generalmente suficiente. Como meta suplementaria, con frecuencia se propone distribuir el contenido de trabajo lo más equitativamente posible entre las estaciones ( $\gamma=SSL^{line}$ ; Agnetis y colab. , 1995; Pinnoi y Wilhelm, 1997b; Merengo y colab., 1999; Rekiek y colab., 2001, 2002). Esto promete una calidad de producto mayor, que podría en caso contrario ponerse en peligro en las estaciones con cargas de trabajo extraordinariamente altas.

Una vez que los recursos están asignados a las estaciones, la maquinaria pesada podría no ser reasignada. En este caso, todas las tareas que requieren de este recurso necesitan permanecer en sus estaciones previamente establecidas, lo cual puede ser forzado mediante restricciones de asignación ( $\alpha_5=fix$ ). En rigor de verdad, el movimiento de una máquina no es técnicamente imposible pero sus costos de movimiento son importantes. En efecto, tales costos podrían ser considerados explícitamente ( $\gamma=Co$ ; Gamberini y colab., 2004, 2006). Adicionalmente, se deben observar restricciones de espacio siempre que una máquina se traslade ( $\alpha_5=cum$ ; Bautista y Pereira, 2007). El espacio en una estación podría ser limitado de manera que dos tareas, cada una de las cuales requiriera de una máquina de importantes dimensiones, no puedan ser asignadas a la misma estación ( $\alpha_5=inc$ ).

Pero no solo la maquinaria sino también los operadores de una línea de ensamble han sido asignados a una determinada estación en instancias previas, al abordar una reconfiguración. Pueden haber sido específicamente entrenados para llevar a cabo sus respectivos trabajos, de manera que un cambio podría estar adicionalmente asociado con costos de entrenamiento. Podría entonces ser deseable que el nuevo balance de línea permanezca lo más cercano posible al previo, con el fin de ahorrar costos de entrenamiento y traslado. Este aspecto no ha sido hasta ahora abordado en la literatura.

Si en el balance previamente establecido, una estación o una sección de la línea fue paralelizada ( $\beta_3=pstat$ ; Pinto y colab., 1981), esto puede ser considerado mediante tiempos de ciclo locales ( $\beta_1=div$ ), los cuales son múltiplos del tiempo de ciclo global, de manera que las estaciones paralelizadas puedan abarcar un contenido de trabajo mayor.

### **I.3.4 BLE y el Nivel de Automatización**

#### *Líneas manuales*

A pesar de los importantes avances en materia de automatización de los procesos de ensamble, hay aún muchos sistemas de ensamble que principal o completamente dependen del trabajo manual. Las líneas manuales son especialmente comunes cuando las piezas en proceso son frágiles, o cuando necesitan ser sujetadas frecuentemente. En esos casos, los robots industriales podrían carecer de la precisión necesaria para hacerlo (Bi y Zhang, 2001). En países donde los costos de salario son bajos, el trabajo manual puede ser también una alternativa eficiente a la maquinaria automatizada.

Los tiempos de las tareas bajo trabajo manual están con frecuencia sujetos a desviaciones estocásticas ( $\alpha_3=t^{sto}$ ), ya que el desempeño de los trabajadores humanos dependen de una variedad de factores tales como la motivación, el ambiente de trabajo o el estrés físico y mental (Tempelmeier, 2003).

La carencia de motivación y el bajo nivel de satisfacción, el cual está normalmente causado por la repetición de operaciones elementales, han sido consideradas como una desventaja importante de la producción por línea de ensamble (Shtub y Dar-El, 1989). Es por lo tanto deseable asignar paquetes de tareas cohesivas para los trabajadores, como el ensamble total de una opción de producto particular. Hasta ahora, el nivel de cohesión de una tarea ha sido medido en rasgos generales por el número de relaciones de precedencia directa entre las tareas incluidas (Agrawal, 1985; Lee y colab., 2001). Esta estrategia parece ser algo imprecisa o al menos requiere de una validación empírica. Una consideración explícita de la cohesión de las tareas con respecto a los módulos y subensambles es abordada por Shtub y Dar-El (1990).

El estrés físico (por ejemplo, la fuerza de sujeción) y psicológico (por ejemplo, la fatiga) que un operario debe encarar puede ser modelado como pesos adicionales a cada nodo del grafo de precedencias. Para cada tarea se asigna un cierto indicador de estrés, que no puede exceder o caer por debajo de un cierto nivel sobre todas las tareas asignadas a un trabajador ( $\alpha_5=cum$ ; Carnahan y colab., 2001). Otro factor considerable que influencia el trabajo manual es la experiencia individual del operario. Éste es el motivo por el cual los efectos de aprendizaje ganan especial importancia en el trabajo manual al punto que resulte en tiempos de tarea dinámicos ( $\alpha_3=t^{dy}$ ). No obstante, cuantificar los aspectos mencionados puede ser muy complejo.

Otro aspecto característico del trabajo manual que podría ser usado más fácilmente es la incorporación de flexibilidad. Operadores de estaciones adyacentes podrían, por ejemplo, sostenerse entre sí en caso de una sobrecarga. Esto puede explotarse directamente a través de ciertos "layouts" de línea, tales como las líneas en U ( $\beta_2=u$ ; Miltenburg y Wijngaard, 1994; Nakade y colab., 1997; Aase y colab., 2004) o una línea n-U ( $\beta_2=u^n$ ; Miltenburg, 1998; Sparling, 1998), que se origina en el famoso Sistema de Producción Toyota (Monden, 1998). En tales líneas, ambas alas son posicionadas cercanas entre sí para formar una U angosta, de manera que los trabajadores puedan llevar a cabo tareas sobre ambas alas en el mismo ciclo de producción. Esto incrementa los grados de libertad de la decisión de balanceo considerablemente (Scholl y Klein, 1999). El tiempo que le lleva a un operario moverse de un lado al otro podría ser contemplado en la resolución ( $\beta_5=\Delta t_{\text{unp}}$ ; Sparling, 1998; Sparling y Miltenburg, 1998).

Normalmente, los costos de salario constituyen el factor de costo más alto si se usa en forma intensiva el trabajo manual ( $\gamma=Co$ ). Sin embargo, debería corroborarse si el balance de línea tiene una influencia directa sobre los costos de salario. Si todos los operarios ya están empleados, como ocurre normalmente en el caso de una reconfiguración y no hay disponible trabajos alternativos fuera de la línea, el balance de la línea podría no tener ningún impacto sobre los costos salariales. A veces, el costo salarial puede estar influenciado por los niveles de calificación que requiere la tarea más demandante que un trabajador tiene que llevar a cabo ( $\beta_4=res^{\text{max}}$ ; Steffen 1977; Rosenberg y Ziegler, 1992; Amen, 2000a, b, 2001, 2006; Scholl y Becker, 2005). En este caso, la asignación de tareas a operarios puede alterar los costos de salario considerablemente cuando se agregan las tareas más desafiantes tanto como sea posible.

La calidad de las piezas en proceso es también de especial importancia si las operaciones se llevan a cabo manualmente. Como la cuantificación apropiada del nivel de calidad es bastante difícil, suele ser considerada indirectamente (Robinson y colab., 1990). Bajo trabajo manual, la calidad con frecuencia decrece si los operarios son sobrecargados con trabajo y necesitan trabajar más rápido. Consecuentemente, es deseable asegurar que la carga de trabajo esté distribuida lo más pareja posible entre las estaciones ( $\gamma=SSL^{\text{line}}$ ).

### *Líneas automatizadas*

Las líneas completamente automatizadas se implementan principalmente en todo lugar donde el ambiente de trabajo es de alguna manera hostil al ser humano. Por ejemplo, en el sector de pintura en la industria automotriz. O donde los robots industriales son capaces de realizar las tareas a menor costo y con una precisión mayor. La mayor precisión de las máquinas normalmente justifica la suposición de tiempos de tareas determinísticos ( $\alpha_3=^{\circ}$ ). Si se emplea maquinaria especializada (cada tarea requiere de su propia máquina o herramienta), estos sistemas presentan pocas particularidades, como, por ejemplo, las restricciones de espacio; ( $\alpha_5=inc, cum$ ). Sin embargo, la diferenciación creciente de productos que comparten la misma línea ( $\alpha_1=mix$ ) da lugar a flexibilidad incluso en sistemas de ensamble automatizado. Esto conduce a líneas de transferencia flexible, donde las máquinas multipropósito, con cambios de herramientas automatizados, pueden realizar una cantidad de tareas diferentes a velocidad variable. Debido a los altos costos de inversión en maquinaria flexible, el objetivo de minimización de costos gana considerablemente en importancia en estos casos ( $\gamma=Co$ ).

Por otro lado, si más de una máquina multipropósito pueden llevar a cabo una tarea con diferente desempeño, deben considerarse las alternativas de procesamiento en la fase de diseño ( $\alpha_6=pa$ ). En consecuencia, la asignación de tareas a estaciones se combina con el problema de selección del equipamiento en cada estación ( $\beta_4=equip$ ; Pinnoi y Wilhelm, 1998; Bukchin y Tzur, 2000). Esta selección, por lo tanto, determina los tiempos de las tareas en la respectiva estación como así también los costos de inversión (Graves y Lamar, 1983).

Además, deben tenerse en cuenta restricciones de asignación cuando algunas de las tareas pueden solamente ser llevadas a cabo por un subconjunto de máquinas disponibles ( $\alpha_5=type$ ) o cuando las tareas no pueden en absoluto ser realizadas sobre la misma maquinaria ( $\alpha_5=inc$ ). El cambio automatizado de la herramienta podría también tomar un cierto tiempo, que podría además ser dependiente de la secuencia de las piezas en proceso y sus herramientas requeridas ( $\alpha_4=\Delta t_{dir}$ ; Wilhelm, 1999). Asimismo, las piezas en proceso con frecuencia deben cargarse en la estación antes de realizar cualquier operación, una preparación que lleva su tiempo ( $\beta_5=\Delta t_{unp}$ ; Bard, 1989). Eventualmente, los depósitos de herramientas pueden estar limitados en tamaño, de

manera que la capacidad disponible se vuelve un factor limitante cuando se asignan tareas a una estación ( $\alpha_5 = \text{cum}$ ; Kim y Park, 1995; Pinnoi y Wilhelm, 1997a).

Adicionalmente, los equipos multipropósito modernos permiten nuevas formas de paralelización. Una máquina podría, por ejemplo, utilizar varios cabezales capaces de realizar operaciones sobre la misma pieza simultáneamente ( $\beta_3 = \text{pwork}$ ; Dolgui y colab., 1999, 2001a, 2001b, 2001c, 2003, 2006).

En una línea automatizada, la descompostura de una máquina se convierte en una cuestión de planificación relevante, no solo en la planeación y control del corto plazo sino en la configuración misma de las líneas de ensamble. Sin embargo, parece cuestionable si el BLE es la instancia correcta para tener en cuenta estas averías. La ausencia, hasta ahora, de investigación sobre BLE que considere defectos de la maquinaria es un indicador más de que el BLE falla en encontrar instrumentos para atenuar los efectos de las roturas. Como ya se ha mencionado, la ubicación y dimensionamiento de buffers, asistido por simulación de eventos discretos, parecen ser más apropiados para mantener la productividad a pesar de las descomposturas (Hillier y So, 1991; Tempelmeier, 2003).

### **I.3.5 Líneas de Negocios Específicas Asociadas al BLE**

#### *Producción de automóviles*

El ensamble final de automóviles se lleva normalmente a cabo sobre líneas acopladas de modelos mixtos ( $\alpha_1 = \text{mix}$ ) con una alta proporción de trabajo manual (Meyr, 2004). No obstante, existen excepciones: Urban y Chiang (2006), por ejemplo, reportan una línea de ensamble sincrónica desacoplada ( $\beta_1 = \text{unpac}^{\text{syn}}$ ). A pesar del bastante bajo nivel de automatización, la suposición de los tiempos de tareas determinísticos es, sin embargo, con frecuencia justificada ( $\alpha_3 = \text{°}$ ). Muy especialmente en la industria automotriz alemana, los tiempos de las tareas están sujetos a acuerdos mutuos entre el empleador y los respectivos sindicatos. Usualmente, estos convenios resultan en regulaciones muy detalladas basadas en métodos de medición estandarizados concernientes a la cantidad exacta de tiempo que se le da a un trabajador para realizar cualquier tipo de tarea.

Por otra parte, el BLE de automóviles necesita tratar con un número de peculiaridades, la mayoría de las cuales están relacionadas al hecho de que la mayoría

de las piezas en proceso son comparativamente grandes. En consecuencia, una estación puede subdividirse en lugares de trabajo paralelos, donde los operarios trabajan simultáneamente sobre la misma pieza en proceso ( $\beta_3=pwork$ ; Akagi y colab., 1983). Este fenómeno también ocurre en industrias relacionadas como la producción de camiones, ómnibus, remolques y vehículos para la construcción (Bartholdi, 1993; Lee y colab., 2001). Los lugares habituales de trabajo en la línea de ensamble son el frente y la parte trasera, laterales izquierdo y derecho, el techo y la parte baja del auto. Los obreros pueden trabajar en paralelo en distintos sectores de la pieza o incluso cambiar su sector durante un ciclo de producción. Esto requiere la observación de restricciones de precedencia entre tareas dentro de una estación, como también el surgimiento de tiempos de espera siempre que un trabajador necesita aguardar la culminación de otra tarea en otro sector de la misma estación, antes de que pueda continuar. En este caso, los tiempos de la estación no pueden determinarse más simplemente mediante la suma de los tiempos de las tareas. En cambio, es necesario resolver un problema de programación de operaciones o "scheduling" en cada estación (Falkenauer, 2005; Scholl y colab., 2008).

Asimismo, debe considerarse el tiempo extra que insume a un trabajador el cambio de sector de trabajo ( $\beta_5=\Delta t_{unp}$ ), las demoras cuando las operaciones en diferentes sectores se obstaculicen mutuamente, o la sincronización de dos trabajadores que son requeridos para llevar a cabo una tarea conjunta (por ejemplo, instalar el eje del auto o la cabina (Arcus, 1966)). Además, la pieza podría requerirse en una posición particular para realizar la tarea (por ejemplo, levantada, para trabajar la parte de abajo). Como resultado, algunas tareas pueden ser incompatibles en cierto tipo de estación ( $\alpha_5=type$ ; Johnson, 1983, 1991; Kim y colab., 2000a). Como los cambios de posición pueden realizarse sólo a través de maquinarias pesadas, la ubicación de tales dispositivos se transforma en parte del proceso de balanceo ( $\beta_6=change$ ).

Eventualmente, en la producción automotriz algunas de las tareas se llevan a cabo a lo largo de más de una estación. Por ejemplo, los equipos de audio o similares podrían ser instalados por un operario que permanece en el interior del automóvil mientras visita varias estaciones (Arcus, 1966; Falkenauer, 2005). A fin de llevar adelante esta tarea sobre todos los vehículos, varios trabajadores son asignados que trabajarán en paralelo desplazados en un ciclo ( $\beta_3=pstat$ ; Inman y Leon, 1994).

Finalmente debe destacarse que la investigación en el ámbito automotriz ha estado especialmente enfocada en líneas de dos lados ( $\beta_3 = \text{pwork}^2$ ; Bartholdi, 1993; Kim y colab., 2000a; Lee y colab. 2001), con intervención simultánea de operarios en ambos lados del vehículo en cada estación.

### *Industria electrónica*

La mayoría de los trabajos de investigación en el tema tratan aplicaciones prácticas que surgen de la industria de electrodomésticos. Si las piezas en proceso son suficientemente grandes como en la producción de líneas blancas, podrían instalarse estaciones de trabajo paralelas, similarmente a la producción de automóviles. Esta aplicación también está usualmente limitada a líneas de dos lados. ( $\beta_3 = \text{pwork}^2$ ; Hautsch y colab., 1972; Lapierre y colab., 2006). Como los dispositivos electrónicos usualmente consisten en una cierta cantidad de subensambles que, a su vez, necesitan ser ensamblados, con frecuencia se consideran líneas alimentadoras ( $\beta_3 = \text{feeder}$ ; Hautsch y colab., 1972; Lapierre y Ruiz, 2004) que convergen a la línea principal. Una posible estrategia en tales casos es balancear primero la línea principal y usar el tiempo de ciclo resultante para balancear las líneas alimentadoras más tarde. Es cuestionable, sin embargo, afirmar si tal descomposición producirá un óptimo global. Esta cuestión es aún más crítica si los operadores pueden trabajar tanto sobre la línea principal como en la alimentadora en sus puntos de conexión (Lapierre y Ruiz, 2004).

### *Producción de bicicletas*

Bautista y Pereira (2002) consideran la manufactura de bicicletas sobre una línea acoplada de un solo modelo con trabajo principalmente manual. Además de las restricciones de asignación ( $\alpha_5 = \text{inc}$ ) deben contemplarse cambios de posición de las piezas en proceso. Dependiendo de la tarea, las bicicletas necesitan ser rotadas alrededor de diferentes ejes. Por un lado, esta operación toma tiempo adicional y, por el otro, significa estrés físico para el trabajador. Esto puede ser modelado explícitamente mediante incrementos en los tiempos de las tareas dependientes de la secuencia ( $\alpha_4 = \Delta t_{\text{dir}}$ ), o mediante restricciones del contenido del trabajo en las estaciones ( $\alpha_5 = \text{cum}$ ). En este caso, Bautista y Pereira (2002) optan por minimizar el número de cambios de posición en la función objetivo ( $\gamma = \text{score}$ ).

#### **I.4 Clasificación Específica de Problemas Vinculados a Líneas de Ensamble Mixtas y Multiproducto**

Según proponen Boysen y colab. (2009), cualquier problema de secuenciamiento de modelos constará mínimamente de tres elementos básicos: características operacionales de las estaciones, características de la línea de ensamble como un todo y un objetivo perseguido. En concordancia con esto, estos tres elementos se denotarán con una 3-upla  $[a | b | c]$ , donde  $a$  representa las características de las estaciones,  $b$ , las características de la línea de ensamble y  $c$ , los objetivos.

##### **I.4.1 Características de las Estaciones**

Las características operacionales de las estaciones  $a$  se representan con seis atributos  $a_1$  a  $a_6$ , que pueden resumirse según se detalla a continuación:

**(a<sub>1</sub>) Contornos de las Estaciones.** Las estaciones pueden ser cerradas ( $a_1 = \circ$ ) donde operadores deben trabajar dentro de los límites de la estación o abiertas ( $a_1 = \text{open}^\lambda$ ) donde los bordes de la estación pueden cruzarse hasta cierto punto. Si el parámetro  $\lambda = \circ$ , ambos bordes son abiertos; si  $\lambda = \text{left}$ , abierta a la izquierda y  $\lambda = \text{right}$ , abierta a la derecha .

**(a<sub>2</sub>) Reacción ante Sobrecarga de Trabajo Inminente.** Esta acción puede tener un impacto significativo en la decisión de agendamiento de las piezas. Por defecto, se supone que las sobrecargas de trabajo no afectan los tiempos de inicio en las sucesivas estaciones ( $a_2 = \circ$  o cont). Éste es siempre el caso si la sobrecarga se compensa con un trabajador de servicio que ayuda a terminar la pieza dentro del límite de tiempo de visibilidad de la misma en la estación (Tsai, 1995) o se incrementa la velocidad de procesamiento de manera que se termine la pieza a tiempo. También puede ocurrir que las tareas no terminadas se completen al final de la línea o en estaciones de reparación especiales (Buzacott, 1999). En cualquier caso, la línea puede continuar el procesamiento de las piezas. Otra reacción es retirar la pieza de la línea para descarte o para completación fuera de ella, de tal manera que las sucesivas estaciones van a presentar ciclos vacíos ( $a_2 = \text{off}$ ). También se puede parar la línea apenas la pieza en proceso alcanza el borde de alguna estación sin finalizarse, lo cual induce tiempo ocioso en cualquier otra estación ( $a_2 = \text{stop}$ ). Otra opción de reacción es compensar las sobrecargas variabilizando uno o ambos bordes de la estación ( $a_2 = \text{var}^\lambda$ ).

**(a<sub>3</sub>) Tiempo de Procesamiento.** Los tiempos de procesamiento pueden variar debido a operaciones manuales complicadas o a defectos de la maquinaria (Tempelmeier, 2003). Esto puede afectar el secuenciamiento y se pueden considerar de dos maneras diferentes. A saber, (i) despreciando su naturaleza estocástica ( $a_3=\circ$ ) (Boysen y colab., 2008a), o (ii) aceptando variaciones aleatorias con funciones distribución (conocidas, desconocidas o parcialmente conocidas) ( $a_3=p^{sto}$ ) (Pinedo, 2002).

**(a<sub>4</sub>) Trabajo Concurrente.** El trabajo concurrente habilita a los operarios de las estaciones para empezar a procesar aunque la estación previa no haya finalizado su trabajo sobre la respectiva pieza en proceso. Para ello, las estaciones necesitan ser abiertas, como así también que el tamaño de las piezas sea apropiado, de manera que los operarios no se estorben entre sí (Mackaskill, 1973) ( $a_4=\circ$ ). El trabajo concurrente se puede considerar ( $a_4=\circ$ ) o no ( $a_4=cc$ ) al abordar el secuenciamiento.

**(a<sub>5</sub>) Setups.** Una línea de ensamble de modelos mixtos necesita una reducción considerable de los costos y tiempos de 'setup' ( $a_5=\circ$ ). En caso contrario ( $a_5=setup^\lambda$ ), la producción de diferentes modelos en una secuencia entremezclada es completamente imposible. Sin embargo, operaciones de setups cortos que consumen una fracción del ciclo de tiempo pueden ser relevantes debido a los cambios de herramientas (Burns y Daganzo, 1987). Se pueden considerar tiempos y costos de setup o no hacerlo. El supraíndice  $\lambda$  es igual a "time" o "cost" según se consideren tiempos o costos de setup, respectivamente.

**(a<sub>6</sub>) Estaciones Paralelas.** Tareas con tiempos de procesamiento comparativamente largas pueden conducir a balances de línea ineficientes, ya que fuerzan a que el tiempo de ciclo sea muy largo induciendo tiempos ociosos en las otras estaciones. De manera que podría ser preferible instalar estaciones paralelas, que alternativamente procesen contenidos de trabajo idénticos (Pinto y colab., 1981; Bard, 1989). La paralelización es otra de las opciones.

#### **I.4.2 Características de la Línea**

Las propiedades de la línea de ensamble pueden clasificarse a través de cinco atributos  $b_1$  a  $b_5$  del segundo componente de la 3-upla,  $b$ .

**(b<sub>1</sub>) Número de Estaciones.** Se puede considerar un número arbitrario de estaciones ( $b_1=\infty$ ) o que su cantidad está restringida a una cantidad  $n$  determinada ( $b_1=n$ ).

**(b<sub>2</sub>) Homogeneidad de las Estaciones.** En los casos prácticos, una línea de ensamble puede consistir en estaciones con características muy diferentes. La mayoría de los enfoques actuales de secuenciamiento presupone estaciones con características homogéneas, lo cual es muy limitante para las aplicaciones prácticas (Kim y colab., 1996). Las opciones son que todas las estaciones tengan las mismas características ( $b_2=\infty$ ) o que las mismas están diferenciadas entre sí ( $b_2=div$ ).

**(b<sub>3</sub>) Disciplina de Lanzamiento.** Los intervalos en los cuales las piezas en proceso son enviadas 'aguas abajo' influyen la eficiencia del sistema. Se pueden distinguir dos estrategias de despacho (Wester y Kilbridge, 1964): una tasa fija, donde las unidades consecutivas se lanzan a intervalos iguales al tiempo de ciclo  $CT$  ( $b_3=\infty$ ), o bien una tasa variable, lo cual aumenta la flexibilidad, ya que el intervalo se va modificando dinámicamente para evitar tiempos ociosos y sobrecargas de trabajo ( $b_3=vl$ ).

**(b<sub>4</sub>) Velocidad de Retorno.** Siempre que un operario ha finalizado todas sus operaciones, necesita retornar 'aguas arriba' para comenzar a procesar la próxima pieza. En el mundo real, se necesita alguna fracción del tiempo para cubrir esa distancia. Sin embargo, en el modelado matemático hay dos tipos de premisas con relación a la velocidad de retorno: los trabajadores son mucho más rápidos que el movimiento de la línea (velocidad de retorno *infinita*) ( $b_4=\infty$ ) o bien los tiempos de retorno varían de ciclo a ciclo y de operador a operador (velocidad de retorno *finita*) ( $b_4=fin$ ).

**(b<sub>5</sub>) Layout de la Línea.** Las estaciones pueden estar acomodadas en una manera en serie ( $b_5=\infty$ ), en forma de U (Miltenburg y Wijngaard, 1994; Monden, 1998) ( $b_5=u$ ) o bien una o más líneas alimentadoras confluyen en una línea principal (Groeflin y colab., 1989) ( $b_5=feeder$ ).

### I.4.3 Objetivos

Finalmente, la optimización será guiada por objetivos  $c$  que evalúen las soluciones. Puede haber tanto un objetivo como varios seleccionables, los que se expresan a continuación.

**(c<sub>1</sub>) Minimizar la Sobrecarga de Trabajo.** Se trata de minimizar el tiempo que los bordes de la estación serían excedidos si no se llevara adelante ningún tipo de compensación (Scholl y colab., 1998) ( $c_1=°$ ).

**(c<sub>2</sub>) Minimizar la Longitud de la Línea.** Este objetivo puede seguirse siempre que los bordes de la estación no estén aún fijados ( $a_2=var$ ). Tiende a minimizar el costo de inversión del sistema de transporte (Bard y colab., 1994) ( $c_2=len$ ).

**(c<sub>3</sub>) Minimizar el Tiempo de Producción.** Este tiempo se define como el intervalo entre el lanzamiento de la primera pieza y la finalización de la última, y está altamente correlacionado con el objetivo anterior ( $c_3=thru$ ).

**(c<sub>4</sub>) Minimizar el Máximo Desplazamiento de los Operarios de sus Respectivos Puntos de Referencia.** Un desplazamiento creciente de los operarios aumenta el riesgo de trabajadores estorbándose entre sí y de esa forma, el riesgo de una parada de línea (Okamura y Yamashina, 1979) ( $c_4=dis$ ).

**(c<sub>5</sub>) Minimizar el tiempo ocioso total.** El tiempo ocioso representa capacidades no usadas (por ende, no productivas) de máquinas y operarios. Ocurren cuando un operario tiene que esperar que la pieza llegue a su estación, o si el trabajador tiene que esperar que la estación anterior termine su trabajo, si no es posible el trabajo concurrente. El tiempo ocioso tiene su justificación si las capacidades no usadas pueden afectarse productivamente para hacer otros trabajos (Scholl, 1999, pág. 21) ( $c_5=idle$ ).

**(c<sub>6</sub>) Minimizar la duración de las paradas de línea.** Durante el tiempo que una línea está detenida ninguna pieza en proceso puede completarse. De este modo, este objetivo minimiza costos de oportunidad por ventas perdidas ( $c_6=stop$ ).

### **I.5 Caso Particular: Secuenciamiento de Automóviles**

En lugar de un agendamiento detallado del contenido de trabajo, el problema de secuenciamiento de automóviles considera y controla la sucesión de las opciones de producto con trabajo intensivo (por ejemplo, techo solar, aire acondicionado) a fin de evitar la sobrecarga de trabajo. Un conjunto de opciones puede estar sujeto a reglas de secuenciamiento que restrinjan el número máximo de ocurrencias dentro de una subsecuencia de cierta longitud. El secuenciamiento de automóviles busca entonces encontrar una secuencia de modelos que satisfaga las demandas requeridas para cada

modelo sin violar las reglas de secuenciamiento dadas. Originalmente, esta cuestión surgió en la industria automotriz (Parrello, 1988; Nguyen, 2005). Sin embargo, el enfoque puede aplicarse a ensambles de modelos mixtos en otras industrias. Las reglas de secuenciamiento son típicamente del tipo  $H_o:N_o$  lo cual significa que de  $N_o$  modelos sucesivos solamente  $H_o$  pueden contener la opción  $o$  a fin de evitar sobrecarga de trabajo. Tales reglas se derivan de considerar la situación de capacidad en las estaciones como lo expresan Drexl y Kimms (2001).

Para evitar el significativo esfuerzo de recolección de datos que acompaña al ordenamiento de modelos mixtos, el secuenciamiento de automóviles intenta minimizar las sobrecargas de trabajo dependientes de la secuencia en una manera implícita. Como se ha expresado, esto se logra formulando un conjunto de reglas de secuenciamiento del tipo  $H_o:N_o$  que postulan que entre  $N_o$  posiciones subsiguientes en la secuencia a lo sumo  $H_o$  ocurrencias de una cierta opción  $o$  están permitidas. Minimizar el número o el alcance de las violaciones de las reglas se supone que, al mismo tiempo, minimiza la sobrecarga de trabajo. Los procedimientos de solución originalmente surgen del campo de la programación por restricciones (Parrello y colab., 1986; Dincbas y colab., 1988; Gagné y colab., 2006; Flidner y Boysen, 2008). Una revisión y sondeo general sobre secuenciamiento de autos puede encontrarse en Solnon y colab. (2008).

## **I.6 Agendamiento de Niveles**

Como parte del famoso “Sistema de Producción Toyota”, el agendamiento de niveles recibió amplia atención en investigación (Kubiak, 1993; Dahmala y Kubiak, 2005; Monden, 1998, Duplaga y colab., 1996; Mane y colab, 2002). Este abordaje apunta a suavizar equitativamente los requerimientos de materiales inducidos por la secuencia de producción en el tiempo, de tal manera que se facilite un suministro de material justo-a-tiempo y los stocks de seguridad se minimicen. Para lograrlo, cada material recibe una tasa de consumo de referencia (teórica), la cual se determina distribuyendo su demanda global uniformemente sobre el horizonte de planeamiento. Luego, se busca una secuencia donde las tasas reales de consumo de materiales sean lo más cercanas posibles a las tasas teóricas. Los respectivos procedimientos de agendamiento de niveles se dan en Monden (1998), Miltenburg y Goldstein (1991) o Bautista y colab. (1996a, 1996b). Suponiendo que todos los modelos requieren

(aproximadamente) el mismo número y mezcla de partes (Miltenburg, 1989), es suficiente nivelar las ocurrencias del modelo en el tiempo (Kubiak y Sethi, 1991; Inman y Bulfin, 1991; Steiner y Yeomans, 1993). Revisiones sobre esta cuestión se dan en Kubiak (1993), Dahmala y Kubiak (2005) y en Boysen y colab. (2006b). El modelo detallado se presenta en el Capítulo siguiente.

### **I.7 Otras Cuestiones Vinculadas a Inventarios**

Una línea de ensamble de modelos mixtos permite la producción conjunta de diferentes modelos de un producto de base común en una secuencia de modelos entremezclados (tamaños de lote iguales a uno). Se han reportado abordajes previos para la tarea de planificación de corto plazo, ya sea apuntando a minimizar la sobrecarga de trabajo (modelo de secuenciamiento mixto y secuenciamiento de automóviles) o a nivelar el uso de las partes (agendamiento de niveles). Sin embargo, en muchas plantas las partes son provistas por un tercero, quien almacena los componentes distribuidos justo-a-tiempo en un almacén adyacente a la línea. El fabricante emite una orden por una carga completa siempre que su propio almacenamiento de partes se agota. De esta manera, el fabricante apunta a una secuencia de modelos que minimice sus costos de inventario. Boysen y colab. (2008a) formalizan ese problema de secuenciamiento de modelos y describe diferentes procedimientos heurísticos y exactos, cuyas soluciones se comparan con el tradicional agendamiento de niveles. En un sentido similar, muchas industrias poseen sistemas de ensamble de modelos mixtos con partes provistas por stocks de terceros y aparece el problema de secuenciamiento de corto plazo que decide la sucesión de modelos despachados a la línea y apunta a minimizar el costo del inventario en proceso. Para lograrlo, Flidner y colab. (2011) muestran que la propuesta de secuenciamiento de modelos mixtos orientado a partes tiene complejidad "NP-complejo" y desarrolla un heurístico ("Beam Search") para resolverlo. Por otra parte, Yavuz y colab. (2006) presentan un algoritmo exacto de programación dinámica para abordar el problema de suavización de la producción en el contexto de manufactura justo-a-tiempo, el cual emplea una metodología de solución de dos fases: 1) calcula los tamaños de batch y 2) secuencia los batches. Como el requerimiento computacional para problemas reales resulta impracticable, propone tres metaheurísticas para la resolución del problema, las cuales arrojan soluciones cercanas al óptimo.

Finalmente, en relación al caso de líneas multi-producto, Schmeleva y colab. (2012) tratan con el problema estocástico de dimensionamiento y secuenciamiento en una línea de ensamble que produce los ítems en lotes. Considera dos tipos de incertidumbres: tiempo de entrega aleatorio inducido por rotura de máquinas, y productividad aleatoria para tener en cuenta los rechazos de partes. El estudio se enfoca en maximizar la probabilidad de producir una cantidad requerida de ítems de cada tipo para un horizonte de planificación finito dado. Se recurre a la descomposición del problema para separar los algoritmos de secuenciamiento y de dimensionamiento de lotes, para este último propone un eficiente algoritmo evolutivo.

## **I.8 Conclusiones Preliminares**

A lo largo de este primer capítulo se han desplegado los conocimientos básicos asociados a líneas de ensamble que procesan ya sea uno solo como múltiples productos. Los trabajos relevantes se enfocan mayoritariamente en el problema balanceo de las líneas de ensamble, el cual tiene como objetivo distribuir la carga de trabajo de manera equitativa entre las estaciones. Tanto sea para aumentar la productividad del sistema con una inversión dada, como para minimizar la inversión requerida, dado un determinado ritmo de producción. El problema de decisión, en cualquier caso, es el de la asignación de tareas a estaciones, respetando las restricciones de precedencia del proceso, y algunas otras restricciones eventuales. Ese problema de asignación es de naturaleza combinatoria, y posee múltiples óptimos alternativos, por lo que ha atraído la atención de muchos investigadores del área. Se han desarrollado diferentes técnicas de resolución, que van desde múltiples metodologías heurísticas a modelos exactos.

También se ha volcado mucho esfuerzo en el tratamiento de incertidumbre en los valores de los tiempos de las tareas y en los tamaños de lote cuando estos sufren variabilidad. Se han propuesto diversos análisis de sensibilidad de soluciones y abordajes basados en distribuciones de probabilidad.

En la continuidad de la tesis nos enfocaremos primero en los modelos de optimización propuestos en la literatura específicamente para la secuenciación de productos en líneas mixtas, y luego en una revisión de la evolución del problema de dimensionamiento de lotes, para finalmente presentar el aporte original de esta tesis en la temática.

## CAPÍTULO II

Revisión Bibliográfica Específica:  
Enfoques y Técnicas de Representación  
del Problema de Secuenciamiento de  
Partes y Lotes en Líneas Mixtas y  
Multiproducto



## **II.1 Secuenciamiento en Líneas de Ensamble de Modelos Mixtos**

En un amplio rango de industrias modernas los fabricantes se enfrentan al desafío de suministrar una amplia variedad de productos a precios competitivos. Esto requiere habitualmente la implementación de sistemas de producción flexibles y eficientes en costo. Se emplean entonces las denominadas líneas de ensamble de modelos mixtos, donde los tiempos de setup se reducen a tal punto que diversos modelos de un producto base común pueden ser manufacturados en secuencias entremezcladas. Sin embargo, la diversidad observada en líneas de modelos mixtos merece el esfuerzo de planificar la secuencia para explotar los beneficios de la producción mediante líneas de ensamble.

Como se ha descrito, las líneas de ensamble constan de múltiples estaciones arregladas a lo largo de algún tipo de sistema de transporte, por ejemplo, una cinta transportadora, que mueve las piezas en proceso continuamente de una estación a la otra (líneas de ensamble acopladas). Los trabajadores acompañan a las piezas en proceso mientras ejecutan un conjunto de tareas pre-especificadas en cada ciclo de producción. Tan pronto como las tareas se completan, el trabajador retorna aguas arriba hasta que alcanza la próxima pieza o el borde de su estación. Sin pérdida de generalidad, a los efectos de simplificar la explicación del problema bajo estudio, se supone que el sistema de transporte se mueve de izquierda a derecha. Adicionalmente se asume lo siguiente:

- No hay ningún buffer entre estaciones. Así, la secuencia de producción se determina antes de su despacho, tal que un reordenamiento o adelantamiento de los trabajos es imposible,
- Las piezas en proceso tienen una ubicación fija en el sistema de transporte. Sólo su orientación puede cambiar;
- El 'mix' de modelos, es decir, la demanda de modelos a lo largo del horizonte de planeamiento se conoce con certeza y no está sujeto a cambios (no hay órdenes de urgencia);
- Los modelos múltiples contienen diferentes materiales y requieren diferentes tareas con tiempos de procesamiento individuales, tales que las demandas de materiales y la utilización de las capacidades de la estación pueden cambiar de modelo a modelo;

- Se supone que no hay ninguna perturbación como descomposturas de máquinas o desabastecimiento de materiales, de manera que no se esperan resecuenciamientos (Inmann, 2003; Ding y Sun, 2004).

Como una consecuencia de estas hipótesis en esta tesis no se hará ninguna mención a estimaciones de rendimiento o distribución de buffers en líneas de ensamble desacopladas con buffers. En cambio, se tendrá en cuenta el problema central del secuenciamiento de modelos que es, básicamente, la asignación de copias de modelos a los ciclos de producción disponibles.

### Modelo matemático

La mayoría de los modelos vinculados a esta problemática comparten las siguientes características:

Para cada modelo o producto  $m \in M$ , se conoce la demanda  $d_m$  que debe satisfacerse al final del horizonte de planeamiento. Dicho horizonte se divide en  $TS$  ciclos de producción ( $t=1, \dots, TS$ ) (o 'slots' de tiempo), donde  $TS=\sum_{m \in M} d_m$ . La variable de decisión binaria  $x_{m,t}$  indica si una copia del modelo  $m$  se produce en el ciclo ('slot' de tiempo)  $t$  si toma el valor 1. En caso contrario, toma valor nulo.

$$x_{m,t} \in \{0,1\} \quad \forall m \in M; \forall t \in TS \quad (\text{II.1})$$

Además, en cada ciclo de producción  $t$  se produce exactamente una copia de modelo  $m$ :

$$\sum_{m \in M} x_{m,t} = 1 \quad \forall t \in TS \quad (\text{II.2})$$

Sobre todos los ciclos de producción la demanda de las copias de modelos,  $d_m$ , debe ser satisfecha:

$$\sum_{t=1}^{TS} x_{m,t} = d_m \quad \forall m \in M \quad (\text{II.3})$$

Esto conduce a un problema de secuenciamiento mixto de corto plazo que se procede a detallar.

Se asume que el balance de la línea de un sistema de ensamble mixto ha sido determinado sobre la base del denominado *grafo de precedencias conjunto*, donde los

diferentes tiempos de procesamiento de los respectivos modelos se promedian (van Zante-de Fokkert y de Kok, 1997; Boysen y colab, 2007). A fin de evitar capacidades excesivas, el tiempo de ciclo  $CT$  se determina de tal manera que se lo tenga en cuenta *en promedio* sobre todos los modelos. Como consecuencia, los tiempos de procesamiento de algunos modelos son mayores que el tiempo de ciclo mientras que otros son menores. Si varios modelos con tiempos de procesamiento más altos se procesan uno tras otro en la misma estación, el operario no podrá alcanzar el borde izquierdo de la estación antes que la próxima pieza arribe y así sea consecutivamente movido hacia el borde derecho de la estación. Esto resultará finalmente en una sobrecarga de trabajo siempre que las operaciones sobre una pieza de trabajo no puedan ser finalizadas dentro de los límites de la estación  $j$  perteneciente al conjunto de estaciones  $J$ . A los efectos de encontrar una secuenciación que evite lo más posible los episodios de exceso del tiempo de ciclo y sus consecuencias, los modelos son secuenciados en cada estación y ciclo de producción tomando en cuenta explícitamente sus tiempos de procesamiento, los movimientos del operario y los bordes de la estación. Se presenta aquí un modelo básico, que se desarrolla sobre las siguientes suposiciones (Scholl, 1999):

- La cinta transportadora se mueve de izquierda a derecha a velocidad constante;
- Las estaciones son cerradas, es decir, el trabajo de una estación no puede cruzar los bordes de la misma (los operarios de cada estación no se ayudan mutuamente);
- Los operarios retornan al borde izquierdo con velocidad infinita. Ésta es una simplificación adecuada siempre que la velocidad de la cinta sea mucho menor que la velocidad de caminata de los trabajadores;
- La sobrecarga de trabajo se mide por el tiempo o espacio necesario para completar el trabajo que excede al borde derecho de la respectiva estación (sin compensación);
- Una sobrecarga de trabajo no tiene ningún impacto en la estación subsiguiente. De manera que el modelo asume que la sobrecarga de trabajo es o bien compensada con un operario auxiliar o bien acelerando la velocidad de procesamiento.

Sobre la base de estas suposiciones, Scholl (1999) plantea el siguiente modelo matemático dado por la función objetivo (II.4) y las restricciones (II.1) - (II.3) más las (II.5) - (II.8) :

$$\text{Min } Z(x, s, w) = \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{TS} w_{j,t} \quad (\text{II.4})$$

$$s_{j,t+1} \geq s_{j,t} + \sum_{m \in M} t_{mj} x_{m,t} - w_{j,t} - CT \quad \forall j = 1, \dots, J; \quad \forall t = 1, \dots, TS \quad (\text{II.5})$$

$$s_{j,t} + \sum_{m \in M} t_{mj} x_{m,t} - w_{j,t} \leq l_j \quad \forall j = 1, \dots, J; \quad \forall t = 1, \dots, TS \quad (\text{II.6})$$

$$s_{j,t} \geq 0, \quad w_{j,t} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, J; \quad \forall t = 1, \dots, TS \quad (\text{II.7})$$

$$s_{j,1} = 0, \quad s_{j,TS+1} = 0 \quad \forall j = 1, \dots, J \quad (\text{II.8})$$

La función objetivo (II.4) minimiza la sobrecarga total. Las restricciones (II.5) garantizan que el procesamiento de una copia de cualquier modelo en el ciclo  $(t+1)$  en la estación  $j$  no puede empezar antes de que esta estación haya completado la unidad precedente en el ciclo  $t$ . El trabajo está restringido al borde de las estaciones mediante las restricciones (II.6), donde  $l_j$  es la ventana temporal de visibilidad de la pieza en proceso en la estación  $j$ , sumando las restricciones de no negatividad en (II.7). La ecuación (II.8) asegura que la línea está en un estado inicial antes de y al final del horizonte de planeación.

### II.1.1 Modelo de Secuenciamiento de Automóviles

Con la ayuda de reglas de secuenciación, el problema descrito en el Capítulo anterior relacionado al secuenciamiento de automóviles, puede formularse como un problema de satisfacción de restricciones, dado por las ecuaciones (II.1)-(II.3) y (II.9), que fuerzan a la observancia de tales reglas (Drexl y Kimms, 2001).

$$\sum_{t'=t}^{t+N_o-1} a_{mo} x_{m,t'} \leq H_o \quad \forall o \in O; \quad t = 1, \dots, TS - N_o + 1 \quad (\text{II.9})$$

donde  $a_{mo}$  es un coeficiente binario que vale 1 si el modelo  $m$  contiene la opción  $o$  y toma valor 0 en caso contrario.

El problema de satisfacción de restricciones se puede transformar luego en un problema de optimización que tiene la ventaja de encontrar una secuencia de modelos que minimiza las reglas violadas siempre que no exista una solución sin violaciones. (Gottlieb y colab., 2003; Gagné y colab., 2006, Gravel y colab., 2005; Flidner y Boysen, 2008).

### II.1.2 Modelo de Agendamiento de Niveles

Supongamos que se tiene un conjunto  $M$  de modelos cada uno de los cuales se constituye de  $p$  partes diferentes ( $p \in P$ ). Los coeficientes de producción  $a_{mp}$  especifican el número de unidades de material  $p$  necesarios en el ensamble de una unidad de modelo  $m$ . La tasa de consumo de referencia  $r_p$  por ciclo de producción se calcula como indica la expresión II.10.

$$r_p = \frac{\sum_{m \in M} a_{mp} d_m}{TS} \quad \forall p \in P \quad (\text{II. 10})$$

Junto con las variables enteras  $y_{m,t}$  que representan la cantidad de producción acumulativa total del modelo  $m$  hasta el ciclo  $t$ , el agendamiento de niveles orientado a partes puede modelarse como sigue (Joo y Wilhelm, 1993; Monden, 1998; Bautista y colab., 1996a y b):

$$\text{Min } Z(x, y) = \sum_{t=1}^{TS} \sum_{p \in P} \left( \sum_{m \in M} a_{mp} y_{m,t} - t r_p \right)^2 \quad (\text{II.11})$$

sujeto a (II.1)-(II.3) y

$$y_{m,t} = \sum_{t'=1}^t x_{m,t'} \quad \forall t = 1, \dots, TS \quad (\text{II.12})$$

La función objetivo (II.11) apunta a minimizar la suma de todas las desviaciones de las demandas acumuladas ideales por ciclo de producción  $t$  y parte  $p$ .

En aplicaciones prácticas, donde los productos pueden constar de miles de partes diferentes, las instancias del problema resultante pueden no alcanzar optimalidad en tiempos razonables. Por ende, la literatura propone un tipo de modelos aproximados simplificados que, bajo pre-requisitos específicos, asegura que es suficiente para nivelar

el uso de partes, sin considerar explícitamente los materiales contenidos en los productos. Éste parece ser el caso siempre que, o bien todos los modelos requieren aproximadamente el mismo número o mezcla de partes (Miltenburg, 1989, p.193) o bien, las utilizaciones de partes son distintas (Kubiak, 1993, p. 261). El objetivo de estos problemas de agendamiento de niveles orientado por modelos es alcanzar una tasa de producción constante  $r_m$  para cada modelo  $m$  tal que  $r_m = d_m / TS$ ,  $\forall m \in M$ . De este modo, el objetivo (II.11) se reemplaza por la nueva función objetivo (II.13):

$$\text{Minimizar } Z(x, y) = \sum_{t=1}^{TS} \sum_{m \in M} (y_{m,t} - t r_m)^2 \quad (\text{II.13})$$

sujeto a (II.1)-(II.3) y (II.12).

## II.2 Problema de Dimensionamiento de Lotes Económicos

A principios del siglo XX, F.W. Harris (1913) publica sus primeras ideas acerca de la "cantidad económica a ordenar" (EOQ, de sus siglas en inglés) y formula una función de costo total por unidad en lugar de por intervalo de tiempo como es más habitual hoy día e incluye un costo de setup de la orden reflejada en la Ecuación II.14

$$\text{Min } CT = \frac{1}{240M} (CX + S) + \frac{S}{X} + C \quad (\text{II.14})$$

donde

$M$ = número de unidades usadas por mes

$C$ =costo de una unidad (\$)

$S$ =costo de setup de una orden (\$)

$I$ =Costo unitario por interés y depreciación en stock (Harris considera una tasa de interés anual del 10%)

$X$ = tamaño desconocido de la orden

Se puede demostrar fácilmente que el tamaño de orden  $X$  que minimiza II.14 está dado por la expresión II.15

$$X = \sqrt{\frac{240MS}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 12MS}{0.1C}} \quad (\text{II.15})$$

Taft (1918) extendió la fórmula de Harris incorporando una tasa de producción finita.

Para describir brevemente la historia detrás del Problema de Secuenciamiento de Lotes Económicos (o ELSP, de sus siglas en inglés: "Economic Lot Scheduling Problem") se usa la notación propuesta por Holmbom y Segerstedt (2014) que describe el costo por unidad de tiempo como una función de  $q$  dada por II.16:

$$C(q) = \frac{dA}{q} + h \frac{q}{2} \quad (\text{II.16})$$

$d$ =tasa de demanda del ítem (unidades por día)

$h$ =costo de inventario del ítem (\$ por unidad por día)

$A$ =costo de setup o costo de la orden

$q$ =cantidad a ordenar del ítem

De ella se puede deducir que el costo por unidad es

$$C_q(q) = \frac{A}{q} + h \frac{q}{2d} \quad (\text{II.17})$$

que trabajado con el cálculo diferencial produce un mínimo en el valor  $q^*$  dado por II.18.

$$q^* = EOQ = \sqrt{\frac{2dA}{h}} \quad (\text{II.18})$$

Las similitudes con la fórmula de Harris son  $h=0.1C$ ,  $d=12M$  y  $A=S$ .

Hasta aquí, se supuso que el reaprovisionamiento ocurre instantáneamente (tasa de producción infinita). Si la tasa de producción es finita, la suposición del inventario promedio ( $q/2$ ) cambia porque el inventario máximo es menor al tamaño de la orden. Para manejar esto, sea  $p$  la tasa de producción en unidades por día y supongamos que la producción de un lote se ejecuta en el tiempo  $t$ . Entonces  $q=pt$ , y como la demanda es constante en todo instante (incluso durante la producción) el inventario máximo es  $(p-d)t$ , que claramente es menor que la cantidad a ordenar. Dado que  $t=q/p$ , surge que el inventario máximo es  $q(p-d)/p$ . El inventario promedio es la mitad del inventario máximo, y por lo tanto la función costo en \$ por unidad de tiempo está dada por II.19.

$$C(q) = \frac{dA}{q} + h \frac{q}{2} \frac{(p-d)}{p} \quad (\text{II.19})$$

cuyo mínimo se produce en  $q^*$  dado por II.20.

$$q^* = EPL = \sqrt{\frac{2dA}{h} \frac{1}{(1-d/p)}} \quad (\text{II.20})$$

denominado habitualmente "lote económico de producción" (EPL, de sus siglas en inglés: "Economic Production Lot") y que coincide con lo deducido por Taft en 1918.

### II.3 Extensiones a Múltiples Productos Procesados en una Única Máquina

El Problema de Programación de Lotes Económicos o ELSP (de sus siglas en inglés: "Economic Lot Scheduling Problem") surge de la intención de acomodar patrones de producción cíclica que se basan en los cálculos de "cantidad económica a manufacturar" o "tamaño económico de lote", para ítems que se procesan individualmente en una única máquina o instalación de producción. En cualquier instante de tiempo la instalación está o bien ociosa o bien produciendo una pieza particular. Sin embargo, cuando dos o más piezas compiten por la atención de la instalación, el fenómeno de interferencia, tarde o temprano, ocurrirá. Esto significa que a la instalación se le pedirá que produzca dos ítems al mismo tiempo, lo cual es imposible. La cuestión que aparece entonces es analizar cómo proceder para minimizar el costo del agendamiento resultante si se desea mantener los patrones cíclicos de producción basados en esos tamaños económicos (Elmaghraby, 1978).

Holmbom y Segerstedt (2014) introducen un pequeño ejemplo numérico para ilustrar los distintos enfoques que se han postulado para abordar el ELSP. Suponen que se tiene una máquina que procesa tres ítems: A, B y C con tasas de demanda y producción dadas por la Tabla II.1. La máquina solo puede producir un ítem por vez y hay un tiempo de setup que precede a todo inicio de la producción de un nuevo ítem. La capacidad de la máquina depende del número de horas de trabajo disponibles. En la Tabla II.2 se detalla la notación utilizada. Para calcular los lotes económicos de producción EPL de cada ítem se aplica la fórmula II.20, resultando en  $q_A^* = 235$ ;  $q_B^* = 246$ ; y  $q_C^* = 256$ , cuya sumatoria de costos calculados individualmente de acuerdo a II.19 da 299.40 \$ por día. Esta solución es denominada *solución independiente*, ya que se resolvió cada producto en forma aislada e ignora la capacidad de compartición de la instalación por parte de los diferentes productos. Puede decirse que se trata de una cota inferior, esto es, el costo del ELSP será siempre igual o mayor a este valor. En efecto, la mencionada cota inferior del valor óptimo de cualquier solución factible está dada por la

suma de todos los costos mínimos individuales para cada ítem. Sin embargo, el uso compartido del recurso no es una hipótesis del EPL, y no puede asegurarse que las cantidades ordenadas cubrirán el tiempo total de producción y setup. Aún así, en este caso particular la demanda para 230 días puede producirse durante menos de 192 días, con los setups incluidos.

Rogers (1958) discute el control del inventario en un sistema multi-producto sobre una única máquina y aplica la fórmula EPL a cada ítem individualmente. Según sus conclusiones, puede resultar imposible construir una agenda de producción factible a partir de estas cantidades, ya que dos o más ítems podrían requerir ser producidos al mismo tiempo para evitar quiebres de stock. Analizando tales interferencias el autor concluye que “es permisible estudiar cada ítem individualmente en tanto y en cuanto no haya ninguna interacción entre los ítems”, afirmando además que puede haber muchos tipos de interacciones entre los ítems”. Menciona que los ítems compiten también por espacio físico e inversiones en inventario.

Para calcular las cantidades económicas de las órdenes en un sistema multi-producto y evitar interferencias entre los mismos, necesitamos manejarlos en forma conjunta. Por lo tanto, consideremos una máquina donde se producen varios ítems ( $i=1, \dots, m$ ) y supongamos tasas de producción finita y setups instantáneos. Entonces, para un intervalo de tiempo común,  $T$ , durante el cual todos los ítems se producen una sola vez, el costo por unidad de tiempo está dado por la expresión II.21.

$$C(T) = \sum_{i=1}^m \left( \overbrace{\frac{A_i}{T}}^{\text{costo de setup}} + \overbrace{h_i \frac{d_i T (p_i - d_i)}{2 p_i}}^{\text{costo de mantención en inventario}} \right) \quad (\text{II.21})$$

$$= \sum_{i=1}^m \left( \frac{A_i}{T} + h_i \frac{d_i T}{2} (1 - o_i d_i) \right)$$

El  $T$  óptimo que corresponde al mínimo costo se encuentra fácilmente a través del cálculo diferencial, y se expresa en II.22.

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^m A_i}{\sum_{i=1}^m h_i d_i (1 - o_i d_i)}} \quad (\text{II.22})$$

Sin embargo, estas ecuaciones sólo encuentran la longitud de ciclo común que minimiza el costo de setup y el de mantención en inventario y no consideran la posibilidad de que la capacidad pueda ser demasiado pequeña para satisfacer la demanda requerida.

Es interesante también ver la definición de Silver y colab. (1998) y Moon y colab. (2002) expresada en II.23. En esos trabajos  $\kappa$  es la proporción de tiempo disponible para setups, es decir, los tiempos necesarios para realizar los cambios a cada nuevo producto que aparezcan en la secuencia.

$$\kappa = 1 - \sum_{i=1}^m \frac{d_i}{p_i} \quad (\text{II.23})$$

Es claro que  $\sum_{i=1}^m (d_i/p_i) \leq 1$  para encontrar solución factible.

Tabla II.1. Datos para el ejemplo numérico propuesto por Holmbom y Segerstedt (2014)

		A	B	C
Tasa de demanda (unid/día)	$d_i$	10.5	30	17
Capacidad de la máquina (min/unidad)	$o'_i$	10	8	20
Tiempo de setup (min)	$s'_i$	30	60	30
Costo de setup (\$ por cada setup)	$A_i$	500	500	1000
Costo (\$/unidad)	$c_i$	500	1600	2000
Costo de mantenimiento (\$/día y unidad)	$h_i$	0.2174	0.6957	0.8696
Turno laboral (min/día)	$K$	840		
Tasa de interés (%/año)	$r$	10		
Días de producción (días/año)	$D$	230		
Tasa de producción (unid/día)	$p_i=K/o'_i$	84	105	42
Capacidad real (días/unid)	$o_i=1/p_i$	0.0119	0.0095	0.0238
Tiempo de setup (días)	$s_i=s'_i/K$	0.0357	0.0714	0.0357
Costo de mantener en inventario (\$/d y unidad)	$h_i=c_i r/D$	0.2174	0.6957	0.8696

Tabla II.2. Notación usada por Holmbom y Segerstedt (2014)

$d_i$	Tasa de demanda del ítem $i$ , en unidades por día, $i=1, \dots, m$
$h_i$	Costo de mantención en inventario al ítem $i$ , en \$ por unidad y día
$A_i$	Costo de setup para el ítem $i$ , en \$ por lote de producción
$q_i$	Cantidad a ordenar para reaprovisionamiento del ítem $i$ , en unidades
$p_i$	Tasa de producción para el ítem $i$ , en unidades por día
$s_i$	Tiempo de setup para el ítem $i$ , en días por lote de producción
$o_i$	$=1/p_i$ Tiempo de operación del ítem $i$ , en días por unidad
$T$	Tiempo del ciclo de producción, en días (intervalo de tiempo en el cual todos los ítems se producen al menos una vez)
$f_i$	Frecuencia, el número de veces que el ítem $i$ se produce durante un ciclo de producción $T$
$T_{\text{inf}}$	Tiempo del ciclo de producción más corto posible, en días, en los cuales todos los ítems pueden producirse con frecuencias igual a uno
$T_{\text{min}}$	Tiempo del ciclo de producción más corto posible, en días, en los cuales todos los ítems pueden producirse con frecuencias elegidas $f_i$ ( $T_{\text{inf}} \leq T_{\text{min}}$ )
$C(f,t)$	Costo total por día, en \$ (dependiente de las frecuencias elegidas y del intervalo de tiempo)
$f^*$	$=\max(f_i)$ La frecuencia más alta usada

### II.3.1 Solución de Ciclo Común

Para tomar en cuenta tanto capacidad como interferencias entre los ítems, se supone que los mismos se producen durante un ciclo común que se repite sucesivamente. Cada vez que el tiempo de ciclo finaliza, inmediatamente comienza otro. Así, el tiempo de ciclo  $T$  debe ser suficientemente extenso para cubrir los tiempos de setup y de operación para todos los ítems durante el ciclo. Esa condición se expresa matemáticamente en II.24.

$$\sum_{i=1}^m (s_i + o_i d_i T) \leq T \tag{II.24}$$

La Ecuación II.24 se puede acomodar para encontrar el tiempo de ciclo más corto posible,  $T_{\text{inf}}$ , dado en II.25.

$$T_{\text{inf}} = \frac{\sum_{i=1}^m s_i}{1 - \sum_{i=1}^m o_i d_i} \tag{II.25}$$

Las Ecuaciones II.22 y II.24 se combinan para encontrar el tiempo de ciclo que corresponde al mínimo costo en la Ecuación II.26.

$$T^* = \max \left( \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^m A_i}{\sum_{i=1}^m h_i d_i (1 - o_i d_i)}}, T_{\text{inf}} \right) \quad (\text{II.26})$$

y las cantidades óptimas a ordenar se calculan como  $q^* = d_i \cdot T^*$ . Esta forma de solución fue presentada por Hanssmann (1962) y se conoce como la *solución del ciclo común*. Supone una longitud de ciclo suficientemente largo para acomodar la producción de cada ítem exactamente una vez en cada ciclo. Este método garantiza soluciones factibles en el sentido de que la producción puede planificarse sin interferencias, y que la capacidad de la máquina es suficiente. La frecuencia,  $f_i$ , que es el número de veces que el ítem  $i$  es producido durante  $T$ , es uno en este caso. Para el ejemplo presentado por Holmbom y Segerstedt (2014),  $T_{\text{inf}}=0.77$  y  $T^*=12.475$  días, con  $f_i=1$  para cada  $i$  y para cada ciclo, como puede verse en la Figura II.1 (extraída del trabajo de los mencionados autores). En este caso, el mejor ciclo de producción contiene una única corrida de cada ítem. Se lo refiere también como agenda de *rotación* (Pinedo, 2009).

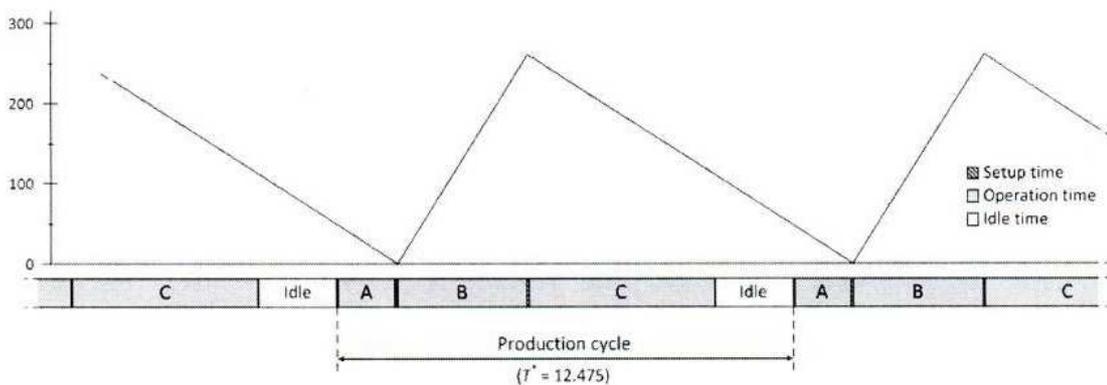


Figura II.1. Solución de ciclo común; programa de tiempos e inventario del ítem B. (Holmbom y Segerstedt , 2014)

### II.3.2 El Enfoque del Período Básico

Una de las publicaciones más conocidas sobre el ELSP corresponde a Bomberger (1966), el cual usa programación dinámica para calcular las cantidades de cada orden e introduce un tiempo de ciclo específico del ítem,  $T_i$ , que es el tiempo que transcurre desde el inicio de la producción del  $i$ -ésimo ítem hasta el próximo inicio de la producción de ese mismo ítem. De esa forma, la producción del ítem  $i$  se repite cada  $T_i$  unidades de tiempo. Bomberger restringe los tiempos de ciclo  $T_i$  a ser múltiplos enteros

$k_i$  de un período básico,  $T_b$ , de manera que  $T_i = k_i \cdot T_b$ , y restringe el período básico a ser lo suficientemente largo para acomodar los ítems una sola vez. La extensión de Bomberger de una solución de ciclo común es denominada enfoque del período básico y permite que los ítems sean producidos con diferentes *frecuencias*.

Usando una variante del método de Holmbom y colab. (2013) y un principio fundamental desarrollado por Segerstedt (1999), el cual expresa que se reduce el costo total encontrando un balance equitativo entre el costo de setup y el costo de mantención en inventario de cada ítem (de manera que el cociente entre el costo de setup y el de mantenimiento en stocks debe ser tan cercano a 1 como sea posible) podemos esperar encontrar una solución cercana a la solución cota inferior (calculada con la fórmula de EPL de Taft).

Holmbom y Segerstedt (2014) proponen trabajar sobre las frecuencias para optimizar los costos. Partiendo de la solución de ciclo común, plantean que el producto candidato a reducir su frecuencia es  $A$ , pero resulta que  $f_A$  es uno, por lo tanto no puede ser reducida, de manera que, en lugar de eso, incrementan  $f_B$  y  $f_C$  a dos. De este modo, el nuevo conjunto de frecuencias es (1,2,2), y con estos valores se calcula el nuevo tiempo de ciclo  $T^*$  que minimiza el costo total, cuya expresión analítica es la dada por la Ecuación II.27. La Figura II.2 ilustra la denominada solución de período básico.

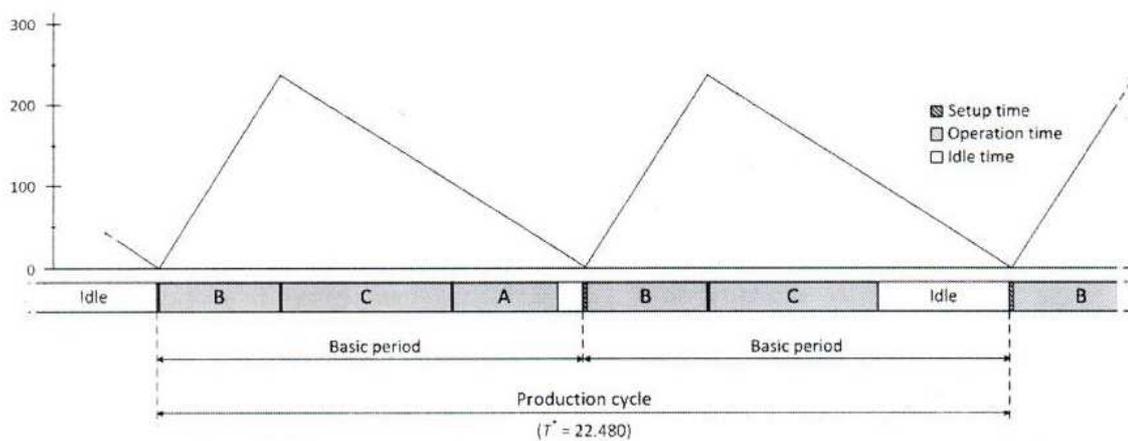


Figura II.2. Solución de período básico: Programa de tiempos e inventario del ítem B. Los ítems se agendan en orden descendente de acuerdo a (1) frecuencia y (2) tiempo de producción; comenzando con el ítem que tiene la frecuencia más alta y el tiempo de producción más largo. (Holmbom y Segerstedt, 2014)

$$C(\mathbf{f}, T) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{f_i A_i}{T} + h_i \frac{d_i T}{2f_i} (1 - o_i d_i) \right) \quad (\text{II.27})$$

Notar que  $q_i = d_i \cdot T / f_i$ . El primer término corresponde al costo total de setup y el segundo es el costo de mantener en stock. Suponen además que los inventarios se comienzan a reponer inmediatamente después que se vacían. Con diferentes frecuencias para diferentes ítems, el tiempo de ciclo debe ser lo suficientemente grande para cubrir el tiempo de setup y los tiempos de operación para todos los ítems durante el ciclo, como queda plasmado en la restricción II.28.

$$\sum_{i=1}^m (f_i s_i + o_i d_i T) \leq T \quad (\text{II.28})$$

Por lo tanto, el tiempo más corto posible donde las tasas de demanda pueden satisfacerse está dado por II.29.

$$T_{\min} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i s_i}{1 - \sum_{i=1}^m o_i d_i} \quad (\text{II.29})$$

y el tiempo correspondiente al costo mínimo con frecuencias dadas es el expresado en II.30.

$$T^* = \max \left( \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^m f_i A_i}{\sum_{i=1}^m h_i d_i (1 - o_i d_i) / f_i}}, T_{\min} \right) \quad (\text{II.30})$$

El costo total así obtenido resulta menor que el correspondiente a la solución del ciclo común. De acuerdo a la restricción de Bomberger, el período básico debe ser suficientemente grande para acomodar la producción de todos los ítems una sola vez. Por lo tanto, el período básico,  $T^* / f^*$ , debe satisfacer la condición II.31.

$$\frac{T^*}{f^*} \geq \sum_i \left( s_i + \frac{o_i d_i T^*}{f_i} \right) \quad (\text{II.31})$$

donde  $f^* = \max_i (f_i)$ . Bomberger (1966) resolvió el problema con programación dinámica: primero encontró un período básico y luego decidió la frecuencia de cada ítem, mientras que Holmbom y Segerstedt (2014) primero deciden la frecuencia de cada ítem y luego calculan el tiempo de ciclo óptimo. De allí que el período básico es un resultado de las frecuencias elegidas y el tiempo de ciclo óptimo calculado.

### II.3.3 El Enfoque del Período Básico Extendido

Nuevamente en el ejemplo presentado por Holmbom y Segerstedt (2014), el principio aplicado sugiere incrementar la frecuencia del ítem  $B$  de 2 a 4. Esto es así pues usa la "política de la potencia de dos". Esta política está argumentada por López y Kingsman (1991) en razón de que es un requerimiento para alcanzar factibilidad de la planificación en la práctica. Yao y Elmaghraby (2001) también muestran que dicha política simplifica la construcción de agendas cíclicas factibles incrementando la frecuencia de  $B$ . Encuentran que no es mejorable la solución de período básico, por lo que la mejor que obtienen es la ya encontrada con las frecuencias (1, 2, 2).

Para encontrar una mejor solución se necesita modificar el abordaje. Surge así el enfoque del período básico extendido donde la restricción de Bomberger sobre el período básico (ecuación II.28) se relaja de manera que el "período" solo debe cubrir los tiempos de setup y los tiempos de operación de todos los ítems *promedio*, tal como se representa en la expresión II.32. Esta relajación permite una mejor utilización de la capacidad y menos tiempo ocioso.

$$\frac{T^*}{f^*} \geq \frac{\sum_i (f_i s_i + o_i d_i T^*)}{f^*} \quad (\text{II.32})$$

De esta forma la solución con  $f_B=4$ , que era infactible para el enfoque del período básico, es ahora factible. Pero surge un nuevo problema, los cuatro períodos resultantes no tienen todos la misma longitud. Cuando no se puede agendar la producción en períodos igualmente largos, el componente correspondiente al inventario de la ecuación de costos total ya no es válido y debe corregirse considerando los "inicios tempranos" (iniciar la producción aunque el inventario del ítem no se haya agotado), aumentando así el costo. Por ejemplo, en la Figura II.3, puede verse que en el período 3 hay necesidad de inicio temprano para el ítem  $B$ .

En situaciones prácticas es razonable tener una agenda de producción que se repita a intervalos de tiempo regulares para crear un patrón de producción. Asimismo, la planificación puede hacerse explícita para los ítems con frecuencias más altas, mientras que los ítems con baja demanda y frecuencia pueden programarse en períodos eventuales.

Hasta aquí, los modelos presentados en esta revisión no han considerado explícitamente tiempos de setup dependientes de la secuencia. Sugieren, en cambio, crear una agenda basada en el tiempo de setup promedio.

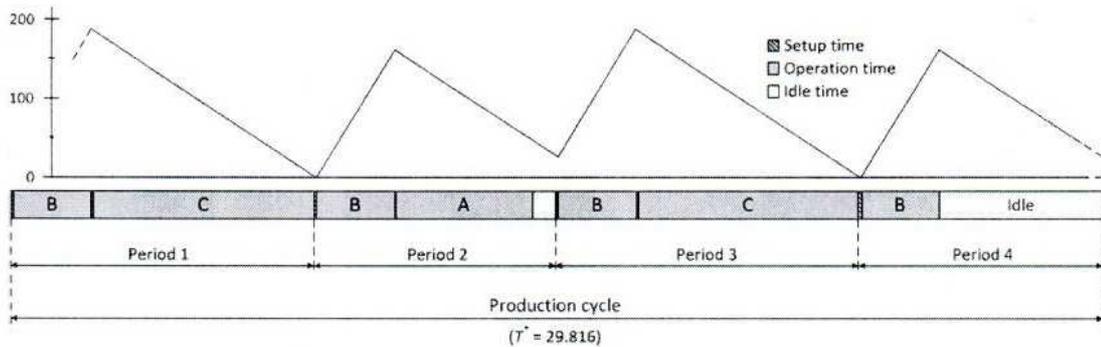


Figura II.3. La solución de período básico extendido: Agenda de tiempo e inventario de B. (Holmbom y Segerstedt, 2014)

Además, en una situación práctica, no todo es determinístico: los tiempos de setup y de operación son en general estables, pero las tasas de demanda suelen cambiar. Por lo tanto, los autores plantean la obligatoriedad de hacer nuevos cálculos y análisis del problema ELSP regularmente.

