



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS HÍDRICAS

TESIS PRESENTADA COMO PARTE DE LOS REQUISITOS DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL PARA LA OBTENCIÓN DEL
GRADO ACADÉMICO DE

**Magíster en Computación Aplicada a la
Ciencia y la Ingeniería**

TÍTULO

**Simulación y Control Multivariable de un
Generador de Vapor de una Central de
Potencia**

AUTOR

Ing. Lic. Sergio F. Yapur

DIRECTOR

Dr. Eduardo Adam

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2017

*Dedicado a mis padres,
Antonio y Haydée.*

Contenido

1. Introducción	1
1.1. Valor Científico – Técnico de la Tesis	2
1.2. Introducción a la Problemática del Control	2
1.3. Planta bajo estudio	5
1.3.1. Generadores de Vapor	7
1.3.2. Modelo del Generador de Vapor	8
1.3.3. Requerimientos Operativos	11
1.4. Conclusiones	13
2. Fundamentos	15
2.1. Análisis de Procesos Multivariables	15
2.1.1. Direccionalidad y Valores Singulares	16
2.1.2. Número de Condición	18
2.1.3. Polos y Ceros del Sistema MIMO	19
2.1.4. Conceptos de Estabilidad	20
2.1.5. Controlabilidad	24
2.1.6. Observabilidad	24
2.1.7. Tiempos Muertos	25
2.1.8. Acoplamiento y Análisis RGA	25
2.1.9. Incertidumbre de modelado	27
2.1.10. No Linealidad	28
2.1.11. Sistemas con Integradores	28
2.2. Estrategias de Ajuste de Control Multilazo	29
2.2.1. Ajuste Independiente de Lazos	29
2.2.2. Método BLT	29
2.2.3. Método de Ajuste Secuencial	31
2.2.4. Control Óptimo \mathcal{H}_∞	32
2.3. Conclusiones	38
3. Análisis Preliminar	39

3.1. Estabilidad	39
3.1.1. Autovalores de G_p a lazo abierto	39
3.1.2. Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin	40
3.2. Evaluación de Ceros del Sistema	42
3.3. Valores Singulares y Número de Condición	43
3.4. Controlabilidad y Observabilidad	46
3.4.1. Controlabilidad	46
3.4.2. Observabilidad	47
3.5. Relative Gain Array	48
3.6. Conclusiones del Capítulo	51
4. Diseño de Control	55
4.1. Método de Diseño Independiente de Lazos	56
4.1.1. Resultados del Ajuste	57
4.1.2. Respuestas Dinámicas	59
4.1.3. Estabilidad	63
4.2. Método BLT	65
4.2.1. Resultados del Ajuste	66
4.2.2. Respuestas Dinámicas	67
4.2.3. Estabilidad	70
4.3. Método Secuencial	72
4.3.1. Resultados del Ajuste	74
4.3.2. Respuestas Dinámicas	75
4.3.3. Estabilidad	78
4.4. Método \mathcal{H}_∞ Estructurado	78
4.4.1. Resultados del Ajuste	81
4.4.2. Respuestas Dinámicas	82
4.4.3. Estabilidad	87
4.5. Comparación de Métodos de Ajuste	88
4.5.1. Criterios de Conducta Integral	89
4.5.2. Análisis Complementario de Respuestas a Cambios en Consigna	91
4.5.3. Evaluación en Base a Rechazo de Perturbaciones	93
4.6. Restricciones de Diseño	97
4.7. Conclusiones del Capítulo	101
5. Discusión Final y Conclusiones	103
5.1. Revisión de Capítulos Anteriores	103
5.2. Conclusiones de la Tesis	104
5.2.1. Caracterización de la Planta a Lazo Abierto	104
5.2.2. Evaluación del Desempeño de Lazos Cerrados	105

5.3. Alcances y Futuros Desarrollos	109
A. Funciones y Conceptos de Interés	111
A.1. Índices de Desempeño Integrales	111
B. Códigos de Matlab	115
B.1. Modelo del Evaporador	115
B.2. Controlabilidad y Observabilidad	116
B.3. RGA modificado	117
B.4. Elementos de RGA	119
B.5. Método BLT	120
B.6. Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin	122
B.7. Invariancia Numérica de Autovalores y Polos MIMO	124

Índice de figuras

1.1. Vista Aérea de la planta SCL en Mildred Lake.	6
1.2. Estación generadora de vapor.	7
1.3. Esquema del evaporador bajo estudio.	9
2.1. Configuración de lazo cerrado para G y K	34
2.2. Variación deseada de los valores singulares máximos y mínimos de las funciones S y T	36
2.3. Configuración estándar para problema \mathcal{H}_∞	36
3.1. Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin.	41
3.2. Número de condición en función de la frecuencia.	43
3.3. Máximo valor singular en función de la frecuencia.	44
3.4. Mínimo valor singular en función de la frecuencia.	45
3.5. Número de RGA en función de la frecuencia.	49
3.6. Elementos de RGA en función de la frecuencia.	50
4.1. Diagrama del ajuste independiente de cada controlador P_i	57
4.2. Diagrama de bloques matricial.	58
4.3. Diagrama de bloques global de la planta.	59
4.4. Respuesta de nivel, presión y temp. ante escalón en el setpoint de nivel del domo.	61
4.5. Respuesta de nivel, presión y temp. ante escalón en el setpoint de presión del GV.	62
4.6. Respuesta de nivel, presión y temp. ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.	62
4.7. Lugar característico de G_pPI	63
4.8. Representación polar del CL de G_pPI	64
4.9. L_c en función de la frecuencia.	67
4.10. Respuestas dinámicas de los métodos BLT y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.	68

