

USO DE HIPERGRAFOS MÉTRICOS PARA ESTUDIAR LA DINÁMICA DE LA ENFERMEDAD DE EPILEPSIA

Bilbao Dalma^a

^a Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL-CONICET-UNL), Santa Fe, Argentina

^b Universidad Autónoma de Entre Ríos, Entre Ríos (UADER), Oro Verde, Argentina.

Director: Mateos Diego^b

Codirector: Aimar Hugo^a

Área: Ciencias Exactas.

Palabras claves: Epilepsia, Magnetoencefalografía, Dinámica Neuronal.

INTRODUCCIÓN

El análisis de redes de conectividad es una de las herramientas fundamentales en el estudio de la neurociencia. Generalmente, este análisis se lleva a cabo utilizando la teoría de grafos, que describe la relación por pares entre las componentes de una red. Sin embargo, en el cerebro, la relación entre sus componentes (neuronas, áreas cerebrales, etc.) es más compleja. Para abordar este problema, la teoría de hipergrafos S, Barbarossa. (2016) permite estudiar las múltiples relaciones entre sus componentes. Partimos del análisis de magnetoencefalografía (MEG) de dos pacientes con ataques de epilepsia generalizados, ambos pacientes presentan una sola crisis epiléptica, que se refleja en el cambio de la dinámica de la señal, en el paciente 1 observamos dicho cambio en el rango de 98-150 segundos y en el segundo paciente se observa desde 38-62 segundos. Y estudiamos la dinámica del fenómeno de sincronización que se presenta durante la crisis epiléptica. Para ello usamos la idea de filtración procedente de la topología algebraica reportada en D. Bilbao, H. Aimar y D. Mateos. (2023). Esto implica no tener un hipergrafo fijo para los datos, sino un conjunto de hipergrafos que se forman a partir de un parámetro variable r , denotaremos a esta familia de hipergrafos por $H(r)$ Este enfoque proporciona una herramienta poderosa para inferir información cualitativa y cuantitativa robusta sobre la estructura de las señales analizadas.

OBJETIVOS

- Detectar el momento del ataque epiléptico mediante la aplicación de hipergrafos métricos.

Título del proyecto: *Desarrollo de técnicas avanzadas de análisis de señales electrofisiológicas mediante la aplicación de teoría de hipergrafos.*

Instrumento: Teoría de hipergrafos

Año convocatoria: 2020

Organismo financiador: CONICET

Director: Diego Mateos

Método de filtración de hipergrafos métricos: Dado un conjunto de puntos X podemos medir la distancia entre todos los componentes por pares aplicando una determinada métrica. Con esto obtenemos una matriz distancia D_x de orden $(n \times n)$ que representa la topología de los datos. En nuestro trabajo la matriz distancia es generada por medio del análisis de conectividad basado en *Phase locking index* (PLI) definida por C. J. Stam, (2007), entre todos los pares de canales, dándonos una matriz de 144×144 .

Construcción y caracterización de $H(r)$: A continuación, se presenta el algoritmo utilizado para analizar un conjunto de datos basado en la caracterización del hipergrafo. Dado un conjunto de datos $x = \{x_1, \dots, x_m\}$ generamos y caracterizamos el hipergrafo asociada a x de la siguiente manera:

Algoritmo: Método de filtrado de hipergrafos:

- 1: Definimos una distancia d sobre los elementos del conjunto X .
- 2: Construimos la matriz distancia D_x .
- 3: Para cada $x \in X$ definimos una bola de centro x_i y radio r , $B(x_i, r)$ con $0 < r < 1$.
- 4: Construimos una matriz binaria M para cada r como:

$$M_{i,j}(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } d(x_i, x_j) < r \\ 0 & \text{si } d(x_i, x_j) \geq r \end{cases}$$

5: Obtenemos la matriz de incidencia $I(r)$, $m(r) \times n$, $m(r) \leq n$, eliminando las filas repetidas de la matriz $M(r)$.

6: Computamos el número de hiperaristas como $\Delta^e(r) = m(r)$.

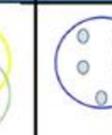
r	0	0,2	0,5	1
Hipergrafos				
Δ^e	-	5	5	1

Figura 1: Pasos para construir y cuantificar los hipergrafos en función de r .