#### II.4 Tamaños de Lotes Variables con el Tiempo

Este enfoque permite diferentes tamaños de lotes para cada producto durante el procedimiento de agendamiento cíclico. Maneja explícitamente las dificultades causadas por los tiempos de setup, y siempre da un secuenciamiento factible, como lo probaron Dobson (1987) y Moon y colab. (2002). Esta metodología usualmente da mejores soluciones que todos los abordajes previos. Gallego y Shaw (1997) mostraron que el ELSP es fuertemente NP-complejo cuando se plantean tamaños de lote variables en el tiempo, con o sin la restricción de inventario físico nulo, dando una justificación teórica al desarrollo de los heurísticos. Sin embargo, aunque este enfoque trabaja satisfactoriamente en teoría, puede haber considerables desventajas prácticas tales como variaciones en el suministro de materiales y en el espacio donde se almacenan los productos. Este abordaje no es compatible con filosofías tales como manufactura esbelta, que se esfuerzan en eliminar todo tipo de variación y promueve rutinas de

trabajo estandarizadas. Esta puede ser la explicación del gran interés por los métodos de las cantidades fijas (Holmbom y Segerstedt, 2014).

Moon y colab. (2002) explican la necesidad de transformar algunos “supuestos” en variables de decisión a los efectos de obtener programaciones mejoradas. En ese contexto, nos interesa destacar el trabajo de Gallego y Moon (1992), ya que se aproxima a la temática abordada en la presente tesis. Allí se plantea el caso de una fábrica multiproducto que emplea una planificación cíclica para minimizar costos de mantenimiento y de setup. Cuando los tiempos de setup pueden reducirse externalizando operaciones de setup internas, demuestran los grandes ahorros que pueden obtenerse implementando campañas más cortas.

### **II.5 Agendamiento Cíclico en Plantas Batch de Flujo Lineal**

Las líneas de flujo son una forma común de producir partes discretas. En una línea de flujo, cada parte visita una serie de máquinas en una misma secuencia. Sin embargo, los tiempos de procesamiento varían según el producto del que se trate. Las líneas de flujo que producen múltiples partes son diseñadas de tal manera que, conociendo la mezcla de partes de antemano, la carga total de trabajo de cada máquina sea aproximadamente la misma. A veces, por consideraciones tecnológicas o cambios en el mix de productos, puede suceder que las distintas cargas difieran mucho entre sí. En cualquier caso, como se ha remarcado, la tasa de procesamiento y el tiempo de setup para cada producto probablemente difieran en las distintas máquinas. Por lo tanto, la secuencia en la cual los productos son fabricados puede impactar tanto en el valor total del inventario como en la cantidad de espacio de los buffers requerido entre máquinas adyacentes para acomodar el inventario de las piezas en proceso.

En el trabajo de Dobson y Yano (1994), se considera una línea de flujo que produce varios tipos de partes, cada una con un ritmo de demanda constante. Cada parte tiene una tasa de procesamiento y un tiempo de setup independiente de la secuencia. La meta es encontrar una planificación cíclica que minimice el costo promedio por unidad de tiempo de la suma de los inventarios de partes terminadas, de piezas en proceso y de materia prima.

Tal como en agendamientos cíclicos en una única máquina, la introducción de costos de setup conduce a duraciones de ciclo más largas y, por lo tanto, más tiempo

ocioso en la secuencia. En el trabajo de Dobson y Yano (1994) se incluyen explícitamente los tiempos de setup, y no se consideran los costos de setup. Además se supone un suministro constante de materias primas y una demanda constante de artículos terminados. El material que ha completado el procesamiento en una etapa es transferido a la próxima etapa en pequeños batches. El inventario puede existir antes de la línea, al final de la línea y entre cualquier par de estaciones adyacentes. Se presenta una formulación de programación lineal que determina los tiempos de finalización y la duración del ciclo óptimas para un conjunto dado de secuencias, una para cada máquina. Se presentan dos heurísticos para encontrar secuencias cercanas al óptimo, una para el caso especial de una línea de flujo de dos máquinas y la otra aplicable a una línea con  $m$  máquinas en serie.

Por otra parte, Ouenniche y Boctor (2001a, 2001b) presentan una heurística eficiente para decidir acerca del secuenciamiento, tamaños económicos de lote y planificación de varios productos manufacturados a través de varias etapas en un ambiente flowshop de manera de minimizar los costos de setup y de mantenimiento en inventario mientras se satisface una demanda dada. El método asume que los tiempos de ciclo son múltiplos enteros de un período básico, y restringe esos múltiplos a potencias de dos. Una vez que se eligen los múltiplos, los autores determinan para cada período básico del ciclo global el conjunto de productos a elaborar y la secuencia de producción. Luego se resuelve un programa no-lineal para determinar simultáneamente los tamaños de lote y un plan de producción factible.

## **II.6 Planificaciones de Rotación con Máquinas en Serie**

Supongamos que tenemos una mezcla de productos pero ahora en vez de una única máquina, tenemos dos máquinas en serie. Después que un ítem ha completado su procesamiento en la primera máquina, tiene que ir a la segunda para completar su procesamiento. Diferentes alternativas de abordaje para algunos problemas específicos con dos o más máquinas en serie son propuestas por Pinedo (2009). Por ejemplo, en el caso de que existan costos de setup pero no tiempos de setup, y los costos de setup de un ítem sobre las dos máquinas son los mismos. Una agenda de rotación común para las dos máquinas, que minimice los costos totales (de mantenimiento en inventario y de setup) se desea encontrar. Los costos de inventario de las mercaderías terminadas son

exactamente los mismos que en el caso de una sola máquina. Sin embargo, ahora hay dos costos de setup en vez de uno solo. Esto implica que la longitud de ciclo es  $\sqrt{2}=1.4142$  veces más largo que la longitud de ciclo óptima para una única máquina. Este resultado puede extenderse fácilmente a  $m$  máquinas en serie.

Generalizando, si se tiene  $m$  máquinas en serie con tasas de producción idénticas para cada tipo de producto, pero diferentes costos de setup, este problema puede aún reducirse a un problema de una única máquina con tasas de producción idénticas a las de las máquinas en el problema original. Sin embargo, ahora el costo de setup para cada ítem tiene que ser igual a la suma de los costos de setup de las  $m$  máquinas originales para tal ítem.

Cuando las máquinas no tienen tasas de producción idénticas para cada tipo de producto, el problema no es tan fácil. Consideremos primero el caso con dos máquinas que tienen costos de setup idénticos pero velocidades diferentes, aunque la estructura de velocidad es uniforme sobre los ítems, o sea, la tasa de producción del ítem  $j$  sobre la máquina  $i$  es  $p_{ij}=v_i \cdot p_j$ , donde  $v_i$  es un factor de velocidad de la máquina  $i$ . Un abordaje posible es analizar primero la máquina lenta como una única máquina aislada y luego adaptar la máquina rápida en concordancia con la anterior (ya que la máquina con más velocidad es más flexible). La agenda de la máquina rápida se puede adaptar de tal manera que no haya ningún inventario en proceso entre las máquinas. El modelo puede entonces analizarse como una sola máquina con las tasas de producción de la máquina lenta y costos de setup que son la suma de los costos de setup de las dos máquinas.

Cuando las tasas de producción no son uniformes puede que sea necesario planificar inventario en proceso entre las máquinas. El costo de mantener en inventario las piezas no terminadas puede ser diferente al de mantener las manufacturas ya terminadas. Esto hace el modelo más complicado y se ha hecho poca investigación sobre esta cuestión.

Una estructura de máquinas más general es el flowshop flexible, es decir, un número de etapas en serie, conteniendo cada etapa un número de máquinas en paralelo. Bajo condiciones muy especiales, agendas de rotación óptimas pueden determinarse para tales medioambientes fabriles. Por ejemplo, si se consideran dos etapas en serie con dos máquinas en paralelo en cada etapa. Para cualquier tipo de producto las tasas de

producción de las cuatro máquinas son las mismas y también los costos de setup. Esto hace posible determinar las planificaciones de rotación óptimas de manera relativamente fácil cuando los tiempos de ciclo de las máquinas tienen que ser los mismos.

## **II.7 Agendamiento en Líneas de Ensamble Mixtas y Multiproducto**

Como ya se ha expresado en el Capítulo I de esta tesis, las líneas de ensamble se usan para ensamblar partes y componentes en productos finales. Abarcan una serie de operaciones realizadas en el mismo orden sobre todos los jobs y organizadas en estaciones de trabajo constituidas por máquinas, equipamiento y operarios. El secuenciamiento de jobs en una línea de ensamble establece la secuencia en la cual los jobs son procesados en ella. En la industria automotriz es bastante común emitir órdenes a producción una vez que un lote ha sido acumulado y luego secuenciar y producir esas órdenes como un lote. Los tamaños de lote en plantas de ensamble podría ser el trabajo de producción en una hora, turno, día, semana o mes. Las estrategias alternativas, que intenten secuenciar en forma dinámica los jobs cuando las nuevas órdenes arriban, introducen incertidumbre al momento de producir y hace difícil controlar eficientemente el flujo de materiales y responder a las órdenes de los clientes de una manera predecible.

Los lotes son útiles porque presentan una oportunidad para crear secuencias de jobs que sean más eficientes de producir. Pero es un desafío complejo pues hay un gran número de posibles secuencias incluso para tamaños de lote relativamente pequeños. En la búsqueda de alguna respuesta a este problema de secuenciamiento de jobs, Burns y Daganzo (1987) establecen principios que se enfocan en la situación de compromiso entre los costos de setup (materiales desperdiciados, parada de máquina y/u operario, cuestiones de calidad del producto) y la interdependencia entre los costos de setup y los de capacidad en líneas de ensamble balanceadas, sin almacenamiento de piezas en proceso y con operaciones que tienen costos de setup y operaciones que no se realizan sobre todo job (La capacidad de algunas operaciones se basa fundamentalmente en su demanda). Sus resultados también valen para líneas de producción balanceadas sin estas características, por ejemplo, otros tipos de líneas de transferencia, tipos especiales de sistemas de manufactura flexible y líneas de producción como flowshops puros (Baker, 1974) o líneas de flujo de modelos mixtos (Aneke y Carrie, 1984). Para usar la capacidad de una operación eficientemente, es ventajoso ubicar en forma equi-espaciada

en la secuencia a los jobs que requieren esa operación. El espaciamiento suministra una demanda uniforme de una operación a través de la secuencia. Esto produce una utilización más eficiente de las máquinas, equipamiento y trabajadores y reduce los requerimientos de capacidad.

Sin embargo, Burns y Daganzo (1987) no abordan el compromiso que existe entre eficiencia de producción y respuesta a la orden del cliente, el cual depende del tamaño de lote. Cuando el tamaño de lote aumenta, la flexibilidad del secuenciamiento de los jobs crece lo cual permite que se identifiquen secuencias más eficientes aunque también mayores tiempos de espera de la orden.

## **II.8 Conclusiones Preliminares**

Se ha desplegado, en forma resumida, la evolución a lo largo de muchas décadas del problema de dimensionamiento de lotes y secuenciación de productos en líneas de ensamble mixtas. El problema despierta particular interés en el área de ingeniería industrial, pues busca determinar los tamaños de lotes óptimos que minimizan la suma de costos relacionados al mantenimiento de productos en inventario y los asociados al lanzamiento de nuevas campañas (transiciones) determinando con qué frecuencia deben ser producidas. Cuando el problema de dimensionamiento de lotes involucra múltiples productos, se hace mucho más complejo porque hay un uso compartido del recurso productivo y debe evitarse la superposición de su utilización. Pero al mismo tiempo, se debe propender a un uso pleno del mismo, evitando tiempos ociosos.

Se han presentado múltiples enfoques propuestos en la literatura para abordar el problema, tanto de dimensionamiento económico de lotes como el de su agendamiento cuando se procesan varios modelos. También se han mostrado las particularidades que presentan las diferentes formas de agrupamiento de los recursos de producción. Nuestro interés está centrado en resolver ese problema cuando se deben procesar múltiples productos en una línea de ensamble sincrónica, persiguiendo el objetivo de minimizar simultáneamente los costos de mantenimiento en inventario de productos terminados y los de recambio de productos. En las revisión bibliográfica se han reconocido propuestas efectivas, pero que se basan en valores promedio ya sea de los tiempos de procesamiento como de las tasas de consumo de partes y de producción, lo cual puede traer inconvenientes operativos cuando los valores reales están por encima o por debajo

de tales promedios. También son valiosos los principios presentados por Burns y Daganzo (1987), quienes se aproximan en gran medida a esta cuestión que nos ocupa, aunque su resolución se limita a un cálculo muy simple, constituyendo tan solo una rutina de clasificación. En los próximos capítulos de esta tesis se trabajará en la búsqueda de formas más sistemáticas, rigurosas y eficientes de modelado y resolución.

## **CAPÍTULO III**

**Modelo de Secuenciamiento con una  
Representación Basada en Campañas**



### III.1 Definición del Problema

El problema a abordar en esta tesis se caracteriza por:

- (a) Una línea de ensamble acompasada (paced) compuesta por  $m$  ( $j_1, j_2, \dots, j_m$ ) estaciones, con movimientos sincrónicos, que procesa los modelos  $i \in I$  diferentes entre sí.
- (b) Cada producto o modelo  $i$  tiene un tiempo de ciclo  $ct_i$ , que es función de la carga de trabajo en las estaciones si solo estuviese presente el producto  $i$  en ellas. Dicho de otro modo,  $ct_i$  es el tiempo entre movimientos sucesivos de la línea cuando procesa exclusivamente al ítem  $i$ .
- (c) Los movimientos de la línea de ensamble son sincrónicos cualquiera sea el/los producto/s residente/s en ella. Esta hipótesis es importante porque garantiza que en la línea no será necesario prever la colocación de buffers entre estaciones, aunque puede haber pérdida de eficiencia en algunas de las estaciones con productos cuyos tiempos de ciclo son menores. En otras palabras, el avance de la línea en un ciclo se produce cuando el trabajo de la estación más lenta, de acuerdo al producto que procesa, ha concluido.
- (d) Se asume que todo modelo  $i$  puede tener un tiempo de ciclo diferente  $ct_i$ , medido en unidades de tiempo por unidad de producto.
- (e) Las estaciones tienen un grado de entrenamiento y flexibilidad que hacen despreciable la consideración de tiempos de setup entre modelos.
- (f) Para una estación de referencia  $j$  cualquiera, se denota a las estaciones "aguas arriba" ( $j' < j$ ) como aquellas que son las precursoras en la línea de la  $j$ -ésima estación y las "aguas abajo" ( $j' > j$ ) a las sucesoras de ella.
- (g) Esta línea de ensamble multiproducto puede procesar distintos modelos en grupos de productos denominados *lotes* o *batches*, resultando cada uno de esos grupos una "corrida" o *campana de producción*. Una corrida es el procesamiento ininterrumpido de una serie de ítems idénticos. Las piezas que constituyen el lote se mueven una por una a través de las estaciones de trabajo de la línea.

- (h) El problema consiste en encontrar el tamaño óptimo de lotes y la mejor secuencia de procesamiento a los efectos de minimizar el costo total de mantenimiento en inventario y de transición entre los distintos modelos por unidad de tiempo.
- (i) Tal secuencia se repetirá una y otra vez mientras exista la necesidad de manufactura de los  $i \in I$  modelos según la demanda preestablecida, puesto que el problema se da en el marco de una planificación cíclica.

### III.2 Formulación No lineal (NLP) del Problema de Dimensionamiento de Lotes en una Línea de Ensamble Multiproducto Simplificada a una Sola Etapa

La operación de un sistema de producción multiproducto con una sola etapa se organiza en corridas, cada una produciendo un único modelo  $i \in I$ . Durante el ciclo de producción ( $T$ ), cada modelo es producido a través de una única corrida de producción de longitud de tiempo  $L_i$ , como se establece en la Ecuación III.1.

$$\sum_{i \in I} L_i = T \quad (III.1)$$

Las velocidades de producción ( $p_i$ ) y de demanda ( $r_i$ ) para todos los modelos son datos conocidos que usualmente se dan en unidades por hora. Como se describe en la Figura III.1, el stock de modelos de tipo  $i$  al final de toda corrida de producción debe ser suficientemente alto para cubrir la demanda de  $i$  mientras otros modelos  $i' \neq i$  están siendo producidos. Tal relación se expresa matemáticamente a través de la Ecuación III.2. Nótese que los stocks de productos se tratan aquí como variables continuas.

$$(p_i - r_i) L_i = r_i (T - L_i) \quad \forall i \in I \quad (III.2)$$

Combinando las Ecuaciones III.1 y III.2 se obtiene la Ecuación III.3, significando que si las tasas de demanda y producción dadas, satisfacen la igualdad III.3, el sistema de manufactura no tendría tiempos ociosos.

$$\sum_{i \in I} r_i / p_i = 1 \quad (III.3)$$

En efecto, la deducción de III.3 es:

$$\sum_{i \in I} L_i = T \Leftrightarrow \sum_{i \in I} \frac{r_i T}{p_i} = T \Leftrightarrow T \sum_{i \in I} \frac{r_i}{p_i} = T \Leftrightarrow \sum_{i \in I} \frac{r_i}{p_i} = 1$$

Nótese que en capítulos previos nos referimos a la condición  $\sum_{i \in I} (r_i / p_i) \leq 1$ , impuesta por Silver y colab. (1998) y Moon y colab. (2002).

En este modelo simplificado, los costos de transición son independientes de la secuencia de productos y se incurre en ellos cada vez que se lanza una nueva campaña. Más adelante se relajará esta suposición. Más aún, los tiempos de transición se consideran despreciables, es decir, no se requiere ningún tiempo de transición entre campañas o corridas de producción subsiguientes. Si  $ic_i$  es el costo de mantenimiento en inventario de una unidad de producto final  $i$  por unidad de tiempo, mientras que  $ch_i$  es el costo fijo en el que se incurre cada vez que se arranca una nueva corrida de producto  $i$ , la suma de los costos de mantenimiento en inventario y de lanzamiento de producción por unidad de tiempo está dada por la Ecuación III.4.

$$z = \sum_{i \in I} ic_i (p_i - r_i) L_i / 2 + \sum_{i \in I} ch_i / T \quad (\text{III.4})$$

Minimizar la expresión dada por la Ecuación III.4 sujeto a la Ecuación III.2, bajo las condiciones de no-negatividad de las variables  $L_i$  y  $T$ , conduce a un problema de programación no lineal convexo cuya solución exacta se obtiene fácilmente.

$$\begin{aligned} z(T) &= \sum_{i \in I} ic_i (p_i - r_i) L_i / 2 + \sum_{i \in I} ch_i / T = \\ &= \sum_{i \in I} ic_i (p_i - r_i) (r_i T / p_i) / 2 + \sum_{i \in I} ch_i / T \\ \frac{\partial z}{\partial T} &= \sum_{i \in I} (ic_i / 2) (p_i - r_i) (r_i / p_i) - \sum_{i \in I} ch_i / T^2 \end{aligned}$$

Igualando a cero la última expresión y despejando  $T$  resulta la solución explícita para tal formulación de programación no lineal dada en la Ecuación III.5

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{i \in I} ch_i}{\sum_{i \in I} ic_i r_i (p_i - r_i) / p_i}} \quad ; \quad L_i^* = \frac{r_i}{p_i} T^* \quad (\text{III.5})$$

Aunque es un modelo simplificado, surge como una herramienta muy útil para estimar la longitud óptima de las corridas de producción en líneas de ensamble

multiproducto. Permitirá, entre otras cosas, obtener rangos razonables para las variables en modelos más rigurosos, produciendo, entre otros beneficios, ahorros significativos en el esfuerzo computacional requerido por los resolvedores globales para el hallazgo de la solución óptima.

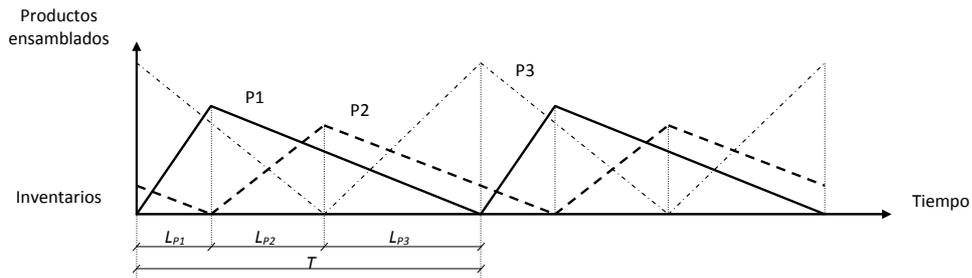


Figura III.1. Stocks de productos finales en un sistema de producción multiproducto con un único recurso

### III.3 Formulación Mixta Entera No Lineal (MINLP) para el Agendamiento Cíclico de una Línea de Ensamble Sincrónica Multiproducto: Modelo Basado en Campañas

Considérese una línea de ensamble con  $m$  estaciones de trabajo en serie, de avance sincrónico, donde se procesan diferentes modelos en lotes de tamaño a determinar. La línea ya ha sido balanceada y también se han identificado los tiempos de ciclo de cada uno de los modelos o productos a ser manufacturados en ella. En otras palabras, se asume que el tiempo de ciclo  $ct_i$  para cada modelo  $i$  ha sido determinado. Esto significa también que la carga de trabajo en cualquiera de las estaciones que van a procesar al modelo  $i$  no supera nunca al tiempo de ciclo  $ct_i$ . Los lotes estarán separados entre sí por tiempos que se consideran despreciables. Esto implica que en cada una de las estaciones el tiempo de duración de las tareas no es afectado significativamente por el cambio de un modelo a otro. Está implícito también con esta suposición que las estaciones tienen un alto grado de entrenamiento en las tareas a realizar.

En este caso, sin embargo, las longitudes o duraciones de las corridas se considerarán múltiplos enteros del tiempo de ciclo  $ct_i$ . En realidad, la longitud de una corrida puede estimarse aproximadamente como el producto del tiempo de ciclo  $ct_i$  y el número de ítems del modelo  $i$  producidos en la correspondiente corrida. No obstante, deben incorporarse correcciones para tener en cuenta la transición entre dos corridas de

producción consecutivas  $i$  e  $i'$ , con modelos caracterizados por diferentes tiempos de ciclo ( $ct_i \neq ct_{i'}$ ). Más específicamente, si a una corrida de producción del modelo  $i$  le sigue una corrida del modelo  $i'$  y  $ct_i < ct_{i'}$ , las últimas  $(m-1)$  unidades del modelo  $i$  se producirán a una velocidad de  $ct_{i'}^{-1}$  unidades por hora, dado que las transferencias sincrónicas entre estaciones adyacentes deben esperar que las estaciones aguas arriba finalicen su trabajo sobre las primeras unidades del modelo  $i'$ . Como consecuencia, surge un tiempo ocioso mayor en las estaciones de trabajo aguas abajo, hasta que la última unidad del modelo  $i$  salga de la línea de ensamble. Por el contrario, si  $ct_i > ct_{i'}$ , las primeras  $(m-1)$  unidades de  $i'$  se procesan a la tasa de  $ct_i^{-1}$  unidades por hora, y el mayor tiempo ocioso surge en las estaciones aguas arriba, hasta que la última unidad del modelo  $i$  deje la línea de ensamble.

**Secuencia de Producción.** Además del índice de modelos o productos  $i$ , se introduce el conjunto de campañas (o corridas)  $k \in K$ , cronológicamente ordenadas, para determinar la secuencia de producción más conveniente. La variable binaria  $y_{k,i}$  será igual a uno si el modelo  $i$  se produce en la  $k$ -ésima campaña. Se pretende, además, encontrar una secuencia de campañas que se repita una y otra vez en forma cíclica, en principio porque de esa manera se integran en el proceso de planeación el mediano junto con el corto plazo. Se determina así un ciclo productivo total (representado por  $T$ ) durante el cual se controlan, entre otras cosas, los niveles de inventario, el uso del espacio físico o layout y las capacidades productivas de las distintas estaciones. En consecuencia, dado que se pretende abordar un problema de planeamiento cíclico, el primero y el último elemento en el conjunto  $K$  son dos partes de la misma corrida de producción. Más aún, se supone que todas las estaciones de trabajo están inicialmente ocupadas con el mismo tipo de modelo y al tiempo  $t = 0$  el primer elemento de un modelo diferente entra a la línea. En otras palabras, la primera corrida  $k_1$  completa los últimos  $m$  elementos de la última corrida en el ciclo, que ocupa inicialmente la línea de ensamble. La Ecuación III.6a afirma que toda corrida debe ser asignada a un modelo, mientras que la Ecuaciones III.6b y III.6c representan la relación entre el primero y el último elemento en el conjunto  $K$ . Para evitar soluciones simétricas, la primera corrida se asigna arbitrariamente al modelo  $i_1$ , en cuyo caso se usará la Ecuación III.6b.

Análogamente, pero permitiendo que el modelo seleccione el producto asociado a la primera (y última) campaña  $k_I$  (y  $K$ ), corresponde usar la Ecuación III.6c.

$$\sum_{i \in I} y_{k,i} = 1 \quad \forall k \in K \quad \text{(III.6a)}$$

$$y_{k_1, i_1} = y_{K, i_1} = 1 \quad \text{(III.6b)}$$

$$y_{k_1, i} = y_{K, i} \quad \forall i \in I \quad \text{(III.6c)}$$

Puede demostrarse fácilmente que si  $|K| = |I|+1$ , todos los modelos son producidos en una única corrida durante un ciclo de producción, y si  $|K| > |I|+1$ , uno o más modelos pueden ser producidos a través de más de una corrida en un mismo ciclo. Por simplicidad, supondremos que inicialmente  $|K| = |I|+1$ .

**Dimensionamiento de Lotes de Producción.** Se introduce la variable entera  $N_k$  para representar el número total de unidades producidas durante la corrida de producción  $k$ , mientras que  $NP_{k,i}$  es igual a  $N_k$  si el modelo producido a través de la corrida  $k$  es  $i$ . Caso contrario,  $NP_{k,i}$  toma valor cero, como se desprende en la Ecuación III.7. Nótese que, por convención,  $N_{kl} = m$ , es decir que, al inicio del ciclo, todas las estaciones están ocupadas por un mismo modelo.

$$NP_{k,i} \leq n_{\max} y_{k,i} \quad \forall k \in K, i \in I \quad ; \quad \sum_{i \in I} NP_{k,i} = N_k \quad \forall k \in K \quad \text{(III.7)}$$

donde  $n_{\max}$  representa una cota superior para el número máximo de ítems en cualquier campaña.

**Hipótesis Importantes.** Una suposición importante para el despliegue matemático de esta propuesta basada en campañas es que toda corrida de producción comprende un número de entidades ( $N_k$ ) igual o mayor al número de estaciones menos uno ( $m-1$ ). Dicho en otras palabras, a lo sumo dos tipos de modelos diferentes pueden estar en proceso al mismo tiempo en la línea. Además, como la línea trabaja con avances sincronizados, las transiciones, están determinadas por el tiempo de ciclo más grande en virtud de que la línea puede estar ocupada por diferentes tipos de modelos.

La Figura III.2 muestra los períodos de transición entre los modelos A, B y C, cuyos tiempos de ciclo son 3, 5 y 4 horas, respectivamente, producidos en una línea de ensamble de 5 estaciones. Las flechas punteadas representan los movimientos de

modelos de tipo B. Los tiempos de transferencia entre estaciones de trabajo subsiguientes se incluyen en los tiempos de ciclo. Al instante  $t = 0$  h, la estación 1 comienza a procesar la primera unidad de B en una corrida de 6 elementos. Cinco horas más tarde todos los modelos en la línea pueden ser transferidos a la siguiente estación, aunque los modelos de tipo A en las estaciones 2 a 5 se hayan completado 2 horas antes. Es fácilmente observable la reducción de la productividad en las estaciones 2 a 5 durante las primeras 20 horas, las cuales sufren un incremento del tiempo ocioso de, al menos, 2 horas. Después de que todas las unidades de B han ingresado a la línea (instante  $t=20$  h) la línea hace un movimiento más, 5 horas más tarde, y el primer elemento de C perteneciente a una nueva campaña ingresa a la primera estación de trabajo. Aunque la pieza de C puede completarse en 4 horas, la estación de trabajo 1 debe esperar 1 hora más hasta que el tiempo de ciclo del producto B se alcance en todas las estaciones subsiguientes (2 a 5). Esto produce una reducción de la productividad de las estaciones 1 a 4 durante las siguientes 20 horas. Este efecto es crítico en líneas de ensamble sincrónicas, y es uno de los motivos principales de ineficiencias si las campañas son demasiado cortas.

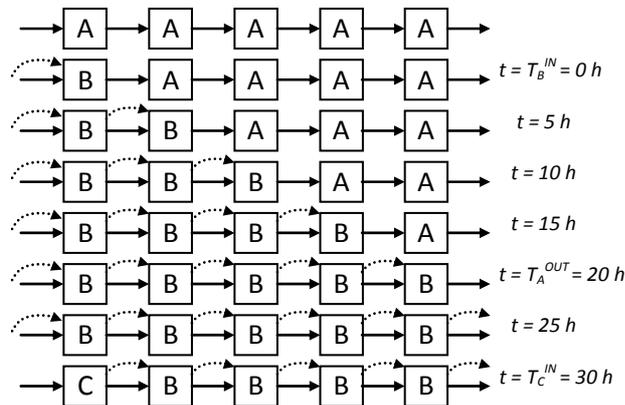


Figura III.2. Transición de los modelos A, B y C en una línea de ensamble de 5 estaciones de trabajo

**Eventos de Tiempo.** Dado que en nuestro modelo la escala de tiempo se maneja de forma continua, es particularmente importante reconocer dos eventos de tiempo: (a)  $T_k^{IN}$ , el instante de tiempo en el cual ingresa a la línea la primera unidad de la campaña  $k$ , y (b)  $T_k^{OUT}$ , el momento de tiempo en el cual abandona la línea de ensamble la última

entidad en la corrida  $k$ . La relación entre estas variables está controlada por los bloques de restricciones III.8a, III.8b y III.8c. Como ya se explicó antes, suponemos  $T_{k_2}^{IN} = 0$ .

$$T_{k-1}^{OUT} \geq T_k^{IN} + (m-1) \sum_{i \in I} ct_i y_{k,i} \quad \forall k > k_1 \quad (III.8a)$$

$$T_{k-1}^{OUT} \geq T_k^{IN} + (m-1) \sum_{i \in I} ct_i y_{k-1,i} \quad \forall k > k_1 \quad (III.8b)$$

$$T_{k+1}^{IN} = T_{k-1}^{OUT} + \sum_{i \in I} ct_i [NP_{k,i} - (m-1) y_{k,i}] \quad \forall k_1 < k < K \quad (III.8c)$$

Cuando la primera unidad de la campaña  $k$  entra a la línea, como en la línea pueden residir a lo sumo dos corridas diferentes,  $k$  y  $k-1$ , con ambas campañas relacionadas a productos con tiempos de ciclo posiblemente diferentes, la salida de los últimos elementos de la corrida ( $k-1$ ) está gobernada por el máximo tiempo de ciclo entre ambas.

La Figura III.2 nos ayuda a comprender cómo funcionan las restricciones III.8a, III.8b y III.8c. Cuando la campaña  $k_2$  (que manufactura el producto B) ingresa a la línea, hay  $(m-1)$  ítems de la corrida  $k_1$  (producto A). Previamente a este momento, los ítems se movían de una estación a otra cada 3 horas. Cuando el primer ítem de producto B entra a la estación 1, todas las restantes estaciones están forzadas a mover las piezas cada 5 horas, aunque los ítems de producto A requieren a lo sumo 3 horas, resultando así el final de la campaña  $k_1$   $5 \cdot (m-1)$  horas más tarde (III.8a). En este caso, cada nueva entrada de un ítem de producto B perteneciente a la campaña  $k_2$  a la línea se corresponde con el egreso de un ítem de A perteneciente a la campaña  $k_1$  a intervalos de tiempo determinados por el producto con mayor tiempo de ciclo (B). Luego, dos ítems más de B se incluyen en la campaña  $k_2$  (aumentando  $N_{k_2}^B$  de 4 a 6 elementos). El ingreso de la corrida  $k_3$  a cargo de manufacturar C ocurre 10 horas después de que la campaña  $k_1$  egresó, como lo establece la restricción III.8c. La aparición del producto C no afecta los tiempos de movimiento en la línea porque  $ct_C = 4$  horas, que es menor que  $ct_B$ . En tal situación, se impone la restricción III.8b.

Finalmente, la duración o longitud de todo el ciclo de producción ( $T$ ) se obtiene agregando el tiempo de producción de los  $[N_K - (m-1)]$  elementos de la última campaña

$K$  al tiempo de completación del último elemento en la campaña ( $K-1$ ), lo cual queda expresado en la Ecuación III.9.

$$T = T_{K-1}^{OUT} + \sum_{i \in I} ct_i [NP_{K,i} - (m-1) y_{K,i}] \quad (\text{III.9})$$

**Perfiles de Inventario.** Por medio del grupo de restricciones III.10a y III.10b, los stocks de productos finales son monitoreados sobre el ciclo de producción en los instantes de inicio y finalización de cada campaña de producción ( $T_k^{IN}$  y  $T_k^{OUT}$ , respectivamente). Estos niveles de stock se representarán mediante las variables  $S_{i,k}^{IN}$  y  $S_{i,k}^{OUT}$ . Por simplicidad, suponemos que los perfiles de inventario son funciones lineales por tramos (ver Figura III.3) mientras las demandas del modelo son valores constantes representados por el parámetro  $r_i$ .

$$S_{i,k+1}^{IN} = S_{i,k+1}^{OUT} + [NP_{k,i} - (m-1) y_{k,i}] - r_i (T_{k+1}^{IN} - T_{k+1}^{OUT}), \quad \forall k_1 < k < K, i \in I \quad (\text{III.10a})$$

$$S_{i,k}^{OUT} = S_{i,k+1}^{IN} + (m-1) y_{k,i} - r_i (T_k^{OUT} - T_{k+1}^{IN}), \quad \forall k < K, i \in I \quad (\text{III.10b})$$

El nivel de stock del producto final  $i$  durante la campaña  $k$  se incrementa cada vez que un ítem atraviesa la última estación de la línea de ensamble y, a partir de allí, está listo para ser demandado a la tasa  $r_i$  en el intervalo de tiempo delimitado por el egreso de la campaña ( $k-1$ ) y el ingreso de la corrida ( $k+1$ ) (III.10a). La evolución de los stocks en las fases de transición se modela a través de la restricción III.10b.

Además, los niveles de stock inicial y final (denotados por  $So_i$ ,  $Sf_i$ ) deben satisfacer la naturaleza cíclica del problema, por lo que se imponen las restricciones dadas en el grupo de ecuaciones III.11a y III.11b.

$$So_i = S_{i,k_2}^{IN} \leq Sf_i \quad \forall i \in I \quad (\text{III.11a})$$

$$Sf_i = S_{i,K-1}^{OUT} + [NP_{K,i} - (m-1) y_{K,i}] - r_i (T - T_{K-1}^{OUT}) \quad \forall i \in I \quad (\text{III.11b})$$

La Figura III.3 ilustra el comportamiento típico de los stocks de producto final ensamblados en una línea sincrónica multiproducto que no presenta ni tiempos ociosos ni niveles de stock de seguridad. Como puede inferirse, la secuencia de producción

cíclica es  $P_1(k_1)-P_2(k_2)-P_3(k_3)-P_1(k_4)$ , a la vez que los tiempos de ciclo verifican  $ct_{P_1} < ct_{P_3} < ct_{P_2}$ . Cuando la primera unidad de  $P_2$  entra a la línea a tiempo  $t = 0$ , las  $(m-1)$  unidades iniciales de  $P_1$  se producen ahora a una velocidad reducida de  $ct_{P_2}^{-1}$  unidades por hora. Ninguna otra alteración de la tasa de producción se observa en otras transiciones entre productos.

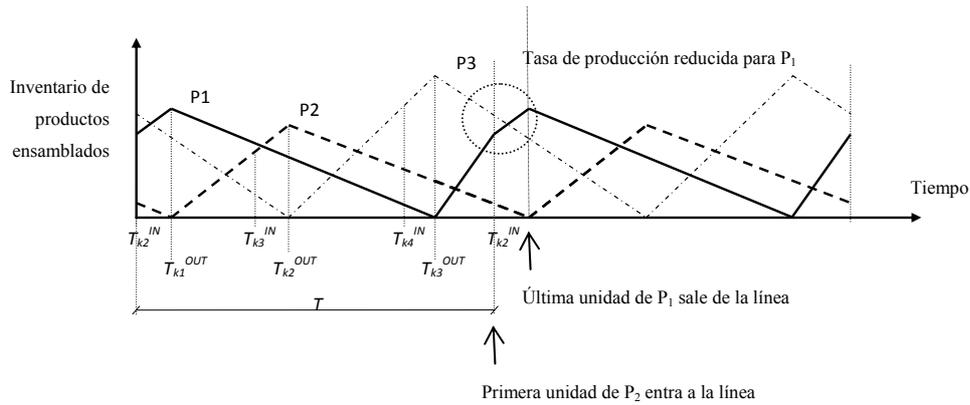


Figura III.3. Perfiles de inventario de productos terminados en una línea de ensamble multiproducto

**Costos de Mantenimiento de Inventarios.** Los costos de mantenimiento de inventarios del modelo  $i$  sobre un ciclo de producción ( $ICost_i$ ) pueden obtenerse calculando el área de los polígonos generados por el perfil de inventario, multiplicada por el costo unitario de inventario ( $ic_i$ ), tal cual como se expresa en la Ecuación III.12.

$$\begin{aligned}
 ICost_i = ic_i [ & (S_{i,k_1}^{OUT} + Sf_i)(T_{k_1}^{OUT}) / 2 \\
 & \sum_{k_1 < k < K} (S_{i,k+1}^{IN} + S_{i,k}^{OUT})(T_k^{OUT} - T_{k+1}^{IN}) / 2 + \\
 & \sum_{k_1 < k < K} (S_{i,k-1}^{OUT} + S_{i,k+1}^{IN})(T_{k+1}^{IN} - T_{k-1}^{OUT}) / 2 + \\
 & (S_{i,K-1}^{OUT} + Sf_i)(T - T_{K-1}^{OUT}) / 2 ] \quad \forall i \in I \quad (III.12)
 \end{aligned}$$

**Costos de Transición.** Los costos de transición se deben a operaciones de recambio entre productos asociados a campañas consecutivas diferentes, que suceden cuando la línea pasa de producir un modelo a otro distinto. El costo de transición cuando se cambia del modelo  $i$  al  $i'$  es un dato del problema y se denota con el parámetro  $tc_{i,i'}$ . Este parámetro incluye, entre otros factores, las pérdidas de productividad por diferencias en los tiempos de ciclo. Típicamente, a mayor diferencia

en los tiempos de ciclo, mayor  $tc_{i,i'}$ . Conociendo la secuencia de producción de modelos (a través de las variables binarias  $y_{k,i}$ ) el costo de transición cuando se arranca la corrida  $k$  ( $TCost_k$ ) está acotado inferiormente por la expresión dada en III.13.

$$TCost_k \geq tc_{i,i'} (y_{k-1,i} + y_{k,i'} - 1) \quad \forall k > k_1, i \neq i' \quad (III.13)$$

Los costos de transición son componentes muy importantes del costo total de operación, puesto que tienen en cuenta la reducción de la productividad por las variaciones en el tiempo de ciclo, operaciones de recambio, adaptaciones de máquinas, etc.

**Función Objetivo.** La meta que se persigue con el modelo matemático es minimizar la suma de los costos de transición y de mantenimiento en inventario por unidad de tiempo, los cuales pueden obtenerse dividiendo los costos totales incurridos en cada ciclo de producción por la longitud del tiempo de ciclo de manufactura  $T$ , como se muestra en la Ecuación III.14.

$$Min \quad z = \left[ \sum_{i \in I} ICost_i + \sum_{k > k_1} TCost_k \right] / T \quad (III.14)$$

En definitiva, se desea minimizar la función no-lineal III.14 satisfaciendo las restricciones III.6 a III.13, resultando en un modelo de programación matemática mixto entero no lineal (MINLP). Nótese que las únicas expresiones no-lineales en el modelo son el cálculo de los costos de mantenimiento en inventario (III.12), que incluye términos bilineales, y la función objetivo (III.14).

También deben cumplirse las siguientes condiciones: Las variables  $N_i$  son enteras no negativas,  $y_{k,i}$  son binarias y todas las variables involucradas (con excepción de  $z$ ) son no negativas.

## III.4 Resultados Computacionales de la Aplicación del Modelo Basado en Campañas

### III.4.1 Estudio de Casos

El enfoque propuesto se probará en múltiples ejemplos. En primer lugar analizaremos su aplicación a tres casos de estudio (denotados como Caso I, II y III)

relacionados a una línea de ensamble consistente en 5 estaciones de trabajo que procesan 4 productos ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$ ). La función objetivo III.14 posee dos componentes principales, mantenimiento en inventario y transición entre productos, que guardan una fuerte relación de compromiso entre sí. Se espera que cuanto más caro sea el cambio de un producto a otro respecto al costo de mantenerlo en inventario, más largas resulten las campañas, y viceversa. Es por esa razón que en los casos analizados se consideraron básicamente los mismos datos con la excepción de los costos de transición, cuyos valores se establecieron de tal manera que los mismos varíen de valores mayores a valores menores cuando los casos evolucionan del I al III. Dicho de otro modo, esta elección permitirá observar el comportamiento del modelo para longitudes de campañas menores, a medida que los costos de transición se reducen. Examinaremos la respuesta del modelo para cada uno de los casos para evidenciar las limitaciones y potencialidades del mismo.

En la Tabla III.1 se muestran los parámetros comunes a los Casos I, II y III, mientras que en la Tabla III.2 se muestran los costos de transición entre dos productos diferentes  $i$  e  $i'$  ( $tc_{i,i'}$ ) correspondientes a cada uno de los casos. En todos ellos se aplicó primeramente el resolvidor GAMS-DICOPT (Viswanathan y Grossmann, 1990) y luego el resolvidor global, GAMS-BARON (Tawarmalani y Sahinidis, 2005) para encontrar las soluciones respectivas. El primero es un motor de búsqueda de optimicidad basado en planos tangentes que solo en el caso de programas convexos garantiza optimicidad global. El algoritmo subyacente DICOPT comienza resolviendo con el resolvidor CONOPT el NLP en el cual las condiciones 0-1 de las variables binarias se relajan. Si la solución a este problema produce una solución entera el método se detiene. Caso contrario, continúa con una secuencia alternante de programas no lineales (NLP) llamados *subproblemas* y programas mixtos-entero lineales (MIP) llamados problemas *master*, que se resuelven con CPLEX. Los subproblemas NLP se resuelven con el resolvidor GAMS-CONOPT (Drud, 1996) para variables 0-1 fijas cuyos valores son obtenidos por el problema mixto entero lineal (MIP) denominado *master* en cada iteración *mayor*. Para problemas convexos el problema master también suministra una cota inferior de la función objetivo. Esta cota inferior (en el caso de minimización) crece monótonamente a medida que las iteraciones avanzan debido a la acumulación de aproximaciones lineales. El método para tan pronto como la cota

definida por el objetivo del último problema MIP master es peor que la peor solución NLP encontrada, que para problemas convexos equivale a solución global. Otro criterio de parada que funciona bien tanto para problemas convexos como no convexos es el detener el proceso cuando la solución del subproblema NLP empeora respecto de la solución del subproblema NLP previo. En el caso de BARON es un motor de búsqueda basado en la ramificación y reducción del dominio de variables, que garantiza optimicidad global pues va encontrando cotas inferiores y superiores válidas que convergen al óptimo de la función objetivo para cualquier programa mixto entero no lineal, no necesariamente convexo. Típicamente, este último insume más tiempo en la resolución, aunque dada la no-convexidad del modelo propuesto (obsérvese por caso el producto entre variables en la Ecuación III.12), su utilización está recomendada.

Las soluciones se reportan caso por caso mostrando los valores numéricos óptimos y la gráfica que representa la evolución real de los niveles de stock de cada producto obtenidos tras un simple post-procesamiento durante el ciclo de producción óptimo de longitud  $T^*$ , tal como se detalla en el Anexo A<sub>1</sub> de esta tesis. El objetivo de dicho algoritmo de post-procesamiento es concentrar todos los tiempos ociosos del proceso hacia el final del ciclo  $T^*$ .

En la Tabla III.3 se muestran la cantidad de variables y restricciones involucradas en cada caso, como así también los valores óptimos de la función objetivo alcanzados con cada uno de los resolvedores mencionados. Los valores óptimos y gráficas obtenidas se despliegan en las Tablas III.4 y III.5 para el Caso I, en la Tabla III.6 para el Caso II y en las Tablas III.7 y III.8 para el Caso III; análogamente, las Figuras III.4a , III.4b, III.5a, III.5b corresponden al Caso I, las Figuras III.6a y III.6b al Caso II y las Figuras III.7a y III.7b al Caso III.

Obsérvese que se verifica que  $\sum_i(r_i/p_i) = 0.90$ , lo cual implica que si los productos se procesaran en una sola estación, sin tiempos improductivos por transiciones, ésta funcionaría con una eficiencia del 90%. Esto se refleja, ineludiblemente, en cierto tiempo ocioso en la línea. En efecto, cuando la carga de trabajo está subdividida en estaciones consecutivas por las que los diferentes modelos se mueven en forma sincrónica, cada una de ellas deberá ser capaz de absorber los tiempos asociados al cambio en la fabricación de un producto a otro. Por otra parte, cuando un

producto con tiempo de ciclo mayor al de aquellos ya presentes en la línea hace su entrada a la misma genera una disminución forzada de la velocidad de producción en las estaciones aguas abajo de la línea, surgiendo así tiempos ociosos en tales estaciones, lo cual implica, por ende, resignar algo de eficiencia en ellas.

Tabla III.1. Parámetros comunes para los Casos I, II y III

$i$	$r_i$ (unid/h)	$p_i$ (unid/h)	$ct_i$ (h/unid)	$ic_i$ ( $10^3$ \$/ (h·unid))
$P_1$	0.45	1.2500	0.8	1.0
$P_2$	0.30	1.3333	0.75	1.1
$P_3$	0.15	1.3333	0.75	1.2
$P_4$	0.30	1.4815	0.675	1.3

Tabla III.2. Costos de transición entre productos para los Casos I, II y III ( $10^3$ \$)

Caso I					Caso II					Caso III				
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$P_1$	-	200	100	200	$P_1$	-	50	25	50	$P_1$	-	10	5	10
$P_2$	240	-	240	160	$P_2$	60	-	60	40	$P_2$	12	-	12	8
$P_3$	200	300	-	300	$P_3$	50	75	-	75	$P_3$	10	15	-	15
$P_4$	240	120	240	-	$P_4$	60	30	60	-	$P_4$	12	6	12	-

A los efectos de una correcta comparación, los valores exactos de la duración del ciclo de producción total  $T$  obtenidos a través de simples cálculos de post-procesamiento se muestran para todos los casos junto con los valores reportados por los resolvers usados. La diferencia entre el último valor de tiempo y el valor exacto de  $T^*$  representa un tiempo ocioso en el que sólo tiene lugar la demanda (sin producción) hasta que se alcanza el nivel de inventario del próximo ciclo.

Tabla III.3. Tamaños de los modelos y requerimientos computacionales para cada Caso.

Caso	VARIABLES discretas (binarias y enteras)	VARIABLES continuas	Ecuaciones	Tiempo CPU (seg.)	Solución óptima	Número de Iteraciones Total/Mayores (DICOPT) Total/nodos en memoria (BARON)
I	25	77	134	0.39 (DICOPT) 20.42 (BARON)	39.4511 (DICOPT) 39.0315 (BARON)	1846/4 (DICOPT) 3773/291 (BARON)
II	25	77	134	0.375 (DICOPT) 3.27 (BARON)	19.8553 (DICOPT) 19.8553 (BARON)	973/3 (DICOPT) 143/28 (BARON)
III	25	77	134	0.484 (DICOPT) 2.34 (BARON)	12.3553 (DICOPT) 12.2553 (BARON)	1354/3 (DICOPT) 71/14 (BARON)

### III.4.1.1 Caso de Estudio I

A los efectos de interpretar la solución reportada por el modelo matemático propuesto se procede a analizar con mayor nivel de detalle el Caso I, cuyos resultados se resumen en la Tabla III.4. El modelo desplegado está formado por 134 ecuaciones y 102 variables de decisión, 25 de ellas son discretas (20 binarias y 5 enteras). Usando DICOPT, el modelo arroja un valor óptimo de  $39.4511 \cdot 10^3 \$/h$ , consumiendo 0.39 segundos de CPU. Vale aclarar que todos los programas de esta tesis han sido corridos en una estación de trabajo Dell Precision T5600 con dos procesadores Intel Xeon CPU E5-2620 y 32 GB de memoria RAM. Las corridas se organizan en una secuencia dada por  $P_1(k_1) \rightarrow P_3(k_2) \rightarrow P_4(k_3) \rightarrow P_2(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$  cuyos tamaños de campañas están dados por  $NP_{k_1, P_1} = 5$ ,  $NP_{k_2, P_3} = 5$ ,  $NP_{k_3, P_4} = 10$ ,  $NP_{k_4, P_2} = 10$ ,  $NP_{k_5, P_1} = 15$ , lo cual representa la producción de 40 piezas de producto final por ciclo (las últimas 5 unidades de  $k_5$  se superponen con  $k_1$ ). En otras palabras, partiendo de una línea que contiene inicialmente al producto  $P_1$  en cada una de sus estaciones, la secuencia de producción óptima resultante es de 5 ítems del producto  $P_3$ , 10 del producto  $P_4$ , 10 del producto  $P_2$  y 15 del producto  $P_1$ , quedando nuevamente la línea en el estado inicial, lista para repetir otro ciclo productivo de duración  $T^* = 33.33$  h. La evolución de la línea pieza por pieza se muestra en la Figura III.4a, donde se indica el tiempo de inicio de procesamiento de cada uno de los pasos, la duración del tiempo de ciclo, y el tiempo de finalización de las piezas en las distintas estaciones. Cuando ingresa la primera unidad de producto  $P_3$  ( $t=0$ ), cuyo tiempo de ciclo es  $ct_{P_3} = 0.75$ , la duración del paso correspondiente es 0.8 h, pues domina el movimiento el producto  $P_1$ , que tiene mayor tiempo de ciclo ( $ct_{P_1} = 0.8$ ). Cuando egresan todas las piezas de  $P_1$ , la duración pasa a estar regida por el producto  $P_3$ , y sigue siendo así, incluso cuando ingresa la primera unidad de  $P_4$  ( $ct_{P_4} = 0.625$ ), cuyo tiempo de ciclo es menor que  $ct_{P_3}$ , por lo que el tiempo de ciclo de  $P_3$  sigue dominando. Cuando se finaliza la producción de  $P_3$  y solo queda  $P_4$  en todas las estaciones, la duración de cada ciclo está dada por el valor de  $ct_{P_4}$  hasta el instante  $t=11$  h, cuando ingresa la primera unidad de la campaña de  $P_2$  que tiene un tiempo de ciclo  $ct_{P_2} = 0.75$ , obligando a las estaciones aguas abajo a incurrir en tiempos ociosos puesto que  $P_4$  tiene un tiempo de ciclo menor. Esto significa una disminución en la velocidad de producción de  $P_4$  (resaltado en el “quiebre” de la Figura III.4b). Esta situación seguirá mientras ingrese producto  $P_2$ . Cuando ingresa la primera unidad de la cuarta

campana (producto  $P_1$ ,  $t=18.5$  h), nuevamente cambia la duración de los ciclos 0.75 a 0.8 h pues  $ct_{P_1}$  es mayor que  $ct_{P_2}$ , generando, por ende, tiempo ocioso en las estaciones que aún poseen producto  $P_2$ . En este caso, la velocidad de producción de  $P_2$  se ve disminuida y también se remarca en la Figura III.4b. En términos estrictos, el ciclo total de producción culmina en el instante  $t=30.5$  h. En el tramo de tiempo [30.5 h, 33.33 h] solo se manifiesta demanda de los distintos productos a la tasa constante  $r_i$ , mientras la línea está detenida.

Tabla III.4. Resultados para el Caso I (DICOPT)

$i$	$NP_{k,i}$	$T$ (h)	$T$ exacto (h)	Secuencia óptima	Función objetivo ( $10^3$ \$/h)	Función objetivo (post- procesada) ( $10^3$ \$/h)	Costo Inventario (GAMS) ( $10^3$ \$/h)	Costo Inventario (post- procesado) ( $10^3$ \$/h)	Costo de transición ( $10^3$ \$/h)
$P_1$	15	33.33	30.50	$P_1(k_1) \rightarrow P_3(k_2) \rightarrow P_4(k_3) \rightarrow P_2(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$	39.4511	41.542	555.038	624.738	760.00
$P_2$	10								
$P_3$	5								
$P_4$	10								

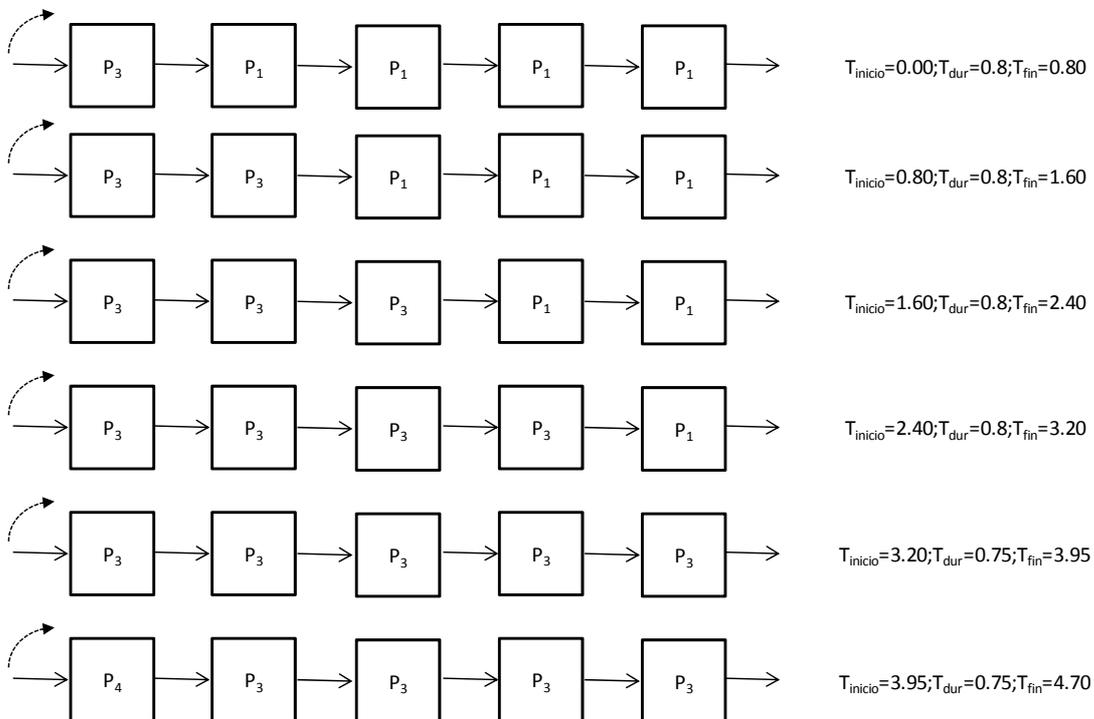


Figura III.4a. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con DICOPT

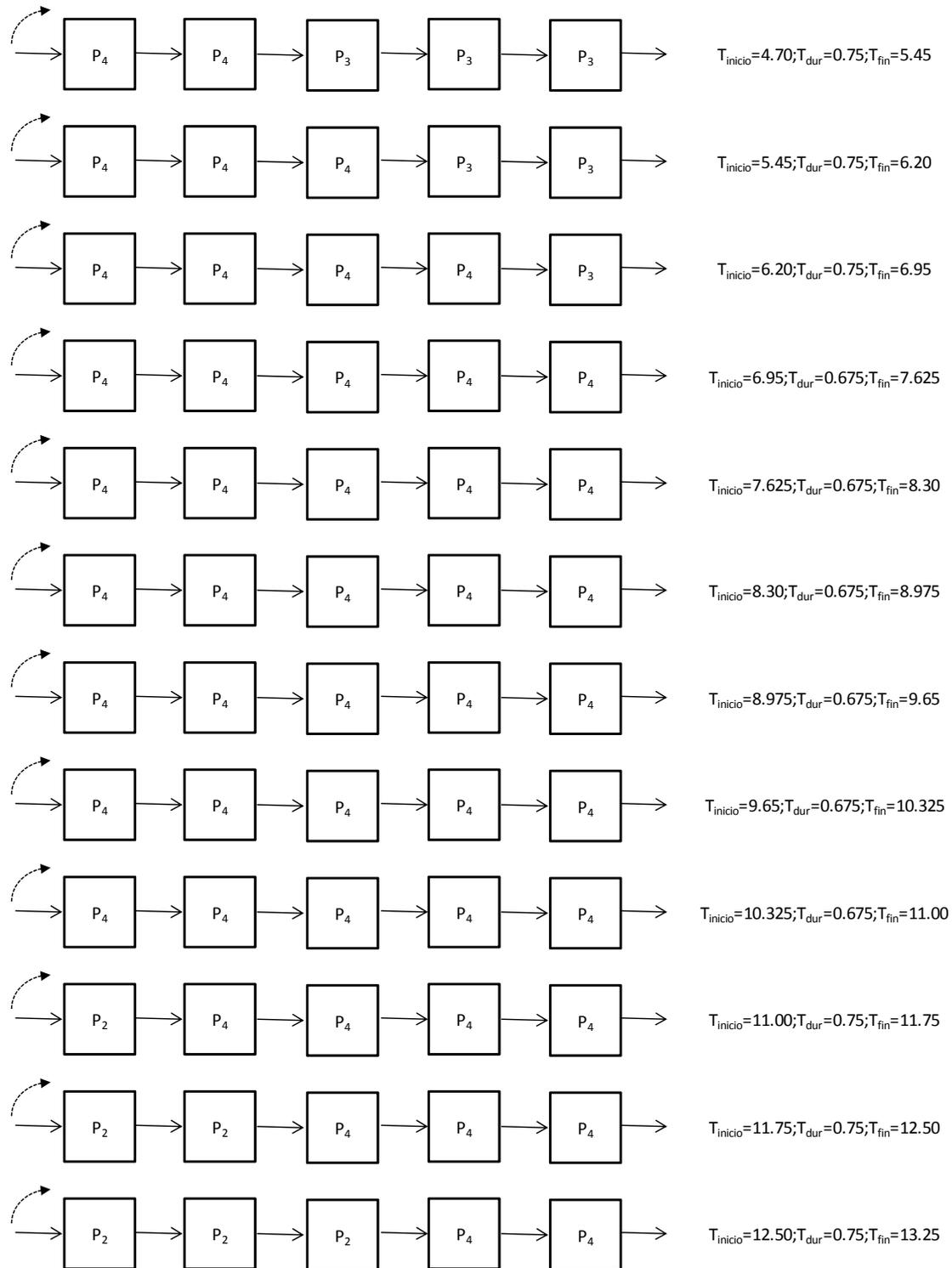


Figura III.4a.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con DICOPT

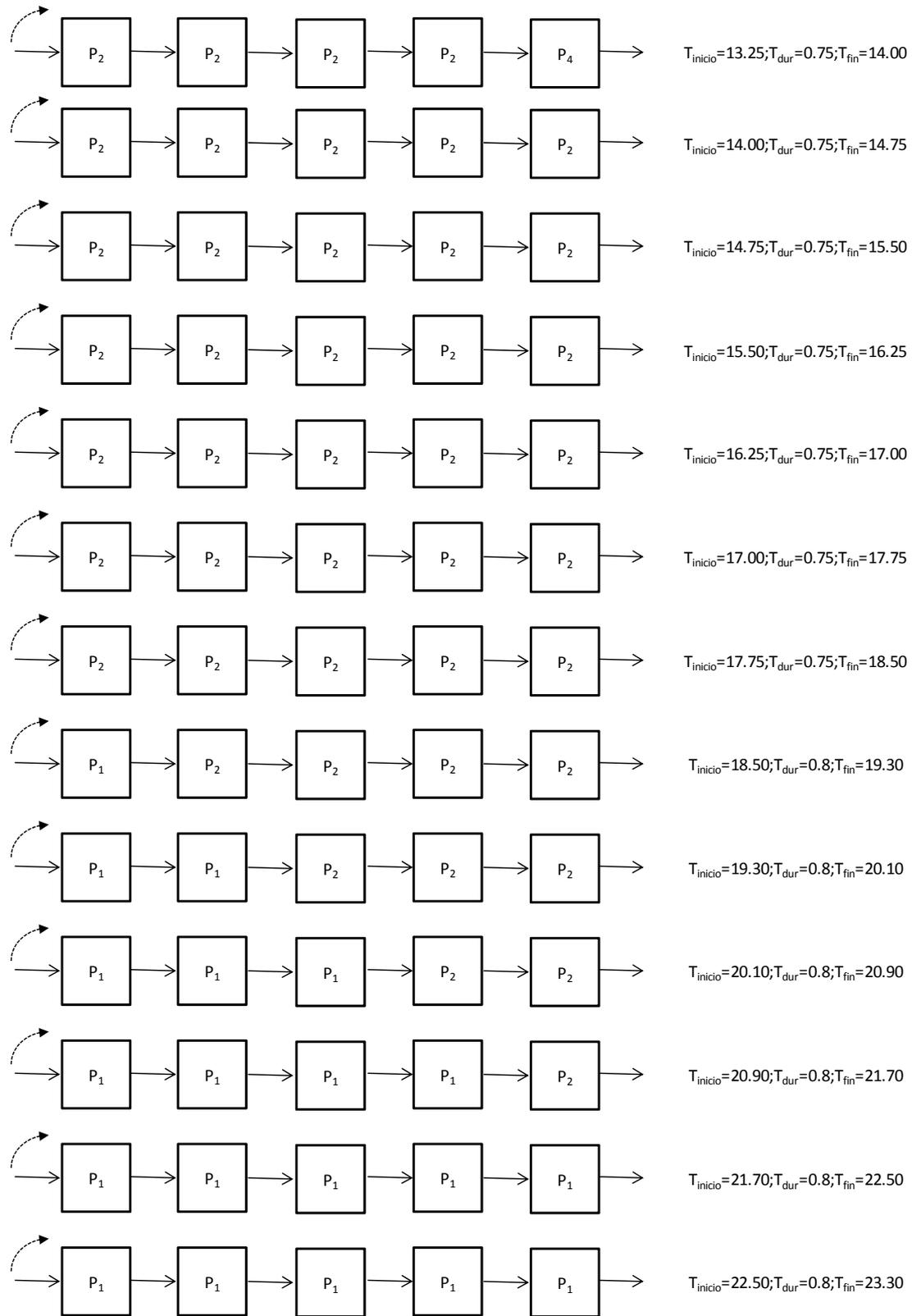


Figura III.4a. (cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con DICOPT

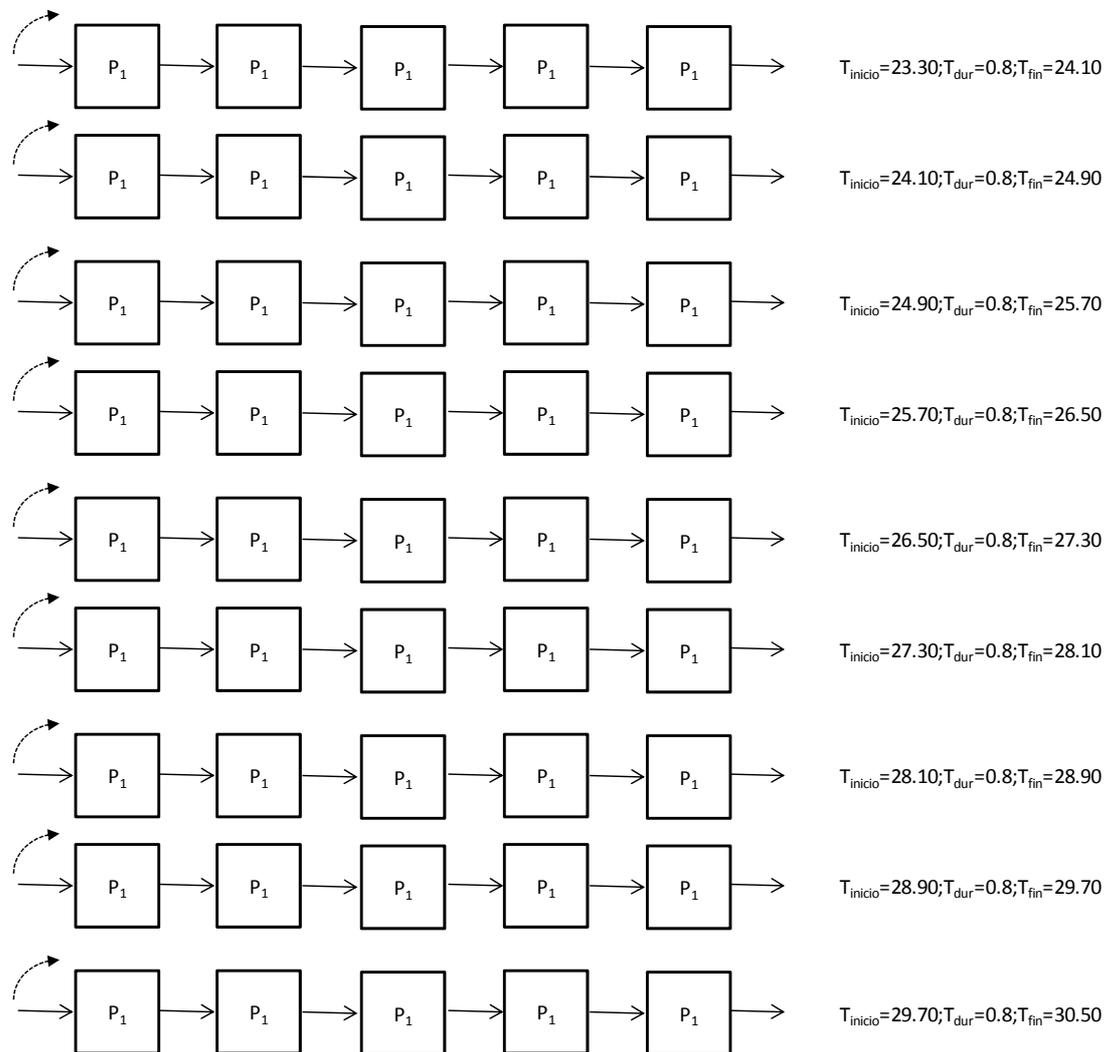


Figura III.4a. (cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con DICOPT

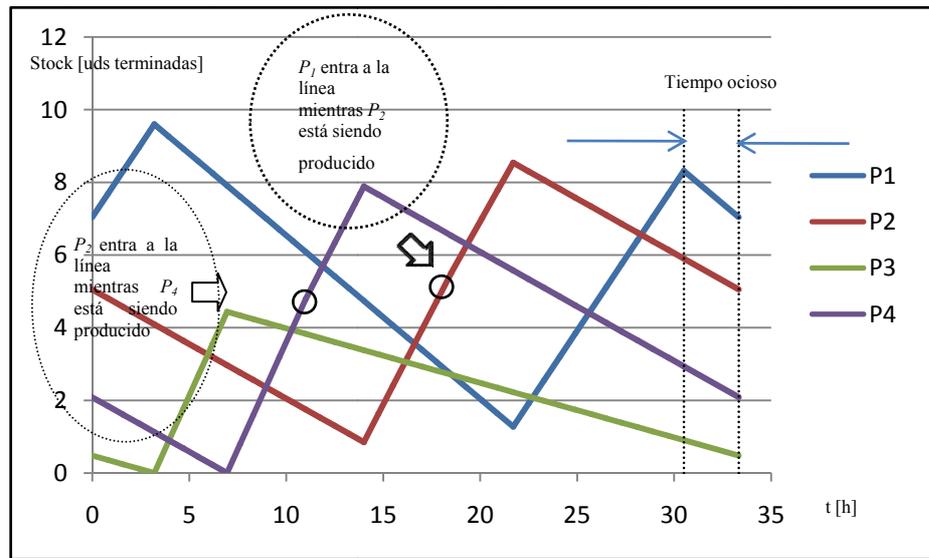


Figura III.4b. Evolución de los niveles de stock correspondientes al Caso I, resuelto con DICOPT

En relación al Caso I resuelto con el resolutor BARON (Tawarmalani y Sahinidis, 2005), los valores alcanzados se resumen en la Tabla III.5. La ejecución del programa MINLP resulta en un valor óptimo de función objetivo igual a  $39.0315 \cdot 10^3$  \$/h, consumiendo 20.42 segundos de CPU. Las corridas se organizan en una secuencia dada por  $P_1(k_1) \rightarrow P_4(k_2) \rightarrow P_2(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$ , cuyos tamaños de lote por campaña están dados por  $NP_{k_1, P_1} = 5$ ,  $NP_{k_2, P_4} = 12$ ,  $NP_{k_3, P_2} = 12$ ,  $NP_{k_4, P_3} = 6$ ,  $NP_{k_5, P_1} = 18$ , lo cual genera 48 piezas de producto final por ciclo productivo. En otras palabras, partiendo de una línea que tiene inicialmente al producto  $P_1$  en cada una de sus estaciones, la secuencia de producción óptima resultante es de 12 ítems de producto  $P_4$ , 12 del producto  $P_2$ , 6 del producto  $P_3$  y 18 del producto  $P_1$ , quedando nuevamente la línea en el estado inicial lista para repetir otro ciclo productivo de duración  $T^* = 40$  h. Nótese que en este caso, el optimizador global alcanza una solución un tanto distinta a la propuesta por DICOPT, aunque solo 1.06% mejor en términos de costos por hora. En la Figura III.5a se despliega la evolución pieza por pieza ingresada en la línea en la secuencia óptima obtenida, debiéndose aclarar que los puntos suspensivos que aparecen se refieren a la repetición del esquema de línea inmediato anterior. Se puede ver que el ciclo estrictamente productivo culmina en  $t = 36.5$  h, en tanto que en el intervalo ocioso [36.5 h, 40.0 h] solo se manifiesta demanda de los distintos productos a la tasa constante

$r_i$ , con la línea detenida, como puede observarse claramente en la Figura III.5b, en la cual se grafica la evolución del inventario de los distintos productos a través del tiempo.

Tabla III.5. Resultados para el Caso I (BARON)

$i$	$NP_{k,i}$	$T$ (h)	$T$ exacto (h)	Secuencia óptima	Función objetivo ( $10^3$ \$/h)	Función objetivo (post- procesada) ( $10^3$ \$/h)	Costo Inventario (GAMS) $10^3$ \$	Costo Inventario (post- procesado) ( $10^3$ \$/h)	Costo de transición ( $10^3$ \$/h)
$P_1$	18	40.00	36.50	$P_1(k_1) \rightarrow P_4(k_2) \rightarrow P_2(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$	39.0315	42.269	801.26	930.76	760.00
$P_2$	12								
$P_3$	6								
$P_4$	12								

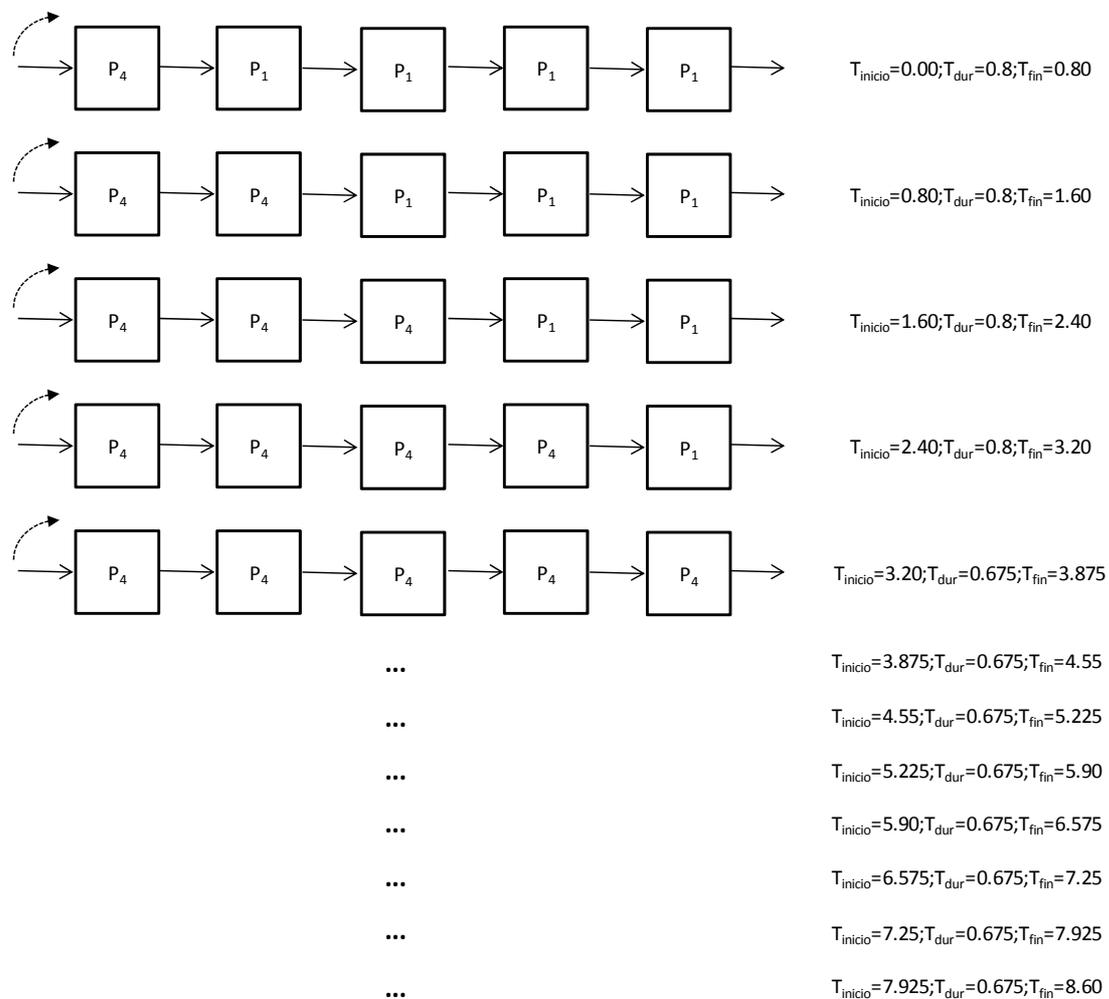


Figura III.5a. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con BARON

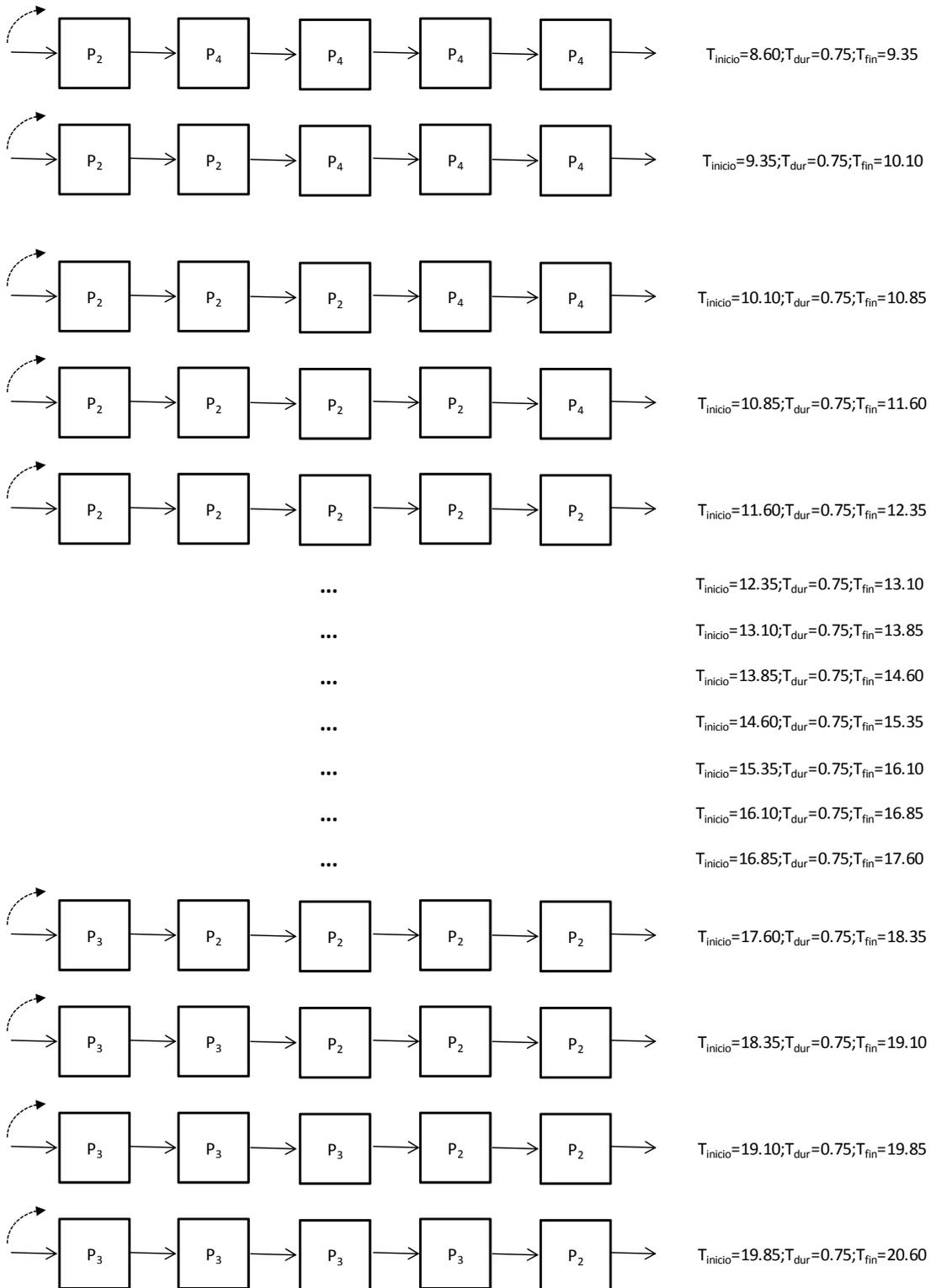


Figura III.5a.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con BARON

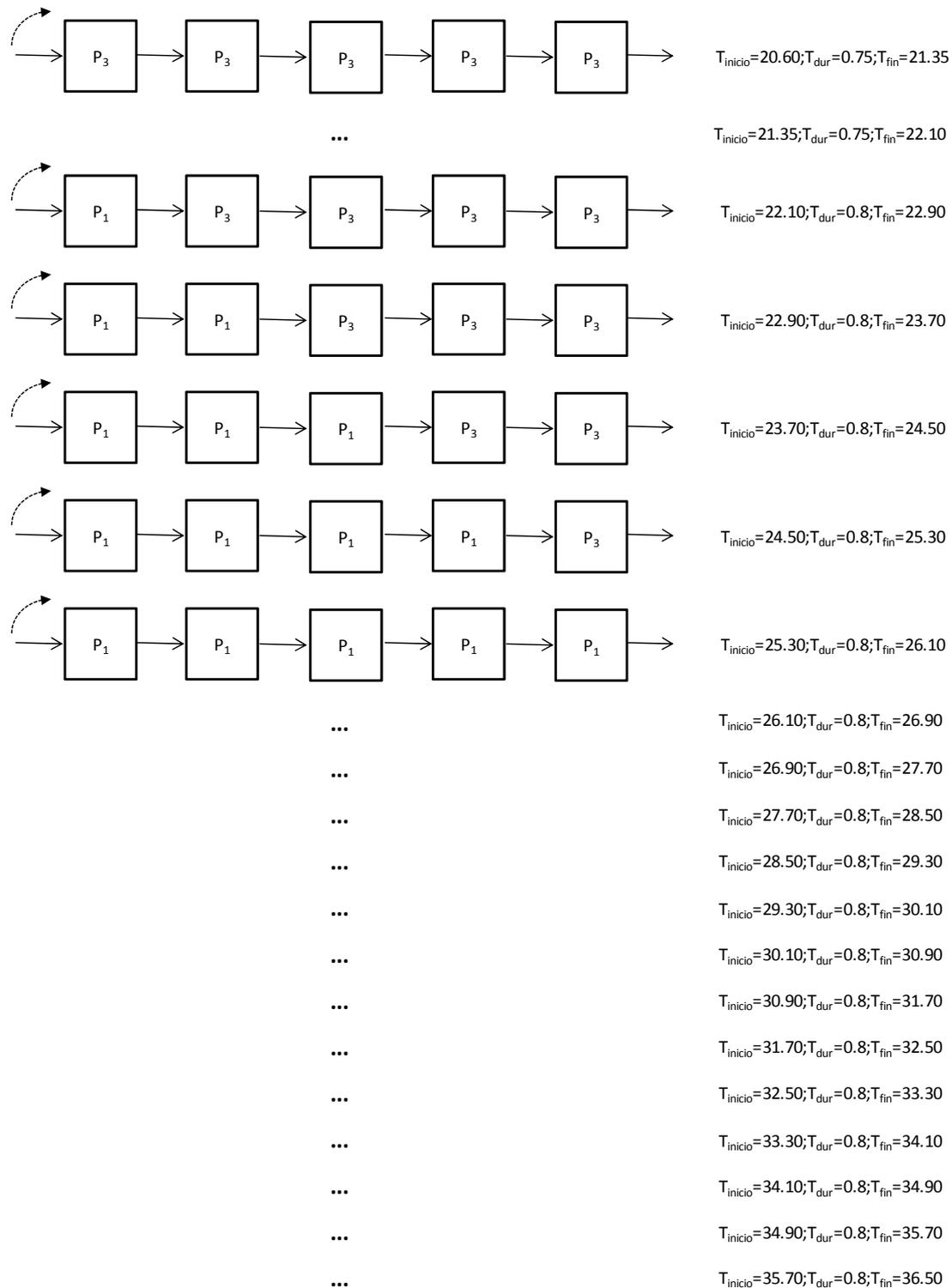


Figura III.5a.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I, resuelto con BARON

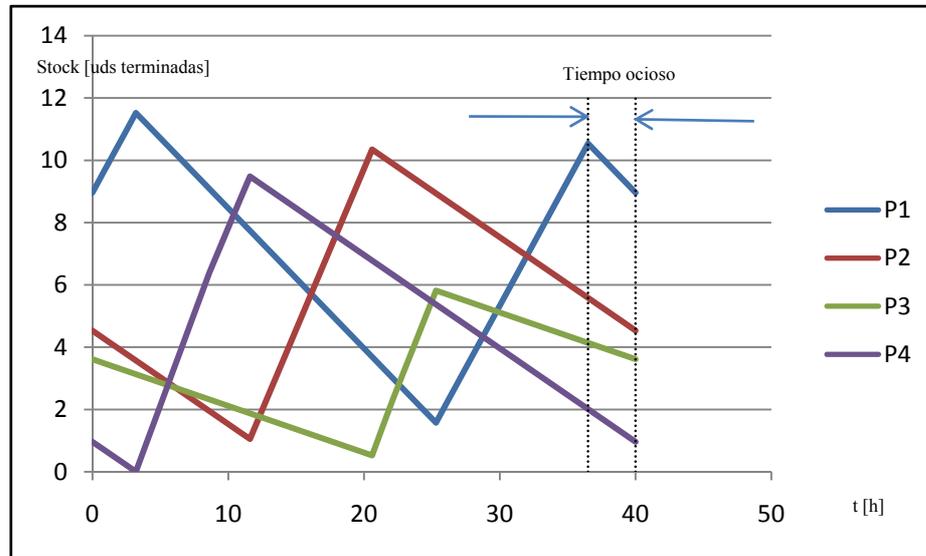


Figura III.5b. Evolución de los niveles de stock correspondientes al Caso I, resuelto con BARON

### III.4.1.2 Caso de Estudio II

En relación al Caso II, resuelto tanto con el resolvidor DICOPT como con BARON, se alcanzó la misma solución, cuyos valores se resumen en la Tabla III.6. El modelo desplegado está formado por 134 ecuaciones y 102 variables de decisión, arrojando un valor óptimo de función objetivo igual  $19.855 \cdot 10^3$  \$/h, consumiendo 0.37 y 3.27 segundos de CPU, respectivamente. Las corridas se organizan en una secuencia dada por  $P_1(k_1) \rightarrow P_4(k_2) \rightarrow P_2(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$ , cuyos tamaños de lote por campaña están dados por  $NP_{k_1, P_1} = 5$ ,  $NP_{k_2, P_4} = 6$ ,  $NP_{k_3, P_2} = 6$ ,  $NP_{k_4, P_3} = 4$  y  $NP_{k_5, P_1} = 9$  (las últimas 5, solapadas con  $k_1$ ), lo cual se resume en 25 piezas de producto final por ciclo. Partiendo de una línea que tiene inicialmente al producto  $P_1$  en cada una de sus estaciones, la secuencia de producción óptima resultante es de 6 ítems de producto  $P_4$ , 6 del producto  $P_2$ , 4 del producto  $P_3$  y 9 del producto  $P_1$ , quedando nuevamente la línea en el estado inicial lista para repetir otro ciclo productivo de duración  $T^* = 20$  h, resultando un tiempo ocioso de 0.75 h. La Figura III.6a detalla el movimiento de la línea unidad por unidad en tanto que la Figura III.6b representa la evolución del nivel de inventario de producto terminado a lo largo del ciclo total de producción.

Tabla III.6. Resultados para el Caso II

$i$	$NP_{k,i}$	$T$ (h)	$T$ exacto (h)	Secuencia óptima	Función objetivo ( $10^3$ \$/h)	Función objetivo (post- procesada) ( $10^3$ \$/h)	Costo Inventario (GAMS) $10^3$ \$	Costo Inventario (post- procesado) ( $10^3$ \$/h)	Costo de transición ( $10^3$ \$/h)
$P_1$	9	20.00	19.25	$P_1(k_1) \rightarrow P_4(k_2) \rightarrow P_2(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$	19.855	20.472	207.105	219.435	190.00
$P_2$	6								
$P_3$	4								
$P_4$	6								

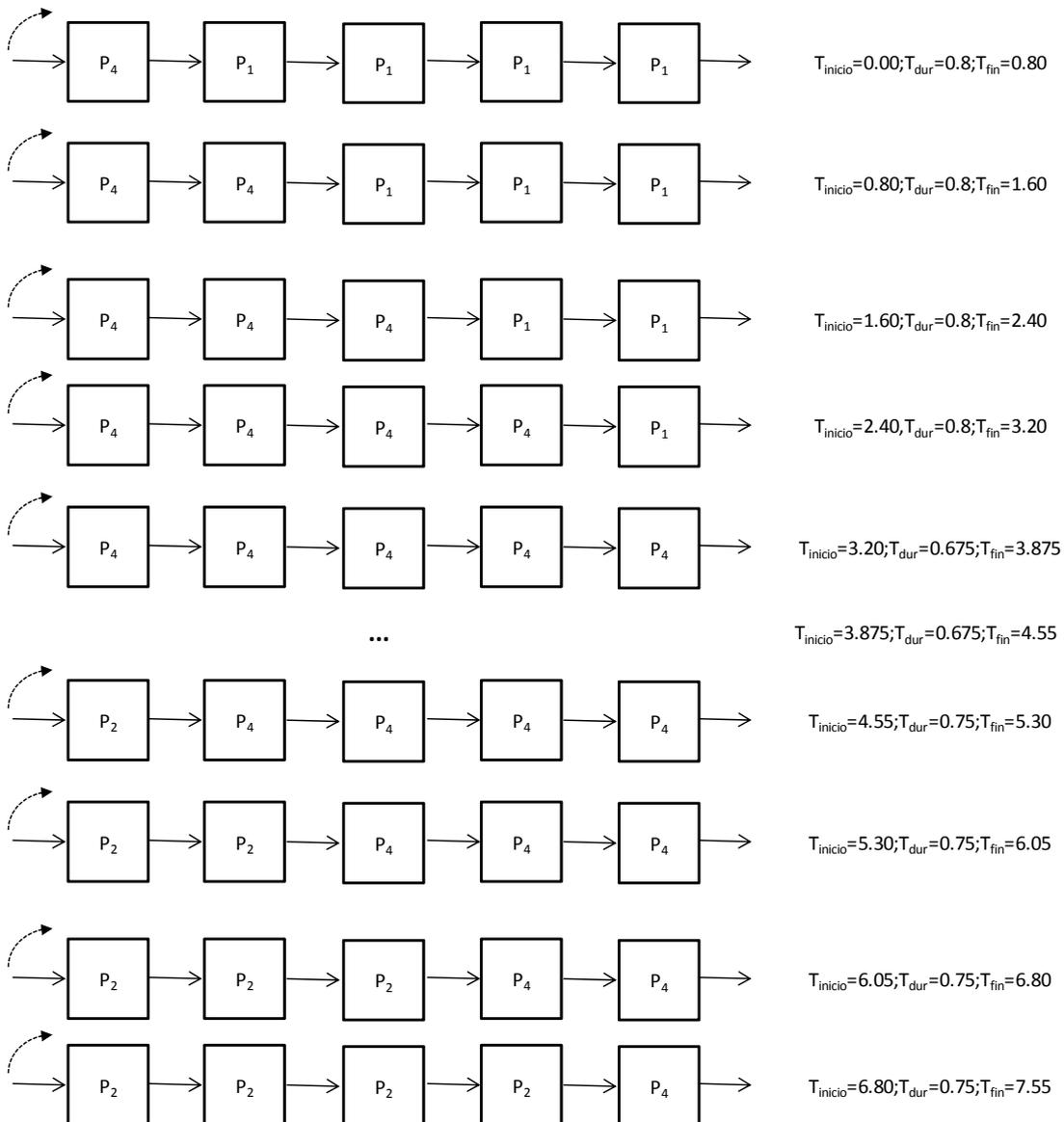


Figura III.6a. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso II

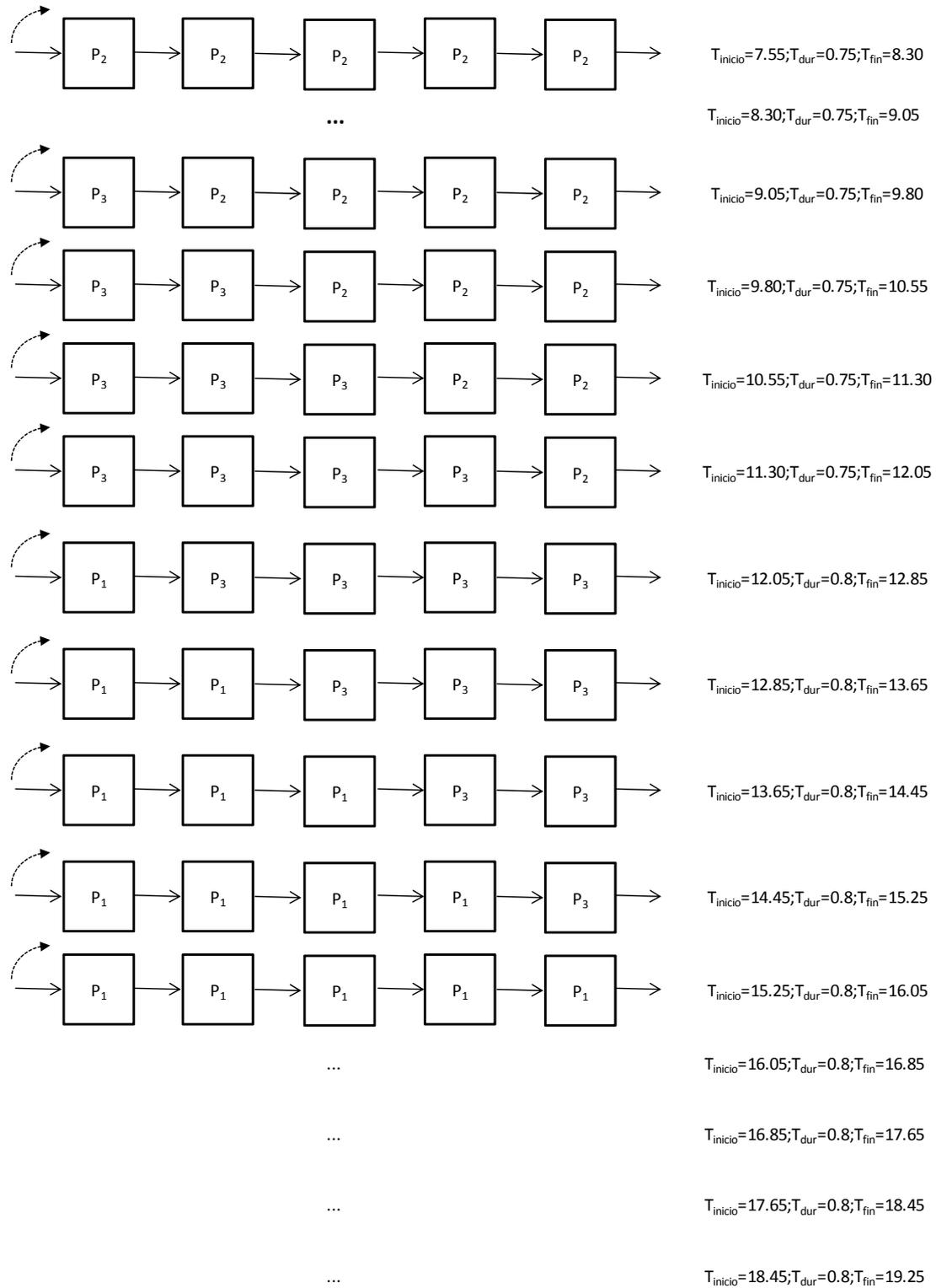


Figura III.6a. (cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso II

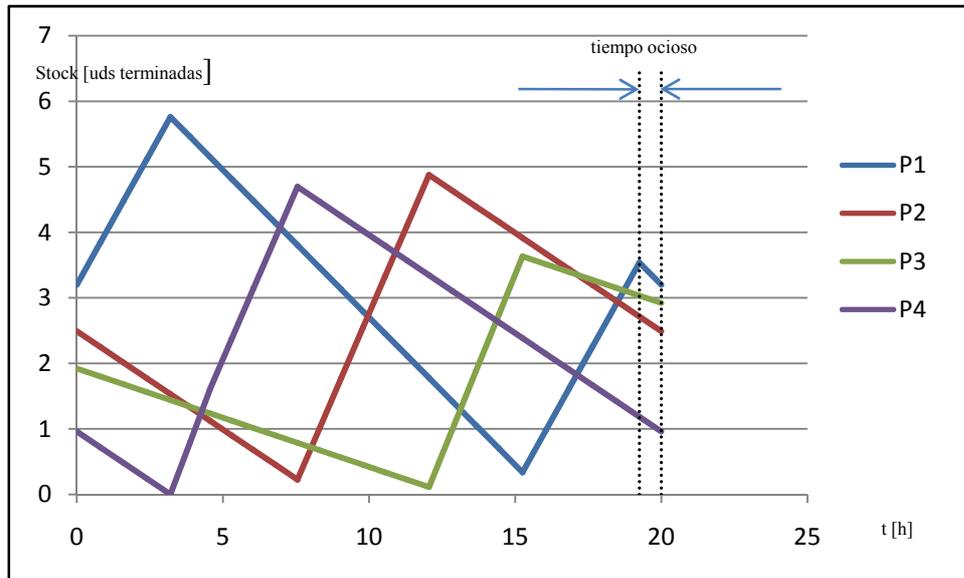


Figura III.6b. Evolución de los niveles de stock correspondientes al Caso II

### III.4.1.3 Caso de Estudio III

En relación al Caso III, resuelto con el resolvidor DICOPT, los valores alcanzados en el óptimo se resumen en la Tabla III.7. El modelo está formado por 134 ecuaciones y 102 variables de decisión, alcanzando un valor óptimo de función objetivo igual a  $12.3553 \cdot 10^3 \$/h$ , consumiendo 0.484 segundos de CPU. Las corridas se organizan en una secuencia dada por  $P_1(k_1) \rightarrow P_2(k_2) \rightarrow P_4(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$  cuyos tamaños de campañas son  $NP_{k_1, P_1} = 5$ ,  $NP_{k_2, P_2} = 6$ ,  $NP_{k_3, P_4} = 6$ ,  $NP_{k_4, P_3} = 4$  y  $NP_{k_5, P_1} = 9$  (las últimas 5, en  $k_1$ ), las cuales dan origen a 25 piezas de producto final por ciclo total. Partiendo de una línea que contiene inicialmente al producto  $P_1$ , la secuencia de producción óptima resultante es de 6 ítems de producto  $P_2$ , 6 del producto  $P_4$ , 4 del producto  $P_3$  y 9 del producto  $P_1$ , quedando nuevamente la línea en el estado inicial lista para repetir otro ciclo productivo de duración  $T^* = 20$  h. Nuevamente, hay un tiempo ocioso de 0.75 h. En las Figuras III.7a se aprecia el movimiento detallado pieza por pieza correspondiente a esta secuencia de producción óptima y en la Figura III.7b se muestra la variación con el tiempo de los niveles de stock para dicha solución.

Tabla III.7. Resultados para el Caso III (DICOPT)

$i$	$NP_{k,i}$	$T$ (h)	$T$ exacto (h)	Secuencia óptima	Función objetivo ( $10^3$ \$/h)	Función objetivo (post- procesada) ( $10^3$ \$/h)	Costo Inventario (GAMS) $10^3$ \$	Costo Inventario (post- procesado) ( $10^3$ \$/h)	Costo de transición ( $10^3$ \$/h)
$P_1$	9	20.00	19.25	$P_1(k_1) \rightarrow P_2(k_2) \rightarrow P_4(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$	12.3553	12.724	207.105	214.485	40.00
$P_2$	6								
$P_3$	4								
$P_4$	6								

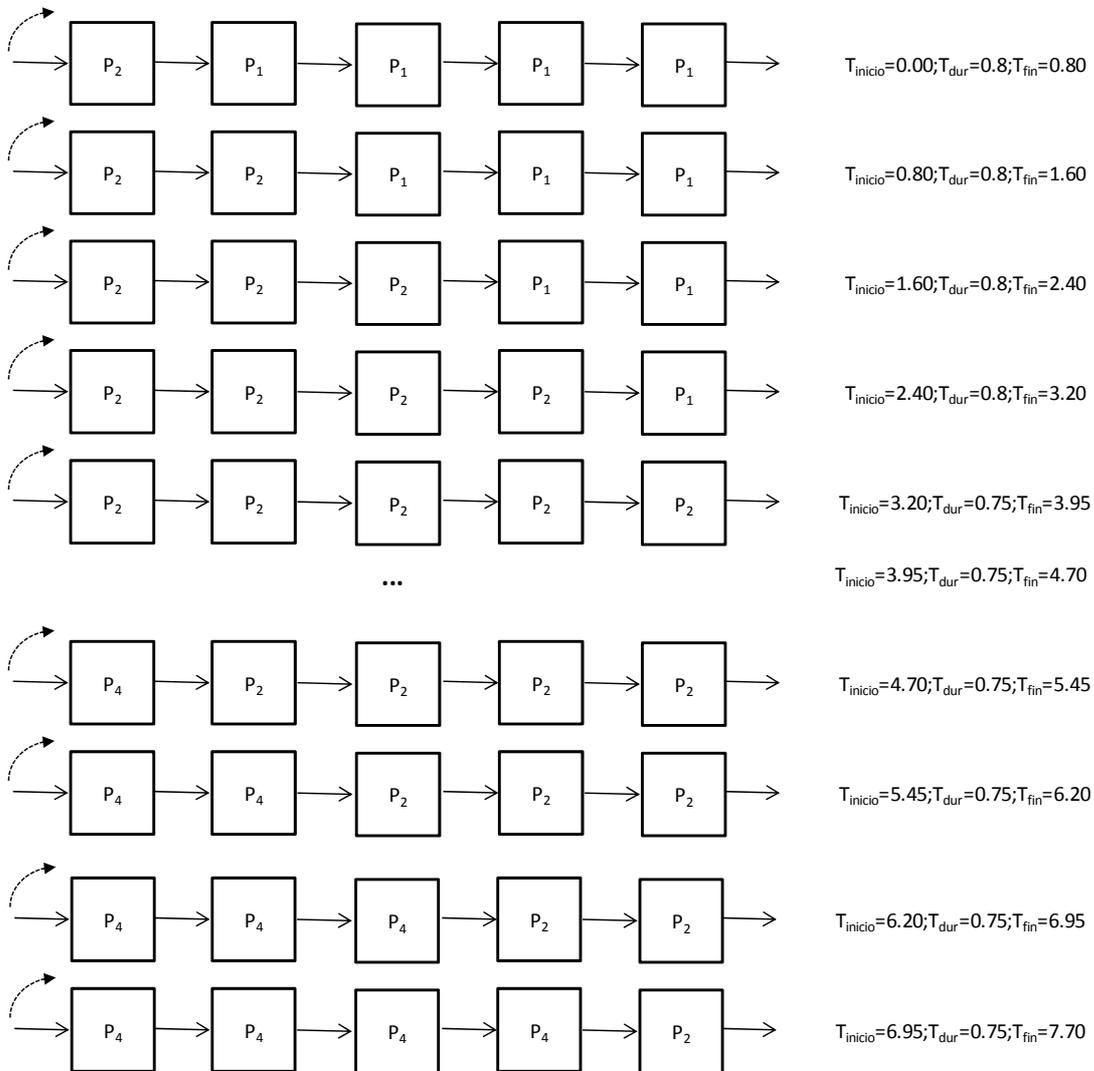


Figura III.7a. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondientes al Caso III, resuelto con DICOPT

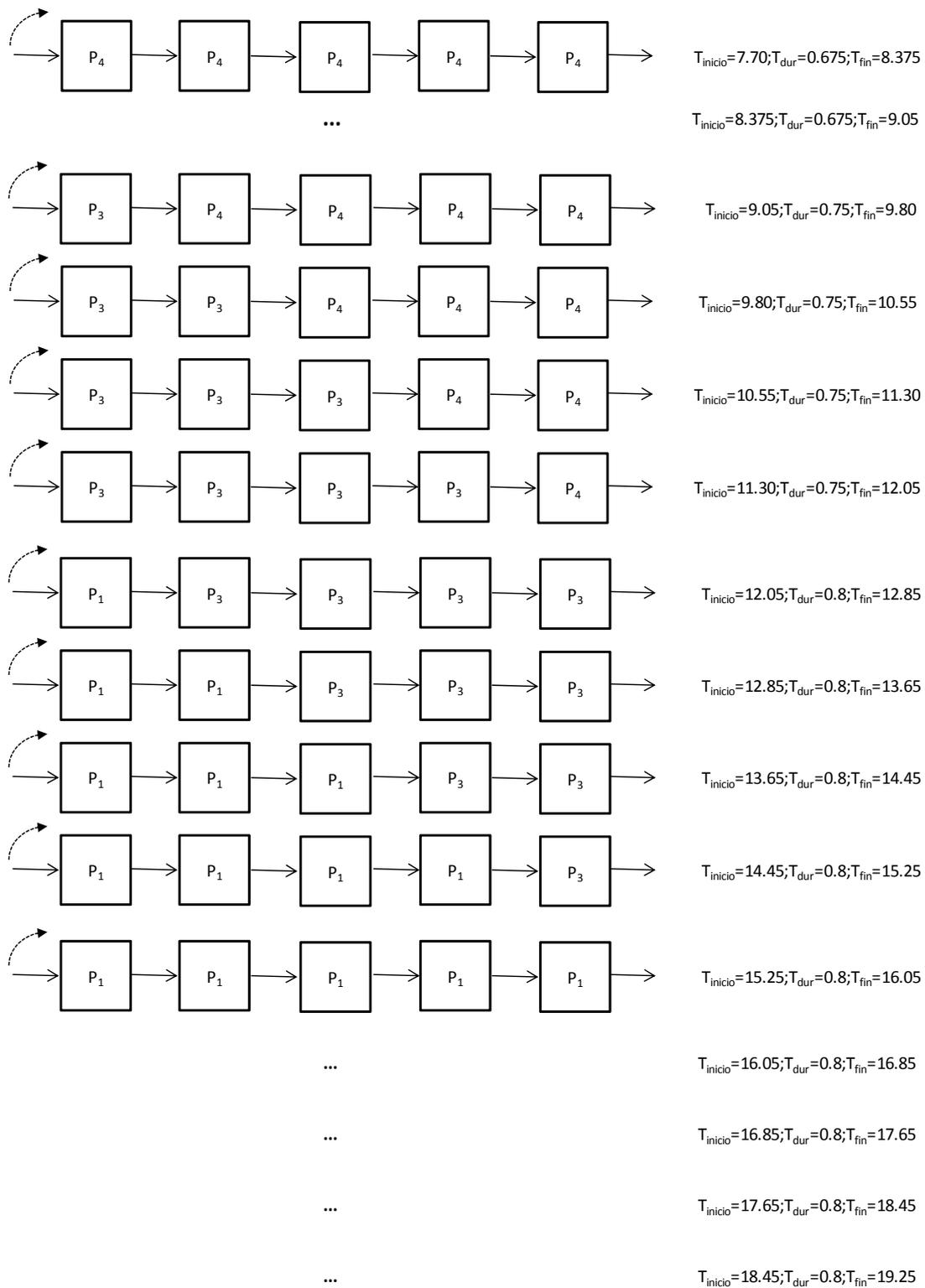


Figura III.7a.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondientes al Caso III, resuelto con DICOPT

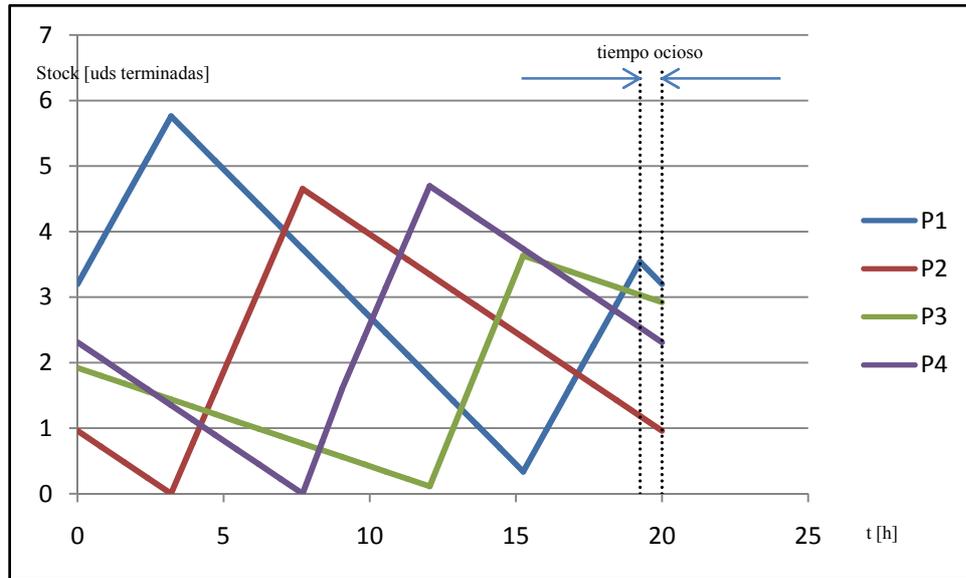


Figura III.7b. Evolución de los niveles de stock correspondientes al Caso III, resuelto con DICOPT

En tanto, para el Caso III resuelto ahora con el resolovedor BARON, los valores alcanzados se resumen en la Tabla III.8, arrojando un valor óptimo de función objetivo igual 12.2553 \$/h, en 2.34 segundos de CPU. Las corridas se organizan según:  $P_1(k_1) \rightarrow P_4(k_2) \rightarrow P_2(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_1(k_5)$  cuyos tamaños de campañas están dados por  $NP_{k_1, P_1} = 5$ ,  $NP_{k_2, P_4} = 6$ ,  $NP_{k_3, P_2} = 6$ ,  $NP_{k_4, P_3} = 4$ ,  $NP_{k_5, P_1} = 9$ . Nuevamente, se obtienen 25 piezas de producto final por ciclo. Nótese que en este caso, si bien los valores de función objetivo en el óptimo difieren, la solución hallada por ambos resolovedores es exactamente la misma en lo que a dimensiones de los lotes se refiere, aunque con distinta secuencia de producción que produce un tiempo total de transición menor. Cuando el tiempo ocioso por ciclo se compacta hacia el final de  $T^*$ , al igual que antes, se registra un tiempo ocioso de 0.75 h. Los tamaños de lote y la secuencia de producción óptima coinciden con los reportados para el Caso II, por lo tanto, como el comportamiento de la línea pieza por pieza y la fluctuación del nivel de inventario resultan coincidentes, son omitidos.

El impacto de los resolovedores se ve reflejado en los valores óptimos de la función objetivo (principalmente en el Caso I) y en el tiempo de cálculo requerido. Los valores reportados por BARON resultan menores o eventualmente iguales a los

brindados por DICOPT, aunque los tiempos de procesamiento son mayores que los requeridos por este último.

Tabla III.8.Resultados para el Caso III (BARON)

$i$	$NP_{k,i}$	$T$ (h)	$T$ exacto (h)	Secuencia óptima	Función objetivo ( $10^3$ \$/h)	Función objetivo (post- procesada) ( $10^3$ \$/h)	Costo Inventario (GAMS) $10^3$ \$	Costo Inventario (post- procesado) ( $10^3$ \$)	Costo de transición ( $10^3$ \$)
$P_1$	9	20.00	19.25	$P_1(k_1) \rightarrow P_4(k_2) \rightarrow P_2(k_3) \rightarrow P_3(k_4) \rightarrow P_7(k_5)$	12.2553	12.872	207.105	219.435	38.00
$P_2$	6								
$P_3$	4								
$P_4$	6								

### III.4.2 Otros Ejemplos de Mayor Tamaño

A los efectos de validar aún más la propuesta realizada se generaron en forma aleatoria un grupo de veinte problemas que involucran a ocho productos denominados  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$  y  $P_8$ , que circulan por una línea de ensamble con cinco estaciones de trabajo. En las Tablas A2.1, A2.2, A2.3, A2.4 y A2.5 del Anexo A2 se muestran los valores de  $p_i, r_i, ct_i, ic_i$  y  $tc_{i,i'}$  para cada problema, respectivamente.

Obsérvese que para todos los problemas se verifica que  $\sum_i(r_i/p_i) = 0.95$ , lo cual implica que si los productos se procesaran en una sola estación, ésta funcionaría con una eficiencia del 95%, lo que se refleja, ineludiblemente, en cierto tiempo ocioso en la línea. Más aún, en varias estaciones con movimientos sincrónicos, cuando un producto con tiempo de ciclo mayor al de aquellos ya presentes en la línea hace su entrada a la misma genera una disminución forzada de la velocidad de producción en las estaciones aguas abajo, surgiendo así tiempos ociosos, resignando algo de eficiencia en ellas.

En todos los problemas generados se observan 81 variables discretas (9 enteras y 72 binarias), 317 variables continuas y 710 ecuaciones. Además, todos fueron resueltos con el resolvidor DICOPT, puesto que el resolvidor BARON resulta prohibitivo en términos de consumo de tiempo de procesamiento cuando el tamaño del problema crece. Los tiempos de procesamiento insumidos resultaron en un valor promedio de 78.25 segundos de CPU con valores mínimo y máximo de consumo de 30.73 y 215.7 segundos, respectivamente. Para las sucesivas corridas se supuso, sin pérdida de

generalidad, que la línea está inicialmente llena de producto  $P_1$  al inicio del ciclo productivo. Los valores óptimos obtenidos se reportan en las Tablas III.9a y III.9b, mientras que las gráficas de evolución de inventarios en el tiempo se presentan en el Anexo A<sub>3</sub>.

Tabla III.9a. Valores óptimos obtenidos para cada problema generado aleatoriamente suponiendo que la línea arranca con todas las estaciones con producto  $P_1$

<b>Problema</b>	<b>Func. Objetivo reportada (\$/h)</b>	<b>Func. Objetivo Post-procesada (\$/h)</b>	<b>T (h)</b>	<b>T post-procesado (h)</b>	<b>CPU Consumida (seg)</b>	<b>Iteracs. totales/Iteracs.mayores (DICOPT)</b>
Prob-1	138.91	138.69	205.584	205.572	30.73	320279 / 3
Prob-2	119.60	122.99	229.149	223.754	95.99	1190712 / 4
Prob-3	141.60	141.47	251.348	251.256	32.57	414520 / 3
Prob-4	139.36	139.38	231.682	231.385	42.51	554443 / 3
Prob-5	145.31	145.16	197.615	197.521	79.28	1048246 / 3
Prob-6	140.32	140.47	179.358	178.696	57.81	688139 / 3
Prob-7	136.00	135.90	168.638	168.291	69.66	742397 / 3
Prob-8	119.99	119.86	202.145	201.931	70.23	860924 / 3
Prob-9	151.31	151.17	233.276	233.201	71.71	791524 / 3
Prob-10	130.496	131.79	205.743	203.214	122.59	1318033 / 6
Prob-11	140.26	140.09	166.370	166.162	42.99	512458 / 3
Prob-12	131.49	133.30	172.097	169.640	207.87	2831580 / 7
Prob-13	135.72	135.76	240.322	239.601	41.75	528883 / 3
Prob-14	127.40	128.93	211.080	208.506	215.70	2400406 / 8
Prob-15	137.73	137.65	254.397	254.139	47.75	511634 / 3
Prob-16	155.68	155.45	217.852	217.774	42.37	509147 / 3

Problema	Func. Objetivo reportada (\$/h)	Func. Objetivo Post-procesada (\$/h)	T (h)	T post-procesado (h)	CPU Consumida (seg)	Iteracs. totales/Iteracs.mayores (DICOPT)
Prob-17	139.03	139.17	178.137	177.609	55.80	662243 / 3
Prob-18	120.06	122.34	217.790	213.792	118.59	1426545 / 4
Prob-19	133.75	134.85	280.785	277.054	74.90	934000 / 4
Prob-20	150.88	150.88	255.796	255.540	44.26	572282 / 3

Tabla III.9b. Secuencias y tamaños de lote óptimos obtenidos para cada problema generado aleatoriamente suponiendo que la línea arranca con todas las estaciones con producto  $P_1$

Problema	$N_{P1}$	$N_{P2}$	$N_{P3}$	$N_{P4}$	$N_{P5}$	$N_{P6}$	$N_{P7}$	$N_{P8}$	Nro. Total de piezas fabricadas	Secuencia óptima							
										$P_3$	$P_8$	$P_2$	$P_4$	$P_7$	$P_6$	$P_5$	$P_1$
Prob-1	31	12	25	11	24	22	20	13	158	$P_3$	$P_8$	$P_2$	$P_4$	$P_7$	$P_6$	$P_5$	$P_1$
Prob-2	20	22	22	24	14	28	17	27	174	$P_8$	$P_2$	$P_3$	$P_7$	$P_5$	$P_4$	$P_6$	$P_1$
Prob-3	35	16	13	16	25	23	22	37	187	$P_8$	$P_3$	$P_2$	$P_4$	$P_7$	$P_6$	$P_5$	$P_1$
Prob-4	21	14	35	16	12	30	28	14	170	$P_7$	$P_8$	$P_2$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_3$	$P_1$
Prob-5	30	25	25	28	15	18	27	14	182	$P_4$	$P_7$	$P_2$	$P_3$	$P_8$	$P_5$	$P_6$	$P_1$
Prob-6	11	26	14	23	19	26	18	24	161	$P_3$	$P_7$	$P_8$	$P_5$	$P_6$	$P_4$	$P_2$	$P_1$
Prob-7	9	22	13	20	20	20	16	25	145	$P_3$	$P_7$	$P_2$	$P_4$	$P_6$	$P_5$	$P_8$	$P_1$
Prob-8	11	13	18	20	17	16	27	18	140	$P_8$	$P_2$	$P_3$	$P_6$	$P_5$	$P_7$	$P_4$	$P_1$
Prob-9	26	34	35	31	29	12	20	14	201	$P_2$	$P_3$	$P_8$	$P_6$	$P_7$	$P_4$	$P_5$	$P_1$
Prob-10	15	22	29	19	23	28	14	16	166	$P_2$	$P_8$	$P_7$	$P_4$	$P_6$	$P_5$	$P_3$	$P_1$

Problema	N <sub>P1</sub>	N <sub>P2</sub>	N <sub>P3</sub>	N <sub>P4</sub>	N <sub>P5</sub>	N <sub>P6</sub>	N <sub>P7</sub>	N <sub>P8</sub>	Nro. Total de piezas fabricadas	Secuencia óptima							
										P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-11	11	19	12	25	21	22	12	17	139	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-12	26	19	21	17	26	13	16	22	160	P <sub>6</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-13	13	15	19	23	27	36	26	15	174	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-14	18	24	21	28	15	19	20	15	159	P <sub>2</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-15	19	19	22	34	14	32	23	14	177	P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-16	21	18	13	30	33	32	32	27	206	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-17	13	13	22	13	26	15	24	22	148	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-18	13	18	32	27	13	17	22	32	174	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-19	33	39	31	17	18	17	29	15	199	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>
Prob-20	32	24	13	26	28	30	32	13	198	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>

Tabla III.10. Valores diferenciados de costos de mantenimiento en inventario y de transición

Problema	Costo total de inventario post-procesado por ciclo (\$)	Costo total de transición por ciclo (\$)	Número total de piezas fabricadas por ciclo total de producción
Prob-1	12816.29	15695.63	158
Prob-2	16326.91	11855.45	174
Prob-3	18403.52	17145.12	187
Prob-4	16182.52	16108.67	170
Prob-5	13914.31	14770.98	182
Prob-6	11644.94	13548.60	161
Prob-7	9525.87	13391.85	145
Prob-8	10631.29	13597.36	140
Prob-9	18677.48	16586.22	201
Prob-10	13340.21	13774.46	166

<b>Problema</b>	<b>Costo total de inventario post-procesado por ciclo (\$)</b>	<b>Costo total de transición por ciclo (\$)</b>	<b>Número total de piezas fabricadas por ciclo total de producción</b>
Prob-11	9292.32	14014.27	139
Prob-12	11503.89	11437.27	160
Prob-13	16402.84	16222.57	174
Prob-14	13594.39	13619.36	160
Prob-15	17934.79	17083.84	177
Prob-16	17714.56	16149.82	206
Prob-17	10859.68	13831.75	148
Prob-18	15472.84	11170.75	174
Prob-19	21042.10	16821.88	199
Prob-20	20628.57	17965.56	198

### **III.5 Conclusiones Preliminares**

Luego de desarrollar un novedoso modelo basado en campañas para el abordaje de la problemática de interés, hemos podido extraer conclusiones importantes. Queda evidenciado a partir del análisis de los casos de estudio I, II y III, y tal como se sospechó inicialmente, que la disminución de los costos de transición trae aparejada una disminución en los tamaños de lotes de las campañas, y de la duración del ciclo productivo total. Dicho de otro modo, si el costo de transición de un modelo a otro es bajo, se debería cambiar de modelos con mayor frecuencia en la línea de ensamble. Por el contrario, si el costo de mantenimiento de inventarios es relativamente menor frente al costo de recambio de productos, el modelo matemático propuesto sugerirá campañas de mayor tamaño, evitando recambios frecuentes.

En el caso de los problemas con mayor cantidad de productos se puede observar en la Tabla III.10 que las soluciones óptimas tienden a equilibrar o balancear los costos de inventario y transición, tal como han observado diversos autores sobre las políticas de dimensionamiento de lotes más eficientes (Taft, 1918; Holmbom y Segerstedt, 2014). En los próximos capítulos se propondrán modelos matemáticos más detallados que replican el funcionamiento de la línea con mayor precisión, superando ciertas

limitaciones del modelo basado en campañas. Concretamente, una de las características más restrictivas es la incapacidad de modelar la coexistencia de más de dos productos en diferentes estaciones de la línea.

# **CAPÍTULO IV**

**Modelo General de Secuenciamiento  
con una Representación Paso-a-Paso**



## IV.1 Introducción

El modelo presentado en el Capítulo III tiene la limitación de generar soluciones donde todos los tamaños de lote son mayores o iguales al número de estaciones menos uno ( $m-1$ ). Esto es como consecuencia de admitir, a lo sumo, dos campañas de productos distintos por vez residiendo en la línea, lo cual surge en virtud de que la estrategia de modelado se enfoca en dos eventos bien diferenciados: el instante del ingreso de la primera pieza de una nueva campaña a la línea,  $T_k^{IN}$ , y el de la salida del último elemento en una corrida ya existente en la misma,  $T_k^{OUT}$ . En consecuencia, el período de transición entre las campañas ( $k-1$ ) y  $k$  puede determinarse fácilmente entre los instantes  $T_k^{IN}$  y  $T_{k-1}^{OUT}$ . El desafío de eliminar dicha limitación fue un problema muy interesante de abordar, aunque tratar de hacerlo focalizándose en las campañas, tal como se venía haciendo, resultó una tarea muy compleja. Esa dificultad motivó que la representación buscada se repensara teniendo en cuenta los movimientos pieza por pieza a lo largo de la línea en lugar de recurrir a una estructura monolítica de campañas.

## IV.2 Definición del Problema

Las hipótesis principales enunciadas en el capítulo previo se mantienen. A saber, se supone:

- a) Una línea de ensamble acompasada (paced) compuesta de  $m$  ( $j_1, j_2, \dots, j_m$ ) estaciones, con movimientos sincrónicos, que procesa diferentes modelos  $i \in I$ .
- b) Las tasas de producción  $p_i$  y de demanda  $r_i$  para cada modelo son constantes conocidas.
- c) Cada producto o modelo  $i$  tiene un tiempo de ciclo  $ct_i$  que es el tiempo entre movimientos sucesivos de la línea cuando la línea está abocada exclusivamente a la producción del modelo  $i$ . Puede inferirse fácilmente que  $ct_i$  es la inversa de la velocidad de producción del modelo, i.e.,  $ct_i = 1/p_i$ . Este tiempo de ciclo es igual o superior a cualquiera de las cargas de trabajo en las estaciones de la línea si solo estuviese presente el producto  $i$  en ella.
- d) Cada tipo de producto  $i$  puede tener un tiempo de ciclo diferente, usualmente medido en unidades de tiempo (h) por unidad de producto.

- e) La línea de ensamble opera respetando la carga de trabajo de los productos residentes en ella. Dicho de otro modo, los movimientos deben darse una vez que todas las estaciones han concluido su tarea. Esta hipótesis es importante porque garantiza que la línea nunca parará ni será necesario prever la colocación de buffers entre estaciones, aunque puede haber pérdida de eficiencia en las estaciones que procesan productos con cargas menores.
- f) Se desestiman los tiempos de setup por recambio de modelos.
- g) Para una estación de referencia  $j$  cualquiera, se denota a las estaciones "aguas arriba" como aquellas que son las predecesoras en la línea de la  $j$ -ésima estación, y las "aguas abajo" a las sucesoras de ella.

Esta línea de ensamble multiproducto debe procesar distintos modelos en grupos denominados *lotes* o *batches*, resultando cada uno de esos grupos una *corrida* o *campaña*. Las piezas que constituyen el lote se mueven una por una a través de las estaciones de trabajo de la línea. El problema consiste en encontrar la mejor secuencia de procesamiento y el tamaño de tales lotes a los efectos de minimizar el costo total de mantenimiento en inventario y de transición entre los distintos modelos, por unidad de tiempo. Sin embargo, a diferencia del modelo anterior, en este caso no existen restricciones respecto del tamaño mínimo de las campañas. Tal secuencia se repetirá una y otra vez, puesto que se da en el marco de una planificación cíclica.

### **IV.3 Formulación General para la Operación Óptima de una Línea de Ensamble Sincrónica Multiproducto Basada en un Enfoque Paso-a-Paso**

Básicamente, la idea que se pretende modelar, consiste en "acomodar" en una sucesión de lugares, inicialmente sin asignación alguna, los diferentes ítems a producir de los diferentes modelos. La disposición debería ser tal que a lo largo de su paso por las sucesivas estaciones se minimicen los costos asociados al mantenimiento de material terminado en inventario y los costos de cambio de un tipo de producto a otro distinto en la secuencia de procesamiento. El número total de ítems a ser producidos por la línea de ensamble a lo largo de un ciclo total de producción, cuya duración seguiremos denotando  $T$ , es desconocido. De manera que la dimensión del vector de posiciones factibles de ser ocupadas también es desconocida y, por lo tanto, también lo es el número de pasos

(o 'slots') a ser efectivamente "llenados" con ítems de los diferentes productos. Debido a eso, se propone un conjunto denominado  $TS$ , cuyos elementos se denotarán como  $t_1, t_2, \dots, t_{TS}$  con un número estimativo de pasos igual a  $|TS|$ , de los cuales, cierta cantidad se corresponderán con un ítem realmente procesado en la línea (a los que llamaremos *activos*) y el resto permanecerá como elementos ficticios (*inactivos*).

**Restricciones de Posicionamiento.** En el modelo propuesto cada lapso de tiempo de longitud *variable*  $L_t$  está asociado a un único paso (o 'slot')  $t$  en la línea de ensamble. La línea de ensamble consta de un conjunto de  $m$  estaciones de trabajo, denotado, como en modelos de capítulos anteriores, con la letra  $J$ , cuyos elementos son especificados como  $j_1, j_2, \dots, j_m$  en forma secuencial de acuerdo con el movimiento "aguas abajo" en la línea de ensamble.

Con el propósito de encontrar la secuencia de producción óptima, la principal decisión es aquella que asigna el ítem de producto  $i$  a la estación de trabajo  $j$  durante el paso  $t$  de dicha secuencia, denotada mediante la variable binaria  $y_{i,j}^{(t)}$ . Esta variable es igual a uno si la asignación descrita es efectivamente realizada, valiendo cero en caso contrario. La otra variable binaria relevante es  $w_t$  la cual tomará valor uno si la línea de ensamble alberga alguna pieza en la posición  $t$ -ésima de la secuencia. En tal caso, diremos que el 'slot'  $t$  se *activa* y en consecuencia la variable  $w_t$  toma valor igual a uno. En caso contrario, el valor de  $w_t$  es cero y el correspondiente 'slot'  $t$  se dice que es un elemento "ficticio", significando que no hay ningún elemento en producción asociado en el ciclo total de manufactura. Como ya se dijo, el número total de ítems a ser producidos por la línea de ensamble a lo largo de un ciclo total de producción es desconocido.

Suponemos que la línea de ensamble está llena de productos en cualquier instante de tiempo, incluido el estado de reposo a partir del cual el próximo ciclo productivo comienza. Como consecuencia, debe garantizarse que en cada estación  $j$ , y después de cualquier paso  $t$  realizado en la línea, uno y solo un tipo de producto  $i$  se mantenga, condición que se refleja a través de la Ecuación IV.1.

$$\sum_i y_{i,j}^{(t)} = 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in TS \quad (IV.1)$$

Sin pérdida de generalidad, se envían los 'slots' inactivos (si los hubiera) al final del conjunto  $TS$  para evitar soluciones simétricas, como lo expresa la Ecuación IV.2.

$$w_t \leq w_{t-1} \quad \forall t \in TS : t > t_1 \tag{IV.2}$$

Si el paso  $t$  está activo sobre la línea de ensamble, es decir, hay asociada alguna pieza de producto  $i$  pasando por la estación  $j$  durante el  $t$ -ésimo paso, el ítem de modelo  $i$  adelanta de la estación  $j$  a la  $j+1$  cuando un nuevo paso se completa. Esto está expresado a través de la Ecuación IV.3a. A su vez, si la línea está ociosa, la variable de asignación no variaría, debiendo quedar en la posición de reposo expectante del próximo ciclo, como se afirma en la Ecuación IV.3b. En virtud del carácter cíclico del secuenciamiento, el posicionamiento a partir de algún lapso de tiempo  $t'$  a partir del cual los mismos se hacen inactivos se debe corresponder con la posición de la línea para el instante de inicio  $t_1$ , tal como se expresa en IV.3c

$$y_{i,j}^{(t)} - 1 + w_{t+1} \leq y_{i,j+1}^{(t+1)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, \tag{IV.3a}$$

$$\forall t \in TS : t < |TS|$$

$$y_{i,j}^{(t)} - w_{t+1} \leq y_{i,j}^{(t+1)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j \leq |J|, \tag{IV.3b}$$

$$\forall t \in TS : t < |TS|$$

$$y_{i,j+1}^{(t)} \geq y_{i,j}^{(t')} \tag{IV.3c}$$

$$\forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, t = t_1, t' = |TS|$$

La Figura IV.1 representa gráficamente estos conceptos.

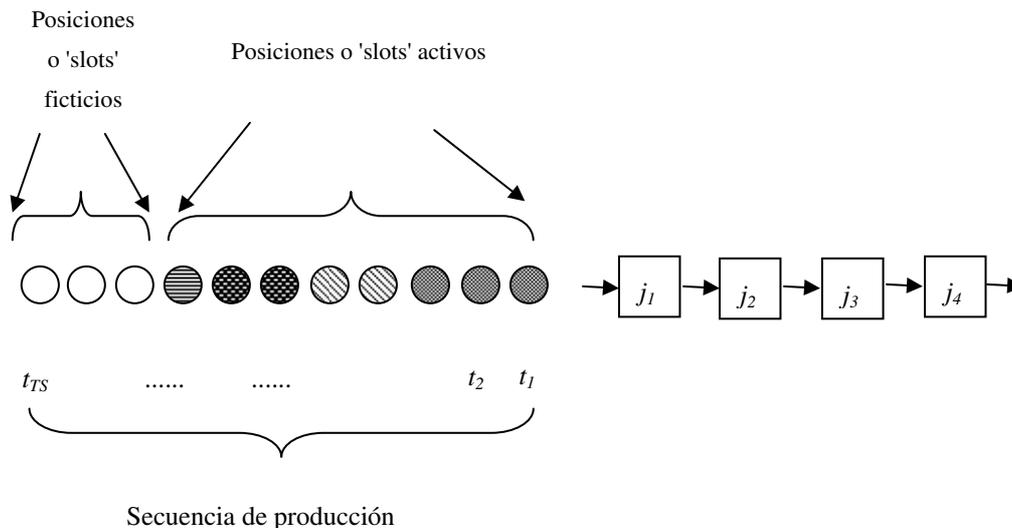


Figura IV.1. Representación esquemática del modelo de secuenciamiento paso-a-paso

**Restricciones de Tiempo.** Se supone que todo tipo de producto  $i$  puede tener un tiempo de ciclo diferente  $ct_i$ , usualmente medido en unidades de tiempo por unidad de producto. Más aún, el tiempo de ciclo para el producto  $i$  se considerará invariante con las estaciones de trabajo. En otras palabras, si la línea de ensamble está llena del producto  $i$  en todas sus estaciones de trabajo, no habrá ningún tiempo ocioso por ciclo productivo en ninguna estación de trabajo. Como, por hipótesis,  $ct_i=1/p_i$ , (siendo  $p_i$  la velocidad de la línea al producirse el ítem  $i$ ) y estamos tratando con una línea de ensamble con movimientos sincrónicos, sin la posibilidad de almacenamiento en buffers intermedios, la duración del proceso asociada al paso o 'slot'  $t$ ,  $L_t$ , está determinada por el máximo tiempo de ciclo de todos los diferentes productos transitando en la línea durante dicho paso  $t$ . La longitud temporal relacionada con ese paso está entonces acotada por la Ecuación IV.4, siempre que el 'slot' de tiempo esté activo.

$$L_t \geq \sum_i ct_i y_{i,j}^{(t)} - ct^{\max} (1 - w_t) \quad \forall t \in TS, \quad (IV.4)$$

$$\forall j \in J : ct^{\max} = \max_i \{ct_i\}$$

También es importante el cálculo del ciclo total de producción denotado como  $T$ . Para este propósito, introducimos las variables  $ST_t$ , que representa el instante de tiempo en el cual el paso de proceso  $t$  comienza. Similarmente,  $CT_t$  representa el momento en el cual el paso de proceso  $t$  finaliza. Al comienzo del ciclo de producción,  $ST_{t=0}=0$ . Las Ecuaciones IV.5 y IV.6 relacionan ambas variables e igualan el tiempo de finalización correspondiente al paso  $t$  con el tiempo inicial del consecutivo ( $t+1$ ). A través de la expresión (IV.7) se establece el valor del ciclo total de producción  $T$ . La desigualdad (IV.8) establece que si el paso  $t$ -ésimo está asociado a un 'slot' ficticio, la duración resulta nula.

$$CT_t = ST_t + L_t \quad \forall t \in TS \quad (IV.5)$$

$$CT_t = ST_{t+1} \quad \forall t \in TS : t < |TS| \quad (IV.6)$$

$$T = CT_t, \quad t = |TS| \quad (IV.7)$$

$$L_t \leq ct^{\max} w_t \quad \forall t \in TS \quad (IV.8)$$

A continuación, introducimos una nueva variable, denotada como  $x_{i,t}$ , con el objetivo de identificar que un nuevo ítem del producto  $i$  sale de la línea al finalizar el paso de tiempo  $t$ . Cuando una unidad de producto de tipo  $i$  completa la ejecución de las tareas en la última estación  $j_m$  en el instante  $CT_t$  ( $y_{i,j_m}^{(t)}=1$ ) un nuevo ítem de producto  $i$  es incorporado al inventario y está listo para satisfacer la demanda del producto. Sin embargo, si la línea de ensamble está ociosa ( $w_t=0$ ) ninguna unidad adicional se producirá durante el paso de tiempo  $t$ . Estas relaciones se modelan a través del grupo de restricciones IV.9a, IV.9b y IV.9c.

$$x_{i,t} \leq y_{i,j_m}^{(t)} \quad (\text{IV.9a})$$

$$x_{i,t} \leq w_t \quad (\text{IV.9b})$$

$$x_{i,t} \geq y_{i,j_m}^{(t)} + w_t - 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in TS \quad (\text{IV.9c})$$

**Manejo del Inventario.** Cuando el tiempo transcurre, se hace un monitoreo detallado de los perfiles de inventario, definiendo  $Inv_{i,t}$  como el stock de producto final de tipo  $i$  cuando finaliza el paso de proceso  $t$  (al tiempo  $CT_t$ ). Su valor puede ser calculado a partir del nivel de stock en el paso de tiempo previo, agregándole la unidad de producto  $i$  que deja la línea, restándole la cantidad consumida o demandada por el mercado durante el intervalo de tiempo  $L_t$ . Esto se representa a través de la Ecuación IV.10a. A través de la Ecuación IV.10b se expresa el nivel de inventario al inicio del ciclo productivo. A su vez, la Ecuación IV.10c refiere a la naturaleza cíclica del proceso debido a la cual el nivel de stock al final del ciclo total de producción debe ser al menos tan grande como el nivel de stock inicial del próximo ciclo de producción.

$$Inv_{i,t} = Inv_{i,t-1} + x_{i,t} - r_i L_t \quad \forall i \in I, \forall t \in TS : t > t_1 \quad (\text{IV.10})$$

$$Inv_{i,t} = Inv_{0,i} + x_{i,t} - r_i L_t \quad \forall i \in I; t = t_1 \quad (\text{IV.10b})$$

$$Inv_{0,i} \leq Inv_{i,t'} \quad \forall i \in I; t' = |TS| \quad (\text{IV.10c})$$

**Costos de Transición.** Los valores de los costos de transición  $tc_{i,i'}$  con  $i \neq i'$ , que cuantifican el gasto asociado al cambiar de la manufactura del producto  $i$  a otro producto  $i'$ , son componentes importantes de la función objetivo. A los fines de tener en cuenta este costo, el análisis debe enfocarse en la estación  $j_1$ , la primera estación de la línea

donde tiene lugar el cambio. El costo de transición se calcula para cada paso  $t$  y es matemáticamente capturado por la restricción IV.11a.

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_1}^{(t)} + y_{i,j_1}^{(t-1)} - 1 \right) \quad \forall i, i' \in I : i \neq i', \forall t \in TS : t > t_1 \quad (IV.11a)$$

En la desigualdad IV.12a resta explicitar el costo de transición del primer paso de tiempo  $t_1$ , el cual queda determinado por la restricción IV.11b, en función del carácter cíclico del secuenciamiento que se pretende obtener.

$$Tcost_{t_1} \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_1}^{(t_1)} + y_{i,j_1}^{(t')} - 1 \right) \quad \forall i, i' \in I : i \neq i', t' \in TS : t' = |TS| \quad (IV.11b)$$

**Función Objetivo.** Finalmente, la función objetivo a ser minimizada se propone en la Ecuación IV.12. En ella se incluye tanto a los costos de inventario como a los de transición, por unidad de tiempo. La función involucra términos bilineales que tienen en cuenta el cálculo riguroso por período de tiempo y la división por  $T$  (la duración del ciclo de producción global).

$$Min \quad z = \left( \sum_{t, i, t > t_1} \frac{ic_i (Inv_{i,t} + Inv_{i,t-1}) L_t}{2} + \sum_i \frac{ic_i (Inv_{i,t_1} + Inv_{i,TS}) L_{t_1}}{2} + \sum_t Tcost_t \right) / T \quad (IV.12)$$

Las siguientes condiciones deben también satisfacerse:  $w_t, y_{i,j}^{(t)} \in \{0,1\}$  ya que son variables binarias y todas las variables involucradas (con excepción de  $z$ ) son no-negativas.

El modelo propuesto, consistente en la minimización de la expresión IV.12 sujeto a las restricciones (IV.1)-(IV.11b) y las condiciones sobre sus variables, es un programa mixto entero no-lineal (MINLP) que puede resolverse a través de los resolvers GAMS-DICOPT (Viswanathan y Grossmann, 1990) o GAMS-BARON (Tawarmalani y Sahinidis, 2005). Debe destacarse que las no-linealidades del modelo aparecen solamente en la función objetivo.

Una cuestión importante a observar es que no se establece ninguna restricción acerca de las longitudes mínimas que deben cumplir las corridas o campañas a ser constituidas, ni tampoco se expresa condicionamiento alguno acerca del número total de campañas. Más aún, el modelo podría decidir, si así fuese conveniente, establecer campañas con menos de  $(m-1)$  elementos (incluso de un solo ítem), convirtiendo al modelo propuesto en una herramienta capaz de obtener el secuenciamiento de ítems en problemas donde las piezas se presentan en forma entremezclada (líneas mixtas).

#### IV.4 Resultados Computacionales de la Aplicación del Modelo Paso-a-Paso

##### IV.4.1 Estudio de Casos

Analizaremos el modelo propuesto mediante su aplicación a los tres casos de estudio presentados en el capítulo precedente, que se denotaron como Caso I, II y III, relacionados a una línea de ensamble consistente en 5 estaciones de trabajo que procesan 4 productos ( $P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$ ). En la función objetivo IV.13 se pueden distinguir claramente que sus dos componentes principales (mantenimiento en inventario y transición entre productos) tienen una relación de compromiso entre sí. Se espera que cuanto más costo sea el cambio de un producto a otro respecto al costo de mantenerlo en inventario, más largas resulten las campañas, y viceversa. Es por esa razón que en los casos se consideraron básicamente los mismos datos, con la excepción de los costos de transición cuyos valores se establecieron de manera que los mismos varíen de valores mayores a valores menores, cuando los casos evolucionan del I al III. Esta elección se hace para promover longitudes de campañas menores a medida que los costos de transición se reducen. Examinaremos la respuesta del nuevo modelo para cada uno de los casos buscando evidenciar esta afirmación.

En la Tabla IV.1 se muestran los parámetros comunes a los Casos I, II y III, mientras que en la Tabla IV.2 se presentan los costos de transición entre dos productos diferentes  $i$  e  $i'$  ( $tc_{i,i'}$ ) correspondientes a cada uno de los casos.

Todos los ejemplos de aplicación fueron resueltos en una Workstation Dell T5600 con 2 procesadores Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2620 2.0 GHz con 32 GB de memoria RAM. En todos ellos se aplicó primeramente el resolvidor DICOPT (Viswanathan y Grossmann, 1990). La respuesta fue diferente en relación a cada caso. Para los

Casos I y II no se encontró ninguna solución entera tras 10800 segundos de CPU. No fue así para el Caso III, para el cual sí se pudo encontrar una solución óptima con dicho resolvidor. Cuando se aplicó el resolvidor BARON (Tawarmalani y Sahinidis, 2005) la respuesta fue diferente pues encontró soluciones en todos los casos.

En la Tabla IV.3 se muestran la cantidad de variables involucradas y de restricciones desplegadas en cada caso, como así también, los valores óptimos de la función objetivo alcanzados con cada uno de los resolvidores mencionados.

Tabla IV.1. Parámetros comunes para los Casos I, II y III

<i>I</i>	$r_i$ (unid/h)	$p_i$ (unid/h)	$ct_i$ (hr/unid)	$ic_i$ ( $10^3$ \$/ (unid·h))
$P_1$	0.45	1.25	0.8	1.0
$P_2$	0.30	1.3333	0.75	1.1
$P_3$	0.15	1.3333	0.75	1.2
$P_4$	0.30	1.4815	0.675	1.3

Tabla IV.2. Costos de transición entre productos para los Casos I, II y III ( $10^3$  \$)

	Caso I				Caso II				Caso III					
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$P_1$	-	200	100	200	$P_1$	-	50	25	50	$P_1$	-	10	5	10
$P_2$	240	-	240	160	$P_2$	60	-	60	40	$P_2$	12	-	12	8
$P_3$	200	300	-	300	$P_3$	50	75	-	75	$P_3$	10	15	-	15
$P_4$	240	120	240	-	$P_4$	60	30	60	-	$P_4$	12	6	12	-

Obsérvese que se verifica que  $\sum_i(r_i/p_i) = 0.90 (<1)$  lo cual implica que si los productos se procesaran en una sola estación, ésta funcionaría con una eficiencia del 90%. Esto se refleja, ineludiblemente, en cierto tiempo ocioso en la línea. En estos tiempos ociosos cada estación deberá ser capaz de absorber los tiempos asociados al cambio de fabricación de un producto por otro. Por otra parte, y como ya se ha visto, cuando un producto con tiempo de ciclo mayor al de aquellos presentes en la línea hace su entrada a la misma genera una disminución forzada de la velocidad de producción en las estaciones aguas abajo, surgiendo así tiempos ociosos en tales estaciones, lo cual implica, por ende, resignar algo de eficiencia en ellas.

Tabla IV.3. Tamaños de los modelos y requerimientos computacionales para cada Caso.

Caso	Variables discretas (binarias)	Variables continuas	Ecuaciones	'Slots' activos/Total de 'slots' posibles	Tiempo CPU (seg.)	Solución óptima ( $10^3$ \$/h)	Iteraciones Total/Mayores (DICOPT) Total/Nodos en memoria (BARON)
I	2100	3306	7784	87/100	10800 (DICOPT) 10800 (BARON)	N/E* (DICOPT) 45.51** (BARON)	N/A*** 57/43
II	1050	1656	3884	26/50	10800 (DICOPT) 10800 (BARON)	N/E* (DICOPT) 19.46** (BARON)	N/A*** 256/168
III	210	332	760	8/10	65.27 (DICOPT) 105.22 (BARON)	8.90 (DICOPT) 8.90 (BARON)	625571/3 181/14

\* N/E Ninguna solución entera hallada en el lapso de CPU reportado

\*\* Solución entera no óptima alcanzada en el tiempo de corrida

\*\*\* N/A No aplica

Comencemos describiendo las soluciones halladas para el Caso I. En este caso la solución entera (no óptima) alcanzada por el modelo usando BARON reportó un valor de función objetivo de  $45.51 \cdot 10^3$ \$/h, con "gap" de optimalidad absoluto de  $45.512 \cdot 10^3$ \$/h y "gap" relativo de 1 que resulta peor que cualquiera de los óptimos obtenidos para este mismo caso con el modelo basado en campañas ya sea con DICOPT o con BARON ( $39.45 \cdot 10^3$ \$/h ó  $39.03 \cdot 10^3$ \$/h, respectivamente). La presente solución se corresponde con la conformación de cinco campañas secuenciadas de la siguiente manera: 1) 26 elementos de  $P_1$ , 2) 22 elementos de  $P_2$ , 3) 21 elementos de  $P_4$ , 4) 12 elementos de  $P_3$ , y 5) 6 elementos de  $P_1$ . Esto da un total de 87 ítems de los distintos productos manufacturados que se asocian con los 87 valores de  $w_{t1}$  a  $w_{t87}$  que resultaron no nulos, siendo  $w_{t88}$  a  $w_{t100}$  todos nulos para esta solución entera alcanzada. La línea queda en el estado de reposo preparada para el próximo ciclo con el producto  $P_1$  en todas las estaciones de la línea. Todo esto puede visualizarse en la Figura IV.2. Vale aclarar que en ningún caso se establece restricción alguna en relación a qué productos quedan en la línea a la espera de un nuevo ciclo. No se impone, por ejemplo, que sean todos productos del mismo tipo. En la práctica, con la línea que tiene en proceso el producto  $P_1$  en todas las estaciones, se iniciará el ciclo productivo ingresando, uno a uno, 26 unidades de  $P_1$ , 22 de  $P_2$ , 21 de  $P_4$ , 12 de  $P_3$  y 6 de  $P_1$ . El valor de  $T^*$  fue de 70 horas, aunque el cálculo exacto, como se aprecia en la Figura IV.2 es de 65.775 horas.

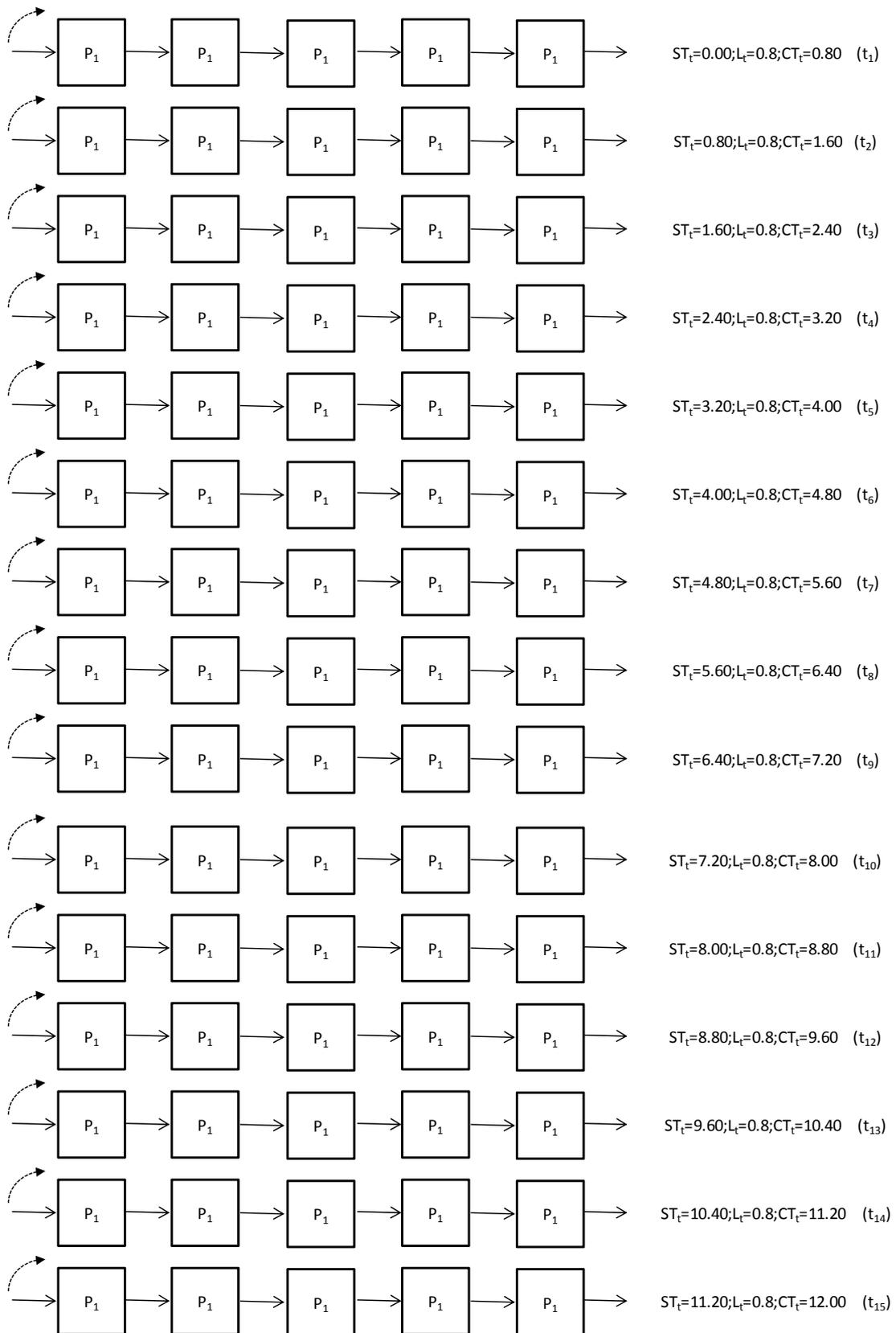


Figura IV.2. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I resuelto con BARON

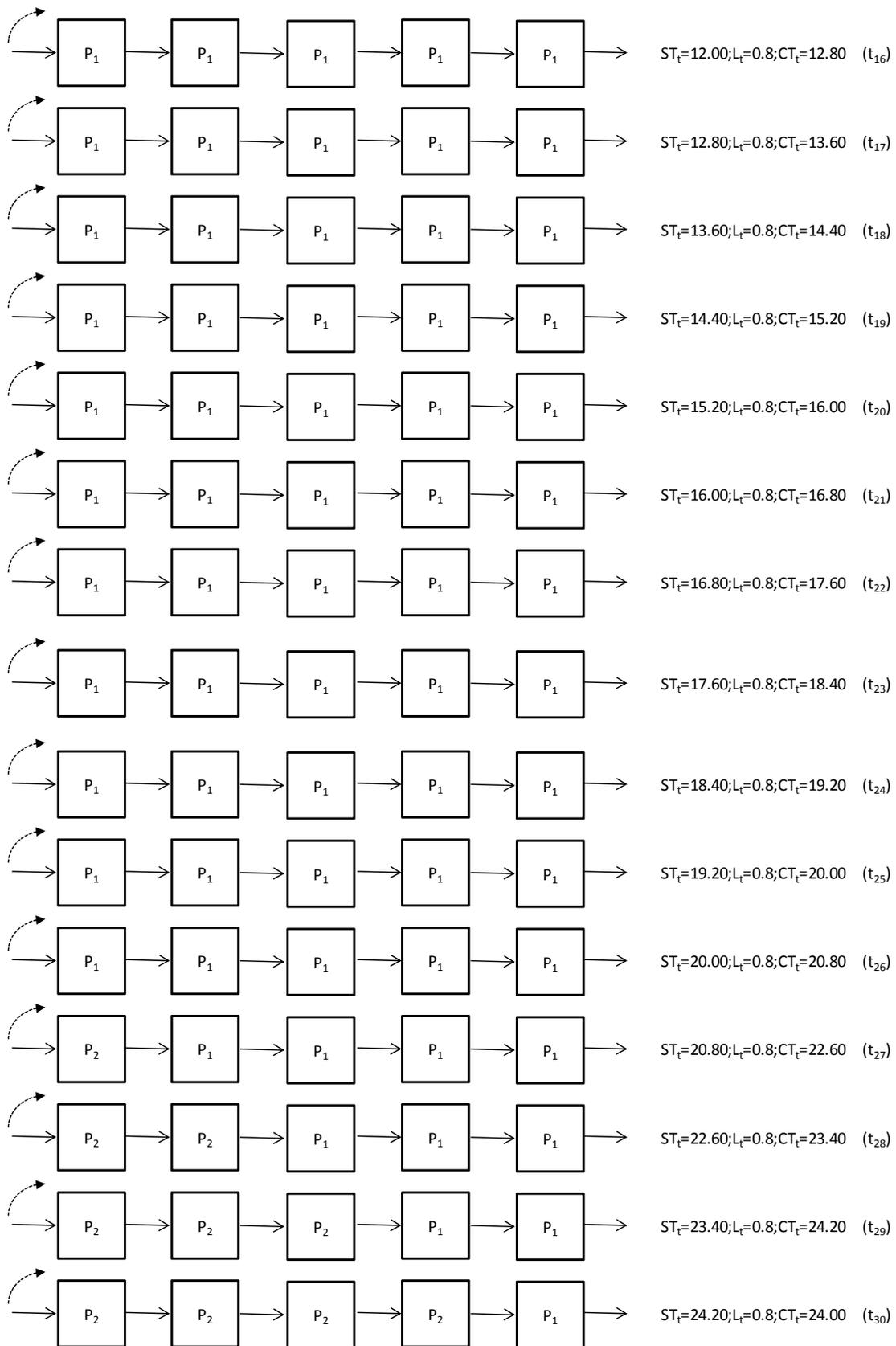


Figura IV.2.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I resuelto con BARON

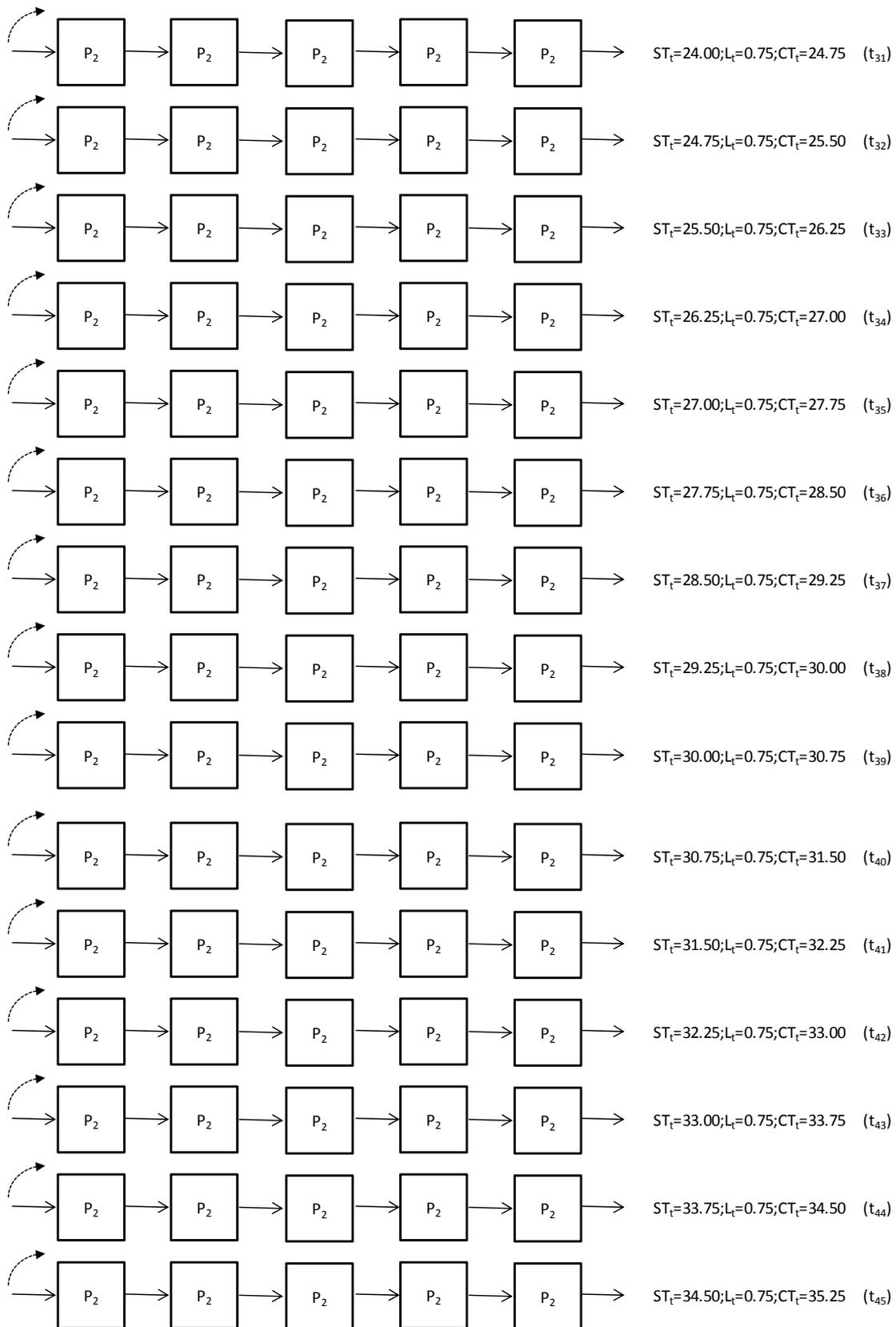


Figura IV.2.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I resuelto con BARON

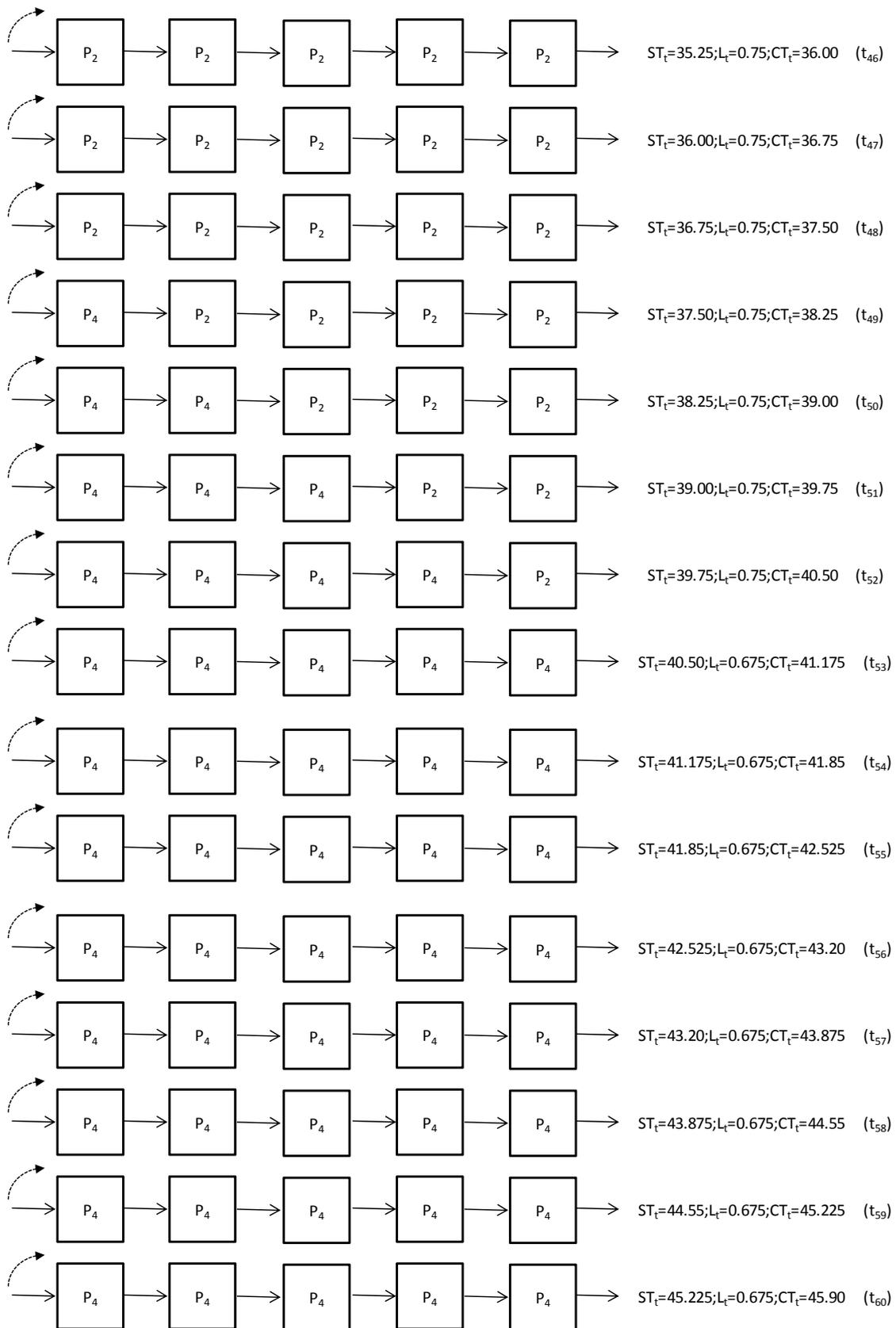


Figura IV.2.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I resuelto con BARON

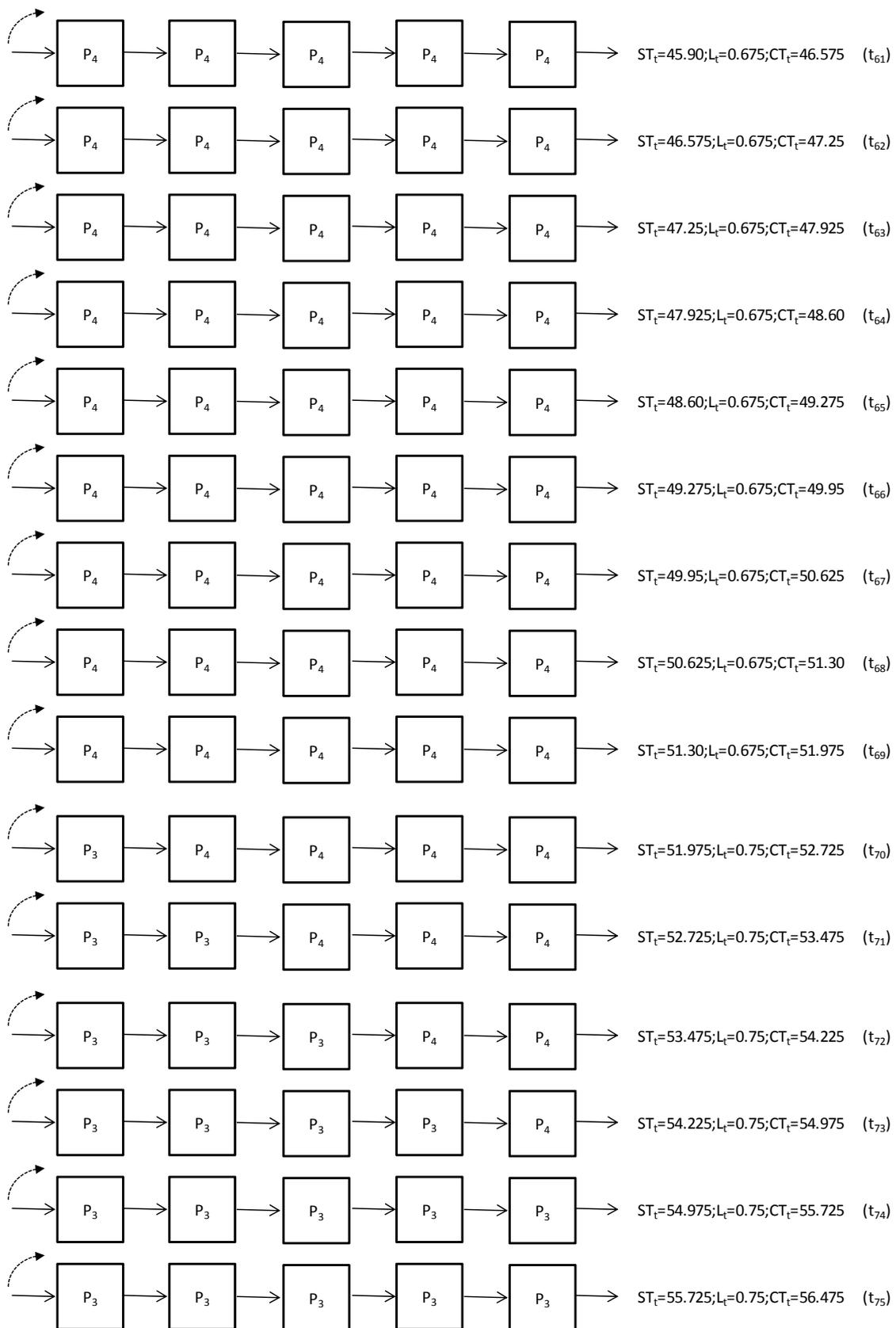


Figura IV.2.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I resuelto con BARON

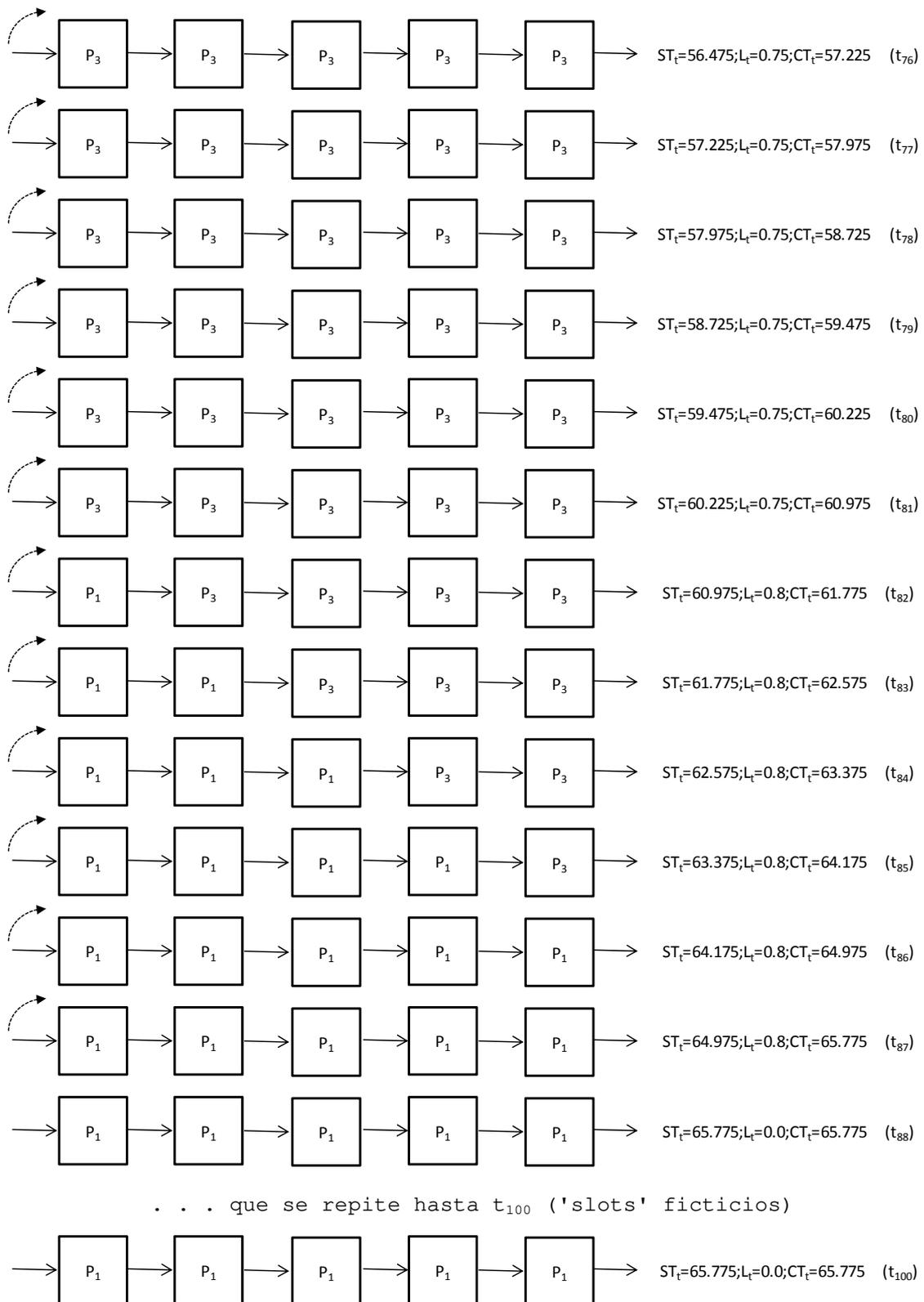


Figura IV.2.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso I resuelto con BARON

Continuamos con la descripción de lo que sucede con el Caso II. Para tal problema la solución entera (no óptima) alcanzada por el modelo usando BARON reportó un valor de función objetivo de  $19.4563 \cdot 10^3 \$/h$ , con "gap" de optimalidad absoluto de  $19.4038 \cdot 10^3 \$/h$  y "gap" relativo de 0.9973, que, sin embargo, resulta menor que el óptimo obtenido para este mismo caso con el modelo basado en campañas tanto con DICOPT como con BARON ( $19.855 \cdot 10^3 \$/h$ ). La presente solución se corresponde con la conformación de cinco campañas secuenciadas de la siguiente manera: 1) 8 elementos de  $P_1$ , 2) 6 elementos de  $P_4$ , 3) 6 elementos de  $P_2$ , 4) 5 elementos de  $P_3$  y 5) 1 elemento de  $P_1$ . Esto da un total de 26 ítems de los distintos productos manufacturados que se asocian con los 26 valores de  $w_{11}$  a  $w_{126}$  que resultaron no nulos, siendo  $w_{127}$  a  $w_{150}$  nulos para esta solución entera alcanzada. La línea queda en el estado de reposo preparada para el próximo ciclo con el producto  $P_1$  en la estación  $j_1$  y con el producto  $P_3$  en las estaciones  $j_2$  a  $j_5$ . Todo esto puede visualizarse en la Figura IV.3. Nuevamente vale la aclaración de que en ningún caso se establece restricción alguna en relación a qué productos quedan en la línea a la espera de un nuevo ciclo. No se impone, por ejemplo que sean todos productos del mismo tipo. En la práctica, con la línea que está con una unidad en proceso del producto  $P_1$  en la estación  $j_1$  y con sendas unidades en proceso del producto  $P_3$  en las estaciones  $j_2$  a  $j_5$ , se iniciará el ciclo productivo ingresando, uno a uno, 8 unidades de  $P_1$ , 6 de  $P_4$ , 6 de  $P_2$ , 5 de  $P_3$  y 1 de  $P_1$ . El valor de  $T^*$  fue de 20 horas y el valor exacto post-procesado, como se aprecia en la Figura IV.3 resultó también de 20 horas.

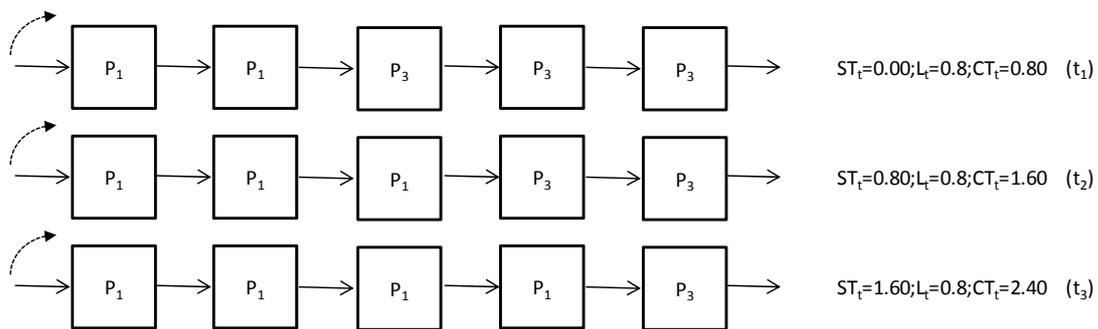


Figura IV.3. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso II resuelto con BARON

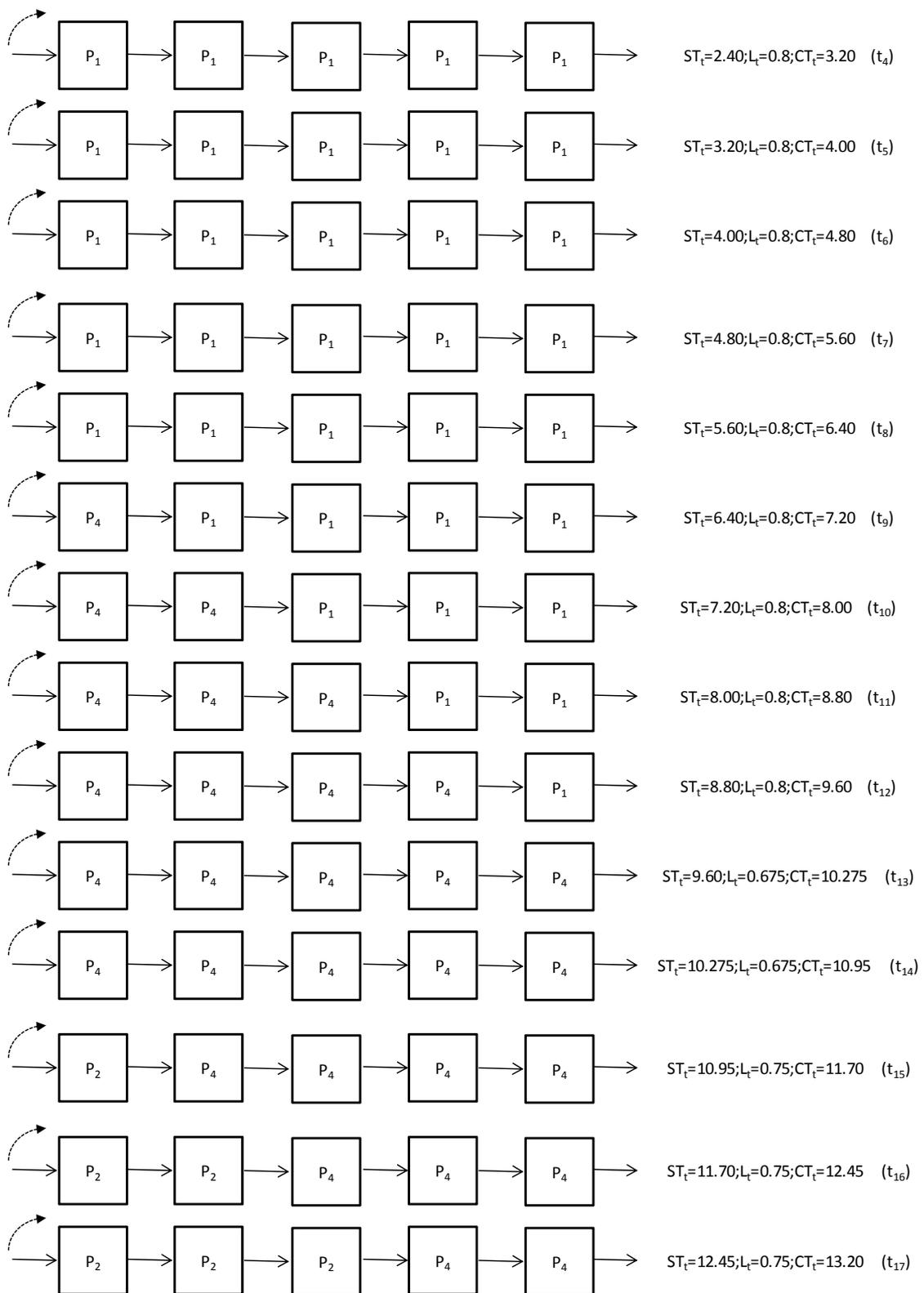


Figura IV.3. (cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso II resuelto con BARON

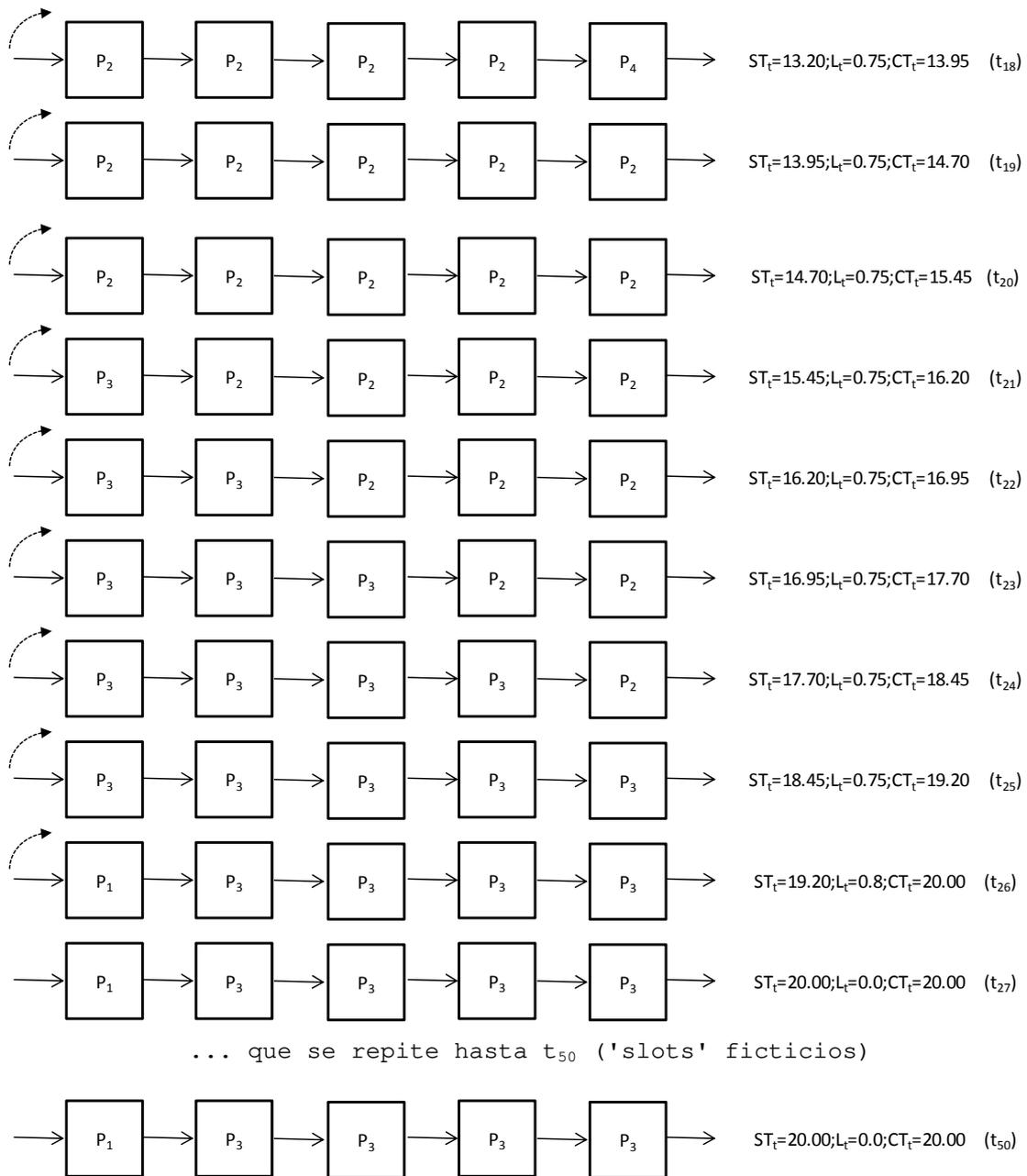


Figura IV.3. (cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso II resuelto con BARON

Finalmente, para el Caso III, a diferencia con los dos casos previos, se obtuvieron resultados óptimos tanto con el resolutor DICOPT como con el BARON, coincidiendo ambas soluciones en el valor óptimo de la función objetivo resultante de  $8.898 \cdot 10^3$ \$/h que compara favorablemente con el valor obtenido en el Capítulo III de esta caso usando el modelo basado en campañas ( $12.355 \cdot 10^3$ \$/h ó  $12.255 \cdot 10^3$ \$/h, según el resolutor usado). Con el modelo propuesto en el presente capítulo usando el resol-

vedor DICOPT la solución reportada se corresponde con la conformación de cuatro campañas secuenciadas de la siguiente manera: 1) 2 elementos de  $P_2$ , 2) 3 elementos de  $P_1$ , 3) 1 elemento de  $P_3$  y 4) 2 elementos de  $P_4$ . Esto da un total de 8 ítems de los distintos productos manufacturados que se asocian con los 8 valores de  $w_{i1}$  a  $w_{i8}$  que resultaron no nulos, siendo  $w_{i9}$  a  $w_{i10}$  nulos para esta solución entera alcanzada. La línea queda en el estado de reposo preparada para el próximo ciclo con el producto  $P_4$  en las estaciones  $j_1$  y  $j_2$ , con el producto  $P_3$  en la estación  $j_3$  y con el producto  $P_1$  en las estaciones  $j_4$  y  $j_5$ . Con el modelo propuesto en el presente capítulo usando el resolvidor alternativo, BARON, la solución reportada se corresponde con la conformación de cuatro campañas secuenciadas de la siguiente manera: 1) 2 elementos de  $P_4$ , 2) 2 elementos de  $P_2$ , 3) 3 elementos de  $P_1$  y 4) 1 elemento de  $P_3$ . Esto da un total de 8 ítems de los distintos productos manufacturados que se asocian con los 8 valores de  $w_{i1}$  a  $w_{i8}$  que resultaron no nulos, siendo  $w_{i9}$  a  $w_{i10}$  nulos para esta solución entera alcanzada, con un gap absoluto de 0.8088 y un gap relativo de 0.0909. La línea queda en el estado de reposo preparada para el próximo ciclo con el producto  $P_3$  en la estación  $j_1$ , con el producto  $P_1$  en las estaciones  $j_2$  a  $j_4$  y con el producto  $P_2$  en la estación  $j_5$ . Nuevamente vale la aclaración de que en ningún caso se establece restricción alguna en relación a qué productos quedan en la línea a la espera de un nuevo ciclo. No se impone, por ejemplo que sean todos productos del mismo tipo. De hecho, esta no imposición es la que determina un mejor valor de función objetivo logrado con este modelo respecto del alcanzado con el modelo basado en campañas, en el cual hasta dos campañas podían residir simultáneamente en la línea y se comenzaba (y terminaba) el ciclo productivo total con todas las estaciones con ítems de producto  $P_1$  en proceso. En la práctica, con la línea que tiene en proceso el producto  $P_3$  en la estación  $j_1$ , sendos  $P_1$  en las estaciones  $j_2$ ,  $j_3$  y  $j_4$  y a  $P_2$  en la estación  $j_5$  se iniciará el ciclo productivo ingresando, uno a uno, 2 unidades de  $P_4$ , 2 de  $P_2$ , 3 de  $P_1$  y 1 de  $P_3$ . Para ambas soluciones el valor de  $T^*$  fue de 6.67 horas, aunque el cálculo exacto, como se aprecia en las Figuras IV.4a y IV.4b es de 6.35 horas.

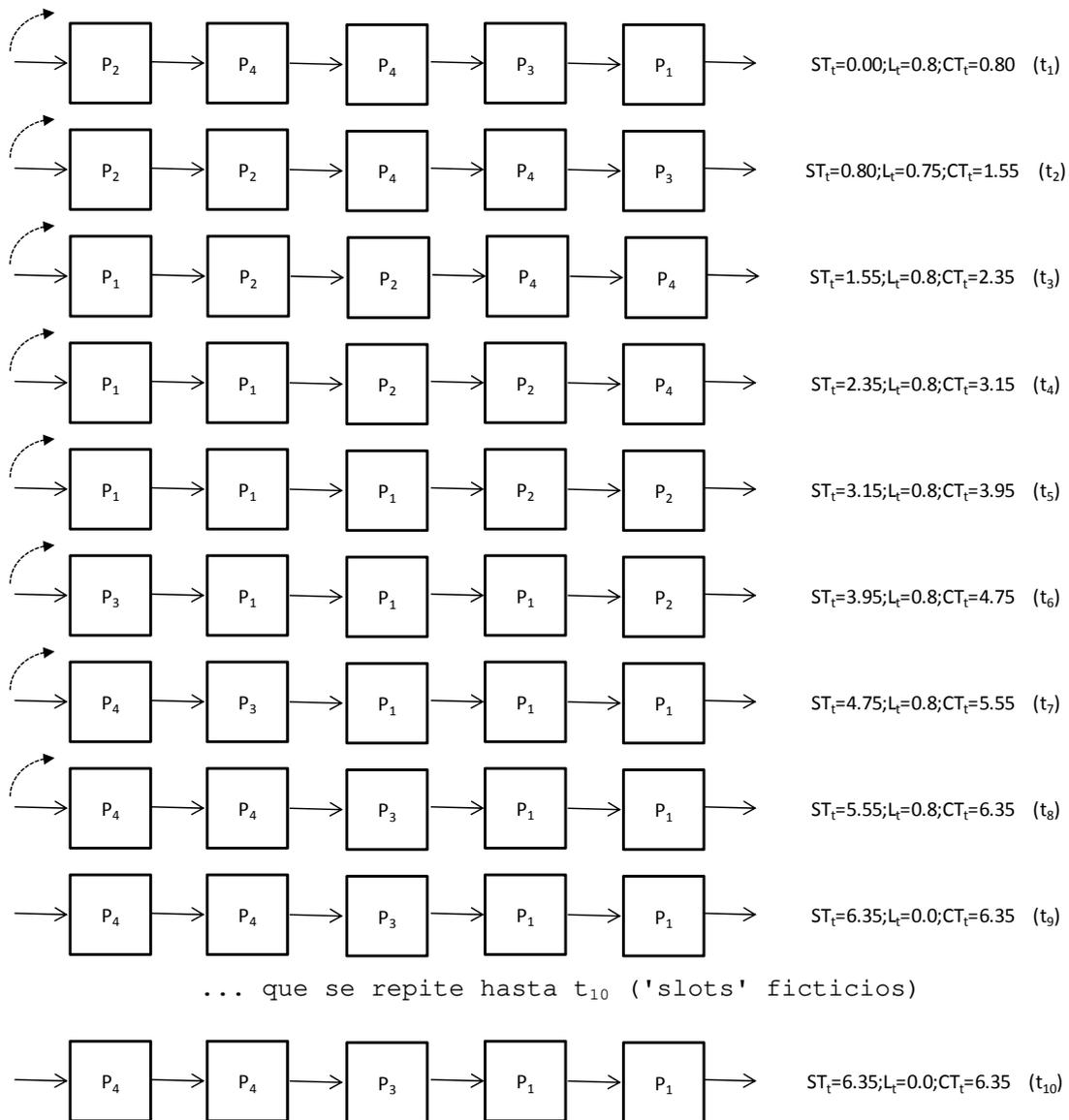


Figura IV.4a. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso III resuelto con DICOPT

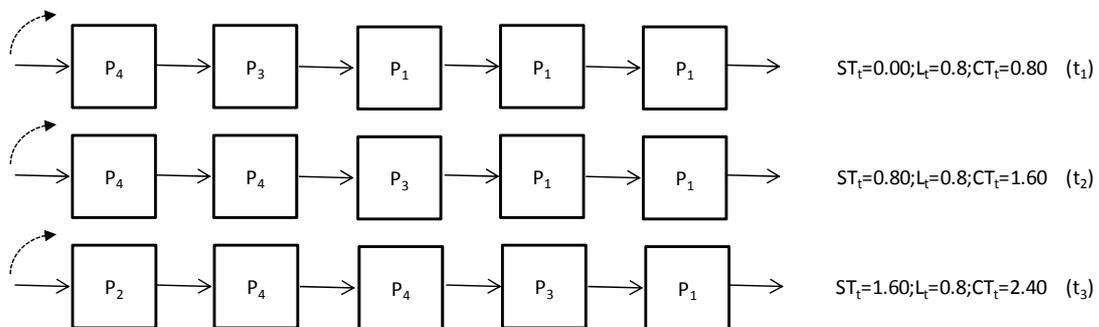


Figura IV.4b. Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso III resuelto con BARON

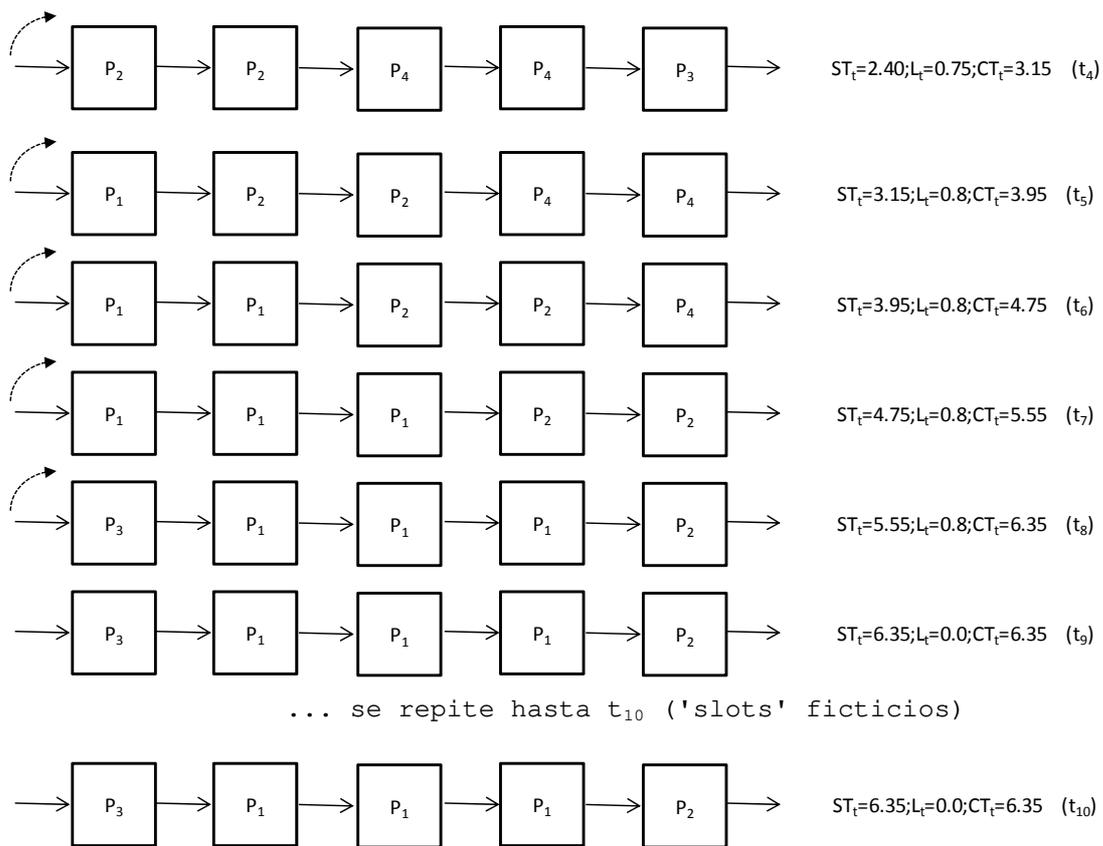


Figura IV.4b.(cont.) Evolución pieza por pieza de los sucesivos lotes de productos correspondiente al Caso III resuelto con BARON

#### IV.5 Conclusiones Preliminares

En este capítulo se ha logrado plantear un modelo detallado que elimina la restricción que imponía que a lo sumo dos corridas puedan residir en la línea al mismo tiempo, forzando campañas de longitud mayor o igual a  $m-1$  (siendo  $m$  el número de estaciones). Además, el nuevo modelo no está circunscripto a una única campaña monolítica por producto en cada ciclo, sino que permite multiplicar el número de corridas y adoptar tamaños diferentes para las mismas. Si bien el presente modelo ha superado las citadas limitaciones de aquel basado en campañas propuesto en el Capítulo III, aparece ahora la desventaja de que es altamente demandante de recursos computacionales, por el alto número de variables binarias involucradas, y por el desconocimiento que se tiene de la cantidad exacta de 'slots' o pasos que deberían activarse en el óptimo del problema. Más aún, el problema se agrava sensiblemente cuando la longitud óptima de las campañas tiende a ser mayor.

No obstante, estas dificultades, se puede destacar que en el Caso II, a pesar de haber encontrado una solución entera no óptima, el valor de función objetivo resultó menor que el valor óptimo obtenido con el enfoque basado en campañas ( $19.46 \cdot 10^3 \$/h$  vs.  $19.86 \cdot 10^3 \$/h$ ). En tanto, para el Caso III se alcanzó optimalidad con los dos resolvers utilizados (DICOPT y BARON), y con un valor bastante menor respecto al mejor valor encontrado con el enfoque basado en campañas ( $8.90 \cdot 10^3 \$/h$  vs.  $12.26 \cdot 10^3 \$/h$ ). En este último caso, donde la longitud de las campañas tiende a ser menor que el número de estaciones menos uno ( $m-1$ ), se pone de manifiesto la necesidad de relajar la condición impuesta en el modelo basado en campañas.

De igual modo, y claramente, el posicionamiento óptimo de los ítems de los distintos productos que determinarán la mejor secuencia de producción cíclica en la línea es NP-arduo. Será fundamental trabajar para encontrar alguna manera de superar esta nueva dificultad. De esas cuestiones nos ocuparemos en el próximo capítulo de esta tesis.



# **CAPÍTULO V**

**Estrategias Bi-Etapa para el  
Secuenciamiento Cíclico en una Línea  
de Ensamble Multiproducto**



## V.1 Introducción

El modelo presentado en el Capítulo IV resulta una formulación absolutamente general, válida para el secuenciamiento de productos tanto en líneas de ensamble mixtas (producción alternada) como en las multimodelos (producción en campañas). A pesar de lo general que resulta el modelo tiene el inconveniente de requerir un enorme esfuerzo computacional. Se trata de un problema combinatorio relacionado a todas las posibles formas de ordenar las piezas manufacturadas en un ciclo de producción. Esto queda evidenciado en los ejemplos presentados, a partir de los extensos tiempos de cómputo requeridos en ciertos casos, en muchos de los cuales no se alcanza la optimicidad. Esta cuestión nos motivó a buscar una forma alternativa de resolver el problema que nos ocupa, tomando los beneficios del modelado general, pero más eficiente en su resolución. Sobre esta nueva estrategia trata el presente capítulo.

## V.2 Estrategia de Solución Bi-Etapa

Con el objetivo de superar las limitaciones computacionales del modelo presentado en el Capítulo IV, se propone ahora una estrategia de solución de dos etapas. El procedimiento consta de dos pasos diferentes, pero vinculados entre sí. Primero, se estiman las longitudes de campañas a través de un modelo aproximado, en el cual se simplifica la operatoria de la línea a una única estación, tal como se planteó en la Sección III.2 del Capítulo III. Después de eso, la secuencia óptima y el agendamiento operacional en un horizonte cíclico se obtienen a través de la minimización de los costos de mantenimiento en inventario y de transición entre productos, adaptando el modelo del Capítulo IV a estas condiciones.

**Paso 1:** Modelo de optimización no lineal simplificado para dimensionamiento de lotes. Como se explicó en la Sección III.2, la minimización de la Ecuación III.4 sujeto a la restricción III.2 junto con las restricciones de no negatividad de las variables  $L_i$  y  $T$  resulta en un programa no lineal convexo, que tiene como soluciones exactas los valores dados por las expresiones V.1.

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{i \in I} ch_i}{\sum_{i \in I} ic_i r_i (p_i - r_i) / p_i}} ; L_i^* = \frac{r_i}{p_i} T^* \quad (V.1)$$

Los tamaños de lote (en unidades de producto por ciclo de producción) se determinan mediante la expresión  $r_i T^*$ . Sin embargo, dado que deben estar representados por números enteros, los tamaños de lotes definitivamente adoptados, denotados por  $n_i$ , se definen como el menor entero mayor o igual a  $r_i T^*$ , que matemáticamente se expresa como la función “techo”. Aunque es un modelo simplificado, demostraremos que se trata de una herramienta útil para estimar el tamaño óptimo de cada campaña de producción en una línea de ensamble multiproducto.

**Paso 2:** La segunda meta es la búsqueda de la secuencia óptima y el agendamiento operacional de los lotes dimensionados en el Paso 1, tal que minimicen la suma de los costos de transición o “changeover” y los de mantenimiento de inventario.

Para obtener el secuenciamiento individual de los productos, se recurrirá al modelo presentado en el Capítulo IV, esto es, un programa matemático mixto entero no-lineal (MINLP) basado en la representación paso-a-paso de la escala de tiempo. Cada paso o 'slot' de tiempo está asociado a la producción de un solo ítem en cada estación de trabajo de la línea de ensamble. De manera que el número total de pasos de tiempo necesarios (y consecuentemente, de ítems a ser manufacturados en el ciclo), denotado por  $t \in TS$ , es igual a  $\sum_i n_i$ , cuyos valores individuales en el modelo general presentado en el capítulo previo son inicialmente desconocidos. El conocimiento de los tamaños de lote determinarán la cardinalidad del conjunto  $TS$ .

La idea básica sigue siendo la de tratar de "acomodar" en una sucesión de lugares vacíos los diferentes ítems a producir de los diferentes modelos, en una disposición tal que a lo largo de su paso por las sucesivas estaciones se minimicen los costos asociados a su mantenimiento en inventario y los de recambio de productos. La diferencia sustancial con la propuesta general es que ahora la cantidad de ítems a ser manufacturados (y por ende, el número exacto de 'slots' de tiempo) se conoce con precisión, a partir de los resultados del Paso 1.

La Figura V.1 grafica estos conceptos.

### V.3 Estructura del Modelo General Adaptado (Paso 2)

**Restricciones de Posicionamiento.** Análogo al modelo general previo, la principal variable de decisión es la que asigna el ítem de producto de tipo  $i$  a la estación de trabajo  $j$  en el paso de tiempo  $t$ , denotada por la variable binaria  $y_{i,j}^{(t)}$ . Esta variable es igual a uno si la asignación descrita es realizada, y vale cero en caso contrario.

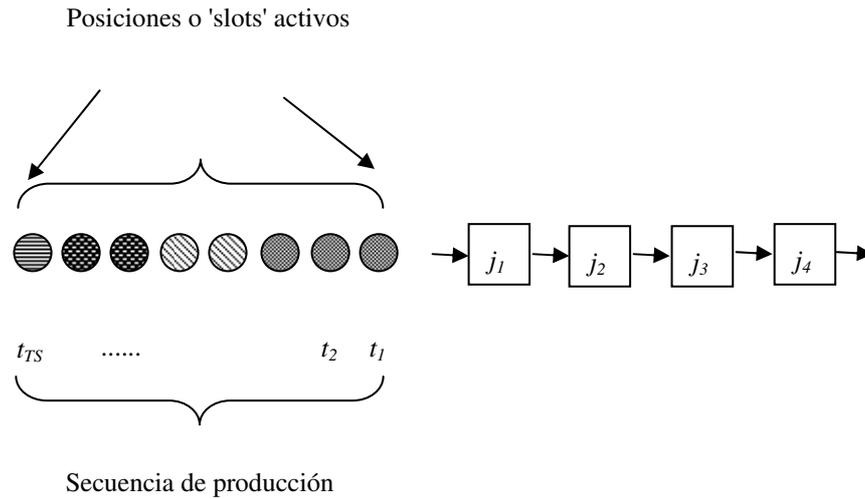


Figura V.1. Representación esquemática del modelo de secuenciamiento general bi-etapa

La condición reflejada a través de la Ecuación IV.1 (que se repite en la Ecuación V.2) es aún válida, garantizando que en toda estación durante todo paso o 'slot' de tiempo uno y solo un ítem de producto  $i$  esté presente.

$$\sum_i y_{i,j}^{(t)} = 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in TS \quad (V.2)$$

Como se ha dicho, en el segundo paso del procedimiento la longitud de cada campaña viene dada por el valor obtenido en el Paso 1. Como consecuencia, se hace innecesaria la variable de decisión  $w_t$  relacionada a la activación del paso de tiempo  $t$ , porque todos los 'slots' de tiempo  $t \in TS$ , con  $|TS| = \sum_i n_i$  serán activados ( $w_t = 1, \forall t \in TS$ ). Por esta razón, la Ecuación IV.2 ya no es más necesaria. De manera que el bloque de ecuaciones IV.3a y IV.3b se reemplaza por la Ecuación V.3a. En una línea de ensamble, el ítem de tipo  $i$  avanza de la estación  $j$  a la  $j+1$  cuando un nuevo paso de proceso se completa.

Además debe garantizarse el empalme de las piezas en proceso en las respectivas estaciones del primer 'slot' de tiempo  $t_t$ , que deberán albergar las mismas piezas en proceso en la estación previa, al tiempo  $t_{TS}$ , arrancando así la repetición de un nuevo ciclo de producción. De esta forma, la Ecuación IV.3c se transforma en la restricción V.3b.

$$y_{i,j}^{(t)} = y_{i,j+1}^{(t+1)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, \forall t \in TS : t < |TS| \quad (\text{V.3a})$$

$$y_{i,j+1}^{(t)} = y_{i,j}^{(t')} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, t = t_1, t' = |TS| \quad (\text{V.3b})$$

**Restricciones de Tiempo.** Dado que ahora todos los 'slots' de tiempo estarán activos, la Ecuación IV.4 se reemplaza por la Ecuación V.4. Como ya se ha expresado, cada tipo de producto  $i$  puede tener un tiempo de ciclo  $ct_i$  diferente, medido en unidades de tiempo por unidad de producto. Dado el carácter sincrónico de la línea, en cada paso o 'slot'  $t$ , la duración del proceso estará gobernada por el máximo tiempo de ciclo de todos los productos simultáneamente en tránsito a lo largo de la línea durante el paso  $t$ . La longitud temporal  $L_t$  de cada paso del proceso está entonces acotada a través de la Ecuación V.4.

$$L_t \geq \sum_i ct_i y_{i,j}^{(t)} \quad \forall t \in TS, \forall j \in J \quad (\text{V.4})$$

También es necesario determinar el ciclo total de producción, denotado a través de la variable  $T$ . Para este propósito, las Ecuaciones IV.5, IV.6 y IV.7 del Capítulo IV (ahora devenidas en V.5, V.6 y V.7, respectivamente) siguen siendo válidas, mientras que la inclusión de la Ecuación IV.8 ya no tiene sentido.

$$CT_t = ST_t + L_t \quad \forall t \in TS \quad (\text{V.5})$$

$$CT_t = ST_{t+1} \quad \forall t \in TS : t < |TS| \quad (\text{V.6})$$

$$T = CT_t \quad \forall t \in TS : t = |TS| \quad (\text{V.7})$$

Siendo  $y_{i,j_m}^{(t)}$  la variable que toma valor uno cuando un ítem de producto final sale de la última estación ( $j_m$ ) al culminar el intervalo de tiempo correspondiente al paso  $t$ , ya no son necesarias las Ecuaciones IV.9a, IV.9b y IV.9c. En efecto, la variable  $x_{i,t}$  se

torna innecesaria. La Ecuación V.8 garantiza que el número de intervalos donde se complete un nuevo ejemplar del producto  $i$  sea exactamente igual a  $n_i$ .

$$\sum_{t \in TS} y_{i,jm}^{(t)} = n_i \quad \forall i \in I \quad (\text{V.8})$$

**Manejo del Inventario.** El grupo de restricciones dados por las Ecuaciones IV.10a, IV.10b y IV.10c (ahora devenidas en V.9a, V.9b y V.9c, respectivamente) del modelo general paso-a-paso se mantiene sin cambios para el modelo del Paso 2.

$$Inv_{i,t} = Inv_{i,t-1} + y_{i,jm}^{(t)} - r_i L_t \quad \forall i \in I, \forall t \in TS : t > t_1 \quad (\text{V.9a})$$

$$Inv_{i,t} = Inv_{0,i} + y_{i,jm}^{(t)} - r_i L_t \quad \forall i \in I; t = t_1 \quad (\text{V.9b})$$

$$Inv_{0,i} \leq Inv_{i,t} \quad \forall i \in I; t = |TS| \quad (\text{V.9c})$$

**Costos de Transición.** En tanto, las restricciones que determinan el valor de los costos de transición (IV.11a y IV.11b) se traducen ahora en las desigualdades V.10a y V.10b.

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_i}^{(t)} + y_{i,j_i}^{(t-1)} - 1 \right) \quad \forall i, i' \in I : i \neq i', \forall t \in TS : t > t_1 \quad (\text{V.10a})$$

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_i}^{(t)} + y_{i,j_i}^{(tt)} - 1 \right) \quad \forall i, i' \in I : i \neq i'; t, tt \in TS : t = t_1, tt = |TS| \quad (\text{V.10b})$$

**Función Objetivo.** Finalmente, la función objetivo a ser minimizada es la misma que se planteó en el Capítulo IV y se transcribe en la Ecuación V.11. Ella incluye tanto a los costos de inventario como a los de transición por unidad de tiempo, con términos bilineales que tienen en cuenta el cálculo riguroso de partes-período y la división por  $T$  (la duración del ciclo de producción global).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z = & \left( \sum_{t, i: t > t_1} \frac{ic_i (Inv_{i,t} + Inv_{i,t-1}) L_t}{2} + \right. \\
 & \left. \sum_i \frac{ic_i (Inv_{i,t_1} + Inv_{i,TS}) L_{t_1}}{2} + \sum_t Tcost_t \right) / T
 \end{aligned}
 \tag{V.11}$$

Las siguientes condiciones deben también satisfacerse:  $y_{i,j}^{(t)} \in \{0,1\}$  (variables binarias) y todas las variables involucradas (con excepción de  $z$ ) son no-negativas.

El modelo propuesto, consistente en la minimización de la expresión V.11 sujeto a las restricciones (V.2)-(V.10b) y las condiciones sobre sus variables, resulta en un programa mixto entero no-lineal (MINLP) que puede resolverse a través de los resolvedores GAMS-DICOPT (Viswanathan y Grossmann, 1990) o GAMS-BARON (Tawarmalani y Sahinidis, 2005). Debe notarse nuevamente que las no-linealidades del modelo aparecen solamente en la función objetivo.

#### V.4 Aplicación del Modelo Propuesto a los Casos de Estudio

Para poder aplicar esta primera estrategia bi-etapa a los casos de estudio presentados en el capítulo previo se debe implementar el Paso 1 a cada caso. Los tamaños de las corridas de cada producto, correspondientes a cada uno de ellos se pueden ver en la Tabla V.1. Los resultados más salientes de la resolución propuesta se pueden observar en la Tabla V.2.

*Tabla V.1. Tamaños de los lotes de cada producto de acuerdo al Paso 1 para cada Caso.*

Caso	Tamaño de campaña ( $n_i$ )				Número total de 'slots' de tiempo, $ITSI$
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
I	19	13	7	13	52
II	10	7	4	7	28
III	3	2	1	2	8

Tabla V.2. Tamaños de los modelos y requerimientos computacionales para cada Caso.

Caso	Variables discretas (binarias)	Variables continuas	Ecuaciones	Tiempo CPU (seg.)	Solución óptima ( $10^3$ \$/hr)
I	1040	1459	2294	3600 (DICOPT) 3600 (BARON)	N/E* (DICOPT) 38.5285 ** (BARON)
II	560	787	1238	3600 (DICOPT) 3600 (BARON)	N/E (DICOPT) 19.5462 ** (BARON)
III	160	227	358	0.967 (DICOPT) 25.64 (BARON)	8.8977 (DICOPT) 8.8977 (BARON)

\* N/E Ninguna solución entera hallada en el lapso de CPU reportado

\*\* Solución entera no óptima alcanzada en el tiempo de corrida

La experiencia de esta nueva estrategia en estos casos ya conocidos resultó sumamente variada. Para el Caso I, con DICOPT no se alcanzó ninguna solución entera en 3600 segundos de cálculo computacional, mientras que con BARON en ese mismo tiempo se logró encontrar una solución entera (no óptima) con valor de función objetivo  $38.5285 \cdot 10^3$ \$/hr, con un gap de optimicidad del 98.7%. Esta solución factible se corresponde con 5 campañas distribuidas de la siguiente manera: 1) 2 elementos de  $P_4$ , 2) 13 elementos de  $P_2$ , 3) 19 de  $P_1$ , 4) 7 de  $P_3$ , y 5) 11 de  $P_4$  (Figura V.2). Los puntos suspensivos en las figuras esquemáticas de los sucesivos movimientos de la línea representan la repetición del esquema inmediato anterior.

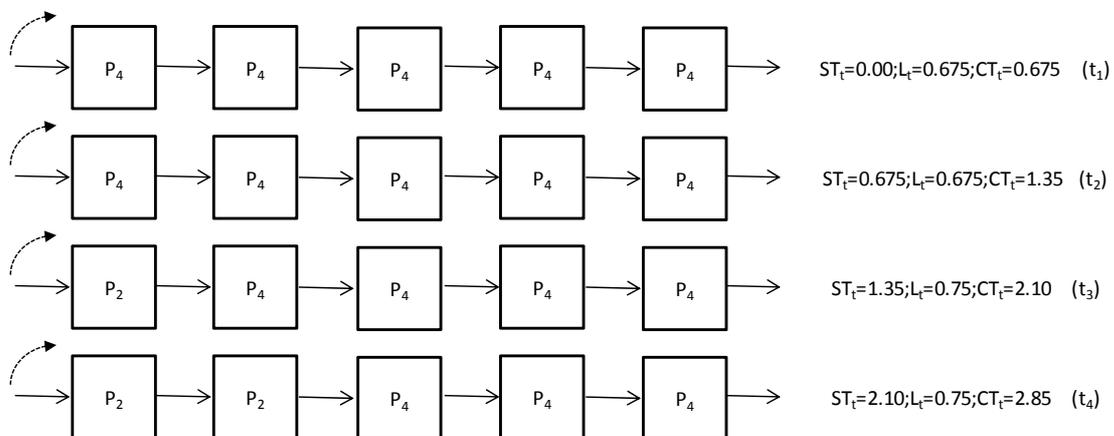


Figura V.2. Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso I, resuelto con BARON

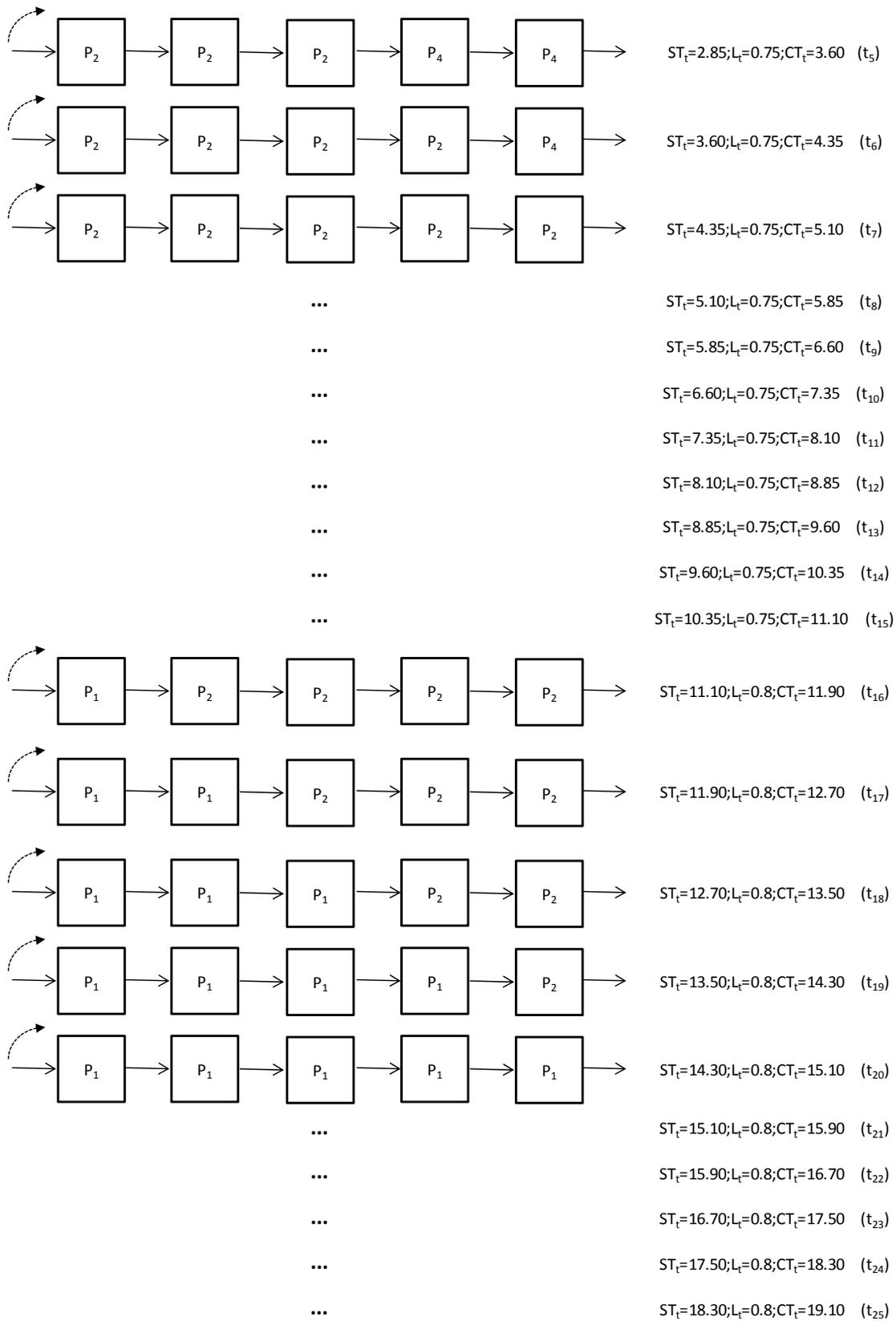


Figura V.2. (cont.) Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso I, resuelto con BARON

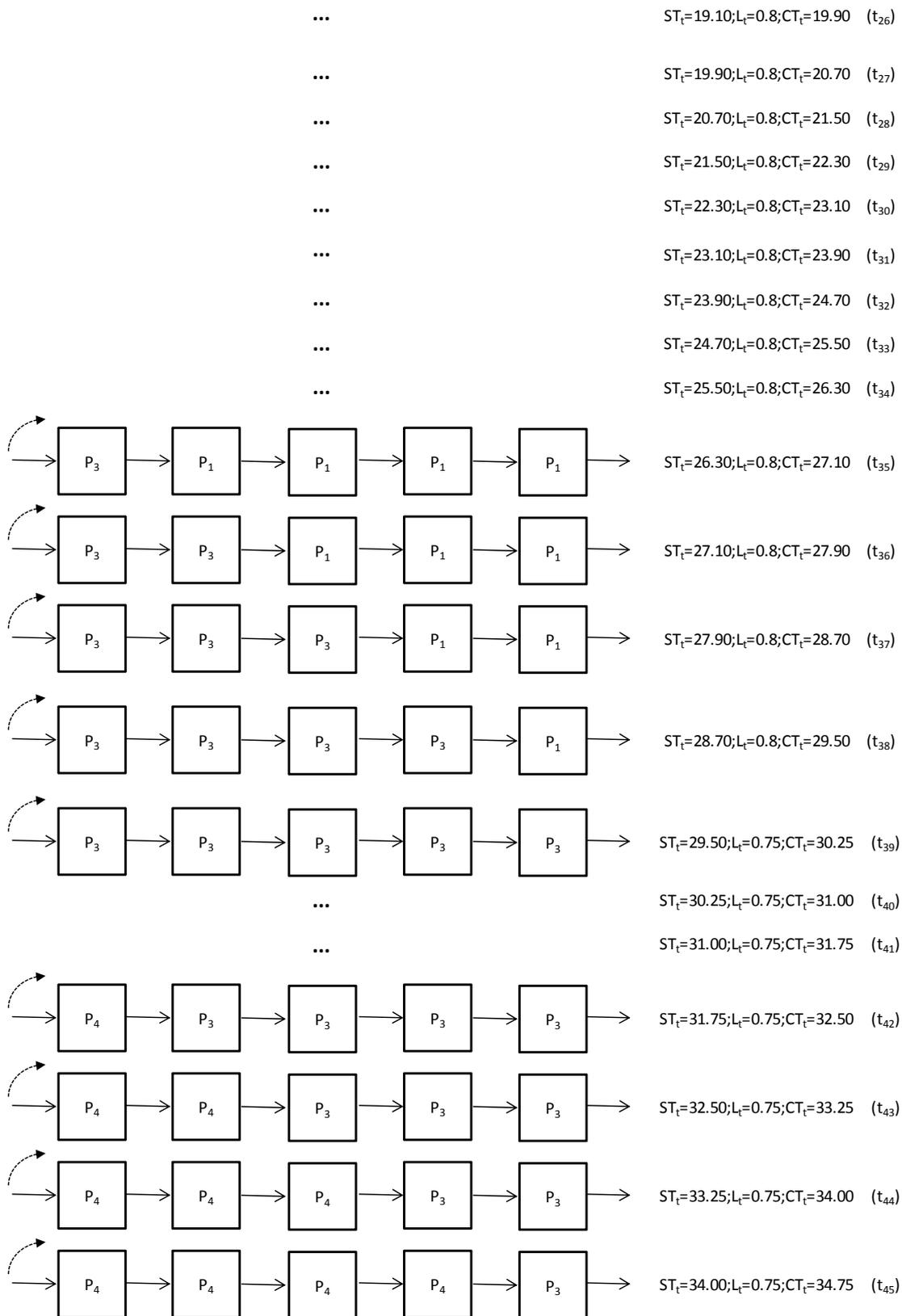


Figura V.2. (cont.) Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso I, resuelto con BARON

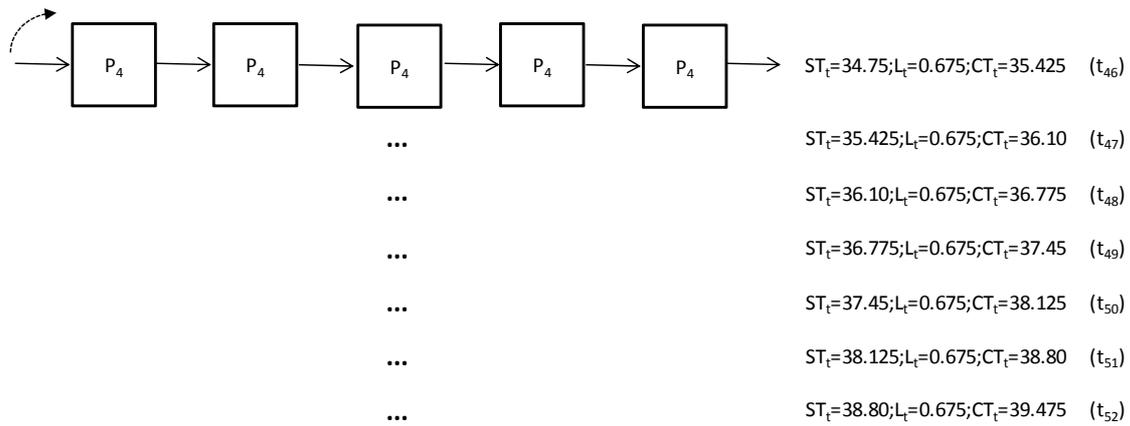


Figura V.2.(cont.) Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso I, resuelto con BARON

En relación al Caso II, con DICOPT no se obtuvo ninguna solución entera en 3600 segundos de CPU, mientras que con BARON nuevamente se obtuvo en ese mismo tiempo de uso del recurso una solución entera factible (no óptima) cuyo valor de función objetivo fue de  $19.5462 \cdot 10^3$ \$/h, con un gap del 94.34%. Dicha solución se correspondió con una descomposición del ciclo productivo en 4 campañas conformadas del siguiente modo: 1) 10 ítems de  $P_1$ , 2) 7 ítems de  $P_4$ , 3) 7 ítems de  $P_2$  y 4) 4 ítems de  $P_3$  (Figura V.3).

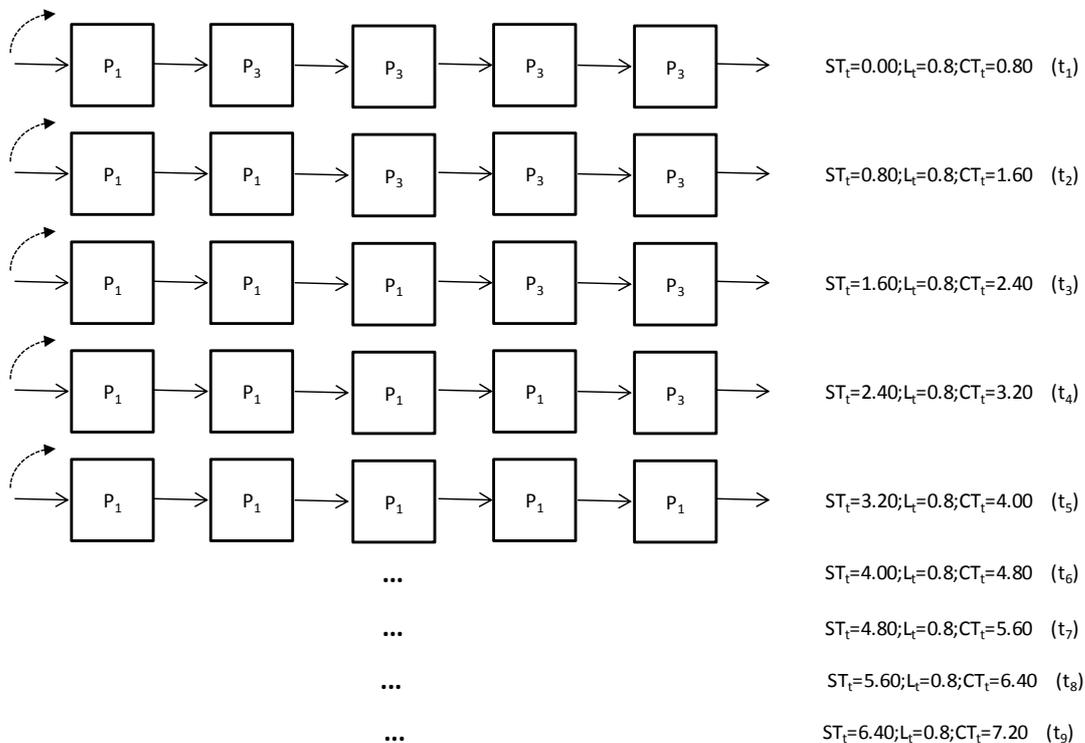


Figura V.3. Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso II, resuelto con BARON

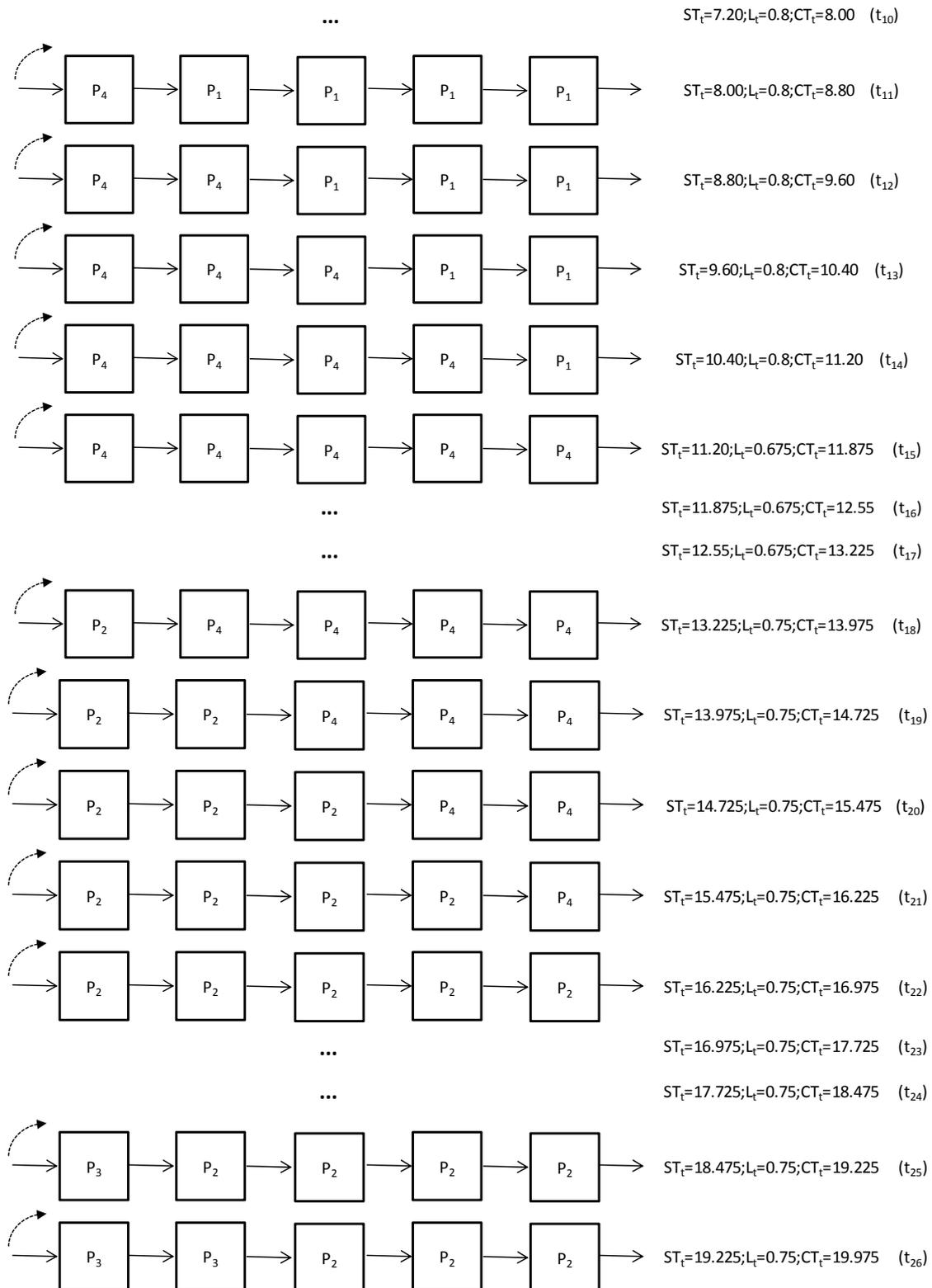


Figura V.3.(cont.) Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso II, resuelto con BARON

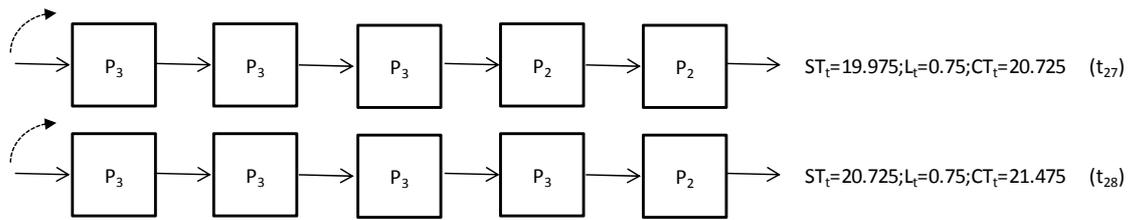


Figura V.3.(cont.) Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso II, resuelto con BARON

Para el Caso III, usando ambos resolvidores se obtuvieron soluciones óptimas, idénticas en el valor de función objetivo ( $8.8977 \cdot 10^3$ \$/h) pero con diferentes configuraciones en la estructura de lotes. Cuando se usa el resolvidor DICOPT se distinguen 4 campañas: 1) 1 elemento de  $P_3$ , 2) 2 de  $P_4$ , 3) 2 de  $P_2$  y 4) 3 de  $P_1$  (Figura V.4a). En tanto con el resolvidor BARON, se presenta una configuración óptima con 5 campañas dadas por 1) 1 elemento de  $P_4$ , 2) 2 de  $P_2$ , 3) 3 de  $P_1$ , 4) 1 de  $P_3$  y 5) 1 de  $P_4$  (Figura V.4b).

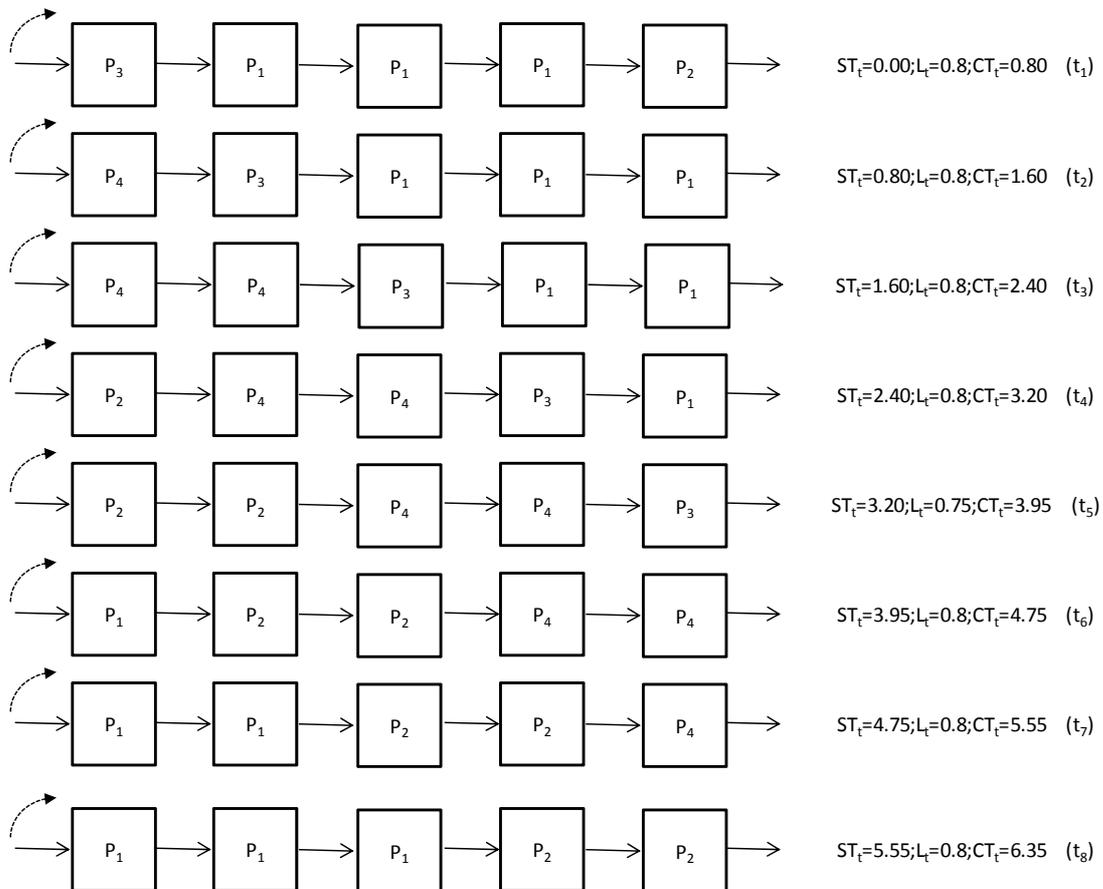


Figura V.4a. Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso III usando DICOPT

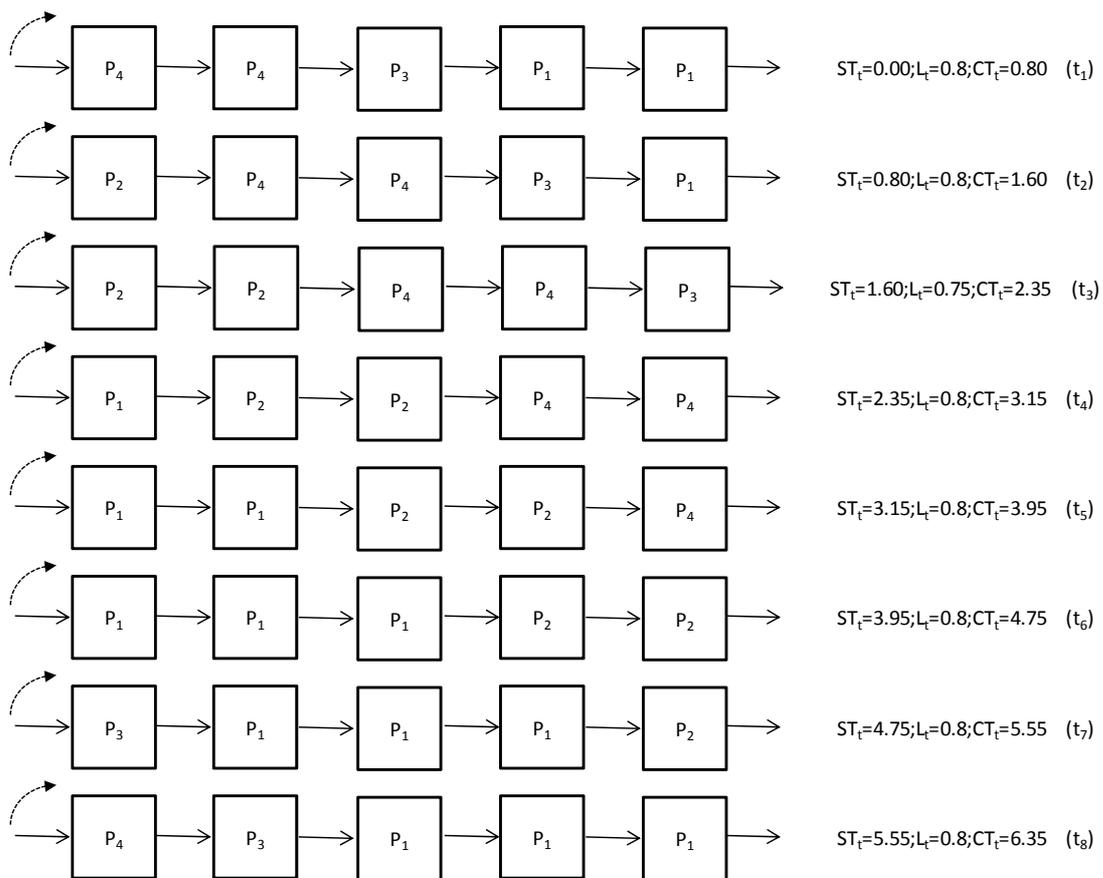


Figura V.4b. Resultados del primer modelo bi-etapa para el Caso III usando BARON

Para este último caso, el valor óptimo de la función objetivo con ambos resolvidores resultó igual al obtenido con el modelo general del capítulo precedente. Las estructuras de las campañas son aparentemente distintas, pero si observamos que la secuencia óptima se expresa en términos cíclicos, los dos circuitos de producción resultan ser los mismos que los reportados en el Capítulo IV para este mismo caso.

### V.5. Restricciones de Corte

Teniendo en cuenta que la estructura de fabricación de los lotes se da, en general, en forma monolítica (esto es, que cada producto se produce en una sola campaña y no en varias desperdigadas a lo largo del ciclo total de producción), ya que esto minimiza los costos asociados al evento propio de cambiar de un producto a otro; y sumado a la intención de buscar una forma de acelerar la búsqueda de un óptimo, proponemos recortar el espacio de búsqueda estableciendo restricciones de corte que favorezcan esa meta. Con ellas se intenta que, una vez que el modelo detecta el primer

elemento del lote de tamaño  $n_i$ , todas las demás piezas del mismo se “encolumnen” tras él. Esta idea busca favorecer la minimización de la cantidad de soluciones ineficientes, con altos costos de transiciones entre productos. Pero puede que no sea muy efectiva en relación a los costos de inventario. Las restricciones propuestas se muestran en (V.13).

$$\begin{aligned}
 tt y_{i,j_m,tt} &\geq t (y_{i,j_m,t} - y_{i,j_m,t-1}) \\
 &\forall i \in I, \forall t, tt \in TS : t > t_1, t < tt < t + n_i \\
 tt y_{i,j_m,tt} &\geq t y_{i,j_m,t} \\
 &\forall i \in I, \forall t, tt \in TS : t = t_1, t < tt < t + n_i
 \end{aligned}
 \tag{V.13}$$

El modelo ampliado con el agregado de las restricciones de corte V.13 se aplicó a los tres casos de estudio y los resultados correspondientes se pueden observar en la Tabla V.3. En ella es llamativo ver que, a pesar de haber aumentado el número de restricciones del problema, el efecto ha sido sumamente positivo ya que donde antes no se podía obtener solución en tiempos relativamente altos de consumo de CPU, ahora se alcanzan soluciones óptimas, como se puede apreciar para los Casos I y II con el resolvidor DICOPT.

Tabla V.3. Tamaños de los modelos y requerimientos computacionales para cada Caso.

Caso	Variables discretas (binarias)	Variables continuas	Ecuaciones	Tiempo CPU (seg.)	Solución óptima ( $10^3$ \$/hr)
I	1040	1459	4394	43.14 (DICOPT) 3600 (BARON)	38.2404 (DICOPT) 38.2404* (BARON)
II	560	787	1817	2.90 (DICOPT) 173.47 (BARON)	19.4886 (DICOPT) 19.4886 (BARON)
III	160	227	385	0.328 (DICOPT) 6.17 (BARON)	8.8978 (DICOPT) 8.8977 (BARON)

\* Solución entera no óptima alcanzada en el tiempo de corrida

Se procede a detallar cada ejemplo en forma separada. Para el Caso I, se alcanzó la misma solución entera, la única diferencia es que DICOPT verificó optimicidad en 43.14 segundos de cálculo, mientras que BARON logró encontrar la misma solución entera (sin garantizar el óptimo) en un lapso máximo permitido de 3600 segundos. En ambos casos el valor de función objetivo fue  $38.2404 \cdot 10^3$ \$/h. Esta solución factible se

corresponde con 5 campañas distribuidas de la siguiente manera: 1) 3 elementos de  $P_3$ , 2) 19 elementos de  $P_1$ , 3) 13 de  $P_4$ , 4) 13 de  $P_2$  y 5) 4 de  $P_3$  (Figura V.5). El valor de  $T^*$  fue de 42.222 horas y el valor exacto post-procesado, como se aprecia en la mencionada Figura V.5, resultó de 39.475 horas. En la Figura V.6 se observa la evolución del nivel de stock a lo largo del ciclo productivo para este caso.

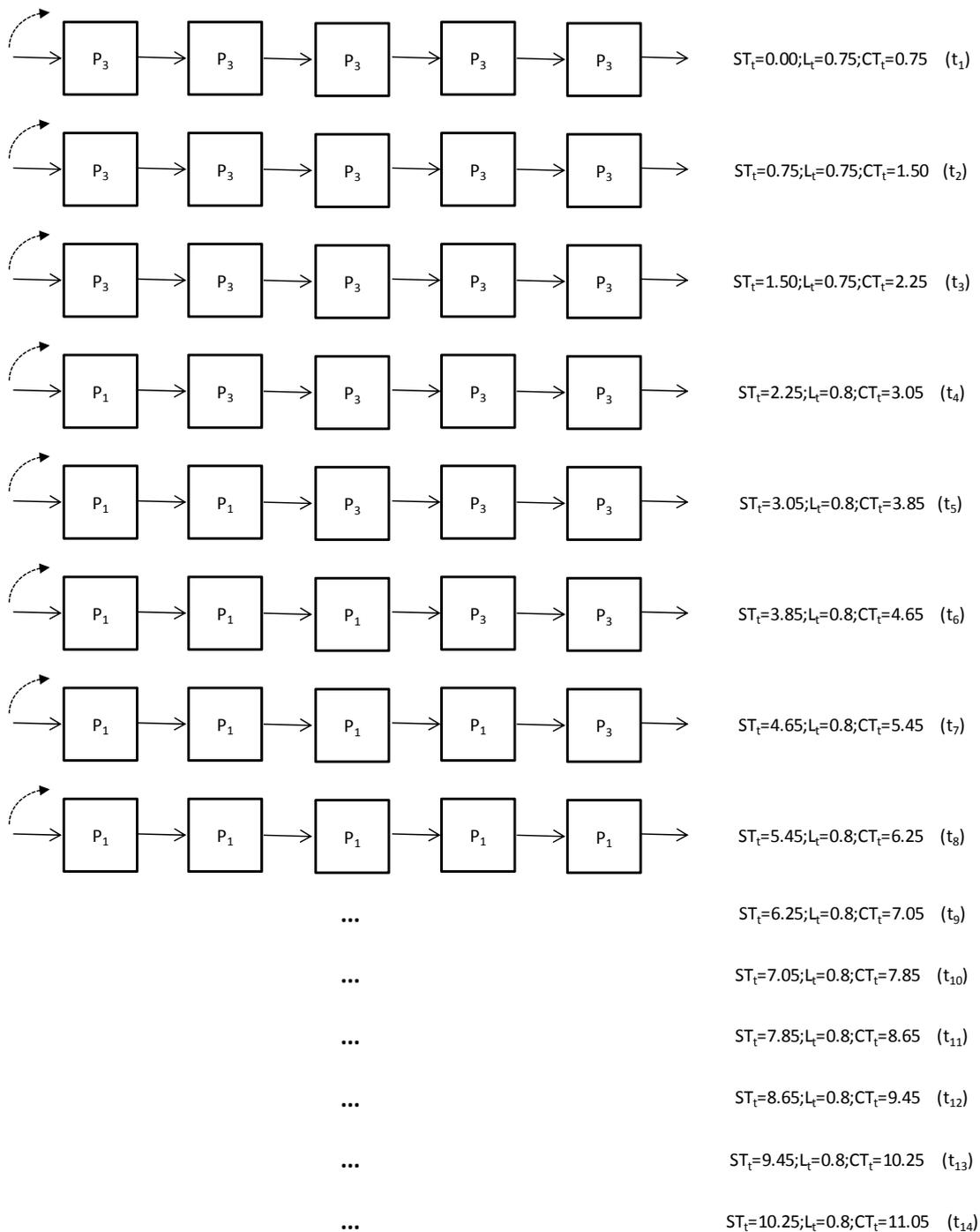


Figura V.5. Resultados del modelo bi-etapa ampliado para el Caso I

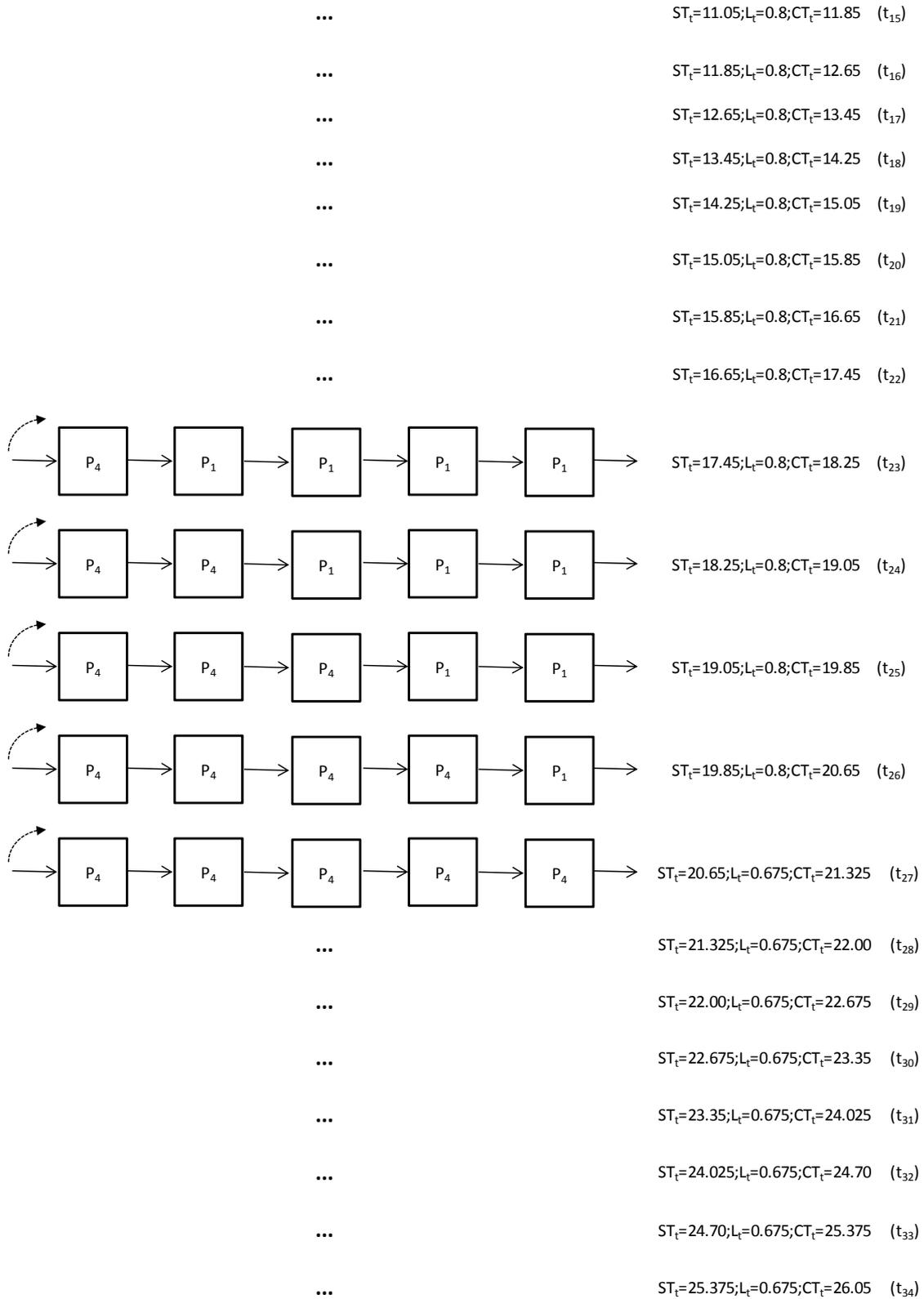


Figura V.5. (cont.) Resultados del modelo bi-etapa ampliado para el Caso I

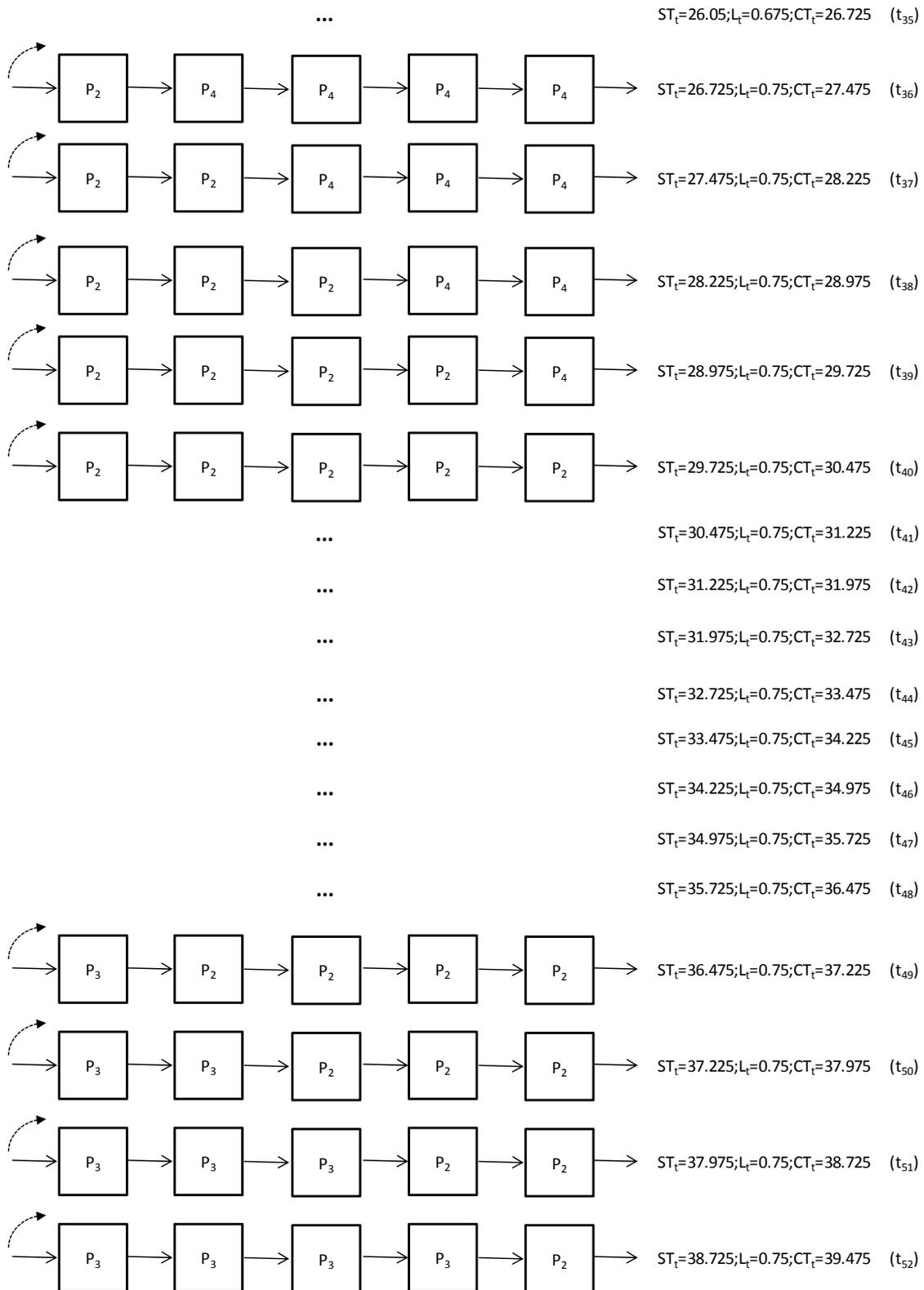


Figura V.5.(cont.) Resultados del modelo bi-etapa ampliado para el Caso I

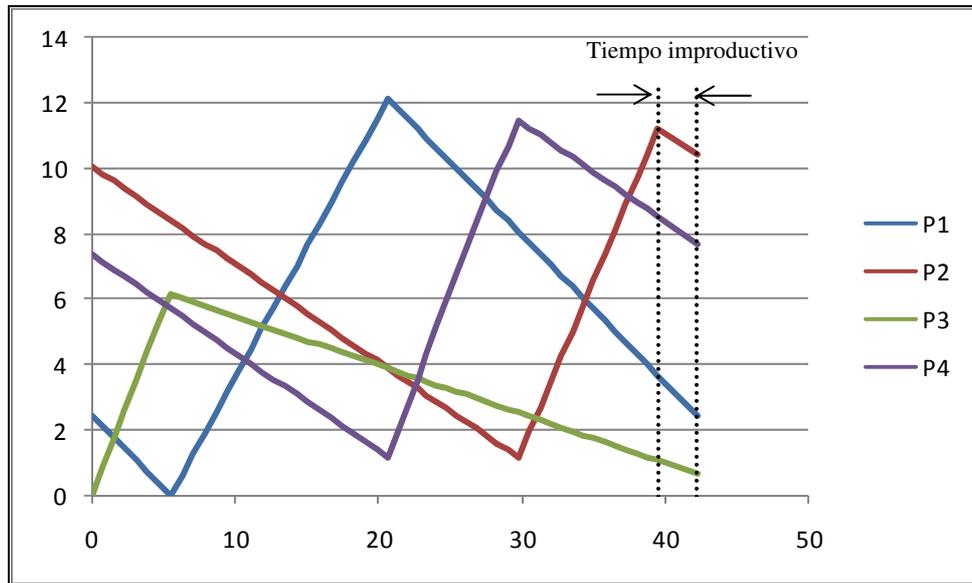


Figura V.6. Evolución de los niveles de stock a través del tiempo para el Caso I resuelto con DICOPT o BARON y la estrategia bi-etapa ampliada

En relación al Caso II, se obtuvo la misma solución entera con el mismo valor óptimo de función objetivo de  $19.4886 \cdot 10^3$  \$/hr tanto con DICOPT como con BARON difiriendo solamente en el tiempo de CPU requerido, 2.90 segundos en el primer caso y 173.47 segundos en el segundo caso. La solución obtenida se correspondió con una descomposición del ciclo productivo en 4 campañas conformadas así: 1) 10 ítems de  $P_1$ , 2) 7 ítems de  $P_4$ , 3) 7 ítems de  $P_2$  y 4) 4 ítems de  $P_3$ . El  $T^*$  reportado fue de 22.222 horas en tanto que el verdadero ciclo productivo resultó ser 21.475 horas. En la Figura V.7, se puede ver la secuencia de movimientos los ítems de productos sobre la línea durante el ciclo de producción.

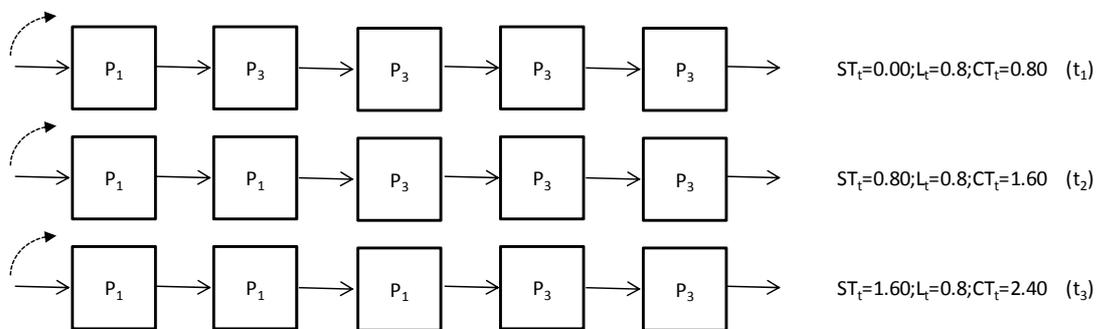


Figura V.7. Resultados del modelo bi-etapa ampliado para el Caso II

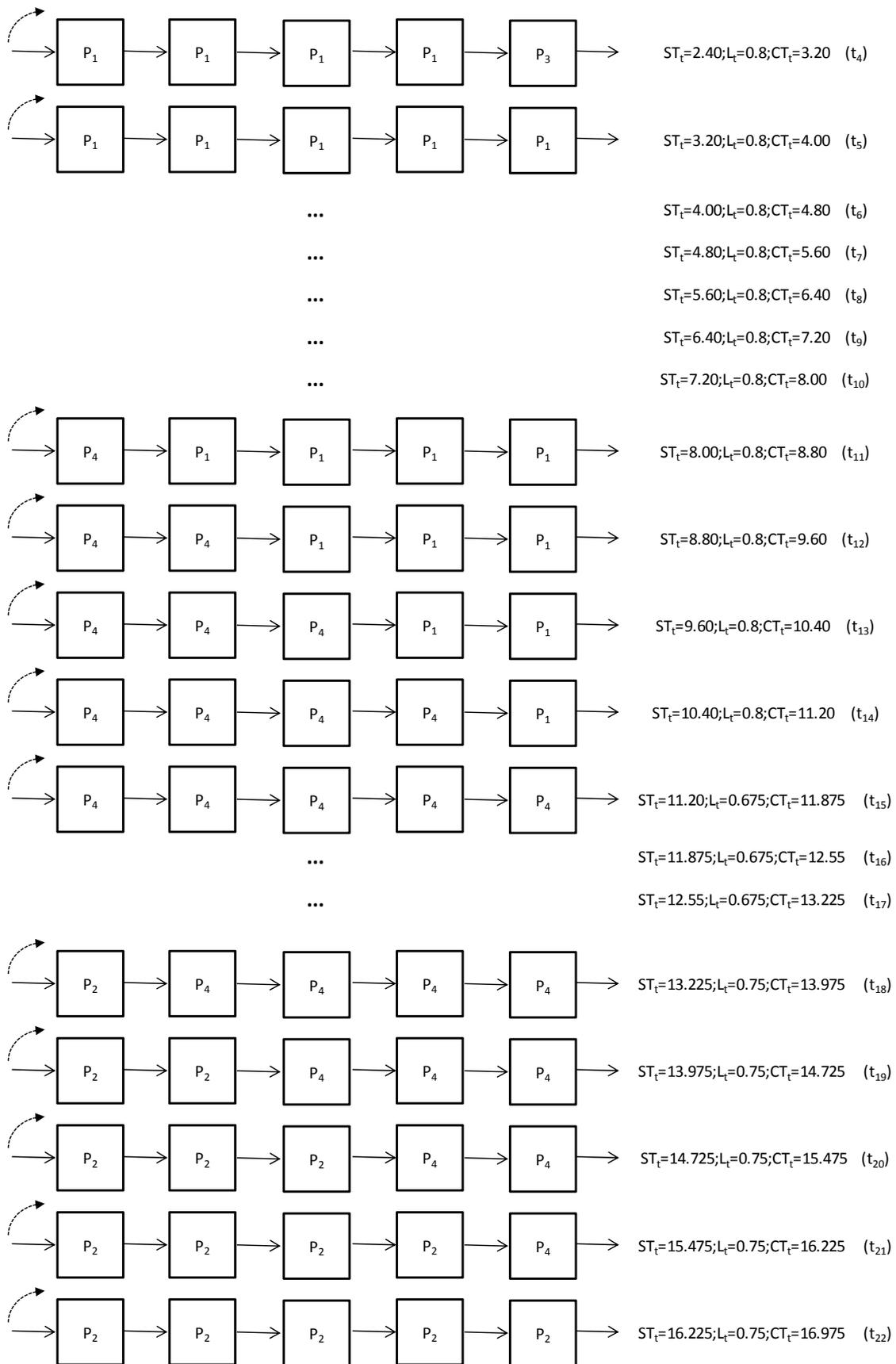


Figura V.7. (cont.) Resultados del modelo bi-etapa ampliado para el Caso II

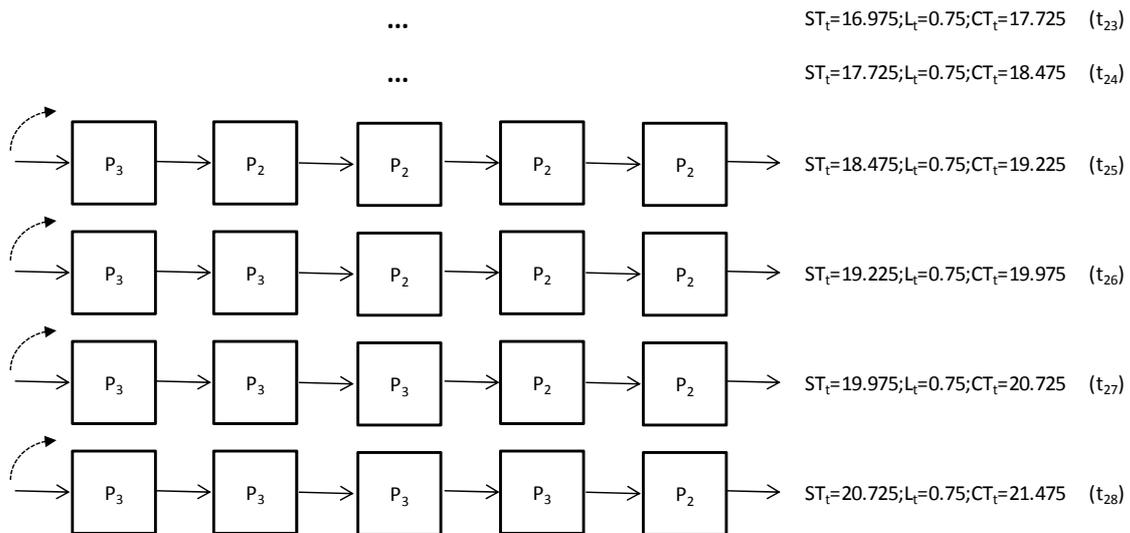


Figura V.7.(cont.) Resultados del modelo bi-etapa ampliado para el Caso II

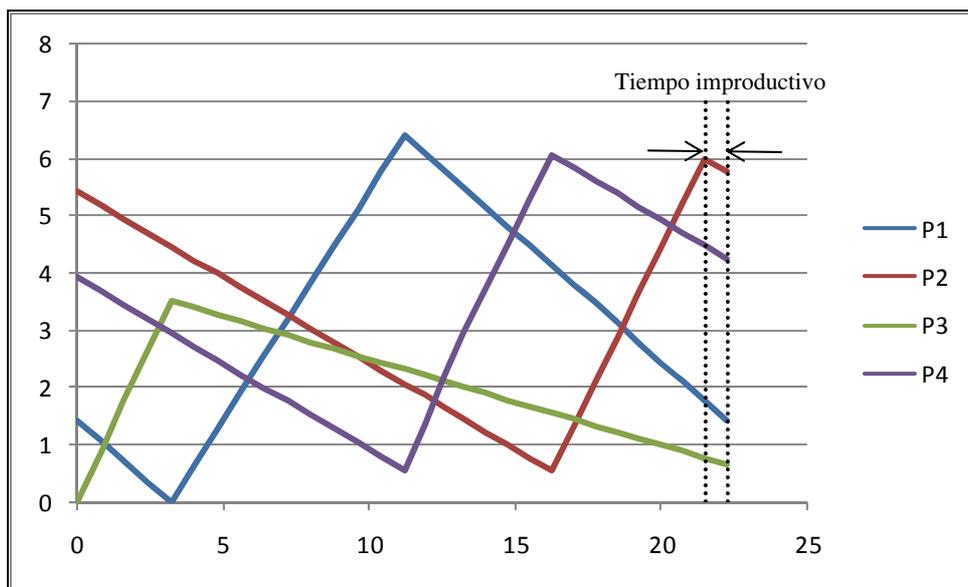


Figura V.8. Evolución de los niveles de stock a través del tiempo para el Caso II resuelto con DICOPT o BARON y la estrategia bi-etapa ampliado

Para el Caso III, ambos resolvedores obtuvieron soluciones óptimas idénticas en valor de función objetivo,  $8.8978 \cdot 10^3$ \$/h, aunque las configuraciones óptimas de las campañas resultaron diferentes. Cuando se usa DICOPT, en la solución reportada se distinguen 4 campañas: 1) 2 ítems de  $P_4$ , 2) 2 de  $P_2$ , 3) 3 de  $P_1$  y 4) 1 de  $P_3$  (Figura V.9a). La evolución del nivel de stock se ve reflejada en la Figura V.9b. En cambio la solución óptima con BARON resultó en 5 campañas: 1) 1 ítem de  $P_2$ , 2) 3 de  $P_1$ , 3) 1 de  $P_3$ , 4) 2 de  $P_4$  y 5) 1 de  $P_2$  (Figura V.10a). Los niveles de stock a lo largo del tiempo se observan en la Figura V.10b.

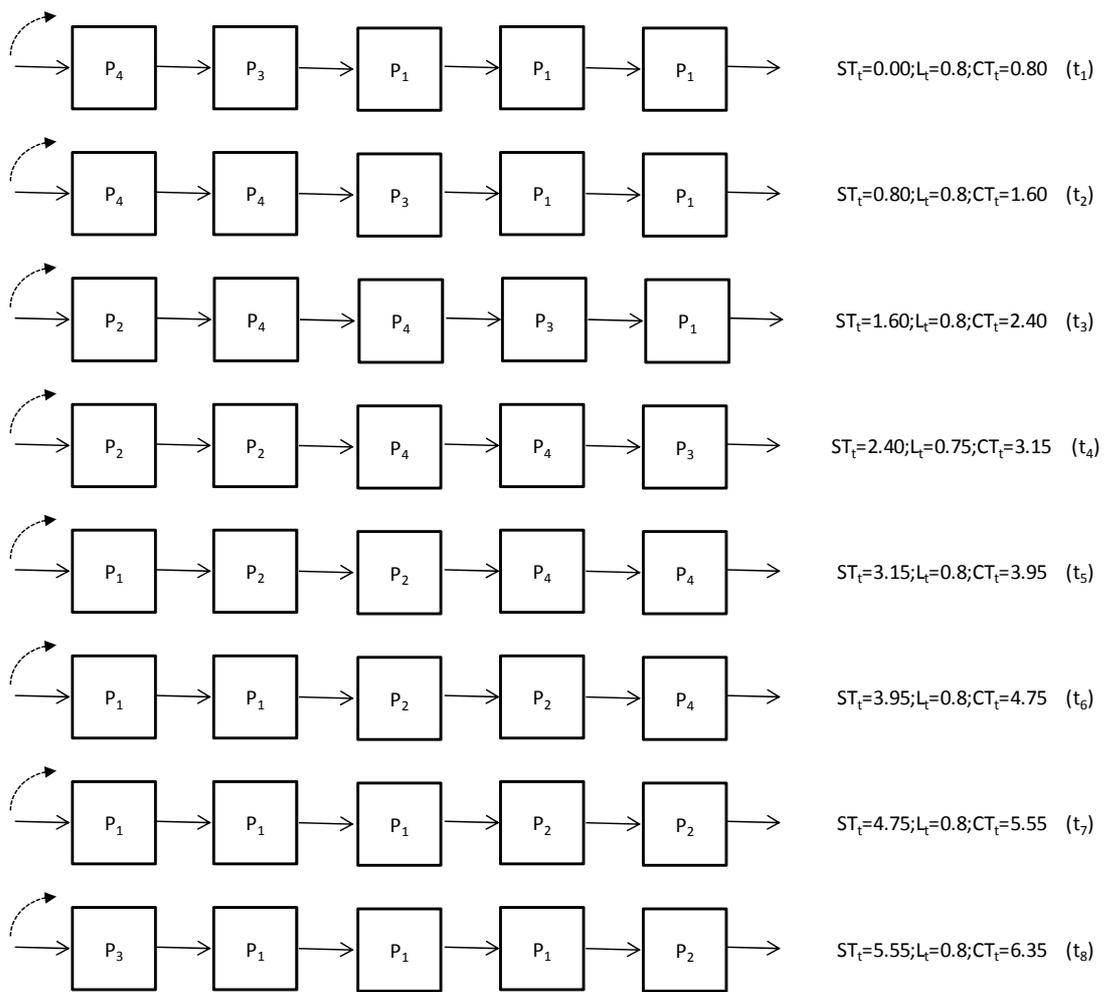


Figura V.9a. Resultados para el Caso III del modelo bi-etapa ampliado con DICOPT

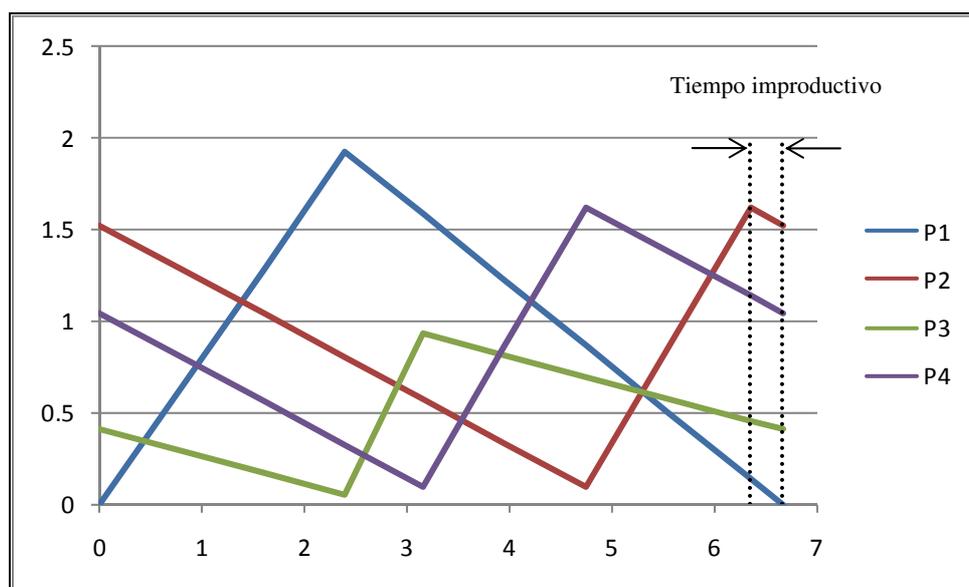


Figura V.9b. Evolución de los niveles de stock a través del tiempo para el Caso III resuelto con DICOPT y la estrategia bi-etapa ampliado

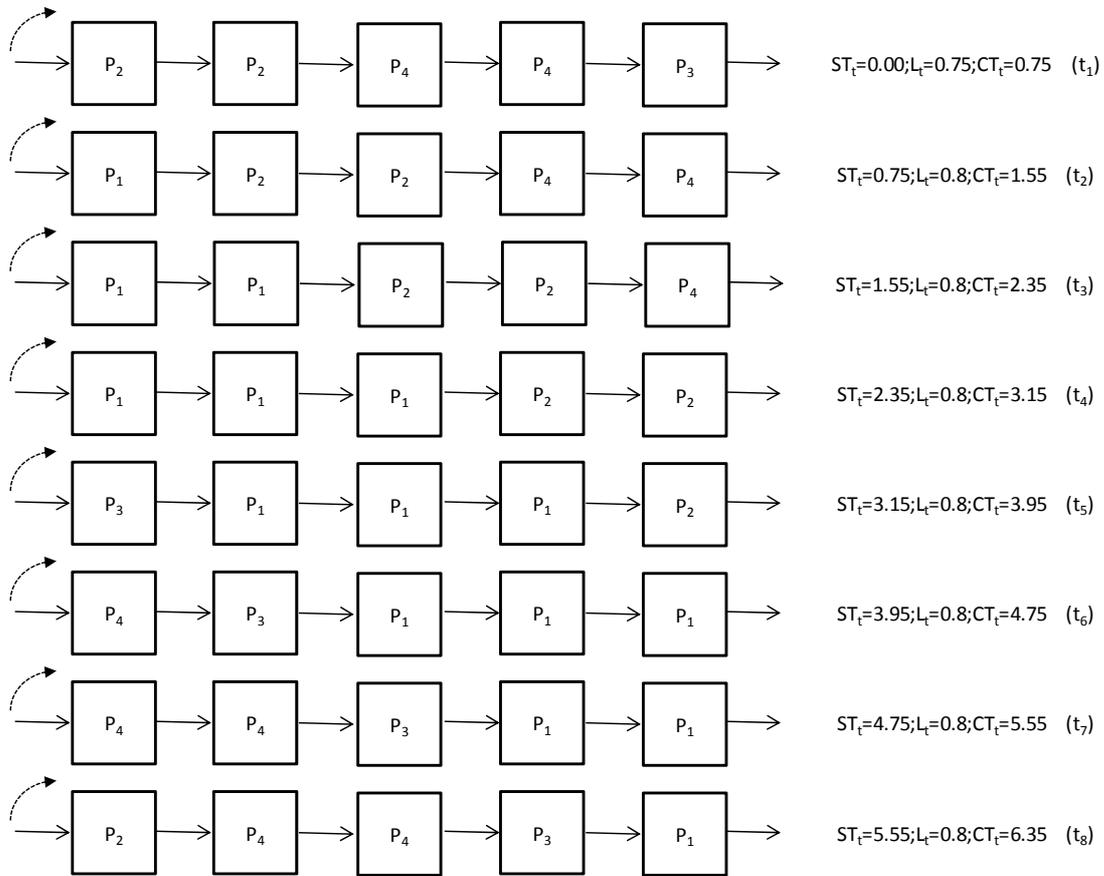


Figura V.10a. Resultados para el Caso III del modelo bi-etapa ampliado con BARON

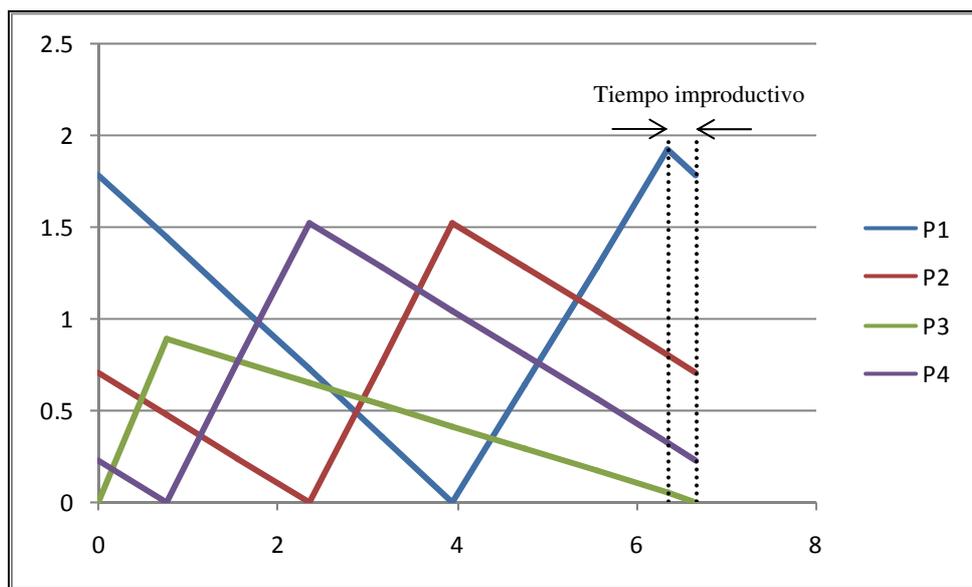


Figura V.10b. Evolución de los niveles de stock a través del tiempo para el Caso III resuelto con BARON y la estrategia bi-etapa ampliado

Tabla V.4. Valores finales asociados a los tres casos de estudio

Caso	Duración estimada del ciclo productivo (GAMS) (h)	Duración del ciclo (sin tiempos ociosos) (h)	Costo estimado por unidad de tiempo (GAMS) ( $10^3$ \$/h)	Costo óptimo por unidad de tiempo ( $10^3$ \$/h)
I	42.22	39.475	38.24	43.03
II	22.22	21.475	19.49	21.97
III	6.67	6.35	8.90	9.30 (DICOPT) 9.02 (BARON)

### V.6 Comportamiento de la Estrategia Bi-Etapa en Problemas con Longitudes de Campaña Mayores

A los efectos de validar aún más la propuesta de resolución bi-etapa se buscó aplicarla a un grupo de veinte problemas de mayor tamaño, generados en forma aleatoria, cuyos datos fueron presentados en el Capítulo III y que involucran a ocho productos denominados  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$  y  $P_8$  que circulan por una línea de ensamble con cinco estaciones de trabajo. Los valores de  $p_i, r_i, ct_i, ic_i$  y  $tc_{i,i'}$  para cada problema son exactamente los mismos presentados en las Tablas A2.1, A2.2, A2.3, A2.4 y A2.5, respectivamente, expresadas en el Anexo A<sub>2</sub>. Obsérvese que para ninguno de los problemas propuestos se verifica que  $\sum_i(r_i/p_i)$  sea igual a 1. Por el contrario, el valor de este indicador se ha fijado en torno a 0.95 lo cual implica que si los productos se procesaran en una línea con una sola estación, ésta funcionaría con una eficiencia del 95%. En efecto, esto se refleja, ineludiblemente, en cierto tiempo ocioso en la línea bajo estudio, principalmente a causa de las transiciones entre campañas. Más específicamente, cuando la carga de trabajo está subdividida en estaciones consecutivas por las que van moviéndose en forma sincrónica los diferentes ítems de modelos, cada una de ellas deberá ser capaz de absorber los tiempos asociados al cambio de fabricación de un producto por otro. Por otra parte, cuando un producto con tiempo de ciclo mayor al de aquellos ya presentes en la línea hace su entrada a la misma genera una disminución forzada de la velocidad de producción en las estaciones aguas abajo de la línea, surgiendo así tiempos ociosos que implican resignar algo de eficiencia en ellas.

Cuando se aplica la Etapa 1 del método propuesto a los sucesivos problemas, se obtienen las dimensiones de las corridas que se reportan en la Tabla V.5. En ella se especifica también el número de variables binarias de decisión  $y_{ij}^{(t)}$  involucradas en la segunda etapa, que está dado por el producto del número de modelos por el número de estaciones, por la cantidad total de ítems a ser procesados en la línea durante un ciclo productivo. Recordemos que esta última cantidad está dada por  $TS$  que es la sumatoria de todas las longitudes de los lotes determinados en la Etapa 1, es decir,  $TS = \sum_i n_i$ .

Tabla V.5. Tamaños de lotes pre-dimensionados en Etapa 1 y número de variables binarias en el modelo de Etapa 2

	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_6$	$n_7$	$n_8$	$TS$	Nro. total de variables binarias (Etapa 2)
Prob-1	41	16	34	15	33	30	27	18	214	8560
Prob-2	19	21	21	23	14	27	17	26	168	6720
Prob-3	40	18	15	18	28	26	25	42	212	8480
Prob-4	25	16	40	18	14	35	17	26	197	7880
Prob-5	33	27	28	31	16	19	29	15	198	7920
Prob-6	14	31	17	28	23	32	22	29	196	7840
Prob-7	13	30	18	27	27	27	22	33	197	7880
Prob-8	14	17	23	26	22	20	35	24	181	7240
Prob-9	27	35	36	32	30	13	21	15	209	8360
Prob-10	18	26	34	22	27	32	16	19	194	7760
Prob-11	16	27	18	36	30	31	18	24	200	8000
Prob-12	29	21	24	19	29	15	18	24	179	7160
Prob-13	15	18	23	27	32	42	30	18	205	8200
Prob-14	20	27	23	31	17	21	22	17	178	7120
Prob-15	20	20	24	37	16	35	25	15	192	7680
Prob-16	23	19	14	32	35	35	35	29	222	8880
Prob-17	17	16	27	16	32	19	30	28	185	7400
Prob-18	13	18	30	26	12	16	20	31	166	6640
Prob-19	32	38	31	17	18	17	29	15	197	7880
Prob-20	36	27	15	29	31	33	36	15	222	8880

Al aplicar el modelo MINLP correspondiente a la Etapa 2 en el caso, por ejemplo, del primer problema (8560 variables binarias), no se logra obtener siquiera una solución entera en tiempos razonables de procesamiento (fijados en un máximo permitido de 10800 segundos). Ni siquiera imponiendo el corte dado por la restricción

V.13. Esta situación motivó a desarrollar una manera alternativa de resolver esta segunda etapa para problemas donde los tamaños de las pre-dimensionadas corridas, obtenidos en la Etapa 1, son sustancialmente grandes.

Sobre la base del ejemplo ilustrativo de la Figura V.10 en la que se puede ver que todos los tamaños de lote son mayores o iguales al número de estaciones de la línea y suponiendo además que cada lote se produce en su totalidad una vez iniciado, podemos distinguir un grupo de lapsos de tiempo donde se procesa en todas las estaciones el mismo producto (que denominaremos, para simplificar, tramo "puro" o "exclusivo"), mientras que hay  $(m-1)$  segmentos temporales donde se manufacturan en la línea dos productos simultáneamente (denotado brevemente como tramo "no puro" o "no exclusivo"). Esta división es importante puesto que en el tramo "puro" la duración de cada intervalo de producción está dada por el valor del tiempo de ciclo del producto en proceso, mientras que en el tramo "no puro" dicha duración está regida por el máximo valor de los tiempos de ciclo de los productos involucrados en ese tramo. Cada par de tramos se denotará con la letra  $k$ , siendo  $K$  el conjunto total de pares, que es igual al número de productos que deben ser procesados  $P$ . Con esa representación en mente, se propone un modelo alternativo para resolver la Etapa 2 más eficientemente.

### **V.7 Modelo Matemático Alternativo para la Resolución de la Etapa 2 (Bi-Etapa Modificado)**

En este contexto estamos suponiendo, como ya se aclaró, que los lotes de producto se fabrican en forma continuada en un solo bloque por producto, en línea con lo que se ha asumido en la sección V.5. Viendo el problema como se mencionó en la sección precedente y se graficó en la Figura V.11, cada producto  $i$  será fabricado en una única campaña de longitud  $n_i$ , en el que se pueden distinguir dos períodos: uno, que denominaremos por convención "exclusivo", donde todas las estaciones de trabajo están procesando el mismo producto  $i$ , y otro período a continuación, denominado "no exclusivo", donde aparece en producción otro producto  $i'$  en la primera estación, cuyas piezas se irán desplazando por las sucesivas estaciones durante  $(m-1)$  lapsos de tiempo, conviviendo así ambos productos en la línea de ensamble. La decisión clave resulta entonces, en primer lugar, identificar al producto que se producirá en forma exclusiva en cada fase y, en segundo lugar, designar aquel producto o modelo que se incorporará a posteriori del producto en proceso, mientras se termina la campaña en vigencia.

Expresamente, ambas decisiones a tomar se describen a través de las variables  $x_{i,k}$  e  $y_{i,k}$ , que representan la selección de producto para el tramo "exclusivo" y para el tramo "no exclusivo", respectivamente.

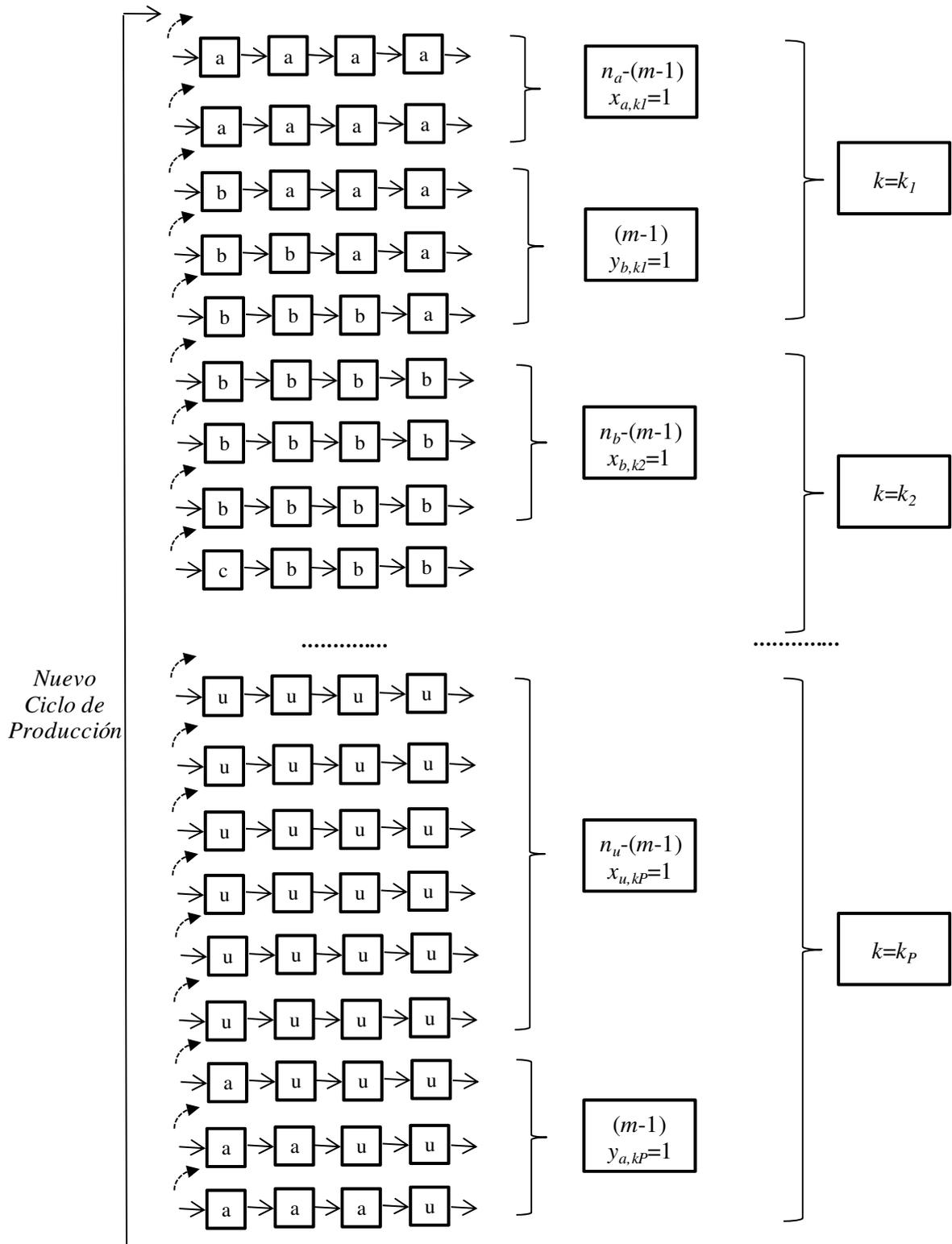


Figura V.11. Esquema sobre el cual se construye el modelo alternativo para la Etapa 2

Se detallan a continuación las restricciones que modelan desde esta nueva perspectiva del problema de la Etapa 2 del método bi-etapa.

**Duraciones de los Tramos Temporales Exclusivo y No Exclusivo.** El tiempo de duración del tramo no exclusivo o de transición  $LTNE_k$  del producto  $i$  al producto  $i'$  está regido por el máximo de los tiempos de ciclo de ambos productos que estarán vigentes mientras se procesen las últimas  $(m-1)$  piezas del lote  $n_i$ , que se viene fabricando en la campaña  $k$ . Esto se expresa a través de las restricciones V.14a y V.14b.

$$LTNE_k \geq (m-1) \max(ct_i, ct_{i'}) (y_{i',k} + x_{i,k} - 1) \quad \forall k \in K, i, i' \in I : i \neq i' \quad (V.14a)$$

$$LTNE_k \leq (m-1) \max(ct_i, ct_{i'}) + Uct(2 - y_{i',k} - x_{i,k}) \quad \text{donde } Uct = (m-1) \max_i \{ct_i\}, \quad \forall k \in K, i, i' \in I : i \neq i' \quad (V.14b)$$

**Asignación de Producto a Sectores Exclusivo y No Exclusivo.** En cada período exclusivo se produce un único producto  $i$ , así como a cada lote de producto le va a corresponder un único período exclusivo de producción, como se exige a través de las Ecuaciones V.15a y V.15b.

$$\sum_{i \in I} x_{i,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (V.15a)$$

$$\sum_{k \in K} x_{i,k} = 1 \quad \forall i \in I \quad (V.15b)$$

Por otra parte, en cada sector no exclusivo aparece un único producto  $i$ , así como cada producto puede irrumpir en un único sector no exclusivo de producción, como se expresa en las Ecuaciones V.16a y V.16b.

$$\sum_{i \in I} y_{i,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (V.16a)$$

$$\sum_{k \in K} y_{i,k} = 1 \quad \forall i \in I \quad (V.16b)$$

Obviamente, no puede irrumpir en el período no exclusivo de la campaña  $k$  el mismo producto que se está procesando en el período exclusivo. Esto queda reflejado por la restricción V.17.

$$x_{i,k} + y_{i,k} \leq 1 \quad \forall k \in K, i \in I \quad (V.17)$$

Asimismo, el producto que se procesa en el próximo período de producción exclusiva es el mismo que se empezó a procesar en el período no exclusivo previo, tal como queda plasmado en la desigualdad V.18.

$$x_{i,k} \geq y_{i,k-1} \quad \forall i \in I, k \in K : k > k_1 \quad (\text{V.18})$$

Dado que se busca establecer un esquema cíclico de producción, el producto que irrumpe en el último período no exclusivo, correspondiente a la última campaña del ciclo, debe ser el mismo que se procesará en forma exclusiva en el primer tramo o campaña. Este requisito está expresado en la Ecuación V.19.

$$y_{i,k} = x_{i,k_1} \quad \forall i \in I, k \in K : k = |K| \quad (\text{V.19})$$

La Ecuación V.20 establece que el tiempo de inicio de la corrida  $k$  se corresponde con el comienzo del período de producción exclusiva, y es igual al tiempo de finalización de la campaña previa (excepto para la primera).

$$\begin{aligned} STE_k &= CT_{k-1} \quad \forall k \in K : k > k_1 \\ STE_{k_1} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{V.20})$$

**Tiempos de Inicio y Fin de Cada Campaña.** El tiempo de finalización de la campaña  $k$ -ésima es igual al tiempo de inicio de la misma más el tiempo que se demora en procesar las piezas durante el período de producción exclusiva, y el tiempo que se demora en manufacturar las  $(m-1)$  piezas durante la transición de campañas, tal como se impone en la Ecuación V.21.

$$CT_k = STE_k + \sum_{i \in I} (n_i - m + 1) ct_i x_{i,k} + LTNE_k \quad \forall k \in K \quad (\text{V.21})$$

La duración total del ciclo de producción,  $T$ , es igual al tiempo de finalización de la última corrida, lo cual es expresado en la Ecuación V.22.

$$T = CT_k \quad k = |K| \quad (\text{V.22})$$

**Restricciones de Inventario.** El inventario inicial del producto  $i$  al comenzar la campaña de producción  $k$ -ésima (excepto la primera),  $Inv^{INI}_{i,k}$ , es igual al inventario del mismo producto al finalizar la corrida previa,  $Inv_{i,k-1}$ , como se visualiza en la Ecuación V.23.

$$Inv_{i,k}^{INI} = Inv_{i,k-1} \quad \forall i \in I, k \in K : k > k_1 \quad (V.23)$$

El inventario final del producto  $i$  al culminar la campaña  $k$  es igual al inventario al inicio de la misma, sumando las unidades producidas y restando lo que se consume de ese producto en los períodos exclusivo y no exclusivo de la campaña actual. Esto se expresa algebraicamente en la Ecuación V.24.

$$Inv_{i,k} = Inv_{i,k}^{INI} + n_i x_{i,k} - r_i \left[ \sum_{i' \in I} (n_{i'} - m + 1) ct_{i'} x_{i',k} + LTNE_k \right] \quad (V.24)$$

$$\forall i \in I, k \in K$$

El inventario final de la última corrida debe ser mayor o igual al inventario inicial de la primera campaña del ciclo de producción, lo que se establece a través de la desigualdad V.25.

$$Inv_{i,k} \geq Inv_{i,k_1}^{INI} \quad k = |K| \quad (V.25)$$

**Costo de transición entre productos.** El costo de transición tiene lugar cuando se cambia del producto  $i$ , que está siendo procesado en forma exclusiva, a otro modelo  $i'$ , distinto de  $i$ , que irrumpe en la línea, dando lugar al período no exclusivo de la campaña  $k$ , tal como se refleja en la Ecuación V.26.

$$TCost_{i,i',k} \geq tc_{i,i'} (y_{i',k} + x_{i,k} - 1) \quad \forall k \in K; i, i' \in I : i \neq i' \quad (V.26)$$

**Características de las variables.** Las variables continuas del modelo son no negativas, excepto la función objetivo  $z$ , mientras que las variables de decisión,  $x_{i,k}$  e  $y_{i,k}$ , son binarias como se detalla en V.27.

$$TCost_{i,i',k} \geq 0, Inv_{i,k}^{INI} \geq 0, Inv_{i,k} \geq 0, LTNE_k \geq 0, TCost_{i,i',k} \geq 0,$$

$$CT_k \geq 0, STE_k \geq 0 \quad (V.27)$$

$$y_{i,k}, x_{i,k} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, i \in I$$

**Función objetivo.** La función objetivo está dada por el costo total por unidad de tiempo, que incluye al costo de mantenimiento en inventario aproximado, y al costo de transición, por unidad de tiempo, expresados en la Ecuación V.28.

$$z = \frac{\left[ \begin{aligned} & \sum_{i \in I} \sum_{\substack{k \in K: \\ k < |K|}} \frac{ic_i}{2} (Inv_{i,k} + Inv_{i,k+1}) \left( \sum_{p \in P} (n_{i'} - m + 1) ct_{i',x_{i',k+1}} + LTNE_{k+1} \right) + \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{\substack{k \in K: k' \in K: \\ k=k_1, k'=|K|}} \frac{ic_i}{2} (Inv_{i,k} + Inv_{i,k'}) \left( \sum_{i' \in I} (n_{i'} - m + 1) ct_{i',x_{i',k}} + LTNE_k \right) + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I: i' \neq i} TCost_{i,i',k} \end{aligned} \right]}{T} \quad (V.28)$$

El modelo matemático que minimiza V.28 sujeto a las restricciones V.14a-V.27 es equivalente en objetivo al modelo planteado en la Sección V.3, aunque vale aclarar que podrá ser usado solamente cuando los tamaños de las campañas resultantes de la Etapa 1 tengan tamaño mayor o igual al número de estaciones. Cuando eso no suceda con al menos una corrida, el modelo de la Sección V.3 es el que debe utilizarse. También vale observar que el modelo alternativo recién presentado es similar al basado en campañas (Capítulo III) aunque menos general, ya que este último dimensiona y secuencia los lotes de producción en el mismo paso, mientras que el recientemente propuesto solo secuencia los lotes, habiendo definido previamente su dimensión.

La importancia del planteo alternativo para resolver la Etapa 2 de la estrategia bi-etapa está en que el número de variables binarias es ahora  $2 \cdot |P|^2$ , independientemente de las longitudes que tengan las campañas dimensionadas en la Etapa 1, mientras que en el modelo presentado en la Sección V.3 el número de variables de decisión está dado por  $m \cdot |P| \cdot |TS|$ , que es, en general, mucho más grande sobre todo si las corridas pre-dimensionadas en la Etapa 1 son muy extensas.

A los efectos de evidenciar la performance obtenida en la batería de veinte problemas presentados en el Capítulo III, se reportan en la Tabla V.4 los tamaños de lote obtenidos en la Etapa 1 del método propuesto en el presente Capítulo y luego, en las Tablas V.5 y V.6, las soluciones obtenidas y las secuencias óptimas que se desprenden de la Etapa 2, usando el modelo alternativo presentado en esta sección. Se aclara que, para que los resultados sean comparables, se asignó a la primera campaña el producto  $P_1$ , tal como se planteó en el Capítulo III. Vale remarcar además, que cuando se aplicó el modelo alternativo para la Etapa 2 a este grupo de problemas, el número de restricciones para *cualquiera* de ellos (independientemente de las longitudes de

campana prefijadas por la Etapa 1), resultó 1650, las variables continuas 731, y las variables binarias, totalizaron  $2 \cdot 8^2 = 128$ . Todos los parámetros relacionados con  $p_i$ ,  $r_i$ ,  $ct_i$ ,  $ic_i$  y  $tc_{i,i'}$  para cada problema son exactamente los mismos presentados en el Capítulo III de esta tesis y detallados en las Tablas A2.1, A2.2, A2.3, A2.4 y A2.5 del Anexo A2. En la Tabla V.6 se despliegan los valores óptimos de relevancia para cada uno de estos problemas resueltos con la estrategia bi-etapa y el Modelo de Etapa 2 basado en campañas.

Tabla V.6. Valores óptimos de costo total obtenidos para cada problema usando el modelo alternativo para la Etapa 2 del procedimiento bi-etapa (fijando el producto  $P_1$  en la primera campaña)

<b>Problema</b>	<b>Costo Total aproximado (GAMS) (\$/ut)</b>	<b>Costo Total exacto (\$/ut)</b>	<b>Longitud exacta del ciclo de producción (sin tiempos ociosos) <math>T</math> (ut)</b>	<b>Consumo de CPU* (seg.)</b>
Prob-1	141.635	141.846	276.209	8.00
Prob-2	120.38	120.324	216.351	17.91
Prob-3	143.586	143.996	283.552	17.07
Prob-4	140.088	141.430	267.353	13.6
Prob-5	145.987	146.139	213.915	28.7
Prob-6	141.859	141.882	216.492	14.71
Prob-7	136.263	136.310	227.752	18.28
Prob-8	120.485	120.514	259.832	9.67
Prob-9	152.055	152.247	240.884	10.62
Prob-10	132.364	132.338	236.954	35.26
Prob-11	139.107	139.281	237.772	10.14
Prob-12	133.081	132.999	189.414	18.47
Prob-13	138.492	138.808	279.102	23.91

<b>Problema</b>	<b>Costo Total aproximado (GAMS) (\$/ut)</b>	<b>Costo Total exacto (\$/ut)</b>	<b>Longitud exacta del ciclo de producción (sin tiempos ociosos) <math>T</math> (ut)</b>	<b>Consumo de CPU* (seg.)</b>
Prob-14	129.177	129.175	231.567	27.49
Prob-15	139.274	139.275	271.191	10.81
Prob-16	157.035	157.288	233.489	15.57
Prob-17	139.414	139.487	220.622	11.59
Prob-18	120.598	120.540	204.654	14.59
Prob-19	134.138	134.359	272.357	24.62
Prob-20	153.505	153.797	287.359	12.67

\*En una workstation Dell Precision T5600 con 2 procesadores Intel Xeon CPU E5-2620 y 32 GB de memoria RAM

Tabla V.7. Secuencias óptimas de los lotes dimensionados en la Etapa 1 obtenidas por la resolución del modelo alternativo de Etapa 2 (basado en campañas) para los 20 problemas generados aleatoriamente

<b>Campaña</b>	<b><math>k_1</math></b>	<b><math>k_2</math></b>	<b><math>k_3</math></b>	<b><math>k_4</math></b>	<b><math>k_5</math></b>	<b><math>k_6</math></b>	<b><math>k_7</math></b>	<b><math>k_8</math></b>
Prob-1	P <sub>1</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>
Prob-2	P <sub>1</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>
Prob-3	P <sub>1</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>
Prob-4	P <sub>1</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
Prob-5	P <sub>1</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>4</sub>
Prob-6	P <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>8</sub>
Prob-7	P <sub>1</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub>
Prob-8	P <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>
Prob-9	P <sub>1</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>6</sub>
Prob-10	P <sub>1</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>
Prob-11	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>
Prob-12	P <sub>1</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>

Campaña	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$
Prob-13	P <sub>1</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>
Prob-14	P <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>
Prob-15	P <sub>1</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>
Prob-16	P <sub>1</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>7</sub>
Prob-17	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>
Prob-18	P <sub>1</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>2</sub>
Prob-19	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>5</sub>
Prob-20	P <sub>1</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>5</sub>

En las Figuras V.12 a V.31 se observa el nivel de inventario de productos terminados a lo largo del ciclo de producción para cada uno de los veinte problemas resueltos con la estrategia bi-etapa alternativa. Vale aclarar que, a los efectos comparativos, estas gráficas tienen prefijada la primera corrida con el producto  $P_1$ , tal como se había realizado en el modelo basado en campañas del Capítulo III, cuyas gráficas correspondientes a los niveles de stock de los diferentes productos a lo largo del proceso productivo se reportan en el Anexo A<sub>3</sub>.

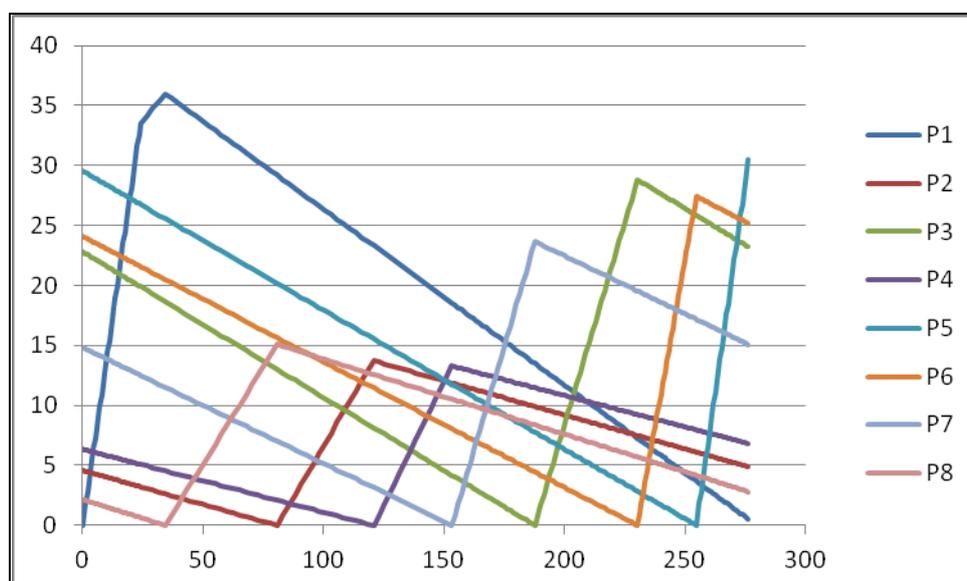


Figura V.12. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 1 (primera campaña de producto  $P_1$ )

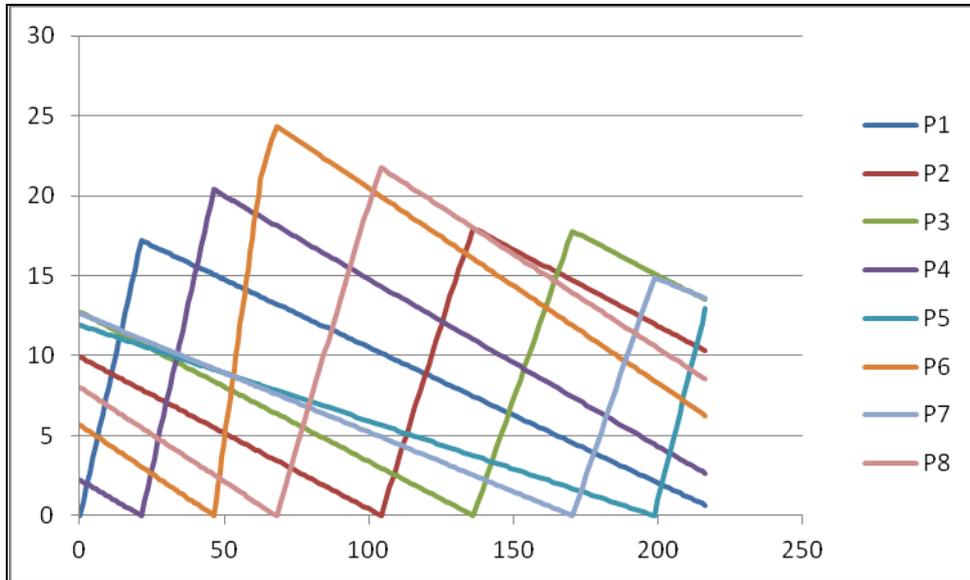


Figura V.13. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 2 (primera campaña de producto  $P_1$ )

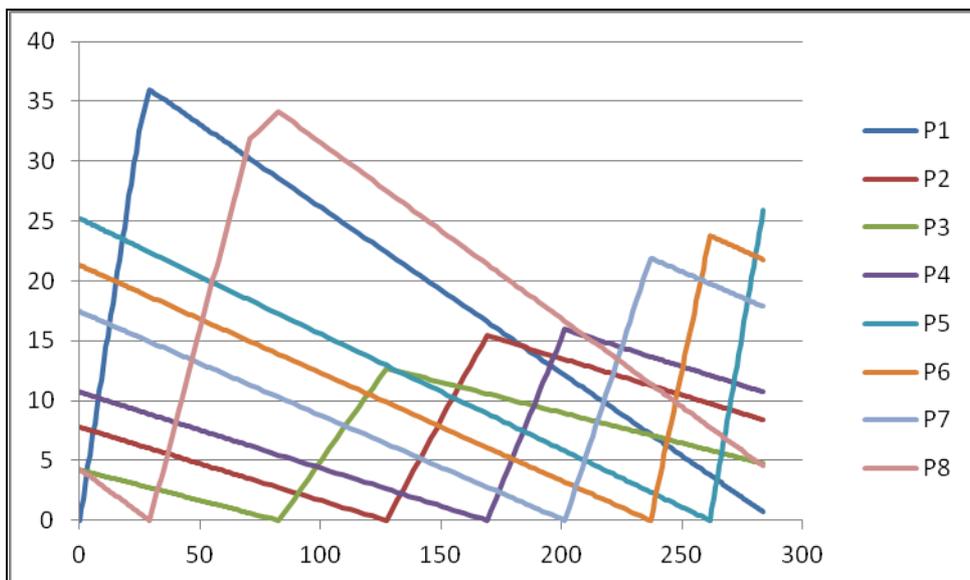


Figura V.14. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 3 (primera campaña de producto  $P_1$ )

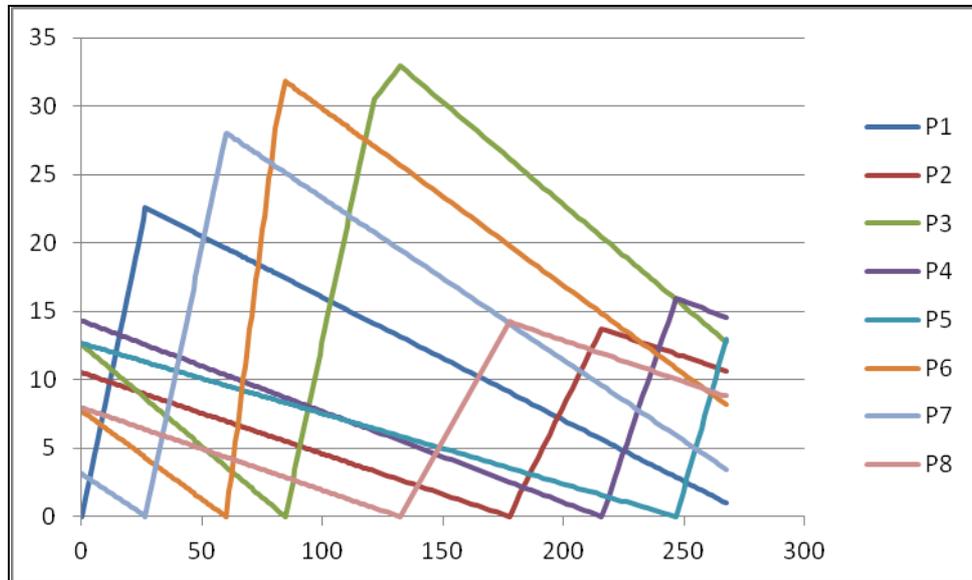


Figura V.15. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 4 (primera campaña de producto  $P_1$ )

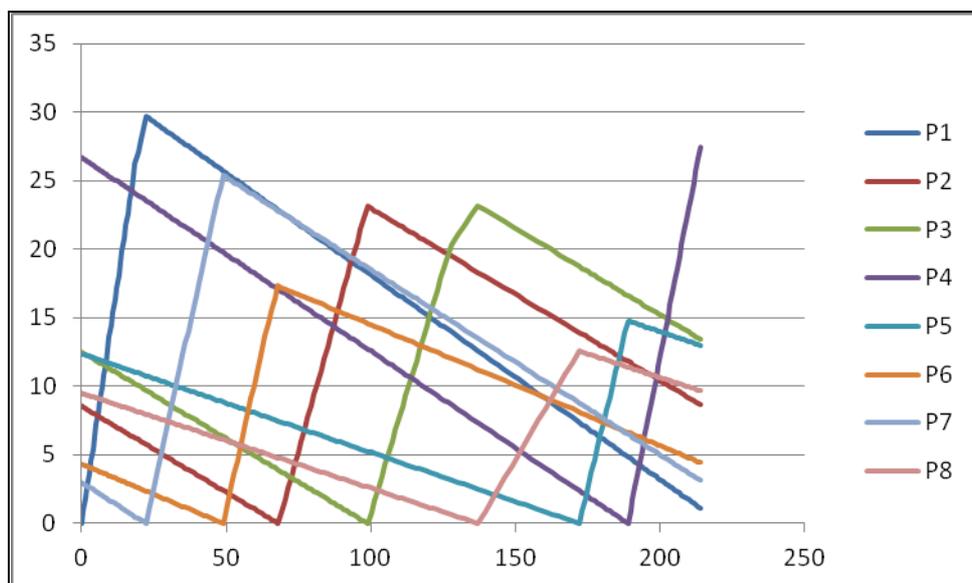


Figura V.16. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 5 (primera campaña de producto  $P_1$ )

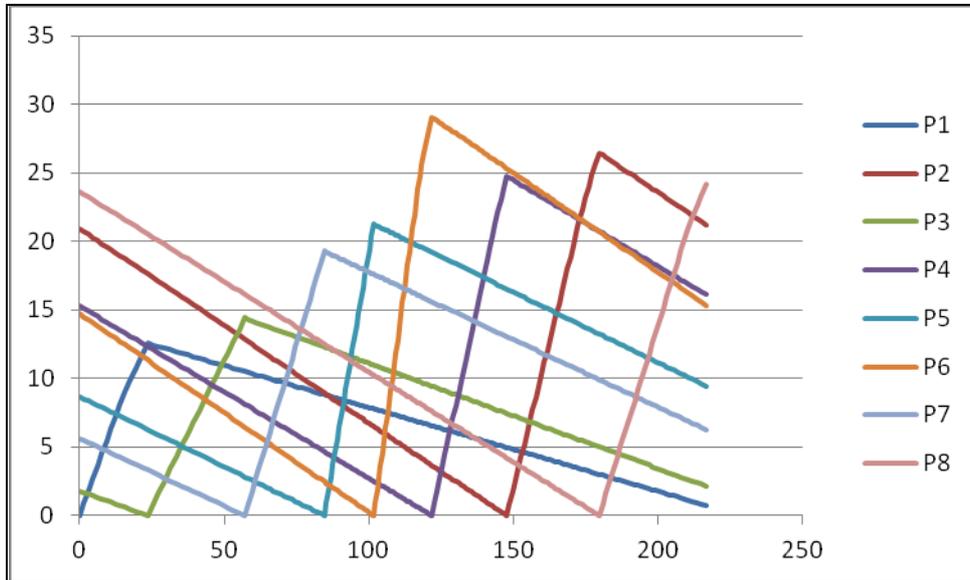


Figura V.17. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 6 (primera campaña de producto  $P_1$ )

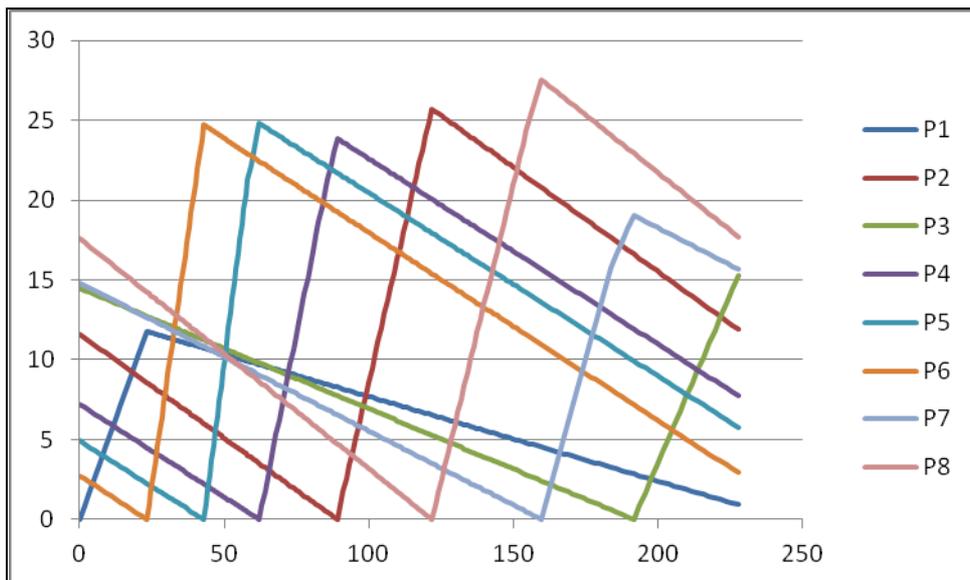


Figura V.18. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 7 (primera campaña de producto  $P_1$ )

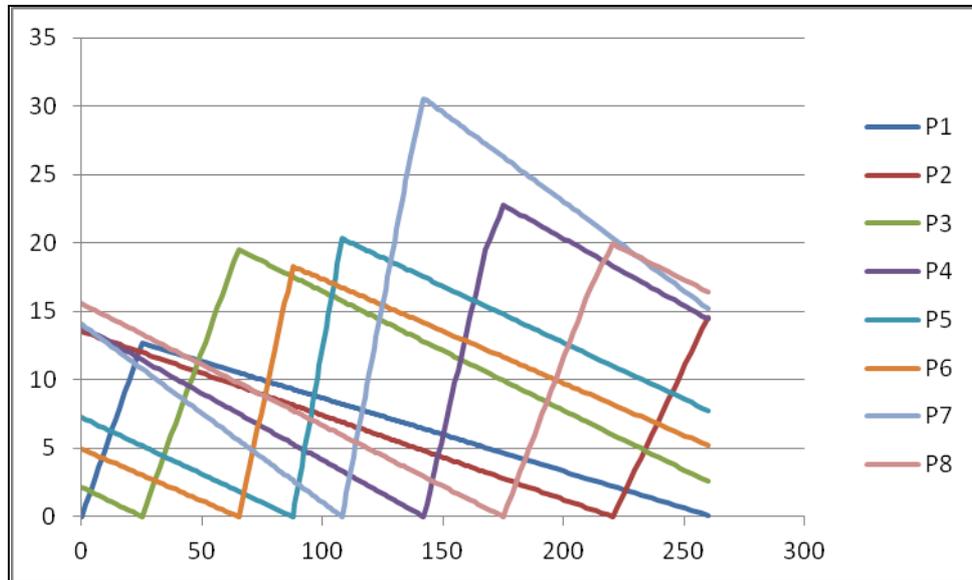


Figura V.19. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 8 (primera campaña de producto  $P_1$ )

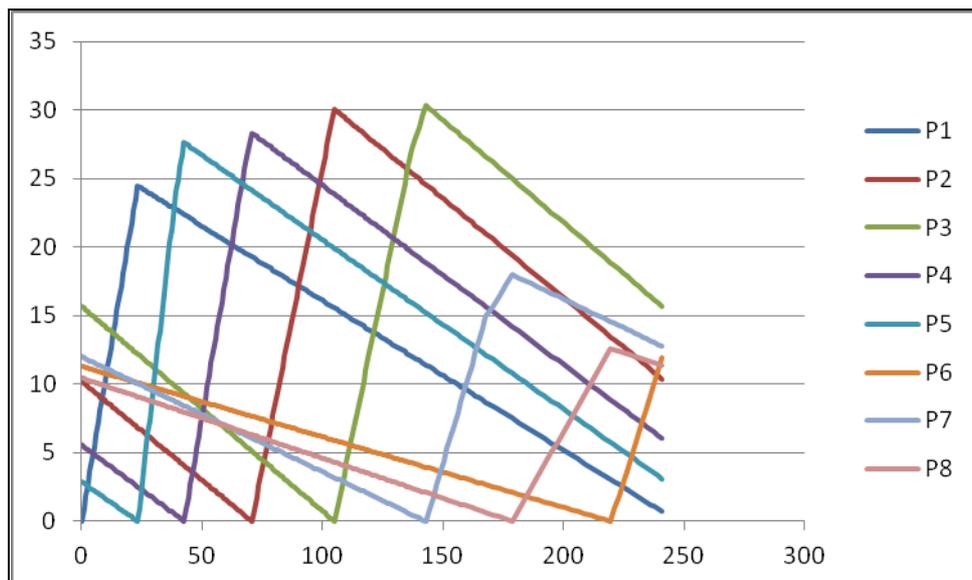


Figura V.20. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 9 (primera campaña de producto  $P_1$ )

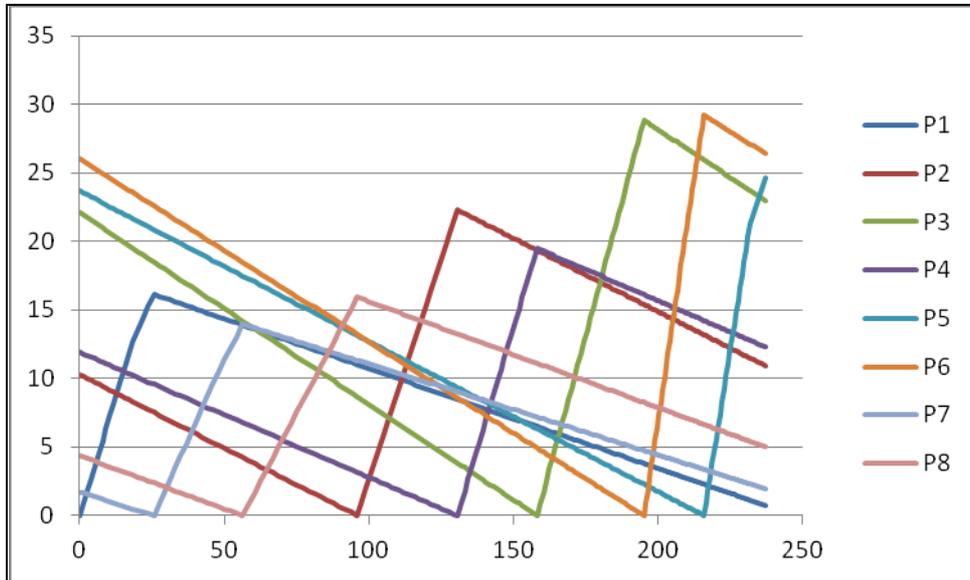


Figura V.21. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 10 (primera campaña de producto  $P_1$ )

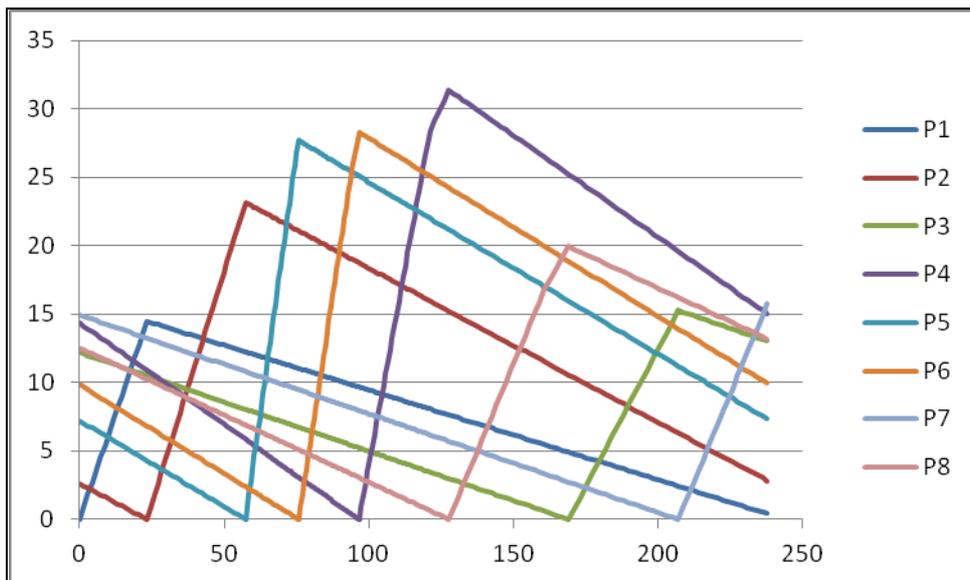


Figura V.22. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 11 (primera campaña de producto  $P_1$ )

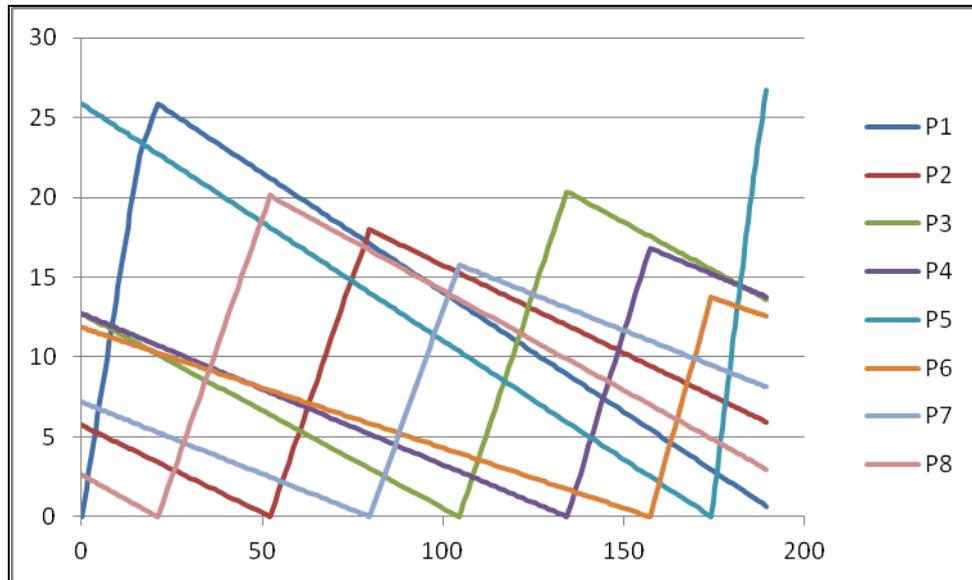


Figura V.23. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 12 (primera campaña de producto  $P_1$ )

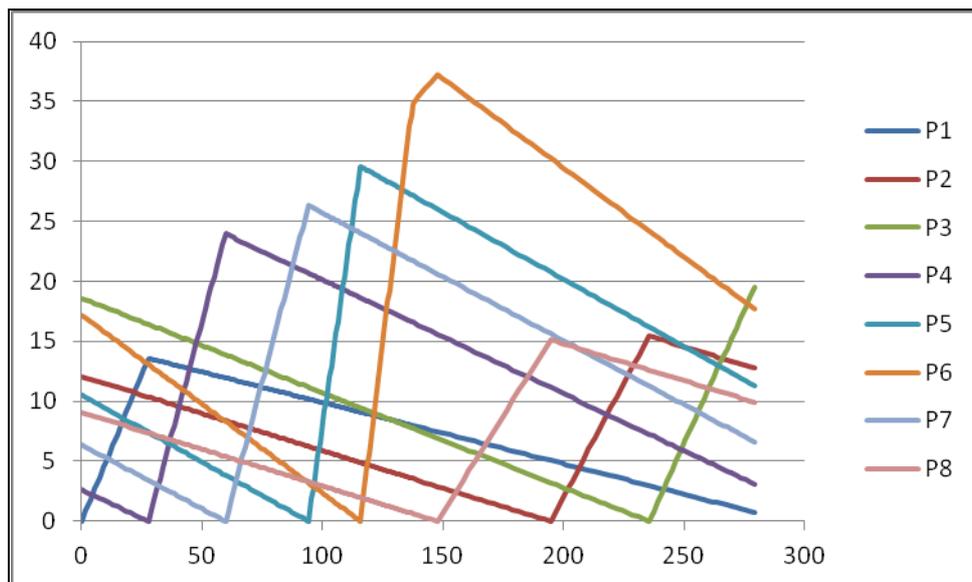


Figura V.24. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 13 (primera campaña de producto  $P_1$ )

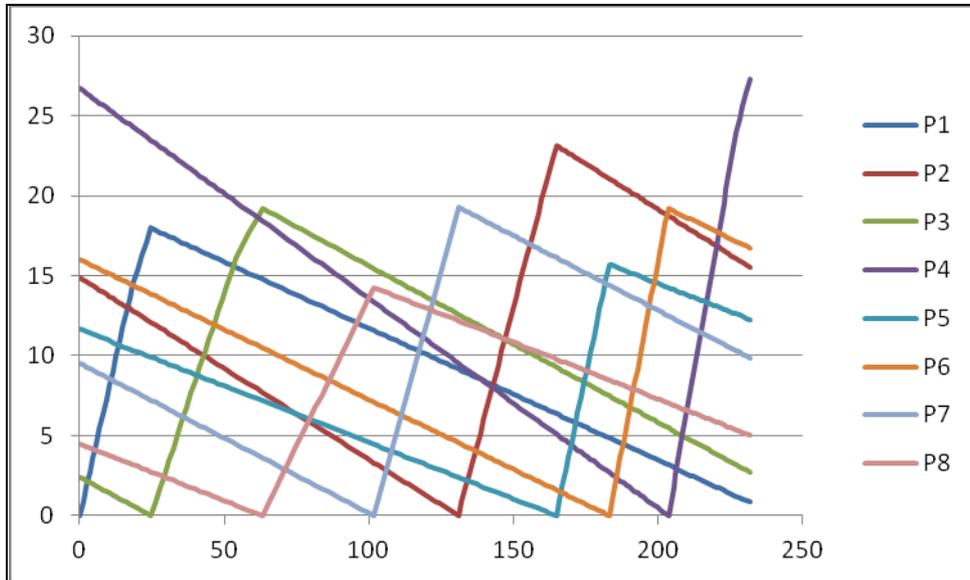


Figura V.25. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 14 (primera campaña de producto  $P_1$ )

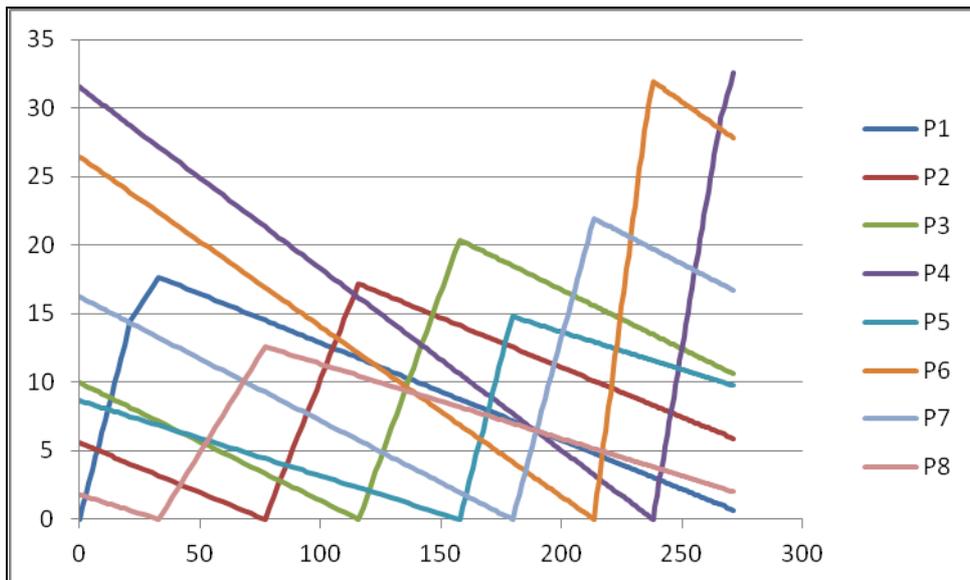


Figura V.26. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 15 (primera campaña de producto  $P_1$ )

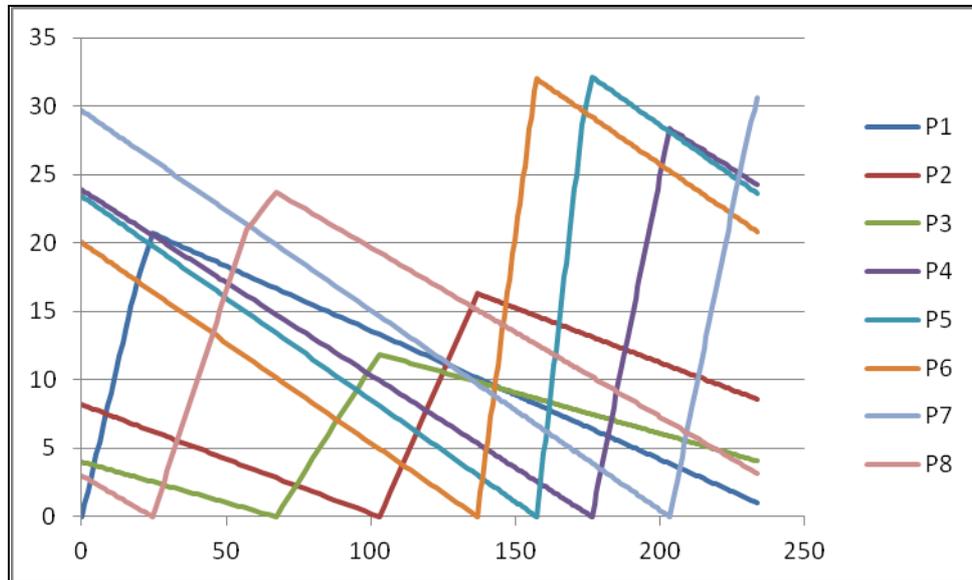


Figura V.27. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 16 (primera campaña de producto  $P_1$ )

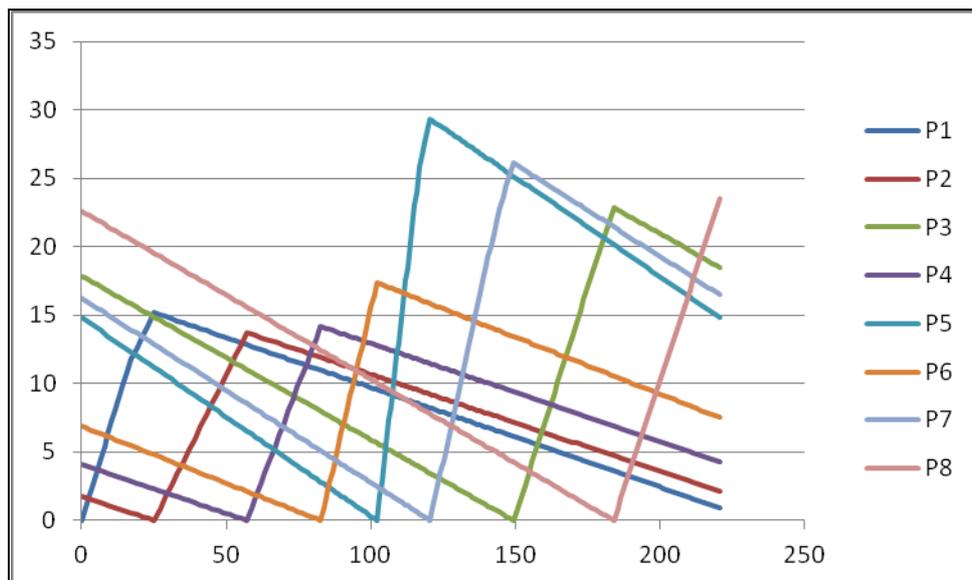


Figura V.28. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 17 (primera campaña de producto  $P_1$ )

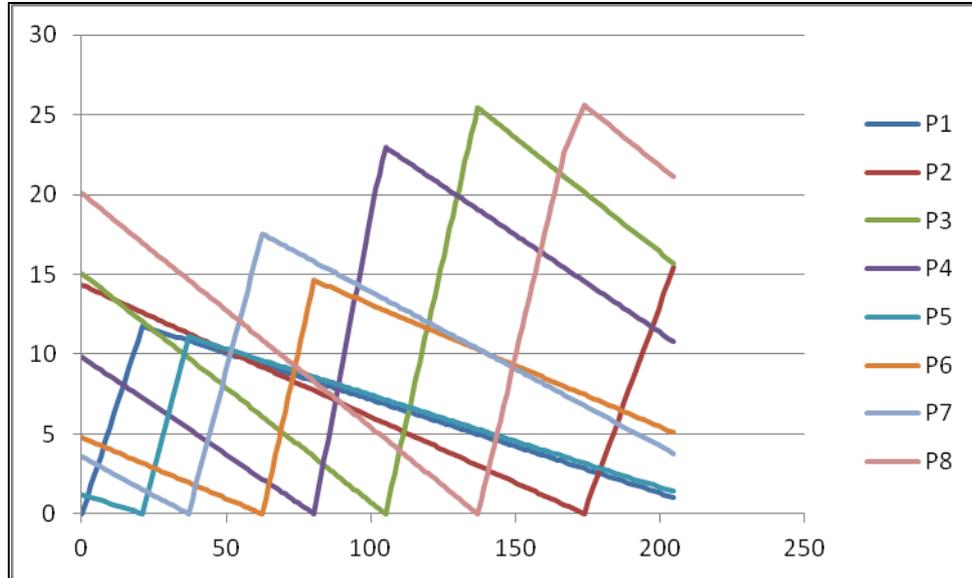


Figura V.29. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 18 (primera campaña de producto  $P_1$ )

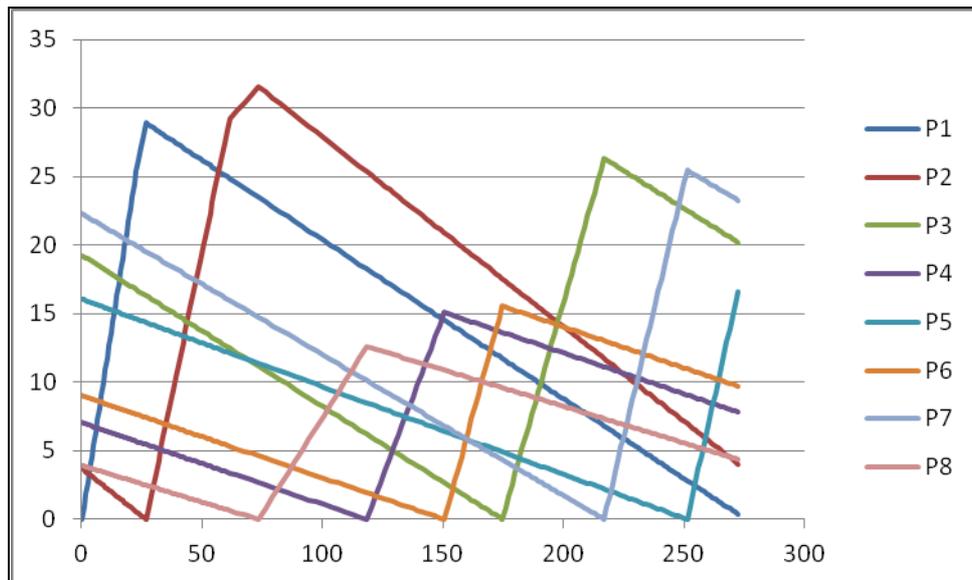


Figura V.30. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 19 (primera campaña de producto  $P_1$ )

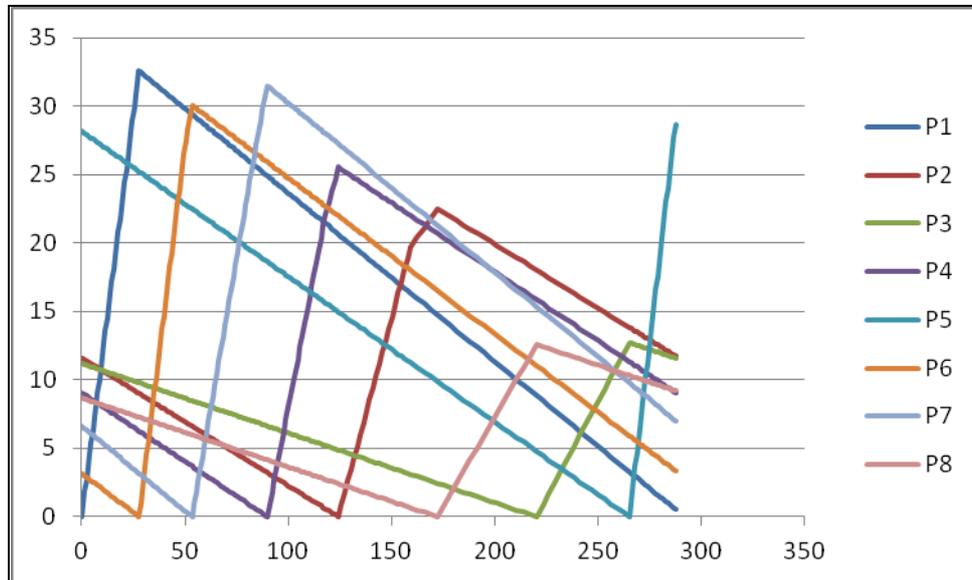


Figura V.31. Evolución del perfil de inventario a lo largo del ciclo productivo correspondiente al problema 20 (primera campaña de producto  $P_1$ )

### V.8 Conclusiones Preliminares

Se ha propuesto una estrategia de dos etapas que permite resolver satisfactoriamente el problema de dimensionamiento y posterior secuenciación de los lotes de diferentes productos en líneas de ensamble sincrónicas. En el primer paso, los lotes son dimensionados a través de la simplificación del funcionamiento de la línea a una única etapa y despreciando los tiempos de transición entre productos. Tales tamaños de lote pueden adoptar cualquier valor entero (mayor, menor o igual al número de estaciones).

Una vez obtenidos los tamaños de lote se propone un segundo paso que establece el orden en el cual los lotes pre-dimensionados se van a fabricar, a través de un modelo matemático basado en 'slots' de tiempo. Bajo la premisa de que los lotes se fabrican en forma 'monolítica' de una sola vez por ciclo a los efectos de minimizar el recambio de productos, se agrega un grupo de restricciones de corte que resultan sumamente eficientes para acelerar la convergencia a la solución óptima del problema.

El modelo se probó bajo las dos modalidades, con y sin tales restricciones de corte. En cualquier caso, el modelo funciona correctamente cuando se aplica a los Casos de estudio I, II y III, dando soluciones superadoras de aquellas obtenidas con las propuestas realizadas en los Capítulos III y IV.

En la primera modalidad, cuando el modelo bi-etapa da libertad a los distintos ítems a que sean ubicados de la manera más conveniente, lo cual lo hace combinatoriamente más complejo, vale mencionar que para el Caso I el valor de la función objetivo correspondiente a la solución entera no óptima resultó menor que su equivalente obtenido con el modelo paso-a-paso del Capítulo IV ( $38.53 \cdot 10^3$ \$/h vs.  $45.51 \cdot 10^3$ \$/h). Y para el Caso III los valores de función óptimos replicaron exactamente los valores encontrados al aplicar el mismo modelo paso-a-paso. Tras el agregado de la restricción de corte, no hubo inconvenientes en alcanzar optimalidad en tiempos de cómputo mucho más competitivos.

Cuando se intentó implementar la estrategia bi-etapa a problemas que tienden a generar longitudes de campaña mayores, el número de variables creció enormemente y la convergencia se hizo mucho más ardua, por lo que se buscó superar esta dificultad planteando un modelo equivalente en su objetivo para la segunda etapa, aunque basado en el concepto de campañas, que denominamos *bi-etapa alternativo*. Esta propuesta disminuyó drásticamente el número de variables del modelo. Nuevamente, vale aclarar que este último solo puede aplicarse siempre que las dimensiones de los lotes a producir igualen o superen a la cantidad de estaciones menos uno. Queda como trabajo futuro expandir el modelo basado en campañas al caso en que alguna de las "corridas" tenga menos ítems que el número de estaciones ( $m$ ) menos uno.

# **CAPÍTULO VI**

## **Síntesis y Discusión de Resultados**



## **VI.1 Resumen de las Estrategias Propuestas para la Operación Eficiente de Líneas de Ensamble Multiproducto**

En la operación de líneas de ensamble sincrónicas que procesan múltiples productos, con tiempos de ciclo diferentes para cada uno de ellos, es una meta primordial disminuir tanto los costos asociados al mantenimiento en inventario de productos terminados como aquellos vinculados al recambio de un tipo de producto a otro, en la secuencia de fabricación. Al adoptar un esquema de producción repetitivo o cíclico, surgen dos cuestiones que deben ser resueltas: las cantidades óptimas a producir de cada uno de los productos en cada ciclo (dimensionamiento económico de los lotes) y el orden en el cual los mismos se deben procesar a lo largo de la línea de ensamble. Para abordar ese problema se han presentado distintas metodologías que se resumen a continuación.

### **VI.1.1 Modelo Basado en Campañas**

El modelado basado en campañas es capaz de encontrar tanto los tamaños de lote o de campaña óptimos como la secuencia óptima en la cual tales campañas deben ser procesadas por la línea, de manera tal de minimizar la suma de los costos de mantenimiento en inventario y de recambio de un producto a otro, ambos por unidad de tiempo. Bajo esta premisa se ha desarrollado un modelo matemático mixto entero no lineal (MINLP) que tiene como suposiciones más restrictivas, primeramente, que todo tipo de productos se fabrique en una única campaña por ciclo y en segundo término, el hecho de no admitir más de dos campañas simultáneas residiendo en la línea. Esto último implica que las campañas deban tener un tamaño de lote superior o eventualmente igual al número de estaciones que posee la línea menos uno. No obstante estas limitaciones y el hecho de constituir un programa no lineal, no convexo, puesto a resolver múltiples problemas donde las campañas tienden a ser extensas se ha destacado por su desempeño para obtener buenos resultados en tiempos de cómputo muy bajos.

### **VI.1.2 Método General Paso-a-Paso Basado en 'Slots' de Tiempo**

La limitación acerca del número de campañas por ciclo, sumada a la imposibilidad de manejar campañas "cortas" en la línea de ensamble motivó la búsqueda de una nueva propuesta de modelado donde la variable de decisión más importante está dada por la asignación de una pieza de producto específico a una estación de trabajo en un 'slot' o paso de tiempo determinado. Esto implica un

seguimiento riguroso del ciclo productivo pieza por pieza y paso a paso en las sucesivas estaciones de la línea. El modelo matemático MINLP planteado en este caso es sumamente general, al punto que no solo sirve para líneas de ensamble multiproducto sino también para líneas donde los ítems de los diversos modelos pueden aparecer de manera entremezclada (comúnmente denominadas líneas mixtas, Boysen y colab., 2009). Las campañas que resultaren de este modelo no están limitadas ni en número ni en cantidad de ítems. Esta generalidad sin embargo trae aparejado un inconveniente importante motivado por la cantidad de variables de decisión involucradas, la cual es del orden de  $n \cdot m \cdot |TS|$ , donde  $|TS|$  es una sobreestimación del número total de piezas a ser producidas por ciclo,  $n$  es el número de productos y  $m$  es el número de estaciones.

### **VI.1.3 Estrategia de Resolución Bi-Etapa**

Si el modelo resumido en la sección previa pudiese resolverse hasta su completa finalización, garantizando la optimicidad global de la solución hallada, obtendría, sin duda, la mejor solución al problema de dimensionamiento y secuenciamiento en una línea de ensamble sincrónica, multiproducto. Pero la generalización lograda con el modelo referido demanda una gran cantidad de variables, que conlleva tiempos de resolución demasiado extensos. A los efectos de no perder las ventajas de este modelado se estudió la posibilidad de descomponer el problema en dos etapas. Es así que se distinguió una primera etapa bajo la suposición de sintetizar la línea en un único recurso simplificando temporariamente los costos de setup asociados, para obtener primeramente los tamaños económicos de lotes de productos. Con esos datos calculados se procede a resolver, como segundo paso, el modelo de secuenciamiento usando la representación paso a paso pero ahora conociendo de antemano las cantidades a elaborar de cada producto por ciclo. Esto aliviana sensiblemente el requerimiento computacional, no obstante, cuando los tamaños económicos de lote son sustancialmente grandes, el tiempo para alcanzar el óptimo puede ser importante. La incorporación de una restricción de corte que obliga a los lotes a ser procesados en forma monolítica resulta de suma utilidad, reduciendo drásticamente los tiempos de cómputo consumidos para los casos de estudio analizados. No obstante esta restricción, en los problemas de testeo generados aleatoriamente, con tamaños de lote muy por encima del número de estaciones, se formuló un modelo alternativo basada en campañas con tamaños de lote conocidos que permitió resolverlos de manera muy eficiente, ya que disminuyó

significativamente el número de variables involucradas. Sin embargo, esta última alternativa, que referenciamos como método bi-etapa alternativo, es aplicable siempre que los tamaños de los lotes sean mayores o iguales al número de estaciones menos uno.

Nos disponemos a efectuar un análisis comparativo de los resultados numéricos obtenidos tras la aplicación de todas las propuestas de modelado resumidas en este capítulo.

## VI.2 Estudio Comparativo de Resultados

### VI.2.1 Casos de Estudio I, II y III

A partir de la aplicación de los distintos modelos propuestos en esta tesis a los Casos de estudio I, II y III (presentados en la sección III.4.1 del Capítulo III) se han obtenido resultados utilizando distintos resolvers para problemas mixtos enteros no lineales (MINLP) que se pueden visualizar en la Tabla VI.1.

Tabla VI.1. Valores de función objetivo obtenidos con los diferentes resolvers (10<sup>3</sup>\$/h)

	Modelo basado en campañas	Modelo general paso a paso	Modelo bi-etapa sin restricciones de corte	Modelo bi-etapa con restricción de corte
Caso I (DICOPT)	39.45	N/E	N/E	38.24
Caso I (BARON)	39.03	45.51*	38.53*	38.24
Caso II (DICOPT)	19.86	N/E	N/E	19.49
Caso II (BARON)	19.86	19.46*	19.55*	19.49
Caso III (DICOPT)	12.36	8.90	8.90	8.90
Caso III (BARON)	12.26	8.90	8.90	8.90

N/E: Ninguna solución entera alcanzada

\*: Solución entera no óptima

Conociendo las características metodológicas de DICOPT (Viswanathan y Grossmann, 1990) y BARON (Tawarmalani y Sahinidis, 2005), es natural que este último obtenga valores objetivos mejores o iguales que aquellos logrados con el primero. Eso se evidencia en los tres casos para el enfoque basado en campañas.

Cuando se procede a aplicar el modelo general (paso-a-paso), una primera observación a realizar es que DICOPT no aparece como un algoritmo eficiente para su resolución. En los Casos I y II no encuentra ninguna solución factible en el tiempo máximo de cómputo permitido. En el caso del optimizador global (BARON), se espera que los resultados obtenidos con esta propuesta sean los mejores alcanzados ya que el modelo es capaz de indagar en todas las posibles combinaciones de secuencias y número de lotes. Sin embargo, por el gran esfuerzo de cómputo asociado, eso solo se puede ver en los Casos II (aún cuando no se llega a garantizar la optimalidad global de la solución en el tiempo máximo de cálculo permitido) y III, ya que en el Caso I la solución entera no óptima obtenida en el lapso permitido no resultó mejor que la sugerida por el método basado en campañas.

La aplicación del modelo bi-etapa pretende aliviar la carga computacional al modelo general (paso a paso), pre-estableciendo el tamaño de los lotes a través del cálculo previo del tamaño económico de lote. Aún así, se conserva del modelo general la complejidad de la obtención de disposición óptima de sus componentes en la secuencia de producción y un seguimiento riguroso de los inventarios. Por definición, no se deberían esperar mejores valores que los del modelo general. Sin embargo, para los Casos I y II, donde los tamaños de lote son significativamente grandes, la dificultad de cálculo del modelo paso a paso se evidencia de tal forma que en ninguno de los dos casos se alcanza optimalidad global, lográndose tan solo soluciones enteras. No sucede así en el Caso III, donde sí se logran soluciones óptimas con ambos resolvers en tiempos de cómputo bajos.

El agregado de la restricción de corte produce efectos beneficiosos para la convergencia en todos los casos. También vale destacar que, para todos los casos, el valor óptimo alcanzado con el modelo bi-etapa resultó mejor que los resultados del método basado en campañas.

Asimismo, vale notar que para el Caso III resuelto a optimalidad global con el método paso a paso (donde el tamaño y número de lotes no está prefijado), con el bi-etapa (independientemente de la restricción de corte), obtuvo soluciones bajo condiciones de óptimo cumplidas. La solución óptima fue la misma en valor de función objetivo, en la dimensión de los batches y en la secuencia de producción. Eso nos hace concluir que la solución encontrada por el modelo bi-etapa también es un óptimo global

del problema. Más aún, es la misma secuencia de producción encontrada con el método basado en campañas, aunque las longitudes son sensiblemente menores.

A los efectos de completar el análisis, en la Tabla VI.2, se reportan los valores exactos de la función objetivo que se obtienen a través del cálculo de post-procesamiento descrito en el Anexo A<sub>1</sub>, cuyo objetivo es concentrar todos los tiempos ociosos hacia el final del ciclo de producción.

Tabla VI.2. Valores exactos (post-procesados) de la función objetivo

	Modelo basado en campañas	Modelo general paso a paso	Modelo bi-etapa sin restricciones de corte	Modelo bi-etapa con restricción de corte
Caso I (DICOPT)	41.35	N/C	N/C	43.04
Caso I (BARON)	42.07	54.73	43.45	43.04
Caso II (DICOPT)	20.47	N/C	N/C	21.97
Caso II (BARON)	20.47	21.86	22.07	21.97
Caso III (DICOPT)	12.72	8.97	9.302	9.302
Caso III (BARON)	12.87	9.30	9.197	9.301

N/C: No corresponde cálculo por no encontrar ninguna solución entera factible

A partir de los valores exactos calculados a posteriori en el Caso III, el modelo bi-etapa también logra superar al modelo basado en campañas, con mejoras del 36% y 42% según se use DICOPT o BARON, respectivamente. En tanto que para los Casos I y II la diferencia en detrimento del modelo bi-etapa es menor al 7.3% respecto del modelo basado en campañas.

Por su parte, en la Tabla VI.3 se presentan los valores de tamaños de lote y tiempos de ciclo de producción para el modelo basado en campañas y el bi-etapa alternativo. En las columnas donde se reportan los tamaños de lote se distingue entre paréntesis cuál es el porcentaje del volumen total de unidades producidas en un ciclo que representa cada lote, y puede observarse que los porcentajes se conservan en valores similares, comparando ambas metodologías. En efecto, También puede notarse que se produce mayor cantidad del producto más demandado ( $P_1$ ), seguido por proporciones equivalentes de  $P_2$  y  $P_4$ , reservando para  $P_3$  el menor porcentaje. Es importante

considerar que los "rates" de demanda de los productos, en todos los casos, guardan una proporción igual a 37.5%, 25%, 12.5% y 25% para los productos  $P_1$  a  $P_4$ , respectivamente. El carácter entero de los tamaños de lote hace que en ciertos casos la proporción de producción difiera levemente respecto de la demanda.

Tabla VI.3. Principales valores obtenidos con el modelo basado en campañas y el bi-etapa con restricciones de corte

Modelo basado en campañas										
Caso/Resolvidor	$n_{P1}$ (u)	$n_{P2}$ (u)	$n_{P3}$ (u)	$n_{P4}$ (u)	Nro. total de piezas fabricadas por ciclo	Secuencia óptima				$T$ exacto (h)
Caso I (DICOPT)	15 (37.5%)	10 (25%)	5 (12.5%)	10 (25%)	40	$P_3$	$P_4$	$P_2$	$P_1$	30.5
Caso I (BARON)	18 (37.5%)	12 (25%)	6 (12.5%)	12 (25%)	48	$P_4$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	36.5
Caso II (DICOPT, BARON)	9 (34.6%)	6 (23.1%)	5 (19.2%)	6 (23.1%)	26	$P_4$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	19.25
Caso III (DICOPT)	9 (34.6%)	6 (23.1%)	5 (19.2%)	6 (23.1%)	26	$P_2$	$P_4$	$P_3$	$P_1$	19.25
Caso III (BARON)	9 (34.6%)	6 (23.1%)	5 (19.2%)	6 (23.1%)	26	$P_4$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	19.25
Modelo bi-etapa con restricciones de corte										
Caso/Resolvidor	$n_{P1}$ (u)	$n_{P2}$ (u)	$n_{P3}$ (u)	$n_{P4}$ (u)	Nro. total de piezas fabricadas por ciclo	Secuencia óptima				$T$ exacto (h)
Caso I (DICOPT, BARON)	19 (36.5%)	13 (25%)	7 (13.5%)	13 (25%)	52	$P_4$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	39.475
Caso II (DICOPT, BARON)	10 (35.7%)	7 (25%)	4 (14.3%)	7 (25%)	28	$P_4$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	21.475
Caso III (DICOPT)	3 (37.5%)	2 (25%)	1 (12.5%)	2 (25%)	8	$P_3$	$P_4$	$P_2$	$P_1$	6.35
Caso III (BARON)	3 (37.5%)	2 (25%)	1 (12.5%)	2 (25%)	8	$P_3$	$P_4$	$P_2$	$P_1$	6.35

La búsqueda de la secuencia óptima está relacionada con los costos de transición en los que se incurre al ingresar un nuevo lote de producto  $i'$  mientras se está procesando el producto  $i$ . Si vemos, por ejemplo, el cálculo de su valor para el Caso I resuelto con el modelo basado en campañas usando el resolvidor DICOPT, cuya secuencia óptima se observa en la Tabla VI.3, resulta que es igual a \$760 por ciclo productivo a partir de sumar los valores  $t_{CP3,P4}$ ,  $t_{CP4,P2}$ ,  $t_{CP2,P1}$  y  $t_{CP1,P3}$ , reportados en la Tabla III.2 del Capítulo III. La secuencia busca favorecer especialmente las transiciones

$P_1-P_3$  y  $P_4-P_2$ , comparativamente bajas frente al resto. Asimismo, el modelo evita las transiciones  $P_1-P_4$  y  $P_4-P_1$ , que conlleva un cambio mayor en los tiempos de ciclo (ver Tabla III.1 del Capítulo III). El valor de costo de transición es el mismo en el Caso I tanto para las soluciones obtenidas con el modelo basado en campañas como aquellas logradas con el modelo bi-etapa con restricciones de corte. En tanto, para el Caso II el costo de transición en el óptimo es de \$190 por ciclo, utilizando cualquiera de las estrategias de solución. Para el Caso III, resuelto con el modelo basado en campañas y el resolvidor DICOPT, se infiere un costo de transición de \$40 por ciclo, mientras que el mismo caso con resolvidor BARON o aplicando la estrategia bi-etapa con restricciones de corte, deriva en un costo de transición de \$38 por ciclo de producción.

También se puede observar que la duración de los ciclos productivos totales es mayor para las soluciones de los Casos I y II obtenidas tras aplicar la estrategia bi-etapa con restricciones de corte que para aquellas logradas con el modelo basado en campañas. Ocurre lo contrario con el Caso III. Vale aclarar que la duración del ciclo total de producción está directamente relacionada con el número de piezas fabricadas durante el mismo, esto es, con la suma de los tamaños de lote.

### **VI.2.2 Problemas de Mayor Tamaño**

Cuando el grupo de problemas generados en forma aleatoria se resuelve utilizando el método basado en campañas y el bi-etapa alternativo, es importante destacar que ninguna de las dos metodologías garantizan la optimicidad de las soluciones. Nuevamente, corresponde hacer la salvedad de que en el primero se dimensiona y secuencia simultáneamente, en tanto que en el otro se dimensiona con un tamaño de lote económico y luego se hace el secuenciamiento. Al analizar la diferencia nominal entre los valores de función objetivo, cuyos resultados se pueden apreciar en la penúltima columna de la Tabla VI.4, claramente se distinguen mejoras y desmejoras de una metodología respecto a la otra. Específicamente, en 15 de los 20 problemas se obtienen resultados mejores con el método basado en campañas, mientras que el método bi-etapa alternativo supera los resultados del modelo basado en campañas en el resto de los casos. Sin embargo, cuando se calcula el porcentaje de desmejora respecto del valor más bajo de función obtenido en ambos casos, definido según la expresión dada por la fórmula VI.1, los mismos varían entre un mínimo de 0.19% y un máximo de 2.27%.

Esto refleja que las soluciones podrían considerarse prácticamente "equivalentes" en términos de función objetivo.

$$Diferencia(\%) = 100 \frac{|FO_{BC} - FO_{BE}|}{\min(FO_{BC}, FO_{BE})} \quad \text{VI.1}$$

Tabla VI.4. Valores de función objetivo y de las duraciones de los ciclos productivos totales para los 20 problemas abordados en los Capítulos III y V

Problema	Modelo Basado en Campañas (BC)		Modelo Bi-Etapa Alternativo (BE)		Diferencia nominal entre $FO_{BC}-FO_{BE}$	Diferencia porcentual (%)
	Función Objetivo (\$/h)	Longitud del ciclo productivo total (h)	Función Objetivo (\$/h)	Longitud del ciclo productivo total (h)		
Prob-1	138.69	205.572	141.846	276.209	-3.156	2.27557863
Prob-2	122.99	223.754	120.324	216.351	2.666	2.21568432
Prob-3	141.47	251.256	143.996	283.552	-2.526	1.78553757
Prob-4	139.38	231.385	141.430	267.353	-2.05	1.47079925
Prob-5	145.16	197.521	146.139	213.915	-0.979	0.67442822
Prob-6	140.47	178.696	141.882	216.492	-1.412	1.00519684
Prob-7	135.90	168.291	136.310	227.752	-0.41	0.30169242
Prob-8	119.86	201.931	120.514	259.832	-0.654	0.54563658
Prob-9	151.17	233.201	152.247	240.884	-1.077	0.71244295
Prob-10	131.79	203.214	132.338	236.954	-0.548	0.41581304
Prob-11	140.09	166.162	139.281	237.772	0.809	0.58084017
Prob-12	133.30	169.640	132.999	189.414	0.301	0.22631749
Prob-13	135.76	239.601	138.808	279.102	-3.048	2.24513848
Prob-14	128.93	208.506	129.175	231.567	-0.245	0.1900256
Prob-15	137.65	254.139	139.275	271.191	-1.625	1.18053033
Prob-16	155.45	217.774	157.288	233.489	-1.838	1.18237375
Prob-17	139.17	177.609	139.487	220.622	-0.317	0.22777898
Prob-18	122.34	213.792	120.540	204.654	1.8	1.49328024
Prob-19	134.85	277.054	134.359	272.357	0.491	0.36543886
Prob-20	150.88	255.540	153.797	287.359	-2.917	1.9333245

Si se compara el número de piezas por ciclo sugerido por el modelo basado en campañas del Capítulo III y por el modelo bi-etapa alternativo presentado en el Capítulo V, los valores totales para un caso y el otro difieren hasta en un 44%, tal como se muestra en la Tabla VI.5. Puede observarse que en solo 3 de los 20 problemas la cantidad económica total sugerida en el primer paso del modelo bi-etapa está por debajo de aquella obtenida por el método basado en campañas. Esto estaría indicando que el modelo bi-etapa tiende a sobreestimar el tamaño de las campañas aunque el impacto en la función objetivo no es tan importante. Este comportamiento es típico de las funciones de costo asociadas al dimensionamiento de lotes, que crecen más suavemente hacia mayores valores de tamaños de los lotes, como se esboza en la Figura VI.1.

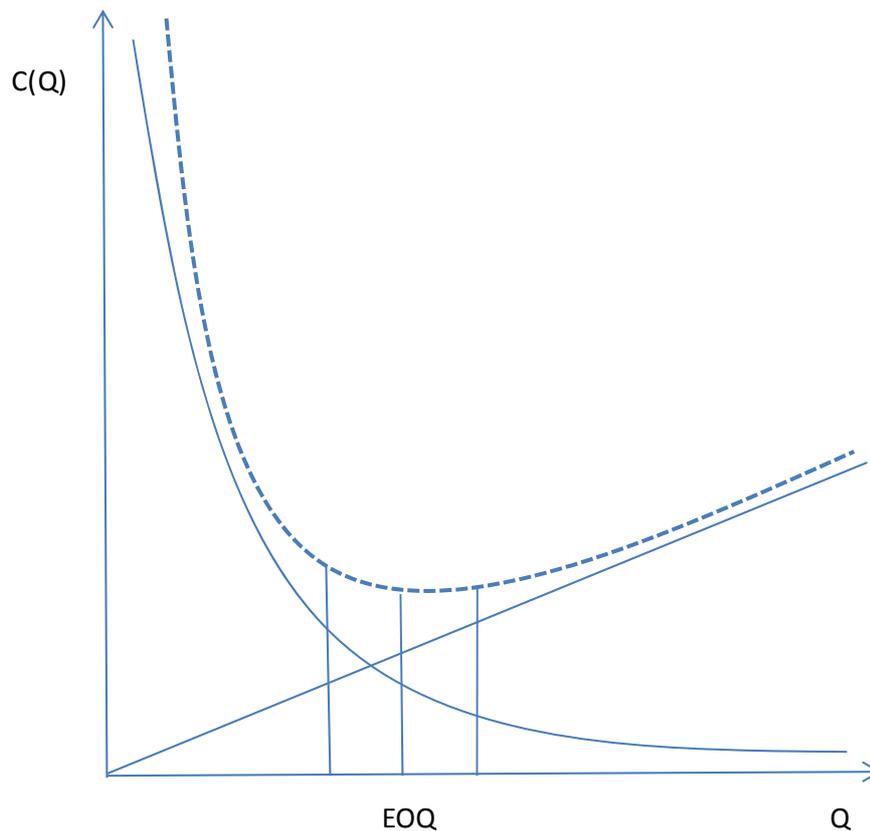


Figura VI.1. Comportamiento clásico de la función de costos versus tamaño económico de lote

Tabla VI.5. Tabla comparativa del total de piezas fabricadas según el modelo basado en campañas simultáneo y el bi-etapa alternativo

<b>Problema</b>	<b>Modelo Basado en Campañas (BC)</b>	<b>Modelo Bi-Etapa Modificado (BE)</b>
Prob-1	158	214
Prob-2	174	168
Prob-3	187	212
Prob-4	170	197
Prob-5	182	198
Prob-6	161	196
Prob-7	145	197
Prob-8	140	181
Prob-9	201	209
Prob-10	166	194
Prob-11	139	200
Prob-12	160	179
Prob-13	174	205
Prob-14	159	178
Prob-15	177	192
Prob-16	206	222
Prob-17	148	185
Prob-18	174	166
Prob-19	199	197
Prob-20	198	222

Se procede en el capítulo siguiente a efectuar las conclusiones finales de la tesis.

# **CAPÍTULO VII**

## **Conclusiones Finales y Trabajos Futuros**



### **VII.1 Aportes Principales de la Tesis**

A lo largo de la presente tesis se han desplegado, primeramente, los conocimientos básicos asociados a líneas de ensamble que procesan ya sea uno solo como múltiples productos. Los trabajos relevantes se enfocan mayoritariamente en el problema de balanceo de las líneas de ensamble, el cual tiene como objetivo distribuir la carga de trabajo de manera equitativa entre las estaciones. Tanto sea para aumentar la productividad del sistema con una inversión dada, como para minimizar la inversión requerida, dado un determinado ritmo de producción, el problema de decisión, en cualquier caso, es el de la asignación de tareas a estaciones, respetando las restricciones de precedencia del proceso, y algunas otras restricciones eventuales. Ese problema de asignación es de naturaleza combinatoria, y posee múltiples óptimos alternativos, por lo que ha atraído la atención de muchos investigadores del área. Se han desarrollado diferentes técnicas de resolución, que van desde múltiples metodologías heurísticas a modelos exactos.

En segundo lugar, se ha presentado, en forma resumida, la evolución a lo largo de muchas décadas del problema de dimensionamiento de lotes y secuenciación de productos en líneas de ensamble mixtas. El problema despierta particular interés en el área de ingeniería industrial, pues busca determinar los tamaños de lote óptimos que minimizan la suma de costos relacionados al mantenimiento de productos en inventario y los asociados al lanzamiento de nuevas campañas (transiciones) determinando con qué frecuencia deben ser producidas. Cuando el problema de dimensionamiento de lotes involucra múltiples productos, se hace mucho más complejo porque hay un uso compartido del recurso productivo y debe evitarse la superposición de su utilización. Pero al mismo tiempo, se debe propender a un uso pleno del mismo, evitando tiempos ociosos.

Se han presentado múltiples enfoques propuestos en la literatura para abordar el problema, tanto de dimensionamiento económico de lotes como el de su agendamiento cuando se procesan varios modelos. También se han mostrado las particularidades que presentan las diferentes formas de agrupamiento de los recursos de producción. Nuestro interés está centrado en resolver ese problema cuando se deben procesar múltiples productos en una línea de ensamble sincrónica, persiguiendo el objetivo de minimizar simultáneamente los costos de mantenimiento en inventario de productos terminados y

los de recambio de productos. En la revisión bibliográfica se han reconocido propuestas efectivas, pero que se basan en valores promedio ya sea de los tiempos de procesamiento como de las tasas de consumo de partes y de producción, lo cual puede traer inconvenientes operativos cuando los valores reales están por encima o por debajo de tales promedios. También son valiosos los principios presentados por Burns y Daganzo (1987), quienes se aproximan en gran medida a esta cuestión que nos ocupó durante el desarrollo de esta tesis, aunque como su resolución se limita a un cálculo muy simple, constituyendo tan solo una rutina de clasificación fue de sumo interés trabajar en la búsqueda de formas más sistemáticas, rigurosas y eficientes de modelado y resolución.

Se desarrolló, en consecuencia, en el Capítulo III un novedoso modelo basado en campañas que permite encontrar simultáneamente las dimensiones de los lotes y su agenda de producción de manera tal que se obtengan sus valores óptimos para el objetivo planteado. El modelo es muy eficiente, pero está sujeto a la restrictiva hipótesis de trabajar con tamaños de campañas de los productos con valores mayores o iguales al número de estaciones menos uno, ya que presenta la incapacidad de modelar la coexistencia de más de dos productos en diferentes estaciones de la línea.

Por lo tanto, en el Capítulo IV se propuso un modelado matemático más detallado que replica el funcionamiento de la línea con mayor precisión, superando aquella restricción del modelo basado en campañas. Más aún, el nuevo modelo no está circunscripto a una única campaña monolítica por producto en cada ciclo, sino que permite multiplicar el número de corridas y adoptar tamaños diferentes para las mismas. Si bien el modelo ha superado las citadas limitaciones de la propuesta basada en campañas, aparece ahora la desventaja de que es altamente demandante de recursos computacionales, por el alto número de variables binarias involucradas, y por el desconocimiento que se tiene de la cantidad exacta de 'slots' o pasos que deberían activarse en el óptimo del problema. Sensiblemente más grave es esta cuestión cuando la longitud óptima de las campañas tiende a ser mayor.

De igual modo, y claramente, el posicionamiento óptimo de los ítems de los distintos productos que determinarán la mejor secuencia de producción cíclica en la línea es NP-arduo. A los efectos de superar esta nueva dificultad se propuso una estrategia de dos etapas que permite resolver satisfactoriamente el problema de

dimensionamiento y posterior secuenciación de los lotes de diferentes productos en líneas de ensamble sincrónicas. En el primer paso, los lotes son dimensionados a través de la simplificación del funcionamiento de la línea a una única etapa y despreciando los tiempos de transición entre productos. Tales tamaños de lote pueden adoptar cualquier valor entero (mayor, menor o igual al número de estaciones).

Una vez obtenidos los tamaños de lote se propone un segundo paso que establece el orden en el cual los ítems de los lotes pre-dimensionados se van a fabricar, a través de un modelo matemático basado en 'slots' de tiempo. Bajo la premisa de que los lotes se fabrican en forma 'monolítica' (de una sola vez por ciclo) a los efectos de minimizar el costo por recambio de productos, se agrega un grupo de restricciones de corte que resulta sumamente eficiente para acelerar la convergencia a la solución óptima del problema. El modelo bi-etapa se probó bajo las dos modalidades, sin tales restricciones de corte y con el agregado de las mismas, funcionando correctamente bajo las dos circunstancias, aunque con mejores tiempos de respuesta para esta última opción.

Cuando se intentó implementar la estrategia bi-etapa a problemas que tienden a generar longitudes de campaña mayores, el número de variables creció enormemente y la convergencia se hizo mucho más ardua, por lo que se buscó superar esta dificultad planteando un modelo equivalente en su objetivo para la segunda etapa, que denominamos *bi-etapa alternativo*. El nuevo modelo disminuyó drásticamente el número de variables de decisión del mismo, aunque, vale aclarar, que esta última propuesta solo puede aplicarse siempre que las dimensiones de los lotes a producir iguallen o superen a la cantidad de estaciones menos uno.

## **VII.2 Contribuciones de la Tesis a la Resolución de Problemas Reales**

En el año 2009 un grupo de alumnos de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ingeniería Química se entrevistó con algunos profesores de su carrera para plantear la necesidad de cubrir aspectos teóricos y prácticos de líneas de ensamble, ya que estaban desarrollando su proyecto final en una empresa de la región que fabrica acoplados y semirremolques en una línea multiproducto. Los alumnos consideraban que ese enfoque podía resultar favorable para el abordaje de las problemáticas que se presentaban en la planta. Esa área de vacancia académica se suscitó en función de haberse reducido las

horas destinadas a la materia "Diseño de operaciones e instalaciones industriales", lo cual se tradujo en la eliminación del tema "Líneas de ensamble", cuyo docente a cargo era el Dr. Jaime Cerdá. A partir de este requerimiento se empezó a plasmar un intercambio muy productivo con la pyme y entre los distintos docentes involucrados.

Concretamente, en la empresa Sola y Brusa S.A. (Franck, prov. de Santa Fe) se comenzó con el estudio de una línea de ensamble sincrónica que produce dos familias de productos (A y B) para la industria del transporte en Argentina. Los casos de estudio I, II y III presentados en esta tesis se generaron a partir de este caso real. La línea abarca 5 estaciones con dos operarios en cada una de ellas. Ambos modelos difieren principalmente en su longitud (9 m vs. 13 m), resultando en un tiempo de ciclo mayor para el remolque largo (B). Esta cuestión ha llevado a los planificadores a adoptar campañas de productos relativamente extensas ( $80_A - 32_B$ ) de manera de reducir los tiempos de transición y los costos de cambio. Sin embargo, el área financiera de la compañía observó que esta estrategia resultaba en costos de mantenimiento en inventario extremadamente grandes debido a los altos niveles de stocks de productos finales y de materiales intermedios (semi-elaborados). Por razones de confidencialidad, omitimos los detalles de operaciones, métodos y tiempos involucrados.

Después de aplicar el modelo presentado en el Capítulo III encontramos que, reduciendo la duración de la campaña a menos de la mitad del valor actual (de  $80_A - 32_B$ : 400 h, a  $35_A - 14_B$ : 175 h) se logran importantes ahorros, por un monto de 182,000 \$/año (una reducción del 23.6%). Aunque los costos de transición crecieron a 159,000 \$/año, los costos de inventario se reducen en 341,000 \$/año (257,000 \$/año a partir de la reducción del stock de producto final y 84,000 \$/y debido a la reducción del stock de semi-elaborados). Usando GAMS/BARON 11.3.0 la solución óptima se encuentra en 2.46 seg. de CPU, con un valor de función objetivo de 251.98 \$/h (590,000 \$/año). En este caso, el modelo MINLP abarca solo 36 variables (9 enteras) y 43 restricciones, con términos bilineales que tienen en cuenta el componente de costo de mantenimiento en inventario en la función objetivo.

Vale destacar también que como efecto adicional se concretó el dictado de un curso semestral de carácter optativo para estudiantes de Ingeniería Industrial denominado "Herramientas avanzadas para el diseño y operación de líneas de

producción y ensamble" que tiene, desde el inicio, una positiva repercusión entre los alumnos. La docente responsable del curso es la autora de esta Tesis.

### VII.3 Conclusiones Finales

En esta tesis nos hemos abocado a estudiar el problema de dimensionamiento de campañas, el secuenciamiento y la programación de las mismas en una línea de ensamble sincrónica, multiproducto. El objetivo es minimizar el costo total por unidad de tiempo, abarcando en ese valor tanto los costos de mantenimiento en stock como los de cambio de producto. Se han presentado modelos matemáticos y estrategias de resolución con diferentes suposiciones a los efectos de resolver el objetivo establecido. La experiencia que hemos acumulado estudiando este problema nos permite deducir las siguientes conclusiones finales:

- a) La utilización del modelo basado en campañas es muy eficiente y recomendado cuando se busca optimizar simultáneamente la dimensión de las corridas y su secuenciamiento. No obstante, debe tenerse en cuenta que las campañas tendrán siempre longitudes mayores o iguales al número de estaciones,  $m$ , menos uno, lo cual puede ser inconveniente si los costos de inventario son comparativamente altos frente a los costos de transición.
- b) La ecuación de cálculo de los tamaños económicos de lote  $n_i = \lceil r_i T^* \rceil$ , con  $T^*$  dado por la ecuación III.5, constituye una herramienta de gran valor, previo a la resolución del problema. Si al aplicar la fórmula, todos los tamaños de lote son claramente mayores a  $m-1$ , entonces el modelo basado en campañas con optimización simultánea (lote-secuencia) ó el bi-etapa alternativo (lote fijo-secuencia) son las opciones más indicadas para llevar adelante.
- c) Si al aplicar la fórmula del lote económico, todos los tamaños de lote son menores que  $m-1$ , siendo  $m$  un número relativamente pequeño, entonces se puede usar el modelo general con el número de 'slots' tentativo ( $|TS|$ ) levemente superior al total de ítems que acumula la suma de los tamaños de lotes económicos.
- d) En cualquier otro caso, el modelo bi-etapa propuesto en esta tesis es la opción más recomendada, pues demuestra desempeños muy buenos en tiempos de cómputo aceptables para su aplicación al ámbito industrial.

#### **VII.4 Trabajos Futuros**

Hay algunas cuestiones que quedan pendientes y que se podrían desarrollar a partir de lo expuesto. En relación al modelo paso a paso, sería interesante analizar si se puede generar un grupo de restricciones que tenga un efecto similar al "encolumnamiento" que producen las inecuaciones de corte planteadas en el modelo bi-etapa.

También merece estudiarse la sensibilidad de la secuencia de fabricación cuando se producen cambios en el patrón de demanda de los productos, y ante eventuales modificaciones en los costos de transición, por cuestiones derivadas de sustituciones tecnológicas en las estaciones, procesos de aprendizaje, adaptaciones y nuevos diseños, entre otras.

# **ANEXOS**



# ANEXO A<sub>1</sub>

## Algoritmos de post-procesamiento de resultados obtenidos para cada uno de los modelos propuestos

### A) Post-procesamiento de los resultados del modelo simultáneo basado en campañas

\* En P\_J(j) es un vector que tiene en sus elementos el nro del producto que se procesa en la estación que indica la posición j

```
P_JV('j1')=1;
```

```
P_JV('j2')=1;
```

```
P_JV('j3')=1;
```

```
P_JV('j4')=1;
```

```
P_JV('j5')=1;
```

```
contadorslots=0;
```

```
loop(i$(ord(i)<=card(i)),
```

```
  loop(p,
```

```
    if(NP.l(i,p)>0,
```

```
      vlo=contadorslots+1;
```

```
      vup=contadorslots+NP.l(i,p)$ (ord(i)<=card(p)+1) ;
```

```
      loop(time$(ord(time) le (vup+0.1) and ord(time) ge (vlo-0.1)),
```

```
        batchesjuntos(time)=ord(p);
```

```
      );
```

```
      contadorslots=contadorslots+NP.l(i,p);
```

```
    );
```

```
  );
```

```
);
```

```
loop(pp,
```

```
  STOCK_exacto('T1',pp)=0;
```

```
);
```

```
tiempo_acum=0;
```

```
loop(time$(batchesjuntos(time)>0)$ (ord(time) > card(j))),
```

```
  for(w=m downto 2,
```

```
    loop(jj$(abs(ord(jj)-w)<0.1),
```

```
      P_JN(jj)=P_JV(jj-1);
```

```
    );
```

```
  );
```

```
  P_JN('j1')=batchesjuntos(time);
```

```
loop (pp$(abs(ord(pp)-batchesjuntos(time))<0.1),
```

```
  CTMAX=1/pr(pp)*.9;
```

```
);
```

```
  loop(j$(ord(j) >1),
```

```
    loop(p2$(abs(ord(p2) - P_JN(j))<0.1),
```

```
      if( 1/pr(p2)*.9 > CTMAX,
```

```
        CTMAX=1/pr(p2)*.9;
```

```
      );
```

```

    );
    );

    tiempo_acum=tiempo_acum+CTMAX;
    tiempo(time)=tiempo_acum;
    loop(pp,
        STOCK_exacto(time,pp)= (SIN.l(pp,'i2'))$(ord(time)=card(j)+1) - r(pp)*CTMAX + 1$(abs(P_JN('j5')-
ord(pp) )<0.1) +
        (STOCK_exacto(time-1,pp))$(ord(time)>1);
    );

    loop(jj,
        P_JV(jj)=P_JN(jj);
    );
    );

```

\* Calculo exacto del costo de inventario

```

CostoTotalInvPostProcesado=0;
loop(p,
    CostoInvPostprocesado(p)=(SIN.l(p,'i2')+stock_exacto('t6', p))*tiempo('t6')/2;
    loop(tm1$(ord(tm1)>card(j)+1)$ord(tm1) <= contadorslots+1)),
        CostoInvPostprocesado(p)=CostoInvPostprocesado(p)+
            ( (stock_exacto(tm1,p)+stock_exacto(tm1-1,p))*(tiempo(tm1)-tiempo(tm1-
1))*0.5)$ord(tm1) <=contadorslots)+
            ( (TFinal.l-tiempo(tm1-1))*0.5*(2*stock_exacto(tm1-1,p)-(TFinal.l-tiempo(tm1-1))*r(p))
)$ord(tm1) > contadorslots);
    );
    CostoInvPostprocesado(p)=CostoInvPostprocesado(p)*ic(p);
    CostoTotalInvPostProcesado=CostoTotalInvPostProcesado+ CostoInvPostprocesado(p);
    );
display CostoTotalInvPostProcesado;
CostoTotalTransicion=0;
loop(i,
    CostoTotalTransicion=CostoTotalTransicion+50*TCost.l(i);
    );
CostoTotalPostProcesado=(CostoTotalInvPostProcesado+CostoTotalTransicion)/TFinal.l;

```

*B) Post-procesamiento de resultados obtenidos con el modelo paso-a-paso*

\* En P\_J(j) es un vector que tiene en sus elementos el nro del producto que se procesa en la estacion que indica la posicion j (cdo las campanias son mas cortas que el nro de estaciones)

```

loop(p,
    if(y.l(p,'j1','t1')>0.5,
        P_JV('j1')=ord(p);
    );
);
loop(p,
    if(y.l(p,'j2','t1')>0.5,
        P_JV('j2')=ord(p);
    );
);
loop(p,
    if(y.l(p,'j3','t1')>0.5,

```

```

    P_JV('j3')=ord(p);
  );
);
loop(p,
  if(y.l(p,'j4','t1')>0.5,
    P_JV('j4')=ord(p);
  );
);
loop(p,
  if(y.l(p,'j5','t1')>0.5,
    P_JV('j5')=ord(p);
  );
);

scalar TS;
loop(t,
  if(w.l(t) < 0.5,
  IFinal(p)=Inv.l(p,t);
  ));
loop (t,
  if(w.l(t) > 0.5,
  TS=ord(t);
  ));

Loop(t,
  loop(p$(y.l(p,'j1',t) gt 0.5)$w.l(t) gt 0.5)),
  batchesjuntos(t)=ord(p););
);

loop(pp,
  STOCK_exacto('T1',pp)=0;
);

  loop(jj,
    P_JN(jj)=P_JV(jj);
  );

tiempo_acum=0;
loop(t$(batchesjuntos(t)>0),

  loop (pp$(abs(ord(pp)-batchesjuntos(t))<0.1),
    CTMAX=1/pr(pp)*alfa;
  );

  loop(j$(ord(j) >1),
  loop(p2$(abs(ord(p2) - P_JN(j))<0.1),
    if( 1/pr(p2)*alfa> CTMAX,
      CTMAX=1/pr(p2)*alfa;
    );
  );
);

tiempo_acum=tiempo_acum+CTMAX;

```

```

tiempo(t)=tiempo_acum;
loop(pp,
  STOCK_exacto(t,pp)= (IFinal(pp))$(ord(t)=1) - r(pp)*CTMAX + 1$(abs(P_JN('j5')-ord(pp) )<0.1) +
  (STOCK_exacto(t-1,pp))$(ord(t)>1);
);

for(ww=m downto 2,
  loop(jj$(abs(ord(jj)-ww)<0.1),
    P_JN(jj)=P_JV(jj-1);
  );
);
P_JN('j1')=batchesjuntos(t+1);

loop(jj,
  P_JV(jj)=P_JN(jj);
);

* Calculo del costo promedio EXACTO

CostoTrans=0;
loop(t,
  CostoTrans=CostoTrans+TCost.l(t);
);
CostoTrans=200*CostoTrans;

loop(t$(abs(ord(t)-TS)<0.1),
  ultimo_instante_exacto=tiempo(t);
);
scalars aux, aux1;
Costo_Stock_promedio_exacto=0;
loop (p,
  loop(t$(ord(t)<TS),
    Costo_Stock_promedio_exacto=Costo_Stock_promedio_exacto+(
ic(p)*(stock_exacto(t,p)+stock_exacto(t+1,p))*(tiempo(t+1)-tiempo(t))/2 )$(ord(t)>=1);
    if((abs(ord(t)-1)<0.1),
      aux1=tiempo(t);
      aux=stock_exacto(t,p);
    );
  );
  loop(t$(abs(ord(t)-TS)<0.1),
Costo_Stock_promedio_exacto=Costo_Stock_promedio_exacto+ ( ic(p)*(aux+stock_exacto(t,p)-
r(p)*(TFinal.l-ultimo_instante_exacto) )*(aux1)/2 )+
ic(p)* ( (-r(p)*(TFinal.l-ultimo_instante_exacto)+2*stock_exacto(t,p) )*(TFinal.l-ultimo_instante_exacto)
/2 );
  );
);
Costo_Stock_promedio_exacto=(Costo_Stock_promedio_exacto+CostoTrans)/TFinal.l;

```

*C) Post-procesamiento de resultados obtenidos con el algoritmo bi-etapa*

- \* En P\_J(j) es un vector que tiene en sus elementos el nro del producto que se procesa en la estacion que indica la posicion j (cdo las campanias
- \* son mas cortas que el nro de estaciones)

```

loop(p,
  if(y.l(p,'j1','t1')>0.5,
    P_JV('j1')=ord(p);
  );
);
loop(p,
  if(y.l(p,'j2','t1')>0.5,
    P_JV('j2')=ord(p);
  );
);
loop(p,
  if(y.l(p,'j3','t1')>0.5,
    P_JV('j3')=ord(p);
  );
);
loop(p,
  if(y.l(p,'j4','t1')>0.5,
    P_JV('j4')=ord(p);
  );
);
loop(p,
  if(y.l(p,'j5','t1')>0.5,
    P_JV('j5')=ord(p);
  );
);
IFinal(p)=Inv.l(p,'t52');

Loop(t,
  loop(p$(y.l(p,'j1',t) gt 0.5),
    batchesjuntos(t)=ord(p));
);

loop(pp,
  STOCK_exacto('T1',pp)=0;
);

  loop(jj,
    P_JN(jj)=P_JV(jj);
  );

tiempo_acum=0;
loop(t$(batchesjuntos(t)>0),

  loop (pp$(abs(ord(pp)-batchesjuntos(t))<0.1),
    CTMAX=1/pr(pp)*alfa;
  );

  loop(j$(ord(j) >1),
    loop(p2$(abs(ord(p2) - P_JN(j))<0.1),
      if( 1/pr(p2)*alfa> CTMAX,
        CTMAX=1/pr(p2)*alfa;
      );
    );
  );

```

```

    );
    );

    tiempo_acum=tiempo_acum+CTMAX;
    tiempo(t)=tiempo_acum;
    loop(pp,
        STOCK_exacto(t,pp)= (IFinal(pp))$(ord(t)=1) - r(pp)*CTMAX + 1$(abs(P_JN('j5')-ord(pp) )<0.1) +
        (STOCK_exacto(t-1,pp))$(ord(t)>1);
    );

    for(ww=m downto 2,
        loop(jj$(abs(ord(jj)-ww)<0.1),
            P_JN(jj)=P_JV(jj-1);
        );
    );
    P_JN('j1')=batchesjuntos(t+1);

    loop(jj,
        P_JV(jj)=P_JN(jj);
    );
);

* Calculo del costo promedio EXACTO

CostoTrans=0;
loop(t,
    CostoTrans=CostoTrans+TCost.l(t);
);
CostoTrans=200*CostoTrans;

loop(t$(abs(ord(t)-card(t))<0.1),
    ultimo_instante_exacto=tiempo(t);
);

Costo_Stock_promedio_exacto=0;
loop (p,
    loop(t$(ord(t)<card(t)),
        Costo_Stock_promedio_exacto=Costo_Stock_promedio_exacto+(
ic(p)*(stock_exacto(t,p)+stock_exacto(t+1,p))*(tiempo(t+1)-tiempo(t))/2 )$(ord(t)>=1);
        if((abs(ord(t)-1)<0.1),
            aux=tiempo(t);
            aux=stock_exacto(t,p);
        );
    );
    loop(t$(abs(ord(t)-card(t))<0.1),
        Costo_Stock_promedio_exacto=Costo_Stock_promedio_exacto+ ( ic(p)*(aux+stock_exacto(t,p)-
r(p)*(TFinal.l-ultimo_instante_exacto) )*(aux)/2 )+
ic(p)* ( -r(p)*(TFinal.l-ultimo_instante_exacto)+2*stock_exacto(t,p) )*(TFinal.l-ultimo_instante_exacto)
/2 );
    );
);
Costo_Stock_promedio_exacto=(Costo_Stock_promedio_exacto+CostoTrans)/TFinal.l;

```

## ANEXO A<sub>2</sub>

### Parámetros de los veinte problemas generados aleatoriamente para testeo de los modelos propuestos

*Tabla A2.1. Valores de  $p_i$  para cada problema aleatoriamente generado*

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
Prob-1	1.543	0.399	0.800	0.461	1.527	1.225	0.784	0.389
Prob-2	0.893	0.669	0.616	0.916	0.789	1.427	0.601	0.729
Prob-3	1.458	0.430	0.336	0.557	1.269	1.052	0.702	0.911
Prob-4	0.944	0.417	0.979	0.582	0.676	1.511	0.959	0.374
Prob-5	1.569	0.882	0.832	1.239	0.946	1.032	1.093	0.429
Prob-6	0.644	0.995	0.506	1.102	1.351	1.695	0.799	0.815
Prob-7	0.559	0.915	0.497	1.019	1.510	1.377	0.752	0.894
Prob-8	0.562	0.431	0.572	0.859	1.087	0.888	1.055	0.551
Prob-9	1.149	1.014	0.983	1.147	1.626	0.602	0.680	0.362
Prob-10	0.767	0.750	0.919	0.800	1.444	1.559	0.538	0.480
Prob-11	0.690	0.790	0.474	1.304	1.654	1.520	0.584	0.608
Prob-12	1.575	0.771	0.803	0.832	1.954	0.882	0.729	0.773
Prob-13	0.537	0.436	0.520	0.833	1.470	1.739	0.863	0.380
Prob-14	0.871	0.798	0.644	1.151	0.930	1.023	0.757	0.440
Prob-15	0.750	0.509	0.566	1.162	0.723	1.451	0.732	0.338
Prob-16	0.990	0.559	0.393	1.188	1.962	1.713	1.182	0.765
Prob-17	0.767	0.498	0.786	0.628	1.907	0.974	1.091	0.761
Prob-18	0.616	0.580	0.944	1.074	0.761	0.897	0.783	0.907
Prob-19	1.223	0.970	0.726	0.522	0.841	0.701	0.833	0.331
Prob-20	1.299	0.656	0.334	0.885	1.398	1.335	1.003	0.312

*Tabla A2.2. Valores de  $r_i$  para cada problema aleatoriamente generado*

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
Prob-1	0.147	0.057	0.122	0.053	0.116	0.105	0.097	0.063
Prob-2	0.085	0.095	0.094	0.104	0.060	0.122	0.074	0.118
Prob-3	0.138	0.061	0.051	0.063	0.096	0.090	0.087	0.147
Prob-4	0.090	0.059	0.149	0.066	0.051	0.129	0.118	0.060
Prob-5	0.149	0.126	0.127	0.141	0.072	0.088	0.135	0.069
Prob-6	0.061	0.142	0.077	0.126	0.103	0.145	0.099	0.132
Prob-7	0.053	0.130	0.076	0.116	0.115	0.118	0.093	0.144

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
Prob-8	0.053	0.061	0.087	0.098	0.083	0.076	0.130	0.089
Prob-9	0.109	0.145	0.149	0.131	0.124	0.051	0.084	0.059
Prob-10	0.073	0.107	0.140	0.091	0.110	0.133	0.066	0.077
Prob-11	0.066	0.113	0.072	0.149	0.126	0.130	0.072	0.098
Prob-12	0.150	0.110	0.122	0.095	0.149	0.075	0.090	0.125
Prob-13	0.051	0.062	0.079	0.095	0.112	0.149	0.107	0.061
Prob-14	0.083	0.114	0.098	0.131	0.071	0.087	0.093	0.071
Prob-15	0.071	0.072	0.086	0.133	0.055	0.124	0.090	0.055
Prob-16	0.094	0.080	0.060	0.135	0.149	0.146	0.146	0.124
Prob-17	0.073	0.071	0.120	0.072	0.145	0.083	0.135	0.123
Prob-18	0.059	0.083	0.144	0.122	0.058	0.077	0.097	0.146
Prob-19	0.116	0.138	0.110	0.060	0.064	0.060	0.103	0.053
Prob-20	0.123	0.093	0.051	0.101	0.106	0.114	0.124	0.050

Tabla A2.3. Valores de  $ct_i$  para cada problema aleatoriamente generado

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
Prob-1	0.648	2.505	1.250	2.168	0.655	0.817	1.275	2.572
Prob-2	1.120	1.495	1.624	1.091	1.267	0.701	1.665	1.371
Prob-3	0.686	2.323	2.975	1.797	0.788	0.950	1.425	1.097
Prob-4	1.059	2.400	1.021	1.717	1.480	0.662	1.043	2.673
Prob-5	0.637	1.134	1.201	0.807	1.058	0.969	0.915	2.330
Prob-6	1.553	1.005	1.977	0.908	0.740	0.590	1.252	1.227
Prob-7	1.789	1.092	2.010	0.981	0.662	0.726	1.330	1.118
Prob-8	1.778	2.319	1.747	1.164	0.920	1.126	0.948	1.814
Prob-9	0.870	0.986	1.017	0.872	0.615	1.662	1.471	2.760
Prob-10	1.304	1.333	1.088	1.250	0.693	0.641	1.858	2.085
Prob-11	1.450	1.265	2.108	0.767	0.605	0.658	1.712	1.646
Prob-12	0.635	1.297	1.246	1.203	0.512	1.134	1.371	1.294
Prob-13	1.861	2.293	1.923	1.200	0.680	0.575	1.159	2.631
Prob-14	1.148	1.253	1.552	0.869	1.075	0.978	1.322	2.274
Prob-15	1.334	1.966	1.765	0.860	1.383	0.689	1.366	2.960
Prob-16	1.010	1.788	2.547	0.842	0.510	0.584	0.846	1.307
Prob-17	1.304	2.007	1.272	1.593	0.524	1.027	0.917	1.314
Prob-18	1.623	1.724	1.059	0.931	1.315	1.115	1.278	1.103
Prob-19	0.818	1.031	1.377	1.915	1.188	1.427	1.201	3.023
Prob-20	0.770	1.525	2.991	1.130	0.715	0.749	0.997	3.207

Tabla A2.4. Valores de  $ic_i$  para cada problema aleatoriamente generado

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
Prob-1	0.895	0.878	0.948	0.848	0.966	0.830	0.924	0.869
Prob-2	0.961	0.954	0.873	0.867	0.810	0.815	0.991	0.890
Prob-3	0.909	0.954	0.809	0.817	0.962	0.854	0.804	0.955
Prob-4	0.991	0.959	0.951	0.981	0.804	0.904	0.928	0.932
Prob-5	0.884	0.926	0.858	0.888	0.814	0.913	0.850	0.972
Prob-6	0.879	0.997	0.895	0.983	0.986	0.848	0.899	0.831
Prob-7	0.932	0.889	0.813	0.859	0.910	0.801	0.953	0.974
Prob-8	0.906	0.839	0.803	0.961	0.957	0.803	0.806	0.829
Prob-9	0.953	0.928	0.907	0.908	0.839	0.876	0.972	0.920
Prob-10	0.808	0.869	0.889	0.853	0.966	0.847	0.904	0.805
Prob-11	0.821	0.850	0.838	0.975	0.928	0.963	0.965	0.883
Prob-12	0.923	0.871	0.866	0.985	0.961	0.993	0.930	0.911
Prob-13	0.840	0.883	0.817	0.868	0.806	0.955	0.949	0.969
Prob-14	0.926	0.883	0.850	0.949	0.962	0.851	0.904	0.874
Prob-15	0.874	0.902	0.951	0.954	0.861	0.814	0.980	0.978
Prob-16	0.807	0.993	0.903	0.963	0.953	0.817	0.802	0.990
Prob-17	0.983	0.806	0.965	0.991	0.995	0.937	0.919	0.855
Prob-18	0.898	0.985	0.963	0.908	0.836	0.952	0.861	0.873
Prob-19	0.804	0.808	0.841	0.817	0.836	0.851	0.980	0.850
Prob-20	0.970	0.974	0.833	0.842	0.986	0.960	0.872	0.881

Tabla A2.5. Valores de  $tc_{i,i}$  para cada problema aleatoriamente generado

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
Prob-1	$P_1$	0.00	4714.82	2203.79	4040.59	1013.72	1336.95	2254.13	4847.81
	$P_2$	4714.82	0.00	3511.03	1674.24	4701.10	4377.87	3460.69	1132.99
	$P_3$	2203.79	3511.03	0.00	2836.80	2190.06	1866.83	1050.35	3644.03
	$P_4$	4040.59	1674.24	2836.80	0.00	4026.86	3703.63	2786.45	1807.23
	$P_5$	1013.72	4701.10	2190.06	4026.86	0.00	1323.23	2240.41	4834.09
	$P_6$	1336.95	4377.87	1866.83	3703.63	1323.23	0.00	1917.18	4510.86
	$P_7$	2254.13	3460.69	1050.35	2786.45	2240.41	1917.18	0.00	3593.68
	$P_8$	4847.81	1132.99	3644.03	1807.23	4834.09	4510.86	3593.68	0.00
Prob-2	$P_1$	0.00	1750.53	2008.16	1057.62	1294.85	1838.32	2089.40	1501.94
	$P_2$	1750.53	0.00	1257.62	1808.15	1455.69	2588.86	1338.87	1248.59
	$P_3$	2008.16	1257.62	0.00	2065.77	1713.31	2846.48	1081.25	1506.22
	$P_4$	1057.62	1808.15	2065.77	0.00	1352.47	1780.70	2147.02	1559.56
	$P_5$	1294.85	1455.69	1713.31	1352.47	0.00	2133.17	1794.55	1207.09

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
	$P_6$	1838.32	2588.86	2846.48	1780.70	2133.17	0.00	2927.72	2340.26
	$P_7$	2089.40	1338.87	1081.25	2147.02	1794.55	2927.72	0.00	1587.46
	$P_8$	1501.94	1248.59	1506.22	1559.56	1207.09	2340.26	1587.46	0.00
Prob-3	$P_1$	0.00	4274.05	5577.06	3221.85	1204.54	1528.51	2478.08	1822.23
	$P_2$	4274.05	0.00	2303.02	2052.19	4069.51	3745.54	2795.96	3451.82
	$P_3$	5577.06	2303.02	0.00	3355.21	5372.53	5048.55	4098.98	4754.83
	$P_4$	3221.85	2052.19	3355.21	0.00	3017.32	2693.35	1743.77	2399.63
	$P_5$	1204.54	4069.51	5372.53	3017.32	0.00	1323.97	2273.55	1617.69
	$P_6$	1528.51	3745.54	5048.55	2693.35	1323.97	0.00	1949.57	1293.72
	$P_7$	2478.08	2795.96	4098.98	1743.77	2273.55	1949.57	0.00	1655.86
	$P_8$	1822.23	3451.82	4754.83	2399.63	1617.69	1293.72	1655.86	0.00
Prob-4	$P_1$	0.00	3683.19	1075.48	2317.44	1843.05	1794.17	1032.45	4227.71
	$P_2$	3683.19	0.00	3758.67	2365.75	2840.14	4477.36	3715.64	1544.52
	$P_3$	1075.48	3758.67	0.00	2392.92	1918.53	1718.69	1043.03	4303.19
	$P_4$	2317.44	2365.75	2392.92	0.00	1474.39	3111.61	2349.89	2910.27
	$P_5$	1843.05	2840.14	1918.53	1474.39	0.00	2637.23	1875.50	3384.66
	$P_6$	1794.17	4477.36	1718.69	3111.61	2637.23	0.00	1761.72	5021.88
	$P_7$	1032.45	3715.64	1043.03	2349.89	1875.50	1761.72	0.00	4260.16
	$P_8$	4227.71	1544.52	4303.19	2910.27	3384.66	5021.88	4260.16	0.00
Prob-5	$P_1$	0.00	1993.74	2128.14	1339.25	1840.30	1662.54	1555.69	4385.49
	$P_2$	1993.74	0.00	1134.40	1654.48	1153.43	1331.19	1438.04	3391.75
	$P_3$	2128.14	1134.40	0.00	1788.89	1287.84	1465.60	1572.45	3257.35
	$P_4$	1339.25	1654.48	1788.89	0.00	1501.05	1323.29	1216.44	4046.24
	$P_5$	1840.30	1153.43	1287.84	1501.05	0.00	1177.76	1284.61	3545.19
	$P_6$	1662.54	1331.19	1465.60	1323.29	1177.76	0.00	1106.85	3722.95
	$P_7$	1555.69	1438.04	1572.45	1216.44	1284.61	1106.85	0.00	3829.80
	$P_8$	4385.49	3391.75	3257.35	4046.24	3545.19	3722.95	3829.80	0.00
Prob-6	$P_1$	0.00	2097.52	1847.36	2290.95	2626.31	2926.95	1602.28	1652.37
	$P_2$	2097.52	0.00	2944.88	1193.42	1528.79	1829.42	1495.25	1445.15
	$P_3$	1847.36	2944.88	0.00	3138.30	3473.67	3774.30	2449.63	2499.73
	$P_4$	2290.95	1193.42	3138.30	0.00	1335.37	1636.00	1688.67	1638.57
	$P_5$	2626.31	1528.79	3473.67	1335.37	0.00	1300.64	2024.04	1973.94
	$P_6$	2926.95	1829.42	3774.30	1636.00	1300.64	0.00	2324.67	2274.57
	$P_7$	1602.28	1495.25	2449.63	1688.67	2024.04	2324.67	0.00	1050.10
	$P_8$	1652.37	1445.15	2499.73	1638.57	1973.94	2274.57	1050.10	0.00
Prob-7	$P_1$	0.00	2394.21	1441.70	2616.59	3254.23	3126.79	1918.15	2342.41
	$P_2$	2394.21	0.00	2835.91	1222.38	1860.01	1732.58	1476.06	1051.80
	$P_3$	1441.70	2835.91	0.00	3058.30	3695.93	3568.49	2359.86	2784.11

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
	$P_4$	2616.59	1222.38	3058.30	0.00	1637.63	1510.20	1698.44	1274.18
	$P_5$	3254.23	1860.01	3695.93	1637.63	0.00	1127.44	2336.07	1911.82
	$P_6$	3126.79	1732.58	3568.49	1510.20	1127.44	0.00	2208.64	1784.38
	$P_7$	1918.15	1476.06	2359.86	1698.44	2336.07	2208.64	0.00	1424.26
	$P_8$	2342.41	1051.80	2784.11	1274.18	1911.82	1784.38	1424.26	0.00
Prob-8	$P_1$	0.00	2081.92	1061.76	2228.63	2716.76	2305.17	2659.88	1071.00
	$P_2$	2081.92	0.00	2143.68	3310.55	3798.68	3387.09	3741.80	2010.92
	$P_3$	1061.76	2143.68	0.00	2166.87	2655.00	2243.41	2598.12	1132.76
	$P_4$	2228.63	3310.55	2166.87	0.00	1488.13	1076.54	1431.25	2299.63
	$P_5$	2716.76	3798.68	2655.00	1488.13	0.00	1411.59	1056.88	2787.76
	$P_6$	2305.17	3387.09	2243.41	1076.54	1411.59	0.00	1354.71	2376.17
	$P_7$	2659.88	3741.80	2598.12	1431.25	1056.88	1354.71	0.00	2730.88
	$P_8$	1071.00	2010.92	1132.76	2299.63	2787.76	2376.17	2730.88	0.00
Prob-9	$P_1$	0.00	1232.12	1294.12	1003.53	1510.28	2584.03	2202.15	4779.30
	$P_2$	1232.12	0.00	1062.00	1228.59	1742.40	2351.91	1970.03	4547.18
	$P_3$	1294.12	1062.00	0.00	1290.59	1804.40	2289.91	1908.03	4485.18
	$P_4$	1003.53	1228.59	1290.59	0.00	1513.81	2580.50	2198.62	4775.77
	$P_5$	1510.28	1742.40	1804.40	1513.81	0.00	3094.31	2712.43	5289.58
	$P_6$	2584.03	2351.91	2289.91	2580.50	3094.31	0.00	1381.88	3195.27
	$P_7$	2202.15	1970.03	1908.03	2198.62	2712.43	1381.88	0.00	3577.15
	$P_8$	4779.30	4547.18	4485.18	4775.77	5289.58	3195.27	3577.15	0.00
Prob-10	$P_1$	0.00	1056.76	1432.13	1109.43	2223.09	2325.95	2107.05	2561.28
	$P_2$	1056.76	0.00	1488.89	1166.18	2279.85	2382.71	2050.29	2504.52
	$P_3$	1432.13	1488.89	0.00	1322.70	1790.96	1893.82	2539.18	2993.41
	$P_4$	1109.43	1166.18	1322.70	0.00	2113.66	2216.52	2216.48	2670.71
	$P_5$	2223.09	2279.85	1790.96	2113.66	0.00	1102.86	3330.14	3784.37
	$P_6$	2325.95	2382.71	1893.82	2216.52	1102.86	0.00	3433.00	3887.23
	$P_7$	2107.05	2050.29	2539.18	2216.48	3330.14	3433.00	0.00	1454.23
	$P_8$	2561.28	2504.52	2993.41	2670.71	3784.37	3887.23	1454.23	0.00
Prob-11	$P_1$	0.00	1368.99	2317.27	2364.90	2689.87	2583.74	1525.31	1392.19
	$P_2$	1368.99	0.00	2686.26	1995.90	2320.87	2214.75	1894.30	1761.18
	$P_3$	2317.27	2686.26	0.00	3682.17	4007.13	3901.01	1791.96	1925.08
	$P_4$	2364.90	1995.90	3682.17	0.00	1324.97	1218.84	2890.21	2757.09
	$P_5$	2689.87	2320.87	4007.13	1324.97	0.00	1106.13	3215.17	3082.06
	$P_6$	2583.74	2214.75	3901.01	1218.84	1106.13	0.00	3109.05	2975.93
	$P_7$	1525.31	1894.30	1791.96	2890.21	3215.17	3109.05	0.00	1133.12
	$P_8$	1392.19	1761.18	1925.08	2757.09	3082.06	2975.93	1133.12	0.00
Prob-12	$P_1$	0.00	2324.84	2221.60	2135.34	1246.33	1998.19	2472.31	2318.07

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
	$P_2$	2324.84	0.00	1103.24	1189.51	2571.17	1326.66	1147.46	1006.77
	$P_3$	2221.60	1103.24	0.00	1086.26	2467.93	1223.41	1250.70	1096.47
	$P_4$	2135.34	1189.51	1086.26	0.00	2381.67	1137.15	1336.97	1182.73
	$P_5$	1246.33	2571.17	2467.93	2381.67	0.00	2244.52	2718.63	2564.40
	$P_6$	1998.19	1326.66	1223.41	1137.15	2244.52	0.00	1474.12	1319.89
	$P_7$	2472.31	1147.46	1250.70	1336.97	2718.63	1474.12	0.00	1154.23
	$P_8$	2318.07	1006.77	1096.47	1182.73	2564.40	1319.89	1154.23	0.00
	Prob-13	$P_1$	0.00	1864.26	1122.70	2322.76	3361.94	3572.49	2404.65
$P_2$		1864.26	0.00	1741.56	3187.02	4226.20	4436.75	3268.91	1674.53
$P_3$		1122.70	1741.56	0.00	2445.47	3484.64	3695.20	2527.35	2416.09
$P_4$		2322.76	3187.02	2445.47	0.00	2039.18	2249.73	1081.88	3861.55
$P_5$		3361.94	4226.20	3484.64	2039.18	0.00	1210.55	1957.29	4900.73
$P_6$		3572.49	4436.75	3695.20	2249.73	1210.55	0.00	2167.85	5111.29
$P_7$		2404.65	3268.91	2527.35	1081.88	1957.29	2167.85	0.00	3943.44
$P_8$		2538.79	1674.53	2416.09	3861.55	4900.73	5111.29	3943.44	0.00
Prob-14	$P_1$	0.00	1211.38	1808.89	1557.68	1145.06	1340.16	1347.81	3252.00
	$P_2$	1211.38	0.00	1597.50	1769.07	1356.44	1551.54	1136.43	3040.61
	$P_3$	1808.89	1597.50	0.00	2366.57	1953.95	2149.04	1461.07	2443.11
	$P_4$	1557.68	1769.07	2366.57	0.00	1412.62	1217.53	1905.50	3809.68
	$P_5$	1145.06	1356.44	1953.95	1412.62	0.00	1195.10	1492.88	3397.06
	$P_6$	1340.16	1551.54	2149.04	1217.53	1195.10	0.00	1687.97	3592.15
	$P_7$	1347.81	1136.43	1461.07	1905.50	1492.88	1687.97	0.00	2904.18
	$P_8$	3252.00	3040.61	2443.11	3809.68	3397.06	3592.15	2904.18	0.00
Prob-15	$P_1$	0.00	2265.19	1863.38	1946.53	1098.26	2288.64	1064.87	4253.28
	$P_2$	2265.19	0.00	1401.82	3211.72	2166.94	3553.83	2200.33	2988.08
	$P_3$	1863.38	1401.82	0.00	2809.90	1765.12	3152.02	1798.51	3389.90
	$P_4$	1946.53	3211.72	2809.90	0.00	2044.78	1342.12	2011.39	5199.80
	$P_5$	1098.26	2166.94	1765.12	2044.78	0.00	2386.90	1033.39	4155.02
	$P_6$	2288.64	3553.83	3152.02	1342.12	2386.90	0.00	2353.51	5541.92
	$P_7$	1064.87	2200.33	1798.51	2011.39	1033.39	2353.51	0.00	4188.41
	$P_8$	4253.28	2988.08	3389.90	5199.80	4155.02	5541.92	4188.41	0.00
Prob-16	$P_1$	0.00	2556.52	4074.45	1336.73	2000.46	1852.15	1327.91	1593.79
	$P_2$	2556.52	0.00	2517.92	2893.26	3556.99	3408.68	2884.43	1962.74
	$P_3$	4074.45	2517.92	0.00	4411.18	5074.91	4926.60	4402.36	3480.66
	$P_4$	1336.73	2893.26	4411.18	0.00	1663.73	1515.42	1008.82	1930.52
	$P_5$	2000.46	3556.99	5074.91	1663.73	0.00	1148.31	1672.55	2594.25
	$P_6$	1852.15	3408.68	4926.60	1515.42	1148.31	0.00	1524.24	2445.94
	$P_7$	1327.91	2884.43	4402.36	1008.82	1672.55	1524.24	0.00	1921.70

		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
	$P_8$	1593.79	1962.74	3480.66	1930.52	2594.25	2445.94	1921.70	0.00
Prob-17	$P_1$	0.00	2406.10	1064.78	1578.46	2559.77	1554.85	1775.06	1018.99
	$P_2$	2406.10	0.00	2470.88	1827.64	3965.87	2960.95	3181.16	2387.11
	$P_3$	1064.78	2470.88	0.00	1643.24	2494.99	1490.06	1710.28	1083.78
	$P_4$	1578.46	1827.64	1643.24	0.00	3138.23	2133.31	2353.53	1559.47
	$P_5$	2559.77	3965.87	2494.99	3138.23	0.00	2004.93	1784.71	2578.77
	$P_6$	1554.85	2960.95	1490.06	2133.31	2004.93	0.00	1220.22	1573.84
	$P_7$	1775.06	3181.16	1710.28	2353.53	1784.71	1220.22	0.00	1794.06
	$P_8$	1018.99	2387.11	1083.78	1559.47	2578.77	1573.84	1794.06	0.00
Prob-18	$P_1$	0.00	1201.51	2128.44	2383.86	1617.81	2017.53	1691.19	2041.31
	$P_2$	1201.51	0.00	2329.95	2585.37	1819.32	2219.04	1892.71	2242.83
	$P_3$	2128.44	2329.95	0.00	1255.42	1510.63	1110.91	1437.24	1087.13
	$P_4$	2383.86	2585.37	1255.42	0.00	1766.05	1366.33	1692.67	1342.55
	$P_5$	1617.81	1819.32	1510.63	1766.05	0.00	1399.72	1073.38	1423.50
	$P_6$	2017.53	2219.04	1110.91	1366.33	1399.72	0.00	1326.33	1023.79
	$P_7$	1691.19	1892.71	1437.24	1692.67	1073.38	1326.33	0.00	1350.12
	$P_8$	2041.31	2242.83	1087.13	1342.55	1423.50	1023.79	1350.12	0.00
Prob-19	$P_1$	0.00	1425.14	2117.62	3193.30	1741.04	2217.98	1765.59	5410.94
	$P_2$	1425.14	0.00	1692.49	2768.17	1315.91	1792.85	1340.45	4985.80
	$P_3$	2117.62	1692.49	0.00	2075.68	1376.58	1100.36	1352.03	4293.32
	$P_4$	3193.30	2768.17	2075.68	0.00	2452.26	1975.32	2427.71	3217.64
	$P_5$	1741.04	1315.91	1376.58	2452.26	0.00	1476.94	1024.54	4669.89
	$P_6$	2217.98	1792.85	1100.36	1975.32	1476.94	0.00	1452.40	4192.95
	$P_7$	1765.59	1340.45	1352.03	2427.71	1024.54	1452.40	0.00	4645.35
	$P_8$	5410.94	4985.80	4293.32	3217.64	4669.89	4192.95	4645.35	0.00
Prob-20	$P_1$	0.00	2510.31	5442.44	1720.98	1108.95	1041.40	1455.16	5873.83
	$P_2$	2510.31	0.00	3932.13	1789.33	2619.26	2551.71	2055.15	4363.52
	$P_3$	5442.44	3932.13	0.00	4721.46	5551.39	5483.84	4987.29	1431.39
	$P_4$	1720.98	1789.33	4721.46	0.00	1829.93	1762.39	1265.83	5152.85
	$P_5$	1108.95	2619.26	5551.39	1829.93	0.00	1067.55	1564.10	5982.78
	$P_6$	1041.40	2551.71	5483.84	1762.39	1067.55	0.00	1496.56	5915.23
	$P_7$	1455.16	2055.15	4987.29	1265.83	1564.10	1496.56	0.00	5418.68
	$P_8$	5873.83	4363.52	1431.39	5152.85	5982.78	5915.23	5418.68	0.00



## ANEXO A<sub>3</sub>

Evolución de los niveles de stock correspondientes a los problemas de testeo (modelo basado en campañas)

Evolución de los perfiles de inventario en el tiempo para las secuencias óptimas obtenidas usando el modelo basado en campañas presentado en el Capítulo III aplicado al grupo de 20 problemas generados aleatoriamente. Se supuso que la línea está llena de producto  $P_1$  al arrancar el ciclo de producción.

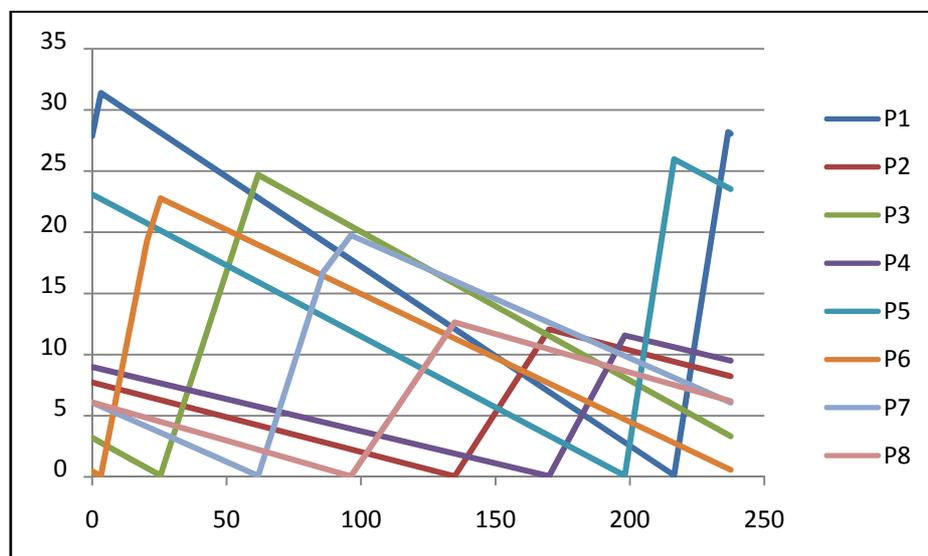


Figura A3.1. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-1

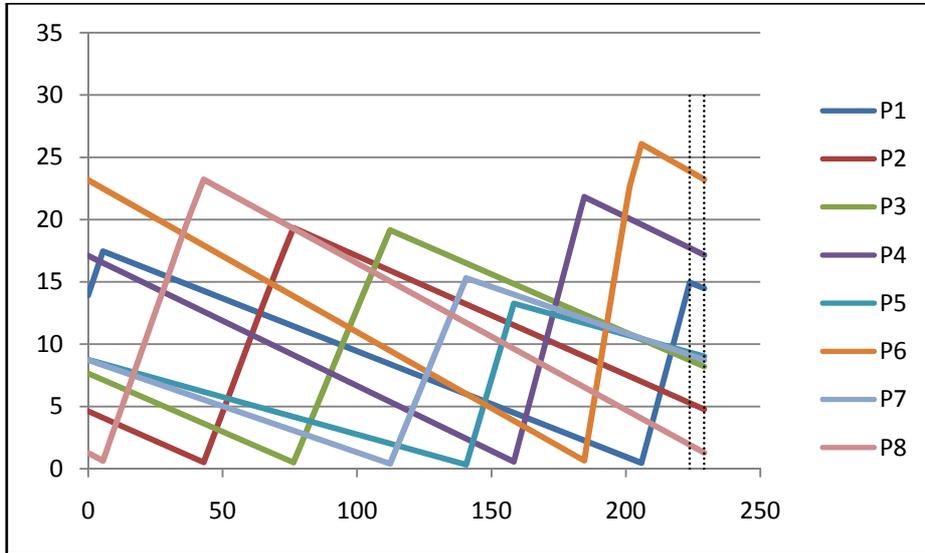


Figura A3.2. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-2

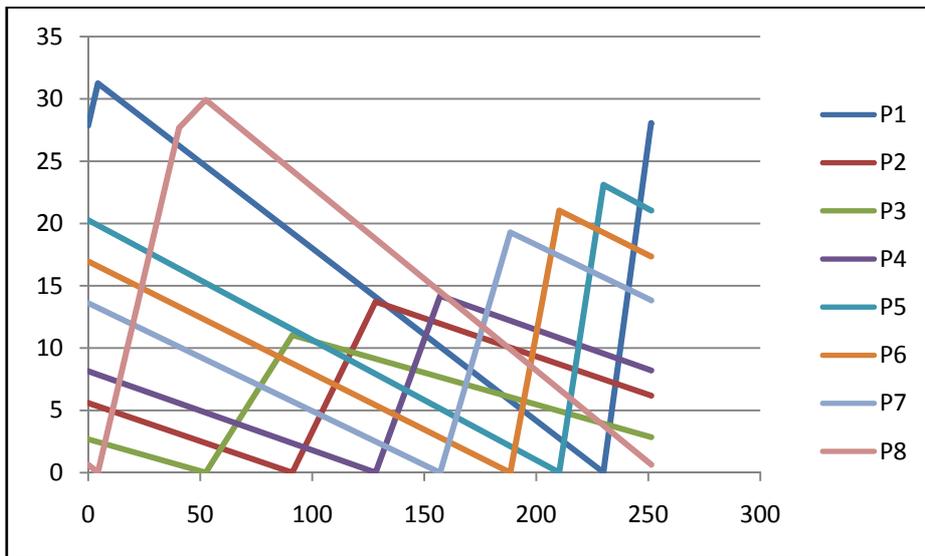


Figura A3.3. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-3

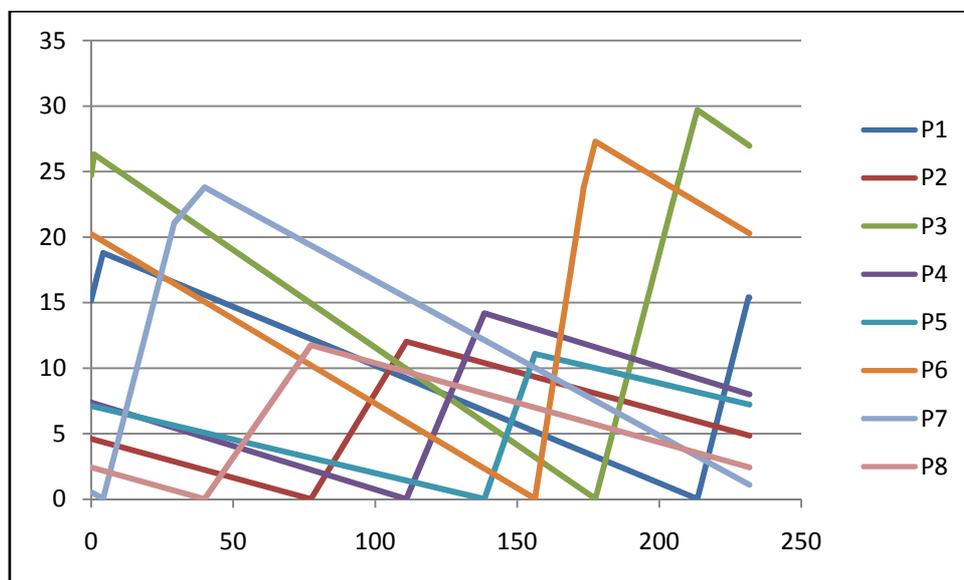


Figura A3.4. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-4

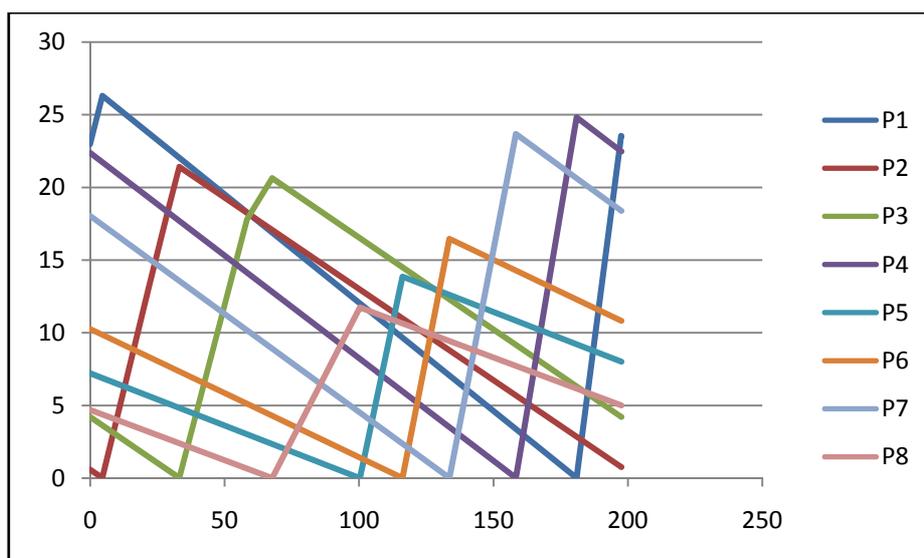


Figura A3.5. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-5

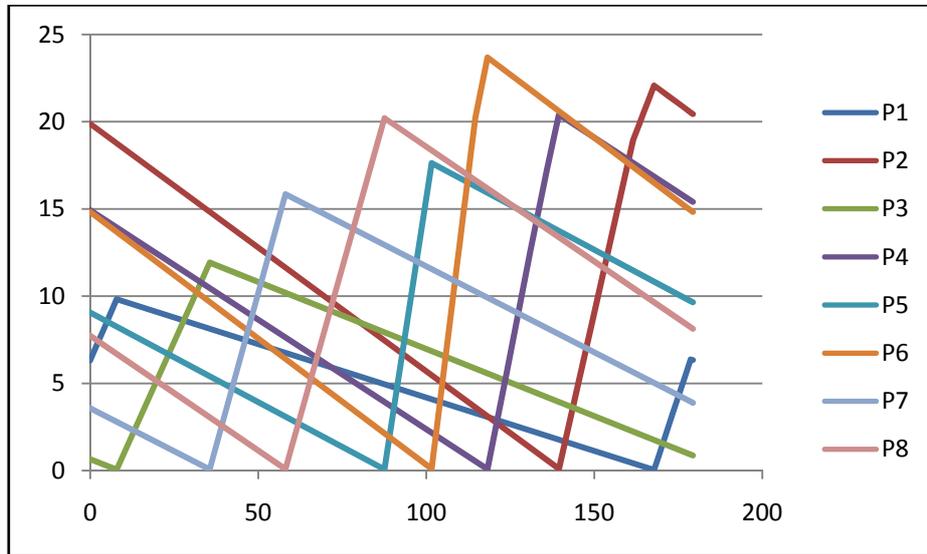


Figura A3.6. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-6

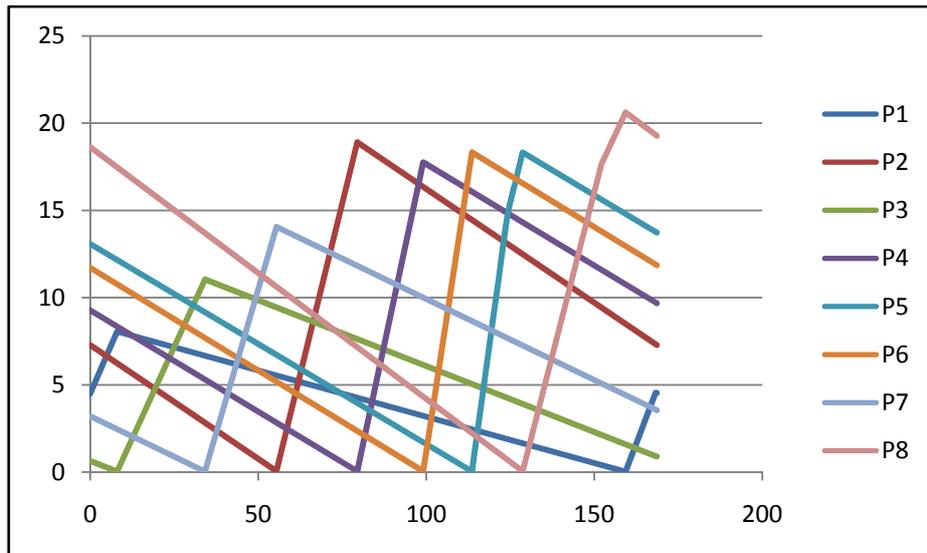


Figura A3.7. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-7

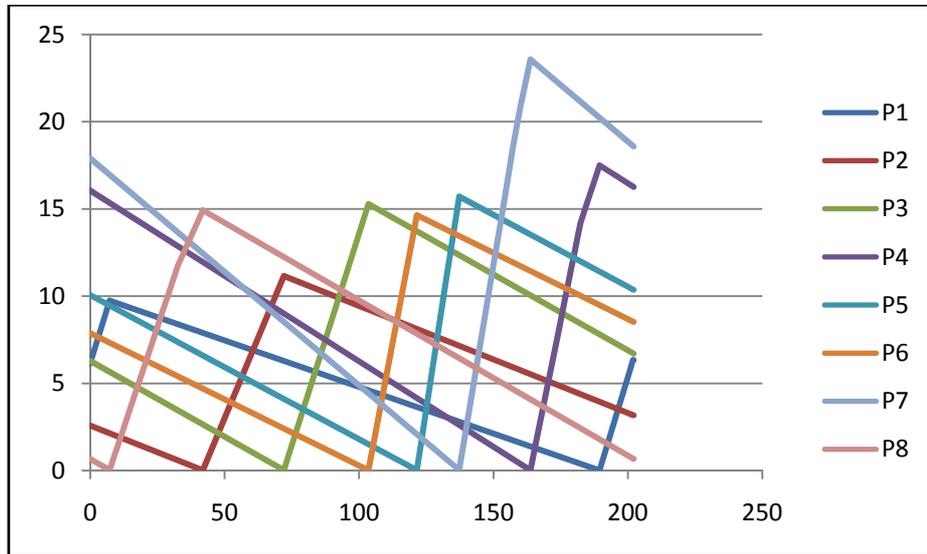


Figura A3.8. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-8

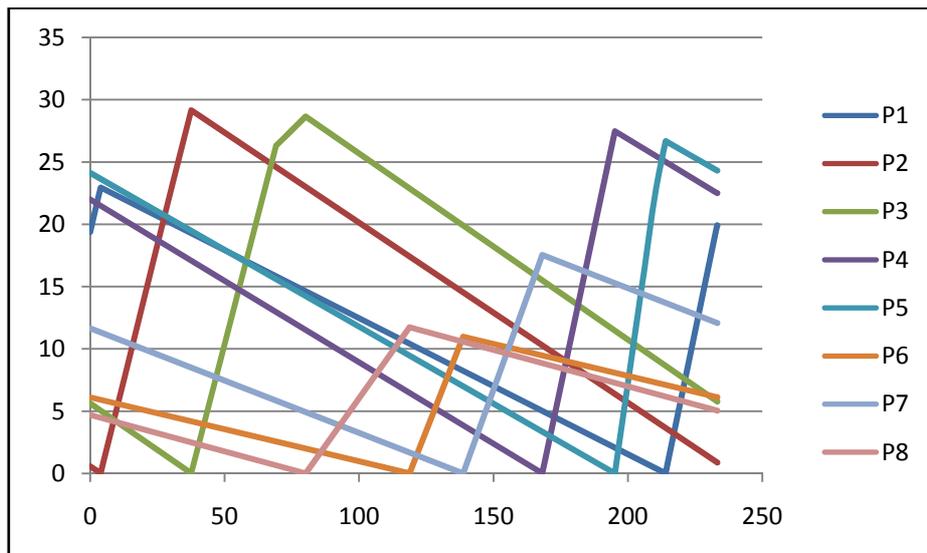


Figura A3.9. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-9

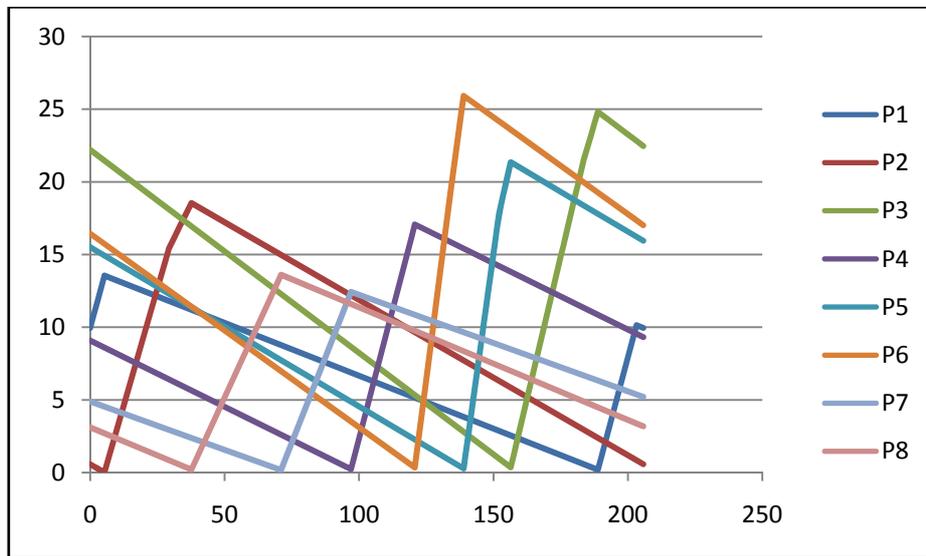


Figura A3.10. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-10

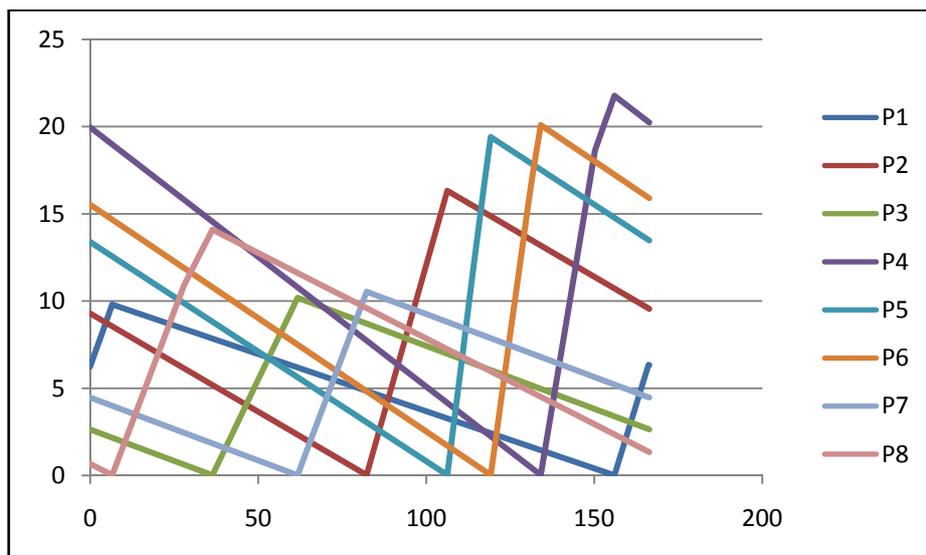


Figura A3.11. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-11

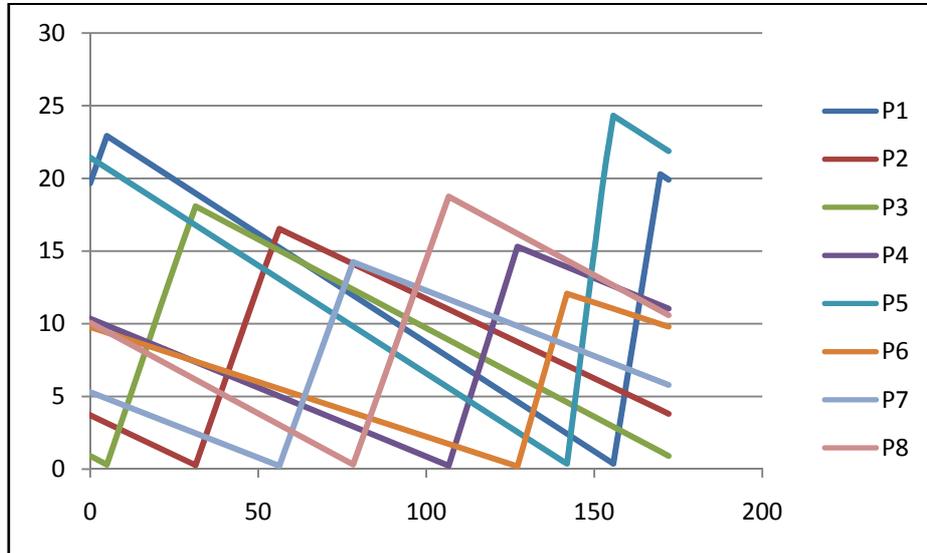


Figura A3.12. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-12

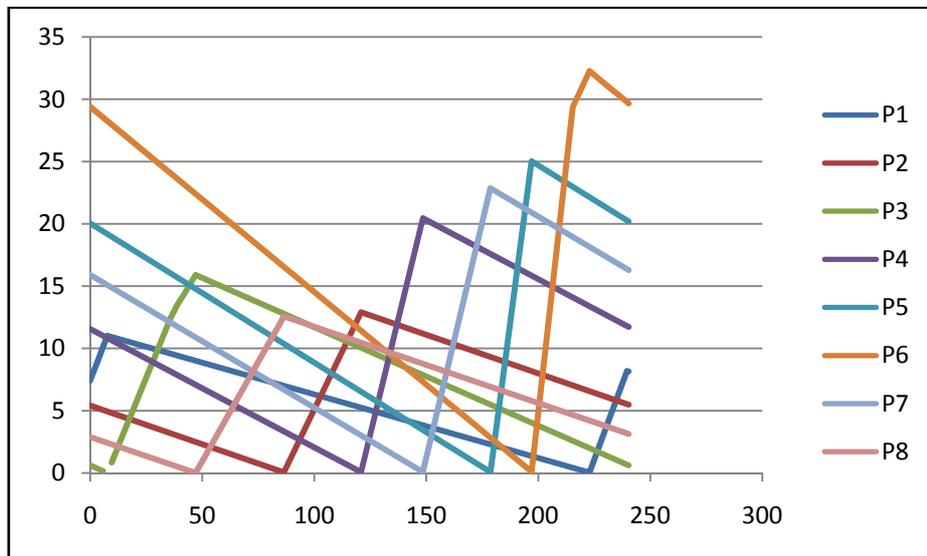


Figura A3.13. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-13

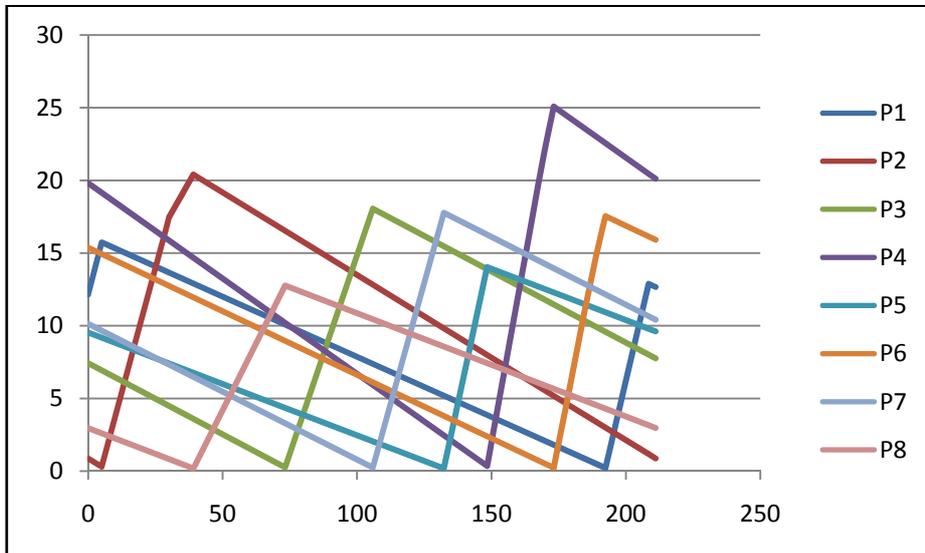


Figura A3.14. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-14

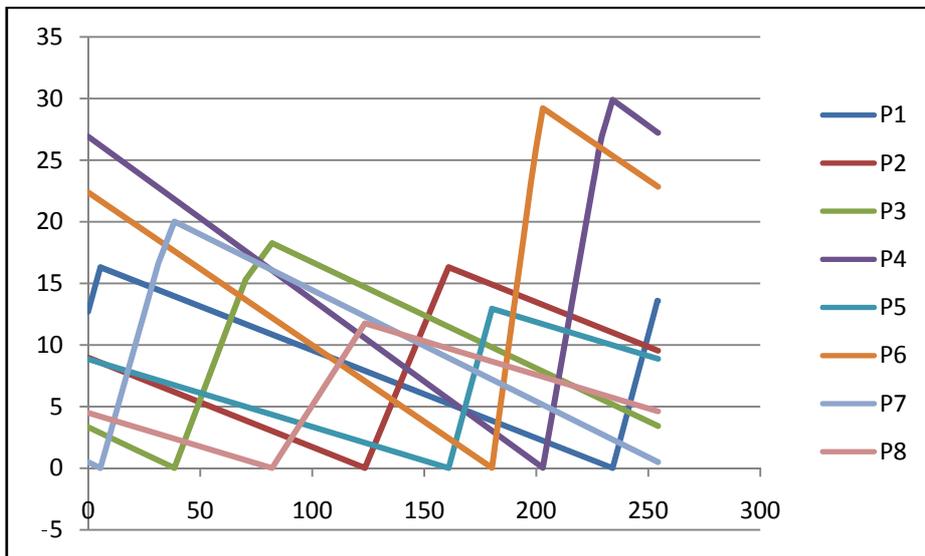


Figura A3.15. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-15

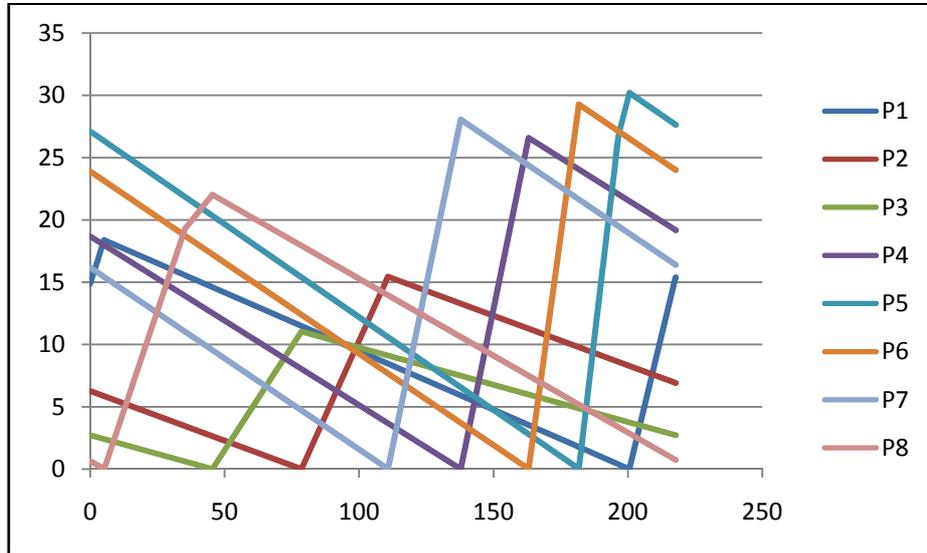


Figura A3.16. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-16

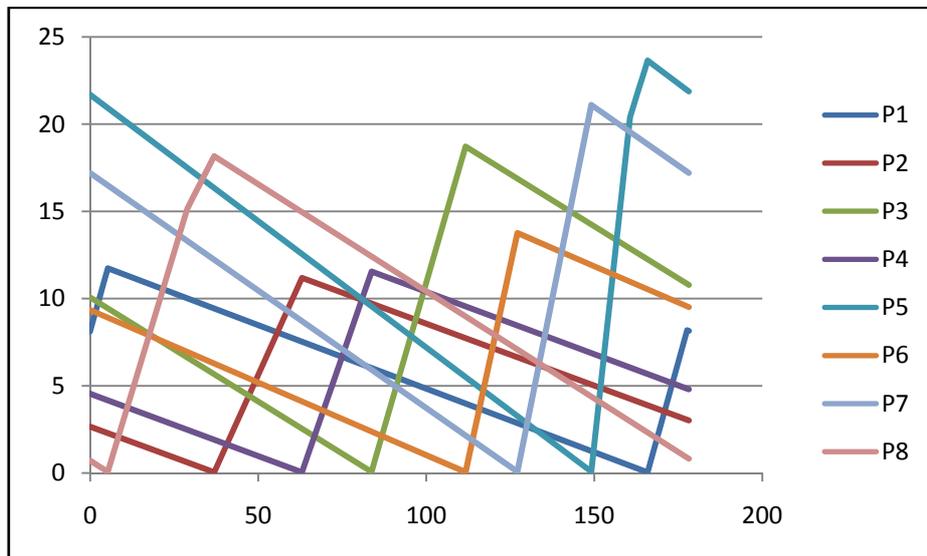


Figura A3.17. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-17

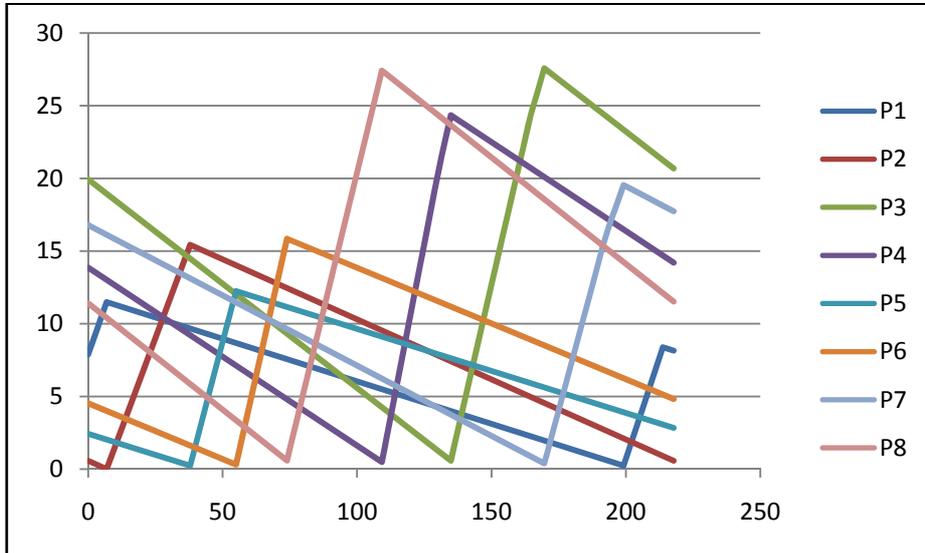


Figura A3.18. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-18

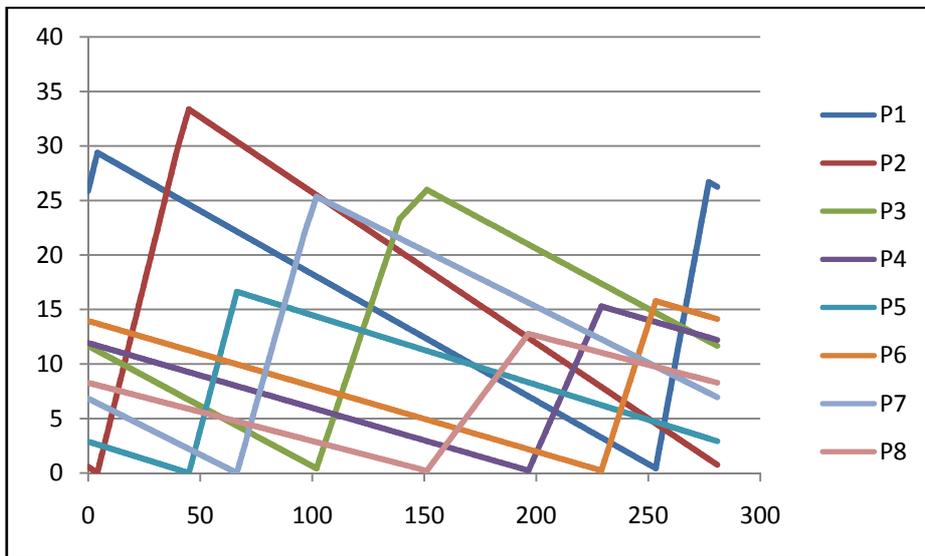


Figura A3.19. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-19

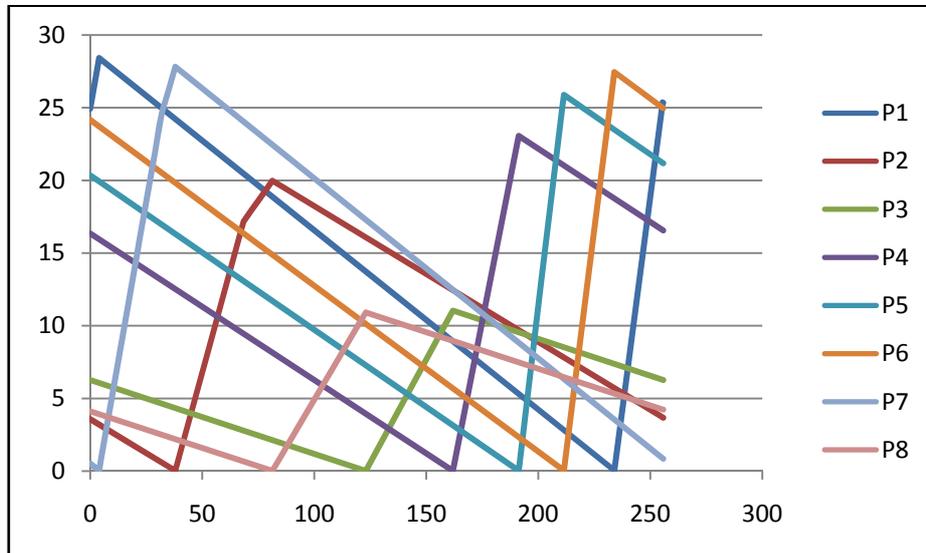


Figura A3.20. Evolución de los niveles de stock para el problema Prob-20



# ANEXO A<sub>4</sub>

## Modelo Matemático Basado en Campañas Simultáneo

***Función objetivo.***

$$\text{Minimizar } z = \left[ \sum_{i \in I} ICost_i + \sum_{k > k_1} TCost_k \right] / T \quad (1)$$

***sujeto a***

***Determinación de la secuencia de producción***

$$\sum_{i \in I} y_{k,i} = 1 \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$y_{k_1, i_1} = y_{K, i_1} = 1 \quad (3)$$

$$y_{k_1, i} = y_{K, i} \quad \forall i \in I \quad (4)$$

***Dimensionamiento de lotes de producción***

$$NP_{k,i} \leq n_{\max} y_{k,i} \quad \forall k \in K, i \in I ; \quad \sum_{i \in I} NP_{k,i} = N_k \quad \forall k \in K \quad (5)$$

***Eventos de tiempo: Ingreso de la primera unidad de una corrida y egreso de la última unidad de una corrida***

$$T_{k-1}^{OUT} \geq T_k^{IN} + (m-1) \sum_{i \in I} ct_i y_{k,i} \quad \forall k > k_1 \quad (6)$$

$$T_{k-1}^{OUT} \geq T_k^{IN} + (m-1) \sum_{i \in I} ct_i y_{k-1,i} \quad \forall k > k_1 \quad (7)$$

$$T_{k+1}^{IN} = T_{k-1}^{OUT} + \sum_{i \in I} ct_i [NP_{k,i} - (m-1) y_{k,i}] \quad \forall k_1 < k < K \quad (8)$$

$$T = T_{K-1}^{OUT} + \sum_{i \in I} ct_i [NP_{K,i} - (m-1) y_{K,i}] \quad (9)$$

**Perfiles de inventario**

$$S_{i,k+1}^{IN} = S_{i,k-1}^{OUT} + [NP_{k,i} - (m-1) y_{k,i}] - r_i (T_{k+1}^{IN} - T_{k-1}^{OUT}), \forall k_1 < k < K, i \in I \quad (10)$$

$$S_{i,k}^{OUT} = S_{i,k+1}^{IN} + (m-1) y_{k,i} - r_i (T_k^{OUT} - T_{k+1}^{IN}), \quad \forall k < K, i \in I \quad (11)$$

$$S_{O_i} = S_{i,k_2}^{IN} \leq S_{f_i} \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$S_{f_i} = S_{i,K-1}^{OUT} + [NP_{K,i} - (m-1) y_{K,i}] - r_i (T - T_{K-1}^{OUT}) \quad \forall i \in I \quad (13)$$

**Costos de mantenimiento de inventarios**

$$\begin{aligned} ICost_i = ic_i [ & (S_{i,k_1}^{OUT} + S_{f_i})(T_{k_1}^{OUT})/2 \\ & \sum_{k_1 < k < K} (S_{i,k+1}^{IN} + S_{i,k}^{OUT})(T_k^{OUT} - T_{k+1}^{IN})/2 + \\ & \sum_{k_1 < k < K} (S_{i,k-1}^{OUT} + S_{i,k+1}^{IN})(T_{k+1}^{IN} - T_{k-1}^{OUT})/2 + \\ & (S_{i,K-1}^{OUT} + S_{f_i})(T - T_{K-1}^{OUT})/2] \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (14)$$

**Costos de transición**

$$TCost_k \geq tc_{i,i'} (y_{k-1,i} + y_{k,i'} - 1) \quad \forall k > k_1, i \neq i' \quad (15)$$

# ANEXO A<sub>5</sub>

## Modelo Matemático General Paso a Paso

**Minimizar**

$$z = \left( \sum_{t, i: t > t_1} \frac{ic_i (Inv_{i,t} + Inv_{i,t-1}) L_t}{2} + \sum_i \frac{ic_i (Inv_{i,t_1} + Inv_{i,TS}) L_{t_1}}{2} + \sum_t Tcost_t \right) / T \quad (1)$$

**sujeto a**

**Restricciones de posicionamiento**

$$\sum_i y_{i,j}^{(t)} = 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in TS \quad (2)$$

**'Slots' inactivos enviados al final del conjunto TS**

$$w_t \leq w_{t-1} \quad \forall t \in TS : t > t_1 \quad (3)$$

**Avance de las piezas de producto paso a paso si el 'slot' es activo.**

$$y_{i,j}^{(t)} - 1 + w_{t+1} \leq y_{i,j+1}^{(t+1)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, \\ \forall t \in TS : t < |TS| \quad (3)$$

$$y_{i,j}^{(t)} - w_{t+1} \leq y_{i,j}^{(t+1)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j \leq |J|, \\ \forall t \in TS : t < |TS| \quad (5)$$

$$y_{i,j+1}^{(t)} \geq y_{i,j}^{(t)} \\ \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, t = t_1, t' = |TS| \quad (6)$$

**Restricciones de tiempo**

$$L_t \geq \sum_i ct_i y_{i,j}^{(t)} - ct^{\max} (1 - w_t) \quad \forall t \in TS, \quad \forall j \in J : ct^{\max} = \max_i \{ct_i\} \quad (7)$$

$$CT_t = ST_t + L_t \quad \forall t \in TS \quad (8)$$

$$CT_t = ST_{t+1} \quad \forall t \in TS : t < |TS| \quad (9)$$

$$T = CT_t, \quad t = |TS| \quad (10)$$

$$L_t \leq ct^{\max} w_t \quad \forall t \in TS \quad (11)$$

**Reconocimiento de piezas de producto terminadas**

$$x_{i,t} \leq y_{i,jm}^{(t)} \quad (12)$$

$$x_{i,t} \leq w_t \quad (13)$$

$$x_{i,t} \geq y_{i,jm}^{(t)} + w_t - 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in TS \quad (14)$$

**Manejo del inventario**

$$Inv_{i,t} = Inv_{i,t-1} + x_{i,t} - r_i L_t \quad \forall i \in I, \forall t \in TS : t > t_1 \quad (15)$$

$$Inv_{i,t} = Inv_{0,i} + x_{i,t} - r_i L_t \quad \forall i \in I; t = t_1 \quad (16)$$

$$Inv_{0,i} \leq Inv_{i,t'} \quad \forall i \in I; t' = |TS| \quad (17)$$

**Costos de transición**

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_1}^{(t)} + y_{i,j_1}^{(t-1)} - 1 \right) \quad (18)$$

$$\forall i, i' \in I : i \neq i', \forall t \in TS : t > t_1$$

$$Tcost_{t_1} \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_1}^{(t_1)} + y_{i,j_1}^{(t')} - 1 \right) \quad (19)$$

$$\forall i, i' \in I : i \neq i', t' \in TS : t' = |TS|$$

# ANEXO A<sub>6</sub>

## Modelo Matemático Bi-Etapa Paso a Paso

**Paso 1:** Obtención de los tamaños económicos de lote.

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{i \in I} ch_i}{\sum_{i \in I} ic_i r_i (p_i - r_i) / p_i}} \quad ; \quad L_i^* = \frac{r_i}{p_i} T^* ; \quad n_i = \lceil r_i T^* \rceil \quad (1)$$

**Paso 2:** Secuenciamiento de los lotes pre-dimensionados.

**Minimizar**

$$z = \left( \sum_{t, i: t > t_1} \frac{ic_i (Inv_{i,t} + Inv_{i,t-1}) L_t}{2} + \sum_i \frac{ic_i (Inv_{i,t_1} + Inv_{i,TS}) L_{t_1}}{2} + \sum_t Tcost_t \right) / T \quad (2)$$

**sujeto a**

**Restricciones de posicionamiento**

$$\sum_{i \in I} y_{i,j}^{(t)} = 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in TS : |TS| = \sum_{i \in I} n_i \quad (3)$$

$$y_{i,j}^{(t)} = y_{i,j+1}^{(t+1)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, \forall t \in TS : t < |TS| \quad (4)$$

$$y_{i,j+1}^{(t)} = y_{i,j}^{(t)} \quad \forall i \in I, \forall j \in J : j < |J|, t = t_1, t' = |TS| \quad (5)$$

**Restricciones de tiempo**

$$L_t \geq \sum_i ct_i y_{i,j}^{(t)} \quad \forall t \in TS, \forall j \in J \quad (6)$$

$$CT = ST_t + L_t \quad \forall t \in TS \quad (7)$$

$$CT_t = ST_{t+1} \quad \forall t \in TS : t < |TS| \quad (8)$$

$$T = CT_t \quad \forall t \in TS : t = |TS| \quad (9)$$

$$\sum_t y_{i,jm}^{(t)} = n_i \quad \forall i \in I \quad (10)$$

### Manejo del inventario

$$Inv_{i,t} = Inv_{i,t-1} + y_{i,jm}^{(t)} - r_i L_t \quad \forall i \in I, \forall t \in TS : t > t_1 \quad (11)$$

$$Inv_{i,t} = Inv_{0,i} + y_{i,jm}^{(t)} - r_i L_t \quad \forall i \in I; t = t_1 \quad (12)$$

$$Inv_{0,i} \leq Inv_{i,t} \quad \forall i \in I; t = |TS| \quad (13)$$

### Costos de transición

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_1}^{(t)} + y_{i,j_1}^{(t-1)} - 1 \right) \quad \forall i, i' \in I : i \neq i', \forall t \in TS : t > t_1 \quad (14)$$

$$Tcost_t \geq tc_{i,i'} \left( y_{i',j_1}^{(t)} + y_{i,j_1}^{(tt)} - 1 \right) \quad \forall i, i' \in I : i \neq i'; t, tt \in TS : t = t_1, tt = |TS| \quad (15)$$

### Restricciones de corte

$$\begin{aligned} tt y_{i,j_m,tt} &\geq t \left( y_{i,j_m,t} - y_{i,j_m,t-1} \right) \\ &\forall i \in I, \forall t, tt \in TS : t > t_1, t < tt < t + n_i \\ tt y_{i,j_m,tt} &\geq t y_{i,j_m,t} \\ &\forall i \in I, \forall t, tt \in TS : t = t_1, t < tt < t + n_i \end{aligned} \quad (16)$$

# ANEXO A<sub>7</sub>

## Modelo Matemático Bi-Etapa Alternativo

**Paso 1:** Obtención de los tamaños económicos de lote.

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{i \in I} ch_i}{\sum_{i \in I} ic_i r_i (p_i - r_i) / p_i}} \quad ; \quad L_i^* = \frac{r_i}{p_i} T^* ; \quad n_i = \lceil r_i T^* \rceil \quad (1)$$

**Paso 2:** Secuenciamiento de los lotes pre-dimensionados (Si  $n_i \geq m-1, \forall i \in I$ )

**Minimizar**

$$z = \left[ \begin{aligned} & \sum_{i \in I} \sum_{\substack{k \in K: \\ k < |K|}} \frac{ic_i}{2} (Inv_{i,k} + Inv_{i,k+1}) \left( \sum_{p \in P} (n_{i'} - m + 1) ct_{i'} x_{i',k+1} + LTNE_{k+1} \right) + \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{\substack{k \in K: k' \in K: \\ k=k_1, k'=|K|}} \frac{ic_i}{2} (Inv_{i,k} + Inv_{i,k'}) \left( \sum_{i' \in I} (n_{i'} - m + 1) ct_{i'} x_{i',k} + LTNE_k \right) + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I: i' \neq i} TCost_{i,i',k} \end{aligned} \right] \quad (2)$$

$T$

**sujeto a**

**Duraciones de los tramos temporales exclusivo y no exclusivo**

$$LTNE_k \geq (m-1) \max(ct_i, ct_{i'}) (y_{i',k} + x_{i,k} - 1) \quad \forall k \in K, i, i' \in I : i \neq i' \quad (3)$$

$$LTNE_k \leq (m-1) \max(ct_i, ct_{i'}) + Uct(2 - y_{i',k} - x_{i,k}) \quad (4)$$

donde  $Uct = (m-1) \max_i \{ct_i\}, \quad \forall k \in K, i, i' \in I : i \neq i'$

**Asignación de producto a sectores exclusivo y no exclusivo**

$$\sum_{i \in I} x_{i,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{k \in K} x_{i,k} = 1 \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} y_{i,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} y_{i,k} = 1 \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$x_{i,k} + y_{i,k} \leq 1 \quad \forall k \in K, i \in I \quad (9)$$

$$x_{i,k} \geq y_{i,k-1} \quad \forall i \in I, k \in K : k > k_1 \quad (10)$$

$$y_{i,k} = x_{i,k_1} \quad \forall i \in I, k \in K : k = |K| \quad (11)$$

$$STE_k = CT_{k-1} \quad \forall k \in K : k > k_1 \quad (12)$$

$$STE_{k_1} = 0$$

**Tiempos de inicio y fin de cada campaña**

$$CT_k = STE_k + \sum_{i \in I} (n_i - m + 1) ct_i x_{i,k} + LTNE_k \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$T = CT_k \quad k = |K| \quad (14)$$

**Restricciones de inventario**

$$Inv_{i,k}^{INI} = Inv_{i,k-1} \quad \forall i \in I, k \in K : k > k_1 \quad (15)$$

$$Inv_{i,k} = Inv_{i,k}^{INI} + n_i x_{i,k} - r_i \left[ \sum_{i' \in I} (n_{i'} - m + 1) ct_{i'} x_{i',k} + LTNE_k \right] \quad (16)$$

$$\forall i \in I, k \in K$$

$$Inv_{i,k} \geq Inv_{i,k_1}^{INI} \quad k = |K| \quad (17)$$

**Costo de transición entre productos**

$$TCost_{i,i',k} \geq tc_{i,i'} (y_{i',k} + x_{i,k} - 1) \quad \forall k \in K; i, i' \in I : i \neq i' \quad (18)$$

# Nomenclatura

## CONJUNTOS

$I$	Conjunto de modelos o productos
$J$	Conjunto de estaciones de trabajo de la línea de ensamble
$K$	Conjunto de campañas o corridas de producción
$m$	Cantidad de estaciones de la línea de ensamble

## PARÁMETROS

$ch_i$	Costo fijo incurrido cuando se arranca una corrida de producto $i$
$ct_i$	Tiempo de ciclo del producto $i$
$ic_i$	Costo unitario de mantenimiento en inventario de producto $i$ por unidad de tiempo
$p_i$	Tasa de producción de las unidades de producto $i$
$r_i$	Tasa de demanda de las unidades de producto $i$
$tc_{i,i'}$	Costo de transición cuando se cambia del modelo $i$ al $i'$
$TS$	Cantidad total de 'slots' de tiempo disponibles

## VARIABLES CONTINUAS

$CT_t$	Instante de tiempo (o momento) en el cual el paso de proceso $t$ finaliza
$CT_k$	Instante de tiempo (o momento) en el cual la campaña $k$ finaliza
$ICost_i$	Costo de mantenimiento de inventarios del modelo $i$ sobre un ciclo de producción
$Inv_{i,t}$	Stock de producto final de tipo $i$ cuando finaliza el paso de proceso $t$
$Inv_{i,k}^{INI}$	Inventario inicial del producto final $i$ al comenzar la $k$ -ésima campaña de producción
$Inv_{i,k}$	Inventario final del producto terminado $i$ al comenzar la $k$ -ésima campaña de producción
$L_t$	Duración del proceso asociada al paso o 'slot' $t$
$LTNE_k$	Tiempo de duración del tramo no exclusivo o de transición correspondiente a la corrida $k$
$Sf_i$	Nivel de stock del producto $i$ al final del ciclo de producción
$So_i, Inv_{0,i}$	Nivel de stock del producto $i$ al inicio del ciclo de producción

$S_{i,k}^{IN}$	Nivel de stock del producto $i$ cuando ingresa la primera unidad de la campaña $k$
$S_{i,k}^{OUT}$	Nivel de stock del producto $i$ cuando egresa la última unidad de la campaña $k$
$ST_t$	Instante de tiempo (o momento) en el cual el paso de proceso $t$ se inicia
$ST_k$	Instante de tiempo (o momento) en el cual la campaña $k$ se inicia
$STE_k$	Tiempo de inicio de la corrida $k$
$T$	Duración total del ciclo de producción
$T_k^{IN}$	Instante de tiempo en el cual ingresa a la línea de ensamble la primera unidad de producto de la campaña $k$
$T_k^{OUT}$	Instante de tiempo en el cual egresa de la línea de ensamble la última unidad de producto de la campaña $k$
$TCost_k$	Costo de transición cuando se arranca la corrida $k$
$TCost_{i,i',k}$	Costo cuando se recambia del producto $i$ al $i'$ en la campaña $k$ -ésima

#### VARIABLES DISCRETAS

$N_k$	Variable entera que expresa la cantidad de unidades producidas durante la campaña $k$
$NP_{k,i}$	Variable entera que refleja el número de unidades de producto $i$ producidas durante la campaña $k$
$w_t$	Variable binaria que indica si el 'slot' $t$ es activo o ficticio
$x_{i,t}$	Variable binaria que indica si una unidad terminada de producto $i$ ha egresado de la línea al finalizar el paso de tiempo $t$
$x_{i,k}$	Variable binaria que indica que el producto $i$ se está produciendo en el sector exclusivo de la campaña $k$
$y_{k,i}$	Variable binaria que indica que la campaña $k$ produce el modelo $i$
$y_{i,j}^{(t)}$	Variable binaria que indica que la unidad de producto $i$ transita por la estación $j$ -ésima de la línea de ensamble en el 'slot' de tiempo $t$
$y_{i,k}$	Variable binaria que indica que el producto $i$ se está produciendo en el sector no exclusivo de la campaña $k$

# Bibliografía

1. Aase, G.R.; Olson, J.R.; Schniederjans, M.J. (2004) "U-shaped assembly line layouts and their impact on labour productivity: an experimental study" *European Journal of Operational Research* 156, 698-711.
2. Agnetis, A.; Ciancimino, A.; Lucerini, M.; Pizzichella, M. (1995) "Balancing flexible lines for car components assembly". *International Journal of Production Research* 23, 403-421.
3. Agrawal, P.K. (1985) "The related activity concept in assembly line balancing". *International Journal of Production Research* 23, 403-421.
4. Akagi, F.; Osaki, H.; Kikuchi, S. (1983) "A method for assembly line balancing with more than one worker in each station". *International Journal of Production Research* 21, 755-770.
5. Amen, M. (2000a) "An exact method for cost-oriented assembly line balancing". *International Journal of Production Economics* 64, 187-195.
6. Amen, M. (2000b) "Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing". *International Journal of Production Economics* 68, 1-14.
7. Amen, M. (2001) "Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: a comparison on solution quality and computing time". *International Journal of Production Economics* 69, 255-264.
8. Amen, M. (2006) "Cost-oriented assembly line balancing: model formulations, solution difficulty, upper and lower bounds". *European Journal of Operational Research* 168, 747-770.
9. Aneke, N.A.G.; Carrie, A.S. (1984) "A comprehensive flowline classification scheme". *International Journal of Production Research* 22, 281.

10. Arcus, A.L. (1966) "COMSOAL: a computer method of sequencing operations for assembly lines". *International Journal of Production Research* 4, 259-277.
11. Askin, R.; Standridge, C. (1993) "Modeling and analysis of manufacturing systems", 1st edition, Wiley & Sons.
12. Baker, K.R. (1974) "Introduction to Sequencing and Scheduling". (New York: John Wiley and Sons).
13. Baker, K.R. ; Powell, S.G.; Pyke, D.F. (1990) "Buffered and unbuffered assembly systems with variable processing times". *Journal of Manufacturing and Operations Management* 3, 200-223.
14. Bard, J.F. (1989) "Assembly line balancing with parallel workstations and dead time". *International Journal of Production Research* 27, 1005-1018.
15. Bard, J.F.; Shtub, A.; Joshi, S.B. (1994) "Sequencing mixed-model assembly lines to level parts usage and minimize line length". *International Journal of Production Research* 32, 2431-2454.
16. Bartholdi, J.J. (1993) "Balancing two-sided assembly lines: a case study". *International Journal of Production Research* 31, 2447-2461.
17. Bautista, J. ; Companys, R.; Corominas, A. (1996a) " A note on the relation between the product rate variation (PRV) and the apportionment problem". *Journal of Operation Research Society* 47, 1410-1414.
18. Bautista, J. ; Companys, R.; Corominas, A. (1996b) "Heuristics and exact algorithms for solving the Monden problem". *European Journal of Operational Research* 88, 101-131.
19. Bautista, J.; Pereira, J. (2002) "Ant algorithms for assembly line balancing". *Lecture Notes in Computer Science* 2463, 65-75.
20. Bautista, J.; Pereira, J. (2007) "Ant algorithms for a time and space constrained assembly line balancing problem". *European Journal of Operational Research* 177, 2016-2032.

21. Bi, Z.M.; Zhang, W.J. (2001) "Flexible fixture design and automation:review, issues and future directions". *International Journal of Production Research* 39, 2867-2894.
22. Bomberger, E. (1966) "A dynamic approach to a lot size scheduling problem". *Management Science*, 12, pp. 778-784.
23. Boucher, T.O. (1987) "Choice of assembly line design under task learning". *International Journal of Production Research* 25, 513-524.
24. Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. (2006a) "Assembly line balancing: Joint precedence graphs under high product variety". *Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft* 34/2006.
25. Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. (2006b) "Level-Scheduling bei Variantenfließfertigung: Literaturüberblick, Klassifikation und Modellkritik". *Journal für Betriebswirtschaft* 57, 37-66.
26. Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. (2007) "A classification of assembly line balancing problems". *European Journal of Operational Research*, 183, 674-693.
27. Boysen, N.; Fliedner, M. (2008) "A versatile algorithm for assembly line balancing". *European Journal of Operational Research*, 184, 39-56.
28. Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. (2008a) "Sequencing mixed-model assembly lines to minimize part inventory cost". *OR Spectrum* 30, 611-633.
29. Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. (2008b) "Assembly line balancing: Which model to use when?". *Int. J. Production Economics* 111, pp 509-528.
30. Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. (2009) "Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique". *European Journal of Operational Research* 192, 349-373.
31. Bukchin, J.; Tzur, M. (2000) "Design of flexible assembly line to minimize equipment cost". *IIE Transactions* 32, 585-598.

32. Bukchin, Y. ; Rabinowitch, I. (2006) “A branch-and-bound based solution approach for the mixed-model assembly line-balancing for minimizing stations and task duplication costs”. *European Journal of Operational Research* 174, 492-508.
33. Burns, L.D.; Daganzo, C.F. (1987) “Assembly line job sequencing principles”. *International Journal of Production Research* 25, 71-99.
34. Buxey, G.M.; Slack, N.D.; Wild, R. (1973) “Production flow line system design – a review”. *AIIE Transactions* 5, 37-48.
35. Buzacott, J.A. (1968) “Prediction of the efficiency of production systems without internal storage” *International Journal of Production Research* 6, 173-188.
36. Buzacott, J.A. (1971) “The role of inventory banks in flow line production systems”. *International Journal of Production Research* 9, 425-436.
37. Buzacott, J.A.; Shanthikumar, J.G. (1993) “Stochastic models of manufacturing systems”. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
38. Buzacott, J.A. (1999) ”The structure of manufacturing systems: Insights on the impact of variability”. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems* 11, 12-14.
39. Camussi, N.B.; Cerdá, J.; Cafaro, D.C. (2018) “Continuous time models for the optimal sequencing and lot sizing in multiproduct synchronous assembly lines”. Trabajo enviado para su arbitraje para publicación a "Computers and Industrial Engineering".
40. Capacho, L.; Pastor, R. (2004) “ASALBP: the alternative subgraphs assembly line balancing problem”. Working paper, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain.
41. Capella, L.S.; Montagna, A.F.; Camussi, N.B.; Cafaro, D.C. (2017) "Aplicación de 'simulating annealing' al balanceo de líneas de ensamble simples". *Anales del Simposio de Informática Industrial 2017* (ISSN: 2451-7542), pp.93-104.
42. Carnahan, B.J.; Norma, B.A.; Redfern, M.S. (2001) “Incorporating physical demand criteria into assembly balancing”. *IIE Transactions* 3, 875-887.

43. Chakravarty, A.K., (1988) "line balancing with task learning effects", IIE Transactions 20, 186-193.
44. Cohen, Y.; Dar-El, M.E. (1998) "Optimizing the number of stations in assembly lines under learning for limited production" Production Planning and Control 9, 230-240.
45. Cohen, Y. ; Vitner, G.; Sarin, S.C. (2006) "Optimal allocation of work in assembly lines for lots with homogeneous learning". European Journal of Operational Research 168, 922-931.
46. Conway, R.; Maxwell, W.; McClain, J.O.; Thomas, L.J. (1988) "The role of work-in-process inventory in serial production lines". Operations Research 36, 229-241.
47. Dahmala, T.N.; Kubiak, W. (2005) "A brief survey of just-in-time sequencing for mixed-model systems". International Journal of Operations Research 2, 38-47.
48. Dincbas, M.; Simonis, H.; Hentenryck, P.V. (1988) "Solving the car-sequencing problem in constraint logic programming". 8<sup>th</sup> European Conference on Artificial Intelligence, London, pp. 290-295.
49. Ding, F.-Y.;Sun, H. (2004) "Sequence alteration and restoration related to sequenced parts delivery on an automobile mixed-model assembly line with multiple departments". International Journal of Production Research 42, 1525-1543.
50. Dobson, G. (1987) "The economic lot scheduling problem: achieving feasibility using time-varying lot sizes". Operations Research, 35, pp. 764-771.
51. Dobson, G.; Yano, C.A. (1994) "Cyclic scheduling to minimize inventory in a batch flow line" European Journal of Operational Research 75, 441-461.
52. Dolgui, A; Guschinsky, N.; Levin, G. (1999) "On problem of optimal design of transfer lines with parallel and sequential operations". Fuertes, J.M. (Ed.), Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, Barcelona, España, 1999. Vol. , pp. 329-334.
53. Dolgui, A; Guschinsky, N.; Levin, G. (2001a) "Decomposition methods to optimize transfer line with parallel and sequential machining". Binder, Z. (Ed.), Management and

- Control of Production Logistics, Proceedings of the Second IFAC Conference, Grenoble, Francia, 2000, Vol. 3 pp. 983-988, Elsevier, Amsterdam.
54. Dolgui, A; Guschinsky, N.; Levin, G. (2001b) "A mixed integer program for balancing of transfer line with grouped operations". Proceedings of the 28th International Conference on Computer and Industrial Engineering, Florida, USA, 2001, pp. 541-547.
55. Dolgui, A; Guschinsky, N.; Levin, G.; Harrath, Y. (2001c) "Optimal design of a class of transfer lines with parallel operations". Groumpos, P.P, Tzes, A.A. (Eds.), Manufacturing, Modeling, Management and Control, A Proceedings volume from the IFAC Symposium, Patras, Grecia, 2000, pp. 36-41, Elsevier, Amsterdam.
56. Dolgui, A.; Ereemev, A.; Kolokolov, A., A.; Sigaev, V. (2002) "A genetic algorithm for allocation of buffer storage capacities in production line with unreliable machines". Journal Mathematical Modelling and Algorithms 1, 89-104.
57. Dolgui, A; Guschinsky, N.; Levin, G. (2003) "Optimal design of automated transfer lines with blocks of parallel operations". Camacho, E.F., Basanez, L., De la Puente, J.A. (Eds.) Proceedings of the 15th IFAC World Congress, Barcelon, España, 2002, Elsevier, Amsterdam (en CD).
58. Dolgui, A; Guschinsky, N.; Levin, G. (2006) "A special case of transfer lines balancing by graph approach". European Journal of Operational Research 168, 732-746.
59. Dolgui, A.; Proth, J.-M. (2010) "Supply chain engineering: useful methods and techniques". Springer, London.
60. Drexl, A.; Kimms, A. (2001) "Sequencing JIT mix-model assembly lines under station-load and part-usage constraints". Management Science 47, 480-491.
61. Drud, A. S. (1996) "CONOPT: A System for Large Scale Nonlinear Optimization", Reference Manual for CONOPT Subroutine Library, 69p, ARKI Consulting and Development A/S, Bagsvaerd, Denmark.
62. Duplaga, E.A.; Hahn, C.K.; Hur, D. (1996) "Mixed-model assembly line sequencing at Hyundai Motor Company". Prduction and Inventory Management Journal 37, 20-26.

63. Elmaghraby, S.E. (1978) "The economic lot scheduling problema (ELSP): Review and extensions". *Management Science* 24(6), pp. 587-598.
64. Falkenauer, E. (2005) "Line balancing in the real world". In: *Proceedings of the International Conference on Product Lifecycle Management. PLM 05*, Lumiere University of Lyon, France (en CD).
65. Fliedner, M.; Boysen, N. (2008) "Solving the car sequencing problem via branch and bound". *European Journal of Operational Research* 191, pp. 1023-1042.
66. Fliedner, M.; Boysen, N.; Scholl, A. (2011) "On the part inventory model sequencing problem: complexity and Beam Search heuristic". *J. Sched.* 14, 17.
67. Gagné, C.; Gravel, M.; Price, W.L. (2006) "Solving real car sequencing problems with ant colony optimization". *European Journal of Operational Research* 174, 1427-1448.
68. Gallego, G.; Moon, I. (1992) "The effect of externalizing setups in the economic lot scheduling problem". *Operations Research* 31, pp. 1035-1046.
69. Gallego, G.; Shaw, X. (1997) "Complexity of the ELSP with general cyclic schedules". *IIE Transactions* 29, pp. 109-113.
70. Gamberini, R.; Grassi, A.; Gamberi, M.; Manzini, R.; Regattieri, A. (2004) "U-shaped assembly lines with stochastic tasks execution times: heuristics procedures for balancing and rebalancing problems". In: *Proceedings of the Business and Industry Symposium, 2004 Advanced Simulation Technologies Conference*, Arlington, Virginia, <http://www.scs.org/scsarchive/getDoc.cfm?id=1719> .
71. Gamberini, R.; Grassi, A.; Riminia, B. (2006) "A new multiobjective heuristic algorithm for solving the stochastic assembly line re-balancing problem". *International Journal of Production Economics* 102, 226-243.
72. Gökçen, H.; Erel, E. (1998) "Binary integer formulation for mixed-model assembly line balancing problem". *Computers And Industrial Engineering* 34, 451-461.
73. Goldberg, D.E. (1989) "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning" Addison-Wesley, Reading, MA.

74. Gottlieb, J.; Puchta, M.; Solnon, C. (2003) "A study of greedy, local search and ant colony optimization approaches for car sequencing problems". *Application of Evolutionary Computing*, LNCS 2611, pp. 246-257.
75. Gravel, M.; Gagné, C.; Price, W.L. (2005) "Review and comparison of the three methods for the solution of the car sequencing problem". *Journal of the Operational Research Society* 56, 1287-1295.
76. Graves, S.C.; Lamar, B.W. (1983) "An integer programming procedure for assembly system design problems". *Operations Research* 31, 522-545.
77. Groeflin, H.; Luss, H.; Rosenwein, M.B.; Wahls, E.T. (1989) "Final assembly sequencing for just-in-time manufacturing". *International Journal of Production Research* 27, 199-213.
78. Hanssmann, F. (1962) "Operations Research in Production and Inventory Control". New York, Wiley.
79. Harris, F.W. (1913) "How many parts to make at once". *Factory, The Magazine of Management* 10 (2), pp. 135-136 (152).
80. Harris, J.H.; Powell, S.G. (1999) "An algorithm for optimal buffer placement in reliable serial lines". *IIE Transactions* 31, 287-302.
81. Hautsch, K.; John, H.; Schürgers, H. (1972) "Taktabstimmung bei Fließarbeit mit dem Positionswert-Verfahren". *REFA-Nachrichten* 25, 451-464.
82. Helgeson, W.B.; Birnie, D.P. (1961) "Assembly line balancing using the ranked positional weight technique". *Journal of Industrial Engineering* 12, 394-398.
83. Hillier, F.S.; Boling, R.W. (1966) "The effect of some design factors on the efficiency of production lines with variable operation times". *Journal of Industrial Engineering* 17, 651-658.
84. Hillier, F.S.; Boling, R.W. (1979) "On the optimal allocation of work in symmetrically unbalanced production line systems with variable operation times". *Management Science* 25, 721-728.

85. Hillier, F.S.; So, K.C. (1991) "The effect of machine breakdowns and interstage storage on the performance of production line systems" *International Journal of Production Research* 29, 2043-2055.
86. Hillier, F.S.; So, K.C.; Boling, R.W. (1993) "Towards characterizing the optimal allocation of storage space in production line systems with variable processing times". *Management Science* 39, 126-133.
87. Hillier, F.S.; So, K.C. (1993) "Some data for applying the bowl phenomenon to large production line systems". *International Journal of Production Research* 31, 811-822.
88. Holmbom, M.; Segerstedt, A.; Sluis, E. (2013) "A solution procedure for Economic Lot Scheduling Problems even in high utilisation facilities". *Int.J.Prod.Res.* 51, pp. 3765-3777.
89. Holmbom, M.; Segerstedt, A. (2014) "Economic order quantities in production: From Harris to economic lot scheduling problems". *Int. J. Production Economics* 155, pp. 82-90.
90. Inman, R.R.; Bulfin, R.L. (1991) "Sequencing JIT mixed model assembly lines". *Management Science* 37, 901-904.
91. Inman R.R.; Leon, M. (1994) "Scheduling duplicate serial stations in transfer lines". *International Journal of Production Research* 32, 2631-2644.
92. Inman, R.R. (2003) "ASRS sizing for recreating automotive assembly sequences". *International Journal of Production Research* 41, 847-863.
93. Johnson, R.V. (1983) "A branch and bound algorithm for assembly line balancing with formulation irregularities". *Management Science* 29, 1309-1324.
94. Johnson, R.V. (1991) "Balancing assembly lines for teams and workgroups". *International Journal of Production Research* 29, 1205-1214.
95. Joo, S.-H.; Wilhelm, W.E. (1993) "A review of quantitative approaches in just-in-time manufacturing". *Production Planning & Control* 4, 207-222.

96. Kim, H.; Park, S. (1995) "A strong cutting plane algorithm for the robotic assembly line balancing problem". *International Journal of Production Research* 33, 2311-2323.
97. Kim, Y.K.; Hyun, C.J.; Kim, Y. (1996) "Sequencing in mixed model assembly lines: a genetic algorithm approach". *Computers & Operations Research* 23, 1131-1145.
98. Kim, Y.K.; Kim, Y.; Kim, Y.J. (2000a) "Two-sided assembly line balancing: a genetic algorithm approach". *Production Planning and Control* 11, 44-53.
99. Klenke, H. (1977) "Ablaufplanung bei Fließfertigung". Gabler, Wiesbaden.
100. Krcal, H.-C. (2005) "Wege aus der Kapazitätsfalle in der Automobilindustrie". *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 57, 503-524.
101. Kubiak, W.; Sethi, S.P. (1991) A note on "Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems". *Management Science* 37, 121-122.
102. Kubiak, W. (1993) "Minimizing variation of production rates in just-in-time systems: A survey". *European Journal of Operational Research* 66, 259-271.
103. Lapierre, S.D.; Ruiz, A.B. (2004) "Balancing assembly lines: an industrial case study". *Journal of the Operational Research Society* 55, 589-597.
104. Lapierre, S.D.; Ruiz, A.; Soriano, P. (2006) "Balancing assembly lines with tabu search". *European Journal of Operational Research* 168, 826-837.
105. Lee, T.O.; Kim, Y.; Kim, Y.K. (2001) "Two-sided assembly line balancing to maximize work relatedness and slackness". *Computers and Industrial Engineering* 40, 273-292.
106. Lopez, M.A.N.; Kingsman, B.G. (1991) "The Economic Lot Scheduling Problem: theory and practice". *Int. J.Prod. Econ.* 23 (1-3), pp. 147-164.
107. Macaskill, J.L.C. (1972) "Production-line balances for mixed-model lines". *Management Science* 19, 423-434.
108. Mackaskill, J.L.C. (1973) "Computer simulation for mixed-model production lines". *Management Science* 20, 341-348.

109. Malakooti, B. (1994) "Assembly line balancing with buffers by multiple criteria optimization". *International Journal of Production Research* 32, 2159-2178.
110. Mane, A.; Nahavandi, S.; Zhang, J. (2002) "Sequencing production on an assembly line using goal chasing and user defined algorithm". In Yncesan, E.; Chen, C.-H.; Snowdon, J.L.; Charnes, J.M. (Eds.). *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference (CD ROM)*.
111. Martin, G.E. (1994) "Optimal design of production lines". *International Journal of Production Research* 32, 989-1000.
112. Merengo, C.; Nava, F.; Pozetti, A. (1999) "Balancing and sequencing manual mixed-model assembly lines". *International Journal of Operational Research* 37, pp.2835-2860.
113. Meyr, H. (2004) "Supply chain planning in the German automotive industry". *OR Spectrum* 26, 447-470.
114. Miltenburg, J. (1989) "Level Schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems". *Management Science* 35, 192-207.
115. Miltenburg, J.; Goldstein, T. (1991) "Developing production schedules which balance part usage and smooth production loads for just-in-time production systems". *Naval Research Logistics* 38, 893-910.
116. Miltenburg, J.; Wijngaard, J. (1994) "The U-line line balancing problem". *Management Science* 40, 1378-1388.
117. Miltenburg, J. (1998) "Balancing U-lines in a multiple U-line facility". *European Journal of Operational Research* 109, 1-23.
118. Moodie, C.L.; Young, H.H. (1965) "A heuristic method of assembly line balancing for assumptions of constant or variable work element times". *Journal of Industrial Engineering* 16, 23-29.
119. Monden, Y. (1998) "Toyota production system - An integrated approach to just-in-time", 3rd. edition, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.

120. Moon, I.; Silver, E.A.; Choi, S. (2002) "Hybrid genetic algorithm for the economic lot-scheduling problem". *International Journal of Production Research* 40, pp. 809-824.
121. Nakade, N.; Ohno, J.G.; Shanthikumar, J.G. (1997) "Bounds and approximations for cycle times of a U-shaped production line". *Operations Research Letters* 21, 191-200.
122. Nguyen, A. (2005) "Challenge ROADEF 2005: Car sequencing problem". Technical report, Renault, France.
123. Okamura, K.; Yamashina, H. (1979) "A heuristic algorithm for the assembly line model-mix sequencing problem to minimize the risk of stopping the conveyor". *International Journal of Production Research* 17, 233-247.
124. Ouenniche, J.; Boctor, F.F. (2001a) "The multi-product, economic lot.sizing problem in flow shops: the powers-of-two heuristic". *Computers and Operations Research* 28, pp. 1165-1182.
125. Ouenniche, J.; Boctor, F.F. (2001b) "The two-group heuristic to solve the multi-product, economic lot sizing and scheduling problem in flow shops". *European Journal of Operational Research* 129, pp. 539-554.
126. Parrello, B.; Kabat, W.; Wos, L. (1986) "Job-shop scheduling using automated reasoning: A case study of the car-sequencing problem". *Journal of Automated Reasoning* 2, 1-42.
127. Parrello, B.D. (1988) "CAR WARS: The (almost) birth of an expert system". *AI Expert* 3 (1), 60-64.
128. Pinedo, M. (2002) "Scheduling: Theory, algorithms and systems". 2nd. Edition. Upper Saddle River.
129. Pinedo, M.L. (2009) "Planning and Scheduling in Manufacturing and Services". 2nd. Ed. Springer.
130. Pinnoi, A.; Wilhelm, W.E. (1997a) "A family of hierarchical models for assembly system design". *International Journal of Production Research* 35, 253-280.

131. Pinnoi A.; Wilhelm, W.E. (1997b) "A branch and cut approach for workload smoothing on assembly lines". *INFORMS Journal on Computing* 9, 335-350.
132. Pinnoi, A.; Wilhelm, W.E. (1998) "Assembly system design: a branch and cut approach". *Management Science* 44, 103-118.
133. Pinto, P.A.; Dannenbring, D.G.; Khumawala, B.M. (1975) "A branch and bound algorithm for assembly line balancing with paralleling". *International Journal of Production Research* 13, 183-196.
134. Pinto, P.A.; Dannenbring, D.G.; Khumawala, B.M. (1981) "Branch and bound and heuristics procedures for assembly line balancing with paralleling of stations". *International Journal of Production Research* 19, 565-576.
135. Pinto, P.A.; Dannenbring, D.G.; Khumawala, B.M. (1983) "Assembly line balancing with processing alternatives: an application". *Management Science* 29, 817-830.
136. Powell, S.G. (1994) "Buffer allocation in unbalanced three-station serial lines". *International Journal of Production Research* 32, 2201-2217.
137. Ramachadugu, R.; Talbot, B. (1991) "Improving the equality of workload assignments in assembly lines". *International Journal of Production Research* 29, 619-633.
138. Rekiek, B.; de Lit, P.; Pellichero, F.; Falkenauer, E.; Delchambre, A. (1999) "Applying the equal piles problem to balance assembly lines". In : *Proceedings of ISATP 1999, Porto, Portugal*, pp. 399-404.
139. Rekiek, B.; de Lit, P.; Pellichero, F.; L'Eglise, T.; Fouda, P.; Falkenauer, E.; Delchambre, A. (2001) "A multiple objective grouping genetic algorithm for assembly line design ». *Journal of Intelligent Manufacturing* 12, 467-485.
140. Rekiek, B.; de Lit, P.; Delchambre, A. (2002) "Hybrid assembly line design and user's preferences". *International Journal of Production Research* 40, 1095-1111.
141. Rekiek, B.; Delchambre, A. (2006) "Assembly line design. The balancing of mixed-model hybrid assembly lines with genetic algorithms". Springer.

142. Robinson, L.W.; McClain, J.O.; Thomas, L.J. (1990) "The good, the bad and the ugly: quality on an assembly line". *International Journal of Production Research* 28, 963-980.
143. Rogers, J. (1958) "A computational approach to the economic lot scheduling problem". *Management Science* 4(3), pp. 264-291.
144. Rosenberg, O.; Ziegler, H. (1992) "A comparison of heuristic algorithms for cost-oriented assembly line balancing". *Zeitschrift für Operations Research* 36, 477-495.
145. Rosenblatt, M.J.; Carlson, R.C. (1985) "Designing a production line to maximize profit". *IIE Transactions* 17, 117-121.
146. Schemeleva, K.; Delorme, X.; Dolgui, A.; Grimaud, F. (2012) "Multi-product sequencing and lot-sizing under uncertainties: A memetic algorithm". *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 25, 1598-1610.
147. Scholl, A.; Klein, R.; Domschke, W. (1998) "Pattern based vocabulary building for effectively sequencing mixed-model assembly lines". *Journal of Heuristics* 4, 359-381.
148. Scholl, A., (1999) "Balancing and sequencing of assembly lines". 2<sup>nd</sup>. Edition. Physical, Heidelberg.
149. Scholl, A.; Klein, R. (1999) "ULINO: optimally balancing U-shaped JIT assembly lines". *International Journal of Production Research* 37, 721-736.
150. Scholl, A.; Becker, C. (2005) "A note on exact method for cost-oriented assembly line balancing". *International Journal of Production Economics* 97, 343-352.
151. Scholl, A.; Boysen, N.; Fliedner, M. (2008) "The sequence-dependent assembly line balancing problem". *OR Spectrum* 30, 579-609.
152. Segerstedt, A. (1999) "Lot sizes in a capacity constrained facility with available initial inventories". *Int. J.Prod. Econ.* 59 (1-3), pp. 469-475.
153. Shtub, A.; Dar-El, E.M. (1989) "A methodology for the selection of assembly line systems". *International Journal of Production Research* 27, 175-186.

154. Shtub, A.; Dar-El, E.M. (1990) "An assembly chart oriented assembly line balancing approach". *International Journal of Production Research* 6, 1137-1151.
155. Silver, E.; Pyke, D.; Peterson, R. (1998) "Inventory, Management and Production Planning and Scheduling", 3<sup>rd</sup> edn (New York, Wiley).
156. Smunt, T.L.; Perkins, W.C. (1985) "Stochastic unpaced line design: review and further experimental results". *Journal of Operations Management* 5, 351-373.
157. Solnon, C. ; Cung, V.D.; Nguyen, A.; Artigues, C. (2008) "The car sequencing problem : Overview of the state-of-the-art methods and industrial case study of the ROADEF'2005 challenge problem". *European Journal of Operational Research* 191(3), pp. 912-927, Elsevier.
158. Sparling, D. (1998) "Balancing JIT production units: the N U-line balancing problem". *Information Systems and Operational Research* 36, 215-237.
159. Sparling, D.; Miltenburg, J. (1998) "The mixed-model U-line balancing problem". *International Journal of Production Research* 36, 485-501.
160. Steffen, R. (1977) "Produktionsplanung bei Fließbandfertigung". Gabler, Wiesbaden.
161. Steiner, G.; Yeomans, J.S. (1993) "Level schedules for mixed-model, just-in-time processes". *Management Science* 39, 728-735.
162. Suhail, A. (1983) "Reliability and optimization considerations in a conveyor-paced assembly line system" *International Journal of Production Research* 21, 627-640.
163. Taft, E.W. (1918) "The most economical production lot". *Iron Age* 101, 1410-1412.
164. Tawarmalani, M. ; Sahinids, N.V. (2005) "A polyhedral branch-and-cut approach to global optimization" (BARON). *Mathematical Programming* 103(2), pp. 225-249.
165. Tempelmeier, H. (2003) "Practical considerations in the optimization of flow production systems". *International Journal of Production Research* 41, 149-170.

166. Thomopoulos, N.T. (1967) "Line balancing-sequencing for mixed-model assembly". *Management Science* 14, B59-B75.
167. Thomopoulos, N.T. (1970) "Mixed model line balancing with smoothed station assignments" *Management Science* 16, 593-603.
168. Tsai, L.-H. (1995) "Mixed-model sequencing to minimize utility work and the risk of conveyor stoppage". *Management Science* 41, 485-495.
169. Urban, T.L.; Chiang, W.C. (2006) "Balancing unpaced synchronous production lines". Working paper, University of Tulsa, Oklahoma, USA.
170. Van Zante-de Fokkert, J. ; de Kok, T.G. (1997) "The mixed and multi model line balancing problem: a comparison"- *European Journal of Operational Research* 100, 399-412 .
171. Vilarinho, P.M.; Simaria, A.S. (2002) " A two-stage heuristic method for balancing mixed-model assembly lines with parallel workstations". *International Journal of Production Research* 40, 1405-1420.
172. Viswanathan, J.; Grossmann, I.E. (1990) "A combined penalty function and outer approximation method for MINLP optimization". *Computers & Chemical Engineering*, 14(7), 769-782.
173. Wester, L.; Kilbridge, M. (1964) "The assembly line model-mix sequencing problem" *Third International Conference on Operations Research, Oslo 1963*, pp 247-260.
174. Wild, R. (1972) "Mass-production management. The design and operation of production flow-line systems". Wiley, London.
175. Wilhelm, W.E. (1999) "A column-generation approach for the assembly system design problem with tool changes". *International Journal of Flexible Manufacturing Systems* 11, 177-205.
176. Yao, M.-J.;Elmaghraby, S.E. (2001) "The economic lot scheduling problem under power-of-two policy". *Comput.Math.Appl.* 41 (10-11), pp. 1379-1393.

177. Yavuz, M.; AKçali, E.; Tüfekçi, S. (2006) “Optimizing production smoothing decisions via batch selection for mixed-model just-in-time manufacturing systems with arbitrary setup and processing times”. *International Journal of Production Research* 44, 3061-3081.
178. Zäpfel, G. (1975) “Ausgewählte fertigungswirtschaftliche Optimierungsprobleme von Fließfertigungssystemen”. Beuth, Berlin