4.11. Respuestas dinámicas de los métodos BLT y DI ante escalón en el setpoint de presión del GV.	68
4.12. Respuestas dinámicas de los métodos BLT y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.	69
4.13. Criterio de Nyquist generalizado para el diseño BLT.	70
4.14. Representación polar del CL de G_pPI para el método de diseño BLT.	71
4.15. Ajuste secuencial: Primer lazo.	73
4.16. Ajuste secuencial: Segundo lazo.	74
4.17. Ajuste secuencial: Tercer lazo.	75
4.18. Respuestas dinámicas de los métodos secuencial y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.	76
4.19. Respuestas dinámicas de los métodos secuencial y DI ante escalón en el setpoint de presión de GV.	76
4.20. Respuestas dinámicas de los métodos secuencial y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.	77
4.21. Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.	82
4.22. Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ y DI ante escalón en el setpoint de presión de GV.	82
4.23. Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.	83
4.24. Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ (con restricciones) y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.	85
4.25. Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ (con restricciones) y DI ante escalón en el setpoint de presión de GV.	85
4.26. Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ (con restricciones) y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.	86
4.27. Criterio de Nyquist generalizado para el diseño \mathcal{H}_∞ estructurado.	87
4.28. Respuestas dinámicas de cada ajuste ante escalón en el setpoint de nivel.	91
4.29. Respuestas dinámicas de cada ajuste ante escalón en el setpoint de presión.	92
4.30. Respuestas dinámicas de cada ajuste ante escalón en el setpoint de temperatura.	92
4.31. Respuesta dinámica frente a perturbación de FW.	94
4.32. Respuesta dinámica frente a perturbación de combustible.	94
4.33. Respuesta dinámica frente a perturbación de spray.	95
4.34. Respuesta dinámica frente a perturbación de nivel.	96
4.35. Respuesta dinámica frente a perturbación de presión.	96
4.36. Respuesta dinámica frente a perturbación de temperatura.	97

4.37. Salidas del controlador tras aumento de 10 % de nivel.	98
4.38. Salidas del controlador tras aumento de 5 % de presión de GV.	98
4.39. Salidas del controlador tras aumento de 10 % de temperatura de vapor.	99
4.40. Derivada del caudal de combustible frente a cambios en consigna.	100

Índice de tablas

3.1. Autovalores de G_p a lazo abierto.	40
3.2. Ceros del sistema a lazo abierto.	42
4.1. Parámetros de los controladores PI del ajuste independiente.	57
4.2. Características de respuestas independientes SISO.	58
4.3. Características de respuestas de ajuste independiente MIMO.	62
4.4. Comparación de parámetros de controladores PI.	66
4.5. Características de la respuesta al escalón para BLT.	70
4.6. Parámetros PI de síntesis secuencial.	75
4.7. Características de la respuesta al escalón para método secuencial.	77
4.8. Parámetros PI de síntesis \mathcal{H}_∞ estructurado.	81
4.9. Características de la respuesta al escalón para método \mathcal{H}_∞ .	86
4.10. Índices integrales de desempeño (solo elementos diagonales).	89
4.11. Índices integrales de desempeño (todos los elementos).	90

Resumen

El presente trabajo se ocupa del control de un evaporador de agua en una central de potencia eléctrica de cogeneración instalada en una refinería.

Se evaluarán distintas estrategias de control sobre un modelo matemático de esta central, así como posibles mejoras usando distintas técnicas de control multivariable.

Una central debe ser capaz de alimentar a la red de acuerdo a una demanda cambiante, atendiendo a las variaciones del proceso que ocurren en el dinámico entorno de una refinería. Esto configura un problema de control, cuyo diseño debe asegurar flexibilidad operativa por medio de la manipulación de un conjunto de variables. Para ello existe un número de lazos de control que actúan de modo simultáneo sobre el sistema.

Sin embargo, muchos de estos lazos de control no son completamente independientes, dando lugar a acoplamientos que pueden afectar tanto el rechazo de perturbaciones como el seguimiento de consigna de cada lazo. Estos acoplamientos constituyen un problema inherente del control multivariable, y si no es apropiadamente abordado, el diseño puede resultar inaceptable.

La teoría de control multivariable ha dado técnicas útiles desde mediados de 1980. A pesar de que han transcurrido varias décadas, estos avances aun no han encontrado su lugar en las especificaciones de diseño de la mayor parte de las centrales de potencia hoy en operación. Este gran desfajase revela que el marco teórico usado es prácticamente obsoleto, ocasionando una producción y gestión ineficiente de energía.

Todo lo anterior, articulado con la crisis energética que existe en la actualidad en el país, ofrece una oportunidad de análisis que puede aportar información de interés tanto a los actores involucrados en el área de generación eléctrica como a la comunidad en general.

Glosario

- BIBO** Bounded Input Bounded Output. [20](#), [21](#)
- BLT** Biggest Log Modulus. [5](#), [15](#), [38](#), [64](#), [65](#), [90](#)
- CACSD** Diseño de Sistemas de Control Asistido por Computadora. [1](#)
- CL** Characteristic Loci. [21](#), [23](#), [63](#), [64](#), [71](#), [87](#)
- CPBM** Control Predictivo Basado en Modelos. [108](#), [109](#)
- DI** Diseño Independiente. [56](#), [69](#), [90](#), [101](#)
- EE** Estado Estacionario. [2](#), [17](#), [26](#), [28](#), [29](#), [48](#), [51](#), [57](#), [69](#), [112](#)
- FW** Agua de Alimentación. [8](#), [60](#)
- GV** Generador de Vapor. [2](#), [6](#), [7](#), [9](#), [10](#), [11](#), [12](#), [38](#), [44](#), [55](#), [56](#), [58](#), [60](#), [97](#), [104](#)
- IAE** Integral del valor absoluto del error. [111](#), [112](#)
- ISE** Integral del cuadrado del error. [89](#), [111](#), [112](#)
- ITAE** Integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo. [89](#), [111](#), [112](#)
- LHP** Left Half Plane. [33](#)
- LMI** Lineal Matrix Inequalities. [37](#)
- LTI** Linear Time Invariant. [4](#), [9](#), [11](#), [28](#)
- MFT** Matriz de Funciones de Transferencia. [10](#), [11](#), [16](#), [19](#), [21](#), [22](#), [23](#), [29](#), [32](#), [35](#), [39](#), [42](#), [51](#), [52](#), [58](#), [63](#), [64](#), [65](#), [75](#), [87](#), [89](#), [112](#)
- MIMO** Multiple Input Multiple Output. [4](#), [15](#), [16](#), [17](#), [19](#), [21](#), [25](#), [26](#), [30](#), [32](#), [33](#), [55](#), [59](#), [61](#), [65](#), [80](#), [89](#), [93](#), [112](#)
- OLHP** Open Left Half Plane. [20](#)