Cuantificadores: Para cuantificar toda la información brindada por $\Delta^e(r)$ usamos dos métricas, la norma $L^1(L)$ y la seminorma discreta de Sobolev de orden 1 (S). Definidas:

$$L = \sum_{i=0}^{k-1} |\Delta^e(r_i)| \text{ y } S = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{|\Delta^e(r_i) - \Delta^e(r_{i-1})|}{r_i - r_{i-1}}$$

Donde: $r_i = i10^{-2}$ con $i = 1, 2, \dots, 100$.

Datos: Los datos fueron adquiridos en el Hospital Western Toronto, Canadá, con un equipo de MEG. El "paciente 1" con epilepsia generalizada secundaria, y el "paciente 2" con epilepsia generalizada primaria. A cada paciente se le realizó una MEG en el periodo basal y en el periodo ictal (crisis). El registro se realizó con un MEG de 144 canales con una frecuencia de muestreo de 625 Hz. Se tomaron segmentos de 5 segundos de registro y se calculó la matriz de conectividad entre todos los pares de canales utilizando PLI (C, J, Stam. 2007).

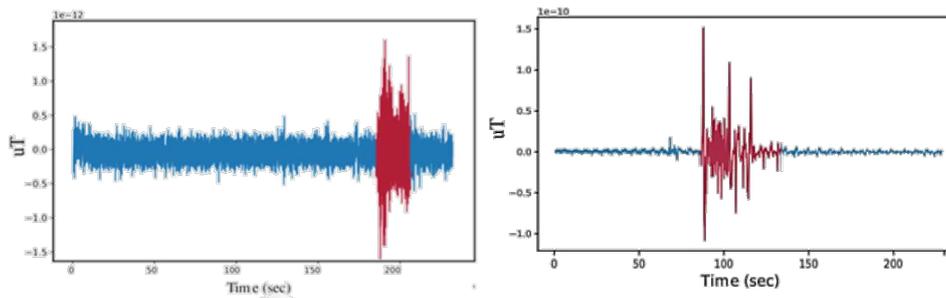


Figura 2. Señales de EMG a) “Paciente 1” y b) “Paciente 2”

RESULTADOS

Para el análisis utilizamos 144 señales embebidas en un espacio métrico, el cual calcula la distancia entre las señales basándose en la diferencia de fase de las mismas. Para el estudio de la conectividad, se cortó el registro en segmentos de 5s solapados al 50%. Para cada segmento se calculó la matriz de conectividad basada en el análisis de PLI. Obteniendo en total un número de $N = 46$ matrices conectividad. Para cada matriz se aplicó el método de filtrado de hipergrafos explicado anteriormente para luego calcular $S(t)$ y $L(t)$. Como podemos observar en ambos pacientes para el estado basal líneas azules (Figura 3.a) el número de hiperaristas $\Delta e(r)$ se comporta con mucha similitud a lo largo del tiempo, siendo el número de hiperaristas grande hasta $r=0.8$ donde decae abruptamente hasta llegar a $\Delta e(r) = 1$ para $r=1$. Al momento del ataque (línea roja), la topología de $\Delta e(r)$ cambia marcadamente, el número de hiperaristas decae rápidamente para $r=0.1$ en paciente 1 y $r=0.15$ para paciente 2 (Figura 3.b). Finalmente, luego del ataque, periodo post-ictal (líneas azules), los valores de $\Delta e(r)$ retoman su comportamiento similar al del estado base. Esta dinámica puede ser cuantificada de manera más compacta por medio del cálculo del L y S .

