



**COMPARATIVA Y EVALUACIÓN DE ABORDAJES DE PROGRAMACIÓN  
MATEMÁTICA PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE FLOTAS DE  
VEHÍCULOS**  
**Cirelli, Lucio Augusto**

*Facultad de Ingeniería Química, Santiago del Estero 2829  
Directora: Dra. Vanina Cafaro  
Codirector: Ing. Demian Presser*

Área: Ingeniería

Palabras claves: Optimización, Dimensionamiento de flota, Programación matemática.

### **INTRODUCCIÓN**

El dimensionamiento de flotas de vehículos, su contratación y asignación son decisiones claves en industrias que necesitan satisfacer una alta demanda de operaciones geográficamente distribuidas. La optimización de estas decisiones es indispensable para garantizar la provisión económica de los servicios, recursos y equipamientos en tiempo y forma en la industria del petróleo y gas, eólica e hidrógeno. La contratación de vehículos involucra decisiones de distintos plazos con base en proyecciones de demanda inciertas. En este contexto, los operadores logísticos tienden a sobredimensionar la contratación de vehículos en busca de un incremento de los niveles de servicio. La necesidad de contar con herramientas rigurosas que permitan abordar inteligentemente este problema aparece como una constante en la industria y diferentes formulaciones han sido propuestas en la literatura. Este trabajo busca sistematizar algunas de las estrategias de programación matemática más importantes propuestas hasta el momento y establecer una comparativa que permita facilitar la selección de métodos en la industria.

### **OBJETIVOS**

Comparar distintas estrategias de programación matemática para el abordaje de problemas de dimensionamiento de flota bajo demanda incierta y determinar aquella más conveniente.

Título del proyecto: PLANEACIÓN Y DESARROLLO DE CADENAS DE VALOR PARA LA PRODUCCIÓN SUSTENTABLE DE ENERGÍA EN LA ARGENTINA  
Instrumento: CAID+D 2020  
Año convocatoria: 2022  
Organismo Financiador: UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL  
Director: Cafaro, Diego Carlos

## METODOLOGÍA

### Programación Matemática

La programación matemática, es un método de modelado y optimización que busca encontrar los mejores valores posibles para una serie de variables de interés. Mediante esta técnica se busca representar un sistema real y maximizar o minimizar una función objetivo, sujeta a ciertas restricciones que relacionan las variables de interés en forma de ecuaciones y desigualdades matemáticas. Dichas restricciones pueden ser de naturaleza lineal o no lineal y definen un espacio de factibilidad sobre los valores de las variables sobre el cuál se debe seleccionar la mejor alternativa posible. En este trabajo se analizan algunas de las propuestas más importantes de programación matemática para el dimensionamiento de flota mediante una comparación directa del desempeño frente a un caso testigo. La comparativa involucra dos variantes clásicas de modelado matemático (determinístico y estocástico) y una propuesta novedosa de los últimos años conocida como optimización robusta adaptable (Presser et al., 2021).

### Modelos Desarrollados

Para realizar la comparativa se considera un caso de estudio piloto de una empresa de la industria del petróleo y gas, cuyas operaciones se encuentra distribuidas geográficamente. El abordaje que se propone considera las locaciones de prestación de servicios como nodos de una red de transporte, donde los arcos que conectan los nodos son los que contemplan la demanda a satisfacer, medida como viajes de vehículos requeridos de un nodo a otro. La planificación contempla un horizonte de planeación de tres meses con demandas diarias para cada arco y para cada mes, que siguen una distribución de probabilidad Beta. Dicha distribución modela el comportamiento de variables aleatorias continuas cuyos posibles valores se encuentran dentro de un intervalo finito  $[a, b]$ , indicando el valor mínimo y máximo de demanda, respectivamente. La distribución beta considera además de  $a$  y  $b$ , otros dos parámetros: el valor más frecuente  $m$  y un parámetro de suavización  $\delta$ . Mediante optimización se busca establecer la mejor estrategia de contratación de vehículos (trimestral, mensual y diaria) a distintos proveedores, así como la asignación de los mismos a viajes, de manera de satisfacer la demanda de la red a mínimo costo total.

El trabajo propone la evaluación de tres modelos matemáticos de naturaleza mixta-entera lineal (MILP): un modelo determinístico, un modelo estocástico de dos etapas y modelo de optimización robusta adaptable. El modelo determinístico es un enfoque habitual que no considera la incertidumbre de la demanda de transporte. Para cada arco de la red de transporte considera un valor de referencia de la demanda (en este caso la media) para planificar las contrataciones. El modelo determinístico se beneficia de su simplicidad al no abordar la naturaleza estocástica de la demanda y es recomendado para aquellos casos con nula o baja incertidumbre.

Por su parte, la variante estocástica del modelo (List et al., 2003) contempla distintos escenarios de incertidumbre y se adapta a los mismos mediante decisiones alternativas. Estos modelos se fundamentan en desdoblarse las decisiones en dos niveles, considerando la incertidumbre asociada a la demanda. Las decisiones de primer nivel buscan establecer el nivel de contratación de largo plazo, más económico y común a todos los escenarios de incertidumbre. Las decisiones de segundo nivel se adaptan a cada escenario y complementan la contratación base según se requiera. La formulación requiere discretizar los escenarios inciertos en un conjunto finito de demandas potenciales. Para esta comparativa se consideraron tres escenarios con su respectiva probabilidad de ocurrencia y demanda media. Dichos escenarios son denominados de demanda baja, media y alta, respectivamente.

El tercer modelo evaluado presenta un enfoque novedoso de optimización robusta adaptable. Este modelo busca determinar el nivel de servicio óptimo, considerando posibles niveles de confianza para satisfacer la demanda en cada arco, representándose por la variable

$Ks_{v,k,i,j}$ , que indica el nivel de cobertura requerido para el vehículo  $v$  en el arco  $i-j$  de la red durante el período  $k$ . Esto se traduce en considerar una demanda media  $TR_{v,k,i,j}$  y el desvío estándar  $sd_{v,k,i,j}$  de la distribución beta asociada a cada arco en cada período. En el modelo, se exige como restricción que el número de viajes a realizar  $X_{v,k,i,j}$  no sean menores a la media más  $Ks$  desvíos estándar, tal como se muestra en la Ec. (1).

$$X_{v,k,i,j} \geq TR_{v,k,i,j} + Ks_{v,k,i,j} * sd_{v,k,i,j} \forall v, k, i, j \quad (1)$$

Un nivel de servicio  $Ks_{v,k,i,j}$  implicará una probabilidad de  $(1 - \alpha)$  de cubrir la demanda, donde  $\alpha$  sería la probabilidad de incumplimiento de la demanda que es elegible por el modelo. Aproximando el valor esperado de incumplimiento durante un preprocesamiento, se calculan las probabilidades  $(1 - \alpha)$ . El parámetro  $Ks_{v,k,i,j}$  es determinado según la Ec. (2), donde  $KV_{sl}$  indica el número de desvíos estándar asociados a un nivel de servicio  $sl$ .

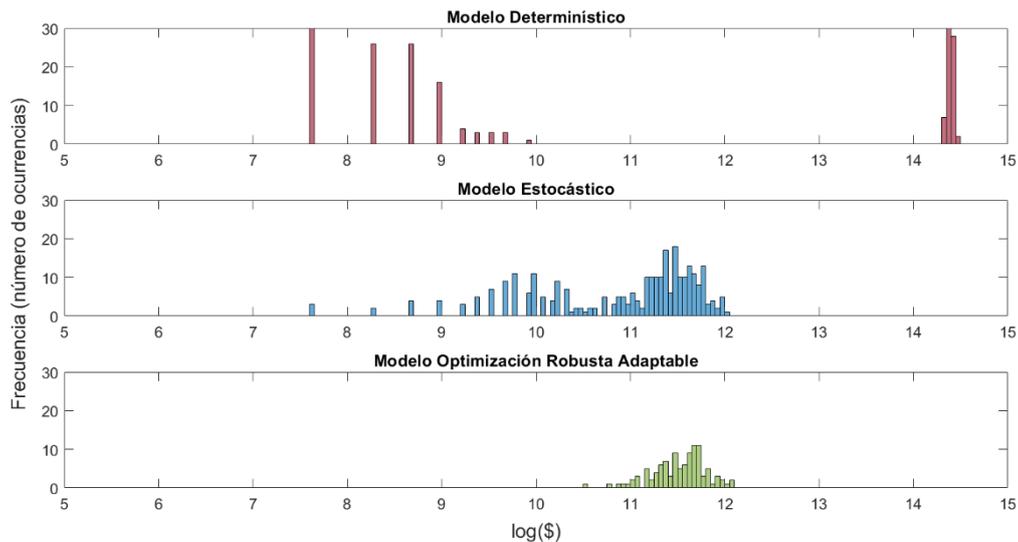
$$Ks_{v,k,i,j} = \sum_{sl} KV_{sl} * Y_{v,k,i,j,sl} \forall v, k, i, j \quad (2)$$

En la Ec. (2),  $Y_{v,k,i,j,sl}$  es una variable binaria, es decir, que toma valor 1 si se asigna al vehículo  $v$ , en el mes  $k$ , para abastecer el arco  $(i,j)$  con un nivel de servicio  $sl$  y toma valor 0 en caso contrario. Por lo tanto, debe imponerse que la sumatoria de todas las variables binarias  $Y_{v,k,i,j,sl}$  debe ser igual a 1, para que solo un nivel de servicio sea elegible. Asimismo, el nivel de servicio  $sl$  tiene asociado un costo esperado de insatisfacción  $ISDC_{v,k,i,j,sl}$ , el cual se calcula de antemano en el modelo mediante la suma producto de las probabilidades de ocurrencia de cada demanda por el costo de insatisfacción por viaje por tipo de vehículo  $v$   $CHSI_v$  para cada posible nivel de servicio. El modelo luego optimizará el nivel de servicio mediante la selección de la cobertura óptima que resuelva el compromiso entre una mayor contratación o un mayor incumplimiento esperado. Debido a que solo una variable binaria sobrevive,  $CDI_{v,k}$  tomará el valor del parámetro  $ISDC_{v,k,i,j,sl}$  con el nivel de servicio determinado por la variable binaria.

Todos los modelos fueron implementados en lenguaje de modelado algebraico GAMS y puestos a prueba en un caso de estudio testigo. Para el caso, se buscó realizar la contratación de vehículos mediante los diferentes abordajes y luego simular instancias reales de demanda para evaluar el desempeño de las soluciones.

## Resultados

Luego de planificar las contrataciones con las tres estrategias, se realizaron 400 simulaciones de demandas diarias de tres meses cada una para evaluar las soluciones de contratación propuestas por cada modelo. Posteriormente, se empleó un algoritmo en GAMS que permite replicar el comportamiento del planificador al enfrentarse a una demanda real mediante la contratación realizada. La Fig. 1 muestra el comportamiento del costo de demanda insatisfecha para cada solución de contratación obtenida. Como puede observarse, el modelo determinístico incurre en mayores costos de insatisfacción (en torno a  $\$ 2 \times 10^6$ ) al no contemplar la incertidumbre asociada en la demanda. Por otro lado, el modelo estocástico tiene un promedio de costo de insatisfacción total de  $\$ 5.3 \times 10^4$  con una dispersión considerable de sus valores. En tanto que el modelado de optimización robusta adaptable presenta un costo promedio de insatisfacción de  $\$ 2.8 \times 10^4$  con un intervalo significativamente más estrecho de valores posibles. Cabe destacar que este último caso presenta, además, tres veces más instancias en los cuales no se incumple con la demanda respecto al modelo estocástico. Los tiempos de cómputo son un 60% más bajos en este último caso y los costos de contratación esperados son similares.



**Fig.1** Histogramas de Costo de Insatisfacción de Modelos Matemáticos.

## CONCLUSIONES

Se logró establecer una comparativa entre tres modelos de programación matemática MILP propuestos en la literatura para resolver el dimensionamiento, contratación y asignación de vehículos en redes geográficas de operaciones. De acuerdo con los resultados, puede observarse que el desempeño del modelo de optimización robusta adaptable presenta mejoras significativas respecto a los modelos determinísticos y estocásticos convencionales, asegurando un nivel de servicio elevado sin incurrir en mayores costos de contratación y sin limitaciones computacionales, como ocurre con el modelo estocástico. A futuro se pretende comparar el modelo de optimización robusta adaptable con un modelo estocástico que considere un mayor número de escenarios de demanda para equiparar aún más ambas herramientas.

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- List, G. F., Wood, B., Nozick, L. K., Turnquist, M. A., Jones, D. A., Kjeldgaard, E. A., & Lawton, C. R.** (2003). Robust optimization for fleet planning under uncertainty. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 39(3), 209-227.
- Presser, D. J., Cafaro, V. G., & Cafaro, D. C.** (2021, December). Optimal Sizing and Contracting of Vehicle Fleets Under Uncertainty for Upstream Operations in the Oil and Gas Industry. In *2021 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)* (pp. 98-102). IEEE.
- Presser, D. J., Cafaro, V. G., & Cafaro, D. C.** (2022). A Novel Approach for Vehicle Fleet Sizing and Allocation under Uncertain Demand. In *Computer Aided Chemical Engineering* (Vol. 51, pp. 949-954). Elsevier.