OTSG Once Through Steam Generator. [6](#)

PI Proporcional Integral. [3](#), [29](#), [30](#), [56](#), [74](#)

PID Proporcional Integral Derivativo. [3](#), [37](#), [55](#)

RGA Relative Gain Array. [15](#), [23](#), [26](#), [27](#), [28](#), [48](#), [49](#), [50](#), [51](#), [105](#)

RHP Right Half Plane. [21](#), [32](#), [33](#), [42](#), [70](#), [78](#), [87](#)

RTO Optimización en Tiempo Real. [108](#)

SCL Syncrude Canada Limited. [5](#), [9](#), [104](#)

SISO Single Input Single Output. [4](#), [16](#), [21](#), [23](#), [29](#), [30](#), [31](#), [32](#), [33](#), [39](#), [57](#),
[80](#), [88](#), [93](#), [111](#)

Capítulo 1

Introducción

Esta tesis se avoca a la evaluación de distintas estrategias de control en base a un modelo de una central de cogeneración eléctrica de una industria de producción de petróleo y gas sintético a partir de arenas bituminosas.

Si bien la potencia producida en esta planta es de servicio, esto es, se produce en base a la demanda del proceso, el diseño y funcionamiento de la central es típico de una central de potencia térmica. Por ello, el estudio de esta planta desde el punto de vista de control automático, así como la posibilidad de mejorar su operación mediante la síntesis de un buen controlador, es de interés como base para el estudio de una planta térmica típica en nuestro país.

A lo largo de este trabajo se emplean algunas técnicas de control multivariable, a través de algoritmos relativamente complejos, que requieren el uso de computadoras. Esta metodología de diseño asistido por computadora se conoce actualmente bajo el nombre de **Computer Aided Control System Design (CACSD)**. Sin embargo, hay antecedentes del uso de computadoras para el control de plantas desde 1970, como ser en centrales nucleares tipo CANDU, y esta práctica se ha convertido en tendencia gracias a:

1. El aumento de velocidad de cálculo por procesador.
2. La mayor facilidad para paralelizar un cálculo.
3. El costo cada vez menor de las computadoras (a igual performance).
4. Mejores tecnologías de interfaz entre computadoras e instrumentación.

Todo lo anterior favorece la implementación de estrategias de control avanzadas en la industria.

1.1. Valor Científico – Técnico de la Tesis

La modernización de los sistemas de control en la industria es una tarea pendiente, particularmente en la industria de generación de energía. Esta industria atraviesa una profunda crisis a nivel nacional desde hace décadas, sea por la falta de capacidad instalada, como por ausencia de actualización tecnológica en el control automático de plantas y de redes de distribución.

Como toda central térmica, la energía se obtiene de un ciclo termodinámico que atraviesa cuatro etapas: un evaporador, una turbina, un condensador y bombas de impulsión. El **Generador de Vapor (GV)** es entonces una pieza clave del proceso, ya que alimenta a las turbinas para concretar la generación eléctrica. Una gestión inteligente del **GV** determina la eficiencia y robustez del proceso. En este sentido, las técnicas clásicas de control, aplicadas a la generación de vapor, han sido superadas por métodos más modernos. Esta tesis demuestra la aserción anterior y presenta varias alternativas posibles para evaluar y mejorar el control automático.

Por otro lado, buena parte de este trabajo consiste en la comparación y discusión de distintas técnicas de ajuste de controladores. En la bibliografía de control suele encontrarse el desempeño de un determinado método de ajuste, y en ciertos casos, se llega a mostrar una comparación con otro método, tomado como referencia. Pero es menos común encontrar una comparación simultánea de varias técnicas de ajuste. En ese sentido, se espera que este trabajo aporte una discusión extendida sobre las ventajas y desventajas de cada método aquí estudiado, dando criterios de como seleccionar la mejor técnica para una planta particular.

1.2. Introducción a la Problemática del Control

Las distintas tecnologías de control deben afrontar un número de desafíos, como ser:

1. **Tracking**^[1]: Consiste en tener un buen seguimiento de consigna, preferentemente sin *offset*^[2], evitando sobrepicos excesivos y acotando el

¹También se conoce como seguimiento de consigna, pero se optó por dejar su nombre en inglés por ser relativamente común en la jerga de control

²error de la variable controlada con respecto al punto de consigna en **Estado Estacionario (EE)**

tiempo de respuesta dentro de ciertos valores límites razonables.

2. **Regulación:** También conocido como rechazo de perturbaciones, es decir, reducir al mínimo la variabilidad que se produce en las señales de salidas controladas ante entradas no deseadas o no consideradas, así como reducir la sensibilidad al ruido producida en los sensores de las variables medidas.
3. **Robustez:** Es la confiabilidad del sistema de control ante incertidumbres del modelo o del modelado, como ser el uso de aproximaciones lineales, simplificación de la dinámica del modelo, etc.
4. **Restricciones en las variables:** Sirve para que las señales del sistema de control permanezcan dentro de un rango admisible. Un diseño que no tenga esto en cuenta puede ser inconveniente. Por ejemplo si una acción de control es demasiado grande, puede saturar el actuador y ser inefectiva, o bien puede llevar al sistema fuera del rango de validez del modelo lineal. Debe notarse que la saturación del actuador no impide que el controlador siga integrando, con el fin de corregir la falta de respuesta que, en realidad, proviene del actuador. Esta integración excesiva produce luego un retardo en la respuesta del controlador, un fenómeno comúnmente conocido como *integral windup* o simplemente *windup*.

La importancia de las restricciones va más allá del ajuste del controlador. Por ejemplo, puede ocurrir que se viole el rango admisible de una variable de salida de proceso, durante una transición entre un punto de operación y otro. El resultado puede ser el deterioro de la calidad del producto o proceso, así como poner en peligro la seguridad de la planta. En ciertos casos, no haría falta ni siquiera saturar el actuador para exceder los límites de una variable de salida de la planta.

Por lo anterior, muchos diseños avanzados tienen en cuenta tanto restricciones en las acciones de control como en las salidas del sistema.

Estos desafíos han acompañado a la teoría de control automático desde sus inicios. La teoría clásica de control, con sistemas realimentados y el uso de controladores tipo **Proporcional Integral Derivativo (PID)**³ han demostrado ser muy versátiles en la práctica y en la actualidad, más del 90 % de los controladores industriales son de tipo **Proporcional Integral (PI)** [1].

³En el área de control es frecuente encontrar siglas en inglés. En este trabajo se adoptó el criterio de usar las siglas en su idioma original pero traducirlas en el cuerpo del texto para mayor claridad conceptual. El significado literal de las siglas extranjeras puede encontrarse en la sección **Glosario**

Inicialmente, los métodos de ajuste eran semiempíricos y se apoyaban mayormente en la teoría de análisis frecuencial aplicada a un modelo lineal del proceso. También en los inicios, estos modelos lineales estaban dados usualmente por una descripción externa. En una descripción externa, el sistema es visto como una "caja negra" y solo importan las entradas y las salidas.

En la actualidad algunas técnicas modernas obtienen el máximo provecho de una descripción interna del proceso, mediante representación en espacio de estados. Esta representación está basada en el dominio temporal. En la misma, se tienen en cuenta todas las variables del mismo, independientemente de que sean observables, controlables, etc. Los estados son vectores que agrupan las variables que definen completamente el sistema en cada instante, pero no se asocian necesariamente a magnitudes físicas. De manera que si bien el dominio temporal resulta más intuitivo que el frecuencial, los estados son en general cantidades abstractas⁴. Por último, la descripción en espacio de estados tiene la ventaja de permitir considerar condiciones iniciales de manera explícita en la formulación del problema, en tanto que la formulación en el dominio de frecuencia tiene en cuenta las condiciones iniciales de manera implícita, a través del planteo de variables de desviación.

Por su lado, la teoría de control en el dominio de la frecuencia tiene la ventaja de ser más natural para los ingenieros de planta, debido a su trayectoria histórica. Al día de hoy, existen métodos modernos basados en extensiones de esta teoría, que han demostrado ser poderosos. Tal es el caso de las técnicas de control robusto, el control H_∞ , la síntesis μ , etc.

En definitiva, cada descripción presenta sus ventajas, por lo cual resulta conveniente conocer los distintos enfoques para articularse adecuadamente con la industria.

Con respecto a la estructura del modelo, es de particular importancia mencionar que las teorías clásicas se apoyan en modelos de tipo **Una Entrada - Una Salida (SISO)**, donde se plantea una única variable de entrada y una única variable de salida. La realidad industrial -de complejidad siempre creciente- es de naturaleza multivariable, y ha demostrado que este tipo de aproximación no ofrece en general los mejores resultados, aun cuando se planteen varios lazos de control de base SISO. Por ello, este trabajo avanza sobre modelos base tipo **Múltiple Entrada Múltiple Salida (MIMO)**

⁴Es posible derivar una representación en espacio de estados a partir de las ecuaciones de balance del problema, en cuyo caso los estados se componen de variables físicas. Sin embargo, existen muchas representaciones posibles para un mismo sistema, y en casi todas ellas no hay significado físico directo para los estados.

Además de lo anterior, la mayor parte de la teoría de control está restringida a sistemas tipo **Lineal e Invariante en el Tiempo (LTI)**. Si bien existen aportes teóricos sólidos sobre a problemas no lineales o variantes en el tiempo, su aplicación no es muy popular. En todo caso, dichos tópicos exceden los objetivos de este trabajo.

En suma, en la actualidad conviven diversos enfoques de control, algunos basados en espacios de estados y otros en el dominio frecuencial. Este trabajo adopta una postura mixta, donde se aplican y comparan distintas estrategias, entre las que se pueden nombrar:

- Ajuste Independiente
- **Máximo Módulo Logaritmico (BLT)**
- Ajuste Secuencial
- Control óptimo H_∞

En el siguiente capítulo se describirán cada uno de estos métodos.

1.3. Planta bajo estudio

Este trabajo analiza la planta de potencia integrada en la refinería de **Syn-crude Canada Limited (SCL)** ubicada en Mildred Lake, Alberta. La planta suministra electricidad de servicio tanto a la red de distribución eléctrica canadiense como al propio proceso. En la Figura **(1.1)** se muestra una vista aérea de la planta.

La empresa **SCL** es una de las productoras de crudo a partir de arenas bituminosas más grande en Canadá, proveedora del 15 % de la demanda total petrolero de este país.

Una breve descripción de la planta global contribuye a entender su demanda energética y la lógica de la cogeneración, y por ende la configuración de la planta de potencia asociada.

El proceso consta de las siguientes etapas:

- Minería: Se retira la tierra pantanosa. La arena bituminosa expuesta se vierte en trituradoras doble rodillo para homogeneizar la granulometría.
- Extracción: Mediante la cual se separa el bitumen (esto es, los compuestos tipo hidrocarburos)



Figura 1.1: Vista Aérea de la planta SCL en Mildred Lake.

- Purificación: El bitumen crudo se desgasifica y se destila en vacío para obtener un crudo liviano, bajo en azufre y de mayor calidad.
- Cogeneración: se quema parte de los hidrocarburos en un conjunto de turbinas para alimentar la planta.

Para que las operaciones anteriores sean posibles, las instalaciones de servicios proporcionan vapor, electricidad, aire, agua y nitrógeno. El combustible para el vapor de servicio consiste principalmente en gas caliente a la salida del quemador de coque, pero también se usa gas natural obtenido in situ.

La electricidad se genera por medio de diez turbinas, seis de ellas de vapor y cuatro de gas, con una capacidad instalada de 500 MW. Esta potencia está en el orden de la capacidad tipo de una planta en nuestro país.

La operación normal de la planta requiere seguimiento (en jerga de control, tracking) de la demanda de vapor mientras se mantiene la presión y la temperatura de vapor en el colector de 6.306 MPa en su setpoint respectivo.

La planta utiliza un sistema complejo de colectores para distribuir el vapor generado en los evaporadores. Este sistema incluye colectores que trabajan a cuatro valores distintos de presión de vapor: 6.306 MPa, 4.24 MPa, 1.068 MPa y 0.372 MPa.

El colector de presión a 6.306 MPa recibe vapor desde tres GV que queman

gas de refinería (llamados calderas de servicio), tres **GV** que queman gases de combustión (llamados calderas de CO) y dos generadores de vapor de un paso (**Once Through Steam Generator (OTSG)**), que recuperan calor a la salida de las turbinas de gas. El vapor es luego dirigido a través del sistema de colectores a varias turbinas de vapor para generar electricidad **[31]**.

Todo lo anterior hace que el sistema global sea más bien complejo, no lineal e interconectado. Desde el punto de vista de control, son las calderas de servicio las que se usan para regular la presión de vapor.

1.3.1. Generadores de Vapor

Los **GV** de servicio son de tipo caldera de tambor, con recirculación natural. Este tipo de caldera se compone de dos sistemas cerrados, que no intercambian masa pero sí energía. La Figura **(1.2)** muestra una estación de generación de vapor tipo.



Figura 1.2: Estación generadora de vapor.

Uno de estos sistemas consiste agua en forma de líquido y vapor. El líquido precalentado en el economizador es alimentado al colector de sedimentos, que se conecta con la tubería de elevación (en adelante *riser*), donde el agua es calentada hasta condiciones de saturación. La mezcla de líquido y vapor saturado ingresa entonces en el colector de vapor, donde se separa el vapor

de la mezcla. El vapor se dirige a dos recalentadores, uno primario y otro secundario, donde se recalienta hasta la presión de proceso de 6.306 MPa. Entre los dos recalentadores se sitúa un atemperador, el cual regula la temperatura del vapor que sale del recalentador secundario, mediante la inyección de agua a menor temperatura con el vapor que sale del recalentador secundario. Por otro lado, el agua no evaporada del colector de vapor reingresa al colector de sedimentos a través de un haz de tubos descendentes (en adelante *downcomer*).

El otro sistema consiste en los componentes de combustión, es decir, aire, combustible y gases de combustión. En este sistema el combustible y el aire se mezclan completamente en un horno para dar lugar a una reacción de combustión. Esta reacción convierte la energía química de los enlaces en energía térmica. El calor generado se transmite al *riser*, pero también al *downcomer* y a los recalentadores. El transporte de calor se realiza por convección, a través de los gases de combustión; y por radiación, emitida desde los materiales con alta temperatura del horno. Finalmente, los gases de combustión abandonan el horno.

La Fig. (1.3) muestra un esquema del evaporador descrito. Se incluyen flechas para señalar la dirección del flujo de vapor y líquido.

1.3.2. Modelo del Generador de Vapor

La Figura (1.3) muestra las variables involucradas en el control de vapor de caldera. No todas las variables tienen la misma relevancia, y en este trabajo se ha adoptado el modelo presentado en [30], donde fueron seleccionadas las siguientes variables de entrada:

- u_1 Caudal de agua de alimentación⁵ (kg/s)
- u_2 Caudal de combustible (kg/s)
- u_3 Caudal de spray de atemperador (kg/s)

Luego, el vector u de entradas es simplemente $u = (u_1, u_2, u_3)^T$.

Por otro lado, las principales variables de salida son:

- y_1 Nivel del domo (m)
- y_2 Presión de domo (MPa)

⁵También se conoce por su designación en inglés, **Feedwater (FW)**. En adelante, se usará FW como abreviatura de caudal de agua de alimentación.

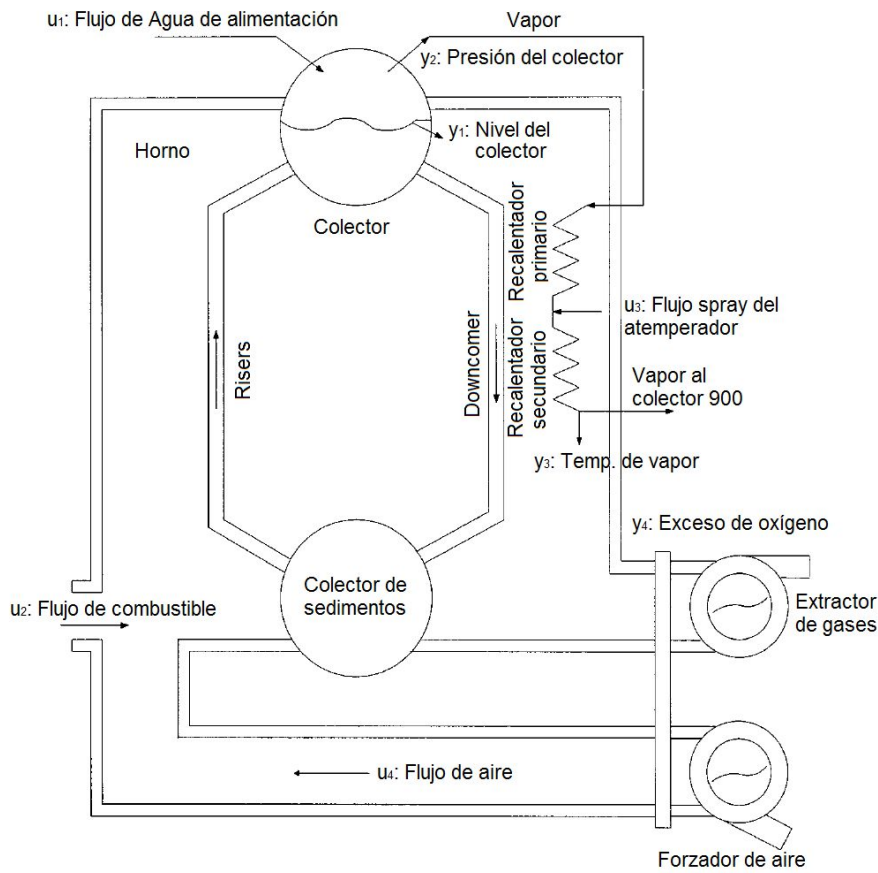


Figura 1.3: Esquema del evaporador bajo estudio.

- y_3 Temperatura de vapor ($^{\circ}\text{C}$)

De esta forma, el vector y de salidas queda $y = (y_1, y_2, y_3)^T$.

Como se dijo anteriormente, la planta real es no lineal y compleja. Sin embargo, durante la operación normal se espera que se mantengan las variables de salida en torno a valores predeterminados. Por lo tanto, se esperan desviaciones relativamente pequeñas con respecto a valores nominales, y un modelo **LTI** de segundo orden resulta apropiado. Esta aseveración fue validada por Tan, Marquez y Chen en [30]. Para obtener el modelo, los autores realizaron una identificación a partir de las respuestas del software de simulación que usa la propia empresa **SCL** para esta planta, denominado SYNSIM. Cabe mencionar que la correlación entre los datos de salida de la planta y SYNSIM son excelentes [30]. El modelo resultante de **GV** tiene la siguiente forma:

$$G_p = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Es decir, la planta bajo estudio se representa como una **Matriz de Funciones de Transferencia (MFT)**. En la Ec. (1.1), los G_{ij} están dados por las siguientes expresiones analíticas:

$$G_{11} = \frac{(-1,6s^2 + 5,2 \cdot 10^{-1}s + 1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-4}}{s(s + 1,68 \cdot 10^{-2})} \quad (1.2)$$

$$G_{12} = \frac{(3,1s - 3,2 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-3}}{s(s + 2,15 \cdot 10^{-2})} \quad (1.3)$$

$$G_{13} = 0 \quad (1.4)$$

$$G_{21} = -\frac{3,95 \cdot 10^{-5}}{s + 1,8 \cdot 10^{-2}} \quad (1.5)$$

$$G_{22} = \frac{2,51 \cdot 10^{-3}}{s + 1,57 \cdot 10^{-2}} \quad (1.6)$$

$$G_{23} = \frac{(5,88s^2 + 2,015s + 9 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-4}}{s^2 + 3,52 \cdot 10^{-2}s + 1,42 \cdot 10^{-4}} \quad (1.7)$$

$$G_{31} = \frac{(-1,18 + 1,39 \cdot 10^{-1}) \cdot 10^{-3}}{s^2 + 1,852 \cdot 10^{-2} + 9,1 \cdot 10^{-5}} \quad (1.8)$$

$$G_{32} = \frac{(4,48s + 1,1 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-1}}{s^2 + 1,27 \cdot 10^{-2} + 9,5 \cdot 10^{-5}} \quad (1.9)$$

$$G_{33} = \frac{(5,82s - 2,43 \cdot 10^{-1}) \cdot 10^{-1}}{s^2 + 1,076 \cdot 10^{-1}s + 1,04 \cdot 10^{-3}} \quad (1.10)$$

Naturalmente, este modelo se basa en variables de desviación con respecto al punto de operación, con lo cual tiene en cuenta las expresiones (1.13) de modo implícito. Además, conviene observar la presencia de modos integradores puros en los elementos (1, 1) y (2, 2) de la matriz G_p , ya que estos

modos afectan buena parte del análisis de los próximos capítulos. Estos modos integradores puros, que implican polos en el origen, son típicos de **GV** con recirculación natural.

El modelo anterior se relaciona con el vector de entradas $U(s)$ y el vector de salidas $Y(s)$ antes descritas como:

$$Y(s) = G_p(s)U(s). \quad (1.11)$$

Este modelo se presenta aquí como una **MFT**, pero pueden usarse otras representaciones matemáticas a lo largo de este trabajo. En particular, una representación en ocasiones conveniente es la de espacio de estados, que para el caso de sistemas **LTI** esta dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (1.12)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el llamado vector de estados, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ el vector de salida, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ el vector de control, siendo $m, n, p \in \mathbb{N}$. Las matrices A, B, C y D no dependen del tiempo, lo cual justifica la designación **LTI**.

La representación del modelo en espacio de estados no es única, existiendo varias representaciones que reciben nombres particulares, como ser canónica observable, canónica controlable, etc. Oportunamente se explicitará qué representación se usa en cada caso.

1.3.3. Requerimientos Operativos

A continuación se enumeran los requerimientos básicos que deben cumplirse para el funcionamiento apropiado del evaporador.

1. La presión de vapor de 6.306 MPa debe mantenerse constante e invariante ante los cambios en la demanda de vapor.
2. La cantidad de agua en el domo debe mantenerse al nivel deseado para prevenir sobrecalentamiento de los componentes del **GV**.
3. La temperatura del vapor debe mantenerse en el valor deseado para evitar sobrecalentamiento de los recalentadores y para evitar que ingrese vapor húmedo a las turbinas.

Por otro lado, las condiciones operativas nominales se especifican como sigue

1. Se encuentran en línea dos calderas de servicio, tres calderas de CO y dos OTSG. Las dos calderas de servicio se operan en paralelo con igual carga.
2. La carga total para el colector a 6.306 MPa es de 315.08 kg/s
3. La carga total para el colector a 0.372 MPa es de 155.69 kg/s
4. La potencia eléctrica total de la turbina es de 145.53 MW

Las condiciones operativas anteriores definen los siguientes puntos de operación para las calderas de servicio:

$$u^0 = \begin{bmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \\ u_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40,68 \\ 2,102 \\ 0,0 \end{bmatrix}, \quad y^0 = \begin{bmatrix} y_1^0 \\ y_2^0 \\ y_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0 \\ 6,45 \\ 466,7 \end{bmatrix}. \quad (1.13)$$

Debe notarse que la temperatura de equilibrio líquido-vapor para agua a 6,45 MPa es de 280,3 °C, mientras que la temperatura de vapor requerida por el proceso es de 466,7 °C. Esto da una idea de la potencia que entregan los recalentadores a la salida del GV. La función del spray del atemperador es justamente la de regular de forma más precisa la temperatura de vapor final, al tiempo que aumenta la velocidad de respuesta ante el requerimiento de vapor a menor temperatura. Sin embargo, es deseable operar con vapor recalentado en todo momento, para no exponer la turbina al riesgo de condensación en sus aspas, que es mecánicamente indeseable.

Finalmente, un buen diseño debería respetar las restricciones que existen sobre las siguientes variables

$$\begin{aligned} 0 &\leq u_1 \leq 120 \\ 0 &\leq u_2 \leq 7 \\ 0 &\leq u_3 \leq 10 \\ -0,017 &\leq \dot{u}_2 \leq 0,017 \end{aligned} \quad (1.14)$$

1.4. Conclusiones

En este capítulo se presentó una introducción a la problemática que aborda la teoría de control. Luego se introdujo la planta bajo estudio, un generador de vapor típico de una central térmica, incluyendo una descripción del proceso para permitir un entendimiento fenomenológico del mismo. Adicionalmente, se presentó el modelado matemático del generador de vapor, así como las características que este presenta. Debe destacarse que se observó la presencia de especificaciones que restringen las señales del control dentro de límites preestablecidos. Las señales afectadas son caudal de agua de alimentación, caudal de combustible, caudal de spray del atemperador y la tasa de cambio del caudal de combustible.

Capítulo 2

Fundamentos

En este capítulo se describen distintas aproximaciones matemáticas que asisten en el diseño del control de la planta bajo estudio. Se pueden distinguir aquellos métodos que sirven para develar la naturaleza del modelo, es decir, que dan indicios de las dificultades que puede tener el sistema de control; con aquellos métodos específicos de ajuste de sistemas multilazos. Entre los primeros consideraremos el análisis de bandas de Gershgorin, **Arreglo de Ganancias Relativas (RGA)** y Número de Condición. Entre los segundos se estudiará el método **BLT**, ajuste secuencial, etc. El capítulo 3 se encarga de los métodos de análisis, mientras que el capítulo 4 se enfocará en el problema de diseño.

2.1. Análisis de Procesos Multivariables

Existen varias características que conviene evaluar frente a un sistema **MIMO** que se pretende controlar. Entre estas, podemos destacar:

1. Direccionalidad y valores singulares
2. Número de condición
3. Polos, autovalores y ceros
4. Estabilidad
5. Controlabilidad
6. Observabilidad

7. Tiempos muertos
8. Acoplamiento
9. Incertidumbre de modelado
10. No linealidad
11. Presencia de integradores

Identificar las características anteriores permite dimensionar apropiadamente el problema de control a tratar, con el fin de seleccionar de antemano las mejores estrategias para abordarlo.

A lo largo de esta tesis se usará la representación más conveniente del sistema, sea en espacio de estados o mediante **MFT** entrada-salida en el plano complejo, también llamado plano s .

En las siguientes secciones se describirán las herramientas con las que se estudia la planta.

2.1.1. Direccionalidad y Valores Singulares

Los sistemas **MIMO** tienen una complejidad mayor que los **SISO** debido a la interacción de las variables de entrada con respecto a una misma variable de salida. Esto significa que una perturbación en una de las variables de entrada podría afectar, en principio, a todas las variables de salida. Esta situación representa una limitación cuando se quiere extender el alcance de los métodos clásicos de diseño para sistemas **MIMO**.

Cuando el sistema tiene igual número de entradas y salidas, y es posible controlar cada variable de salida con una variable de entrada, se habla de un control multivariable descentralizado. Aun en estos casos, se debe definir de forma correcta con cual variable de entrada se manipula cada variable de salida. Este problema, conocido como **apareamiento de variables**, se tratará más adelante.

Por otro lado, la naturaleza multivariable del problema lleva naturalmente al tratamiento mediante espacios vectoriales. En particular, las entradas y las salidas del sistema pasan a arreglarse en forma de vectores, por lo que se puede hablar de direccionalidad en las señales de sistemas **MIMO**. Concretamente, en un sistema **SISO** representado por una función de transferencia $G(s)$, tenemos que la ganancia, para cada frecuencia $s = j\omega$, está dada por:

$$\left\| \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} \right\| = \|G(j\omega)\| \quad (2.1)$$

siendo $U(s)$ e $Y(s)$ las funciones de transferencia de la señal de entrada y de salida, respectivamente. Nótese que en particular, $G(0)$ representa la ganancia de **EE**. En tanto, en un sistema **MIMO**, con definiciones análogas de entradas y salidas, se tiene que la ganancia es **[26]**:

$$\left\| \frac{\mathbf{Y}(j\omega)}{\mathbf{U}(j\omega)} \right\| = \left\| \frac{\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{U}(j\omega)}{\mathbf{U}(j\omega)} \right\|. \quad (2.2)$$

El miembro derecho de la expresión **(2.2)** no puede simplificarse, debido a que involucra el producto interno natural de campos vectoriales. ya que en este caso $\mathbf{U}(s)$ e $\mathbf{Y}(s)$ son vectores, cuyas componentes son funciones de transferencia, y $\mathbf{G}(s)$ es una matriz de funciones de transferencia. Además, indica que la ganancia del sistema varía con la dirección del vector de entradas $\mathbf{U}(j\omega)$.

En adelante se tratará habitualmente con matrices y vectores de funciones de transferencia, de manera que no se resaltarán en negrita los símbolos correspondientes.

Valores Singulares

El concepto de valores singulares sintetiza de manera adecuada la información sobre la sensibilidad del sistema a la dirección del vector de entradas. Concretamente, sea $G(j\omega)$ una matriz de $l \times m$. Por simplicidad, fijamos un valor de ω y denotamos con G la matriz resultante. Los valores singulares σ_i se definen como:

$$\sigma_i(G) = \sqrt{\lambda_i(G^H G)} \quad (2.3)$$

donde $\lambda_i(G^H G)$ denota el autovalor i -ésimo del producto de la transpuesta compleja conjugada G^H con la propia G . Además, siempre se puede factorizar G según la llamada descomposición en valores singulares:

$$G = R\Sigma T^H. \quad (2.4)$$

En dicha descomposición, la matriz Σ es de $n \times n$, donde $n = \min\{m, l\}$. Esta matriz es diagonal, con los valores singulares σ_i en su diagonal principal. Por otro lado, R y T son matrices que representan transformaciones de rotación.

Cabe mencionar que en la factorización anterior, las columnas de R están asociadas a las direcciones de salida de la planta, y las columnas de T a las direcciones de entrada, en el sentido siguiente: sean r_i y t_i las columnas i -ésimas de R y T respectivamente. Entonces queda:

$$Gt_i = \sigma_i r_i. \quad (2.5)$$

Es conveniente usar una notación especial para los valores singulares máximo y mínimo, a partir de las expresiones

$$\bar{\sigma} = \max_i \sigma_i \quad (2.6)$$

$$\underline{\sigma} = \min_i \sigma_i \quad (2.7)$$

donde $\bar{\sigma}$ es el valor singular máximo y $\underline{\sigma}$ es el valor singular mínimo. Las direcciones asociadas con estas ganancias pueden denotarse como

$$G\bar{t} = \bar{\sigma}\bar{r} \quad (2.8)$$

$$G\underline{t} = \underline{\sigma}\underline{r}. \quad (2.9)$$

Físicamente, el valor singular máximo $\bar{\sigma}$ es la ganancia de la planta asociada a la dirección \bar{t} de máxima efectividad del vector de entrada $U(s)$. Análogamente, el valor singular mínimo $\underline{\sigma}$ es la ganancia asociada a la dirección \underline{t} de menor efectividad de $U(s)$ [26]. Nótese que estas direcciones \bar{t}, \underline{t} se obtienen de las columnas de la matriz T de la descomposición en valores singulares de G .

2.1.2. Número de Condición

Se observa que cuando el cociente entre el valor singular máximo $\bar{\sigma}$ y el valor singular mínimo $\underline{\sigma}$ es grande, la ganancia de la planta es fuertemente dependiente de la dirección del vector de entradas. Dicho cociente se denomina número de condición

$$\gamma(G) = \frac{\bar{\sigma}_i}{\underline{\sigma}_i}. \quad (2.10)$$

Este concepto originalmente surgió del álgebra, asociado a la ecuación matricial $Gx = b$. Puede mostrarse que un número de condición infinito corresponde a una matriz G no invertible. Sin embargo, aun si $\gamma(G)$ es finito, pueden existir problemas numéricos. Como regla aproximada, un número de condición de la forma $\gamma(G) = 10^k$ indica que se pueden perder al menos k dígitos de precisión al resolver el sistema $Gx = b$ [9]. En forma más general, puede decirse que el número de condición es una medida de dificultad numérica intrínseca de un sistema. Para una función de transferencia G , esto significa que a mayor $\gamma(G(j\omega))$, más cerca está una matriz $G(j\omega)$ de ser singular, en este caso a una frecuencia ω fija. En términos de control, esta situación revela una planta difícil de controlar, o *débilmente controlable* [32]. En términos de diseño, el mal condicionamiento implica problemas numéricos y de convergencia en muchos de los métodos de síntesis de controladores, una situación que debe tenerse presente.

Un número de condición alto