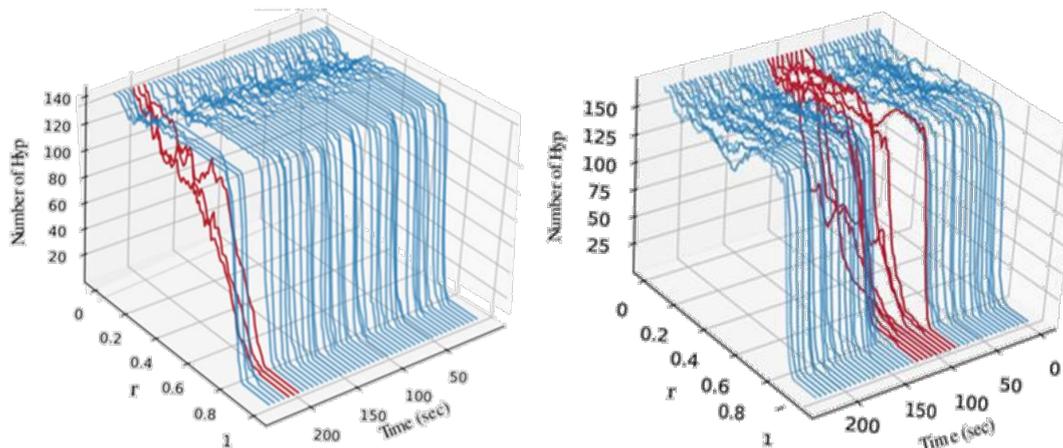


Figura 3. Número de hiperaristas ($\Delta e(r,t)$) a) “Paciente 1” y b) “Paciente 2”

Si analizamos los valores de L en función del tiempo (Figura 4) vemos que, para ambos pacientes, los valores se mantienen constantes hasta el momento del ataque (SZ) donde caen abruptamente, para luego retornar a los valores originales. Este comportamiento está dado debido a que la forma de las curvas $\Delta e(r,t)$ cambian su estructura al momento del ataque. Las curvas $\Delta e(r)_{sz}$ caen más rápidamente a cero, teniendo un área bajo su curva menor a las correspondientes al estado base o post ictal $\Delta e(r)_{bl}/\pi$.

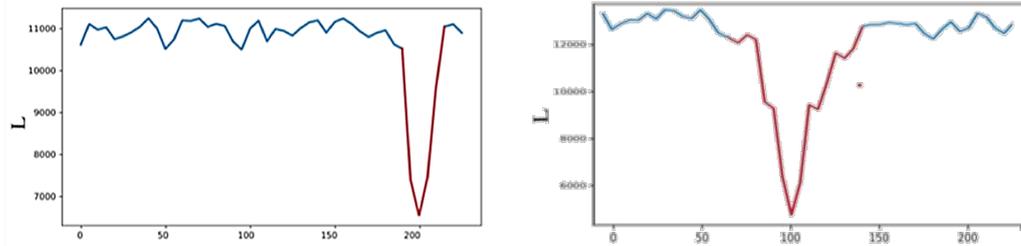


Figura 4. Norma L . a) "Paciente 1" y b) "Paciente 2"

Al analizar S vemos que para el paciente 1 el ataque es detectado claramente debido a un aumento de los valores de S . Sin embargo, para el paciente 2 no hay detección del ataque por parte de este cuantificador (Figura 5).

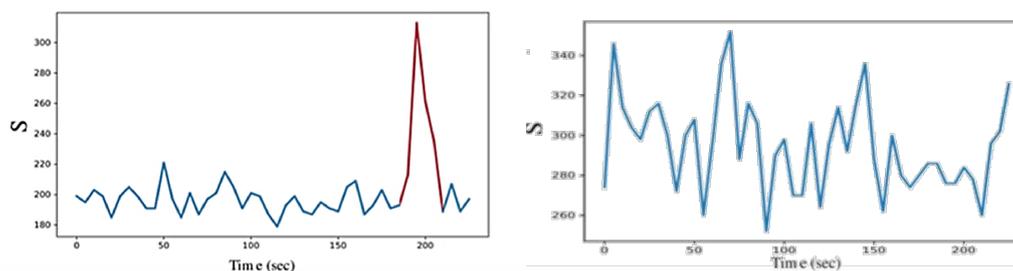


Figura 5. Seminorma de Sobolev S . a) "Paciente 1" y b) "Paciente 2"

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un enfoque novedoso para el análisis de la dinámica global en pacientes con epilepsia, con bases en la teoría de Hipergrafos. El método de filtración de hipergrafos métricos permite capturar los diferentes cambios en la dinámica global de las señales analizadas, mostrando una gran precisión al momento del estudio de la dinámica del ataque epiléptico.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

S. Barbarossa, y M. Tsitsvero. (2016). An introduction to hypergraph signal processing. IEEE International Conference on Acoustics, IEEE, Speech and Signal Processing (ICASSP), 6425-6429.

D. Bilbao, H. Aimar, y D. Mateos. (2023). Filtration evolution of Hypergraphs: A novel approach to studying multidimensional dataset. IMAL preprint 2022-0061.

C. J. Stam, Guido Nolte, y Andreas Daffertshofer. (2007) Phase lag index: assessment of functional connectivity from multichannel eeg and meg with diminished bias from common sources. 28(11) Human brain mapping 1178-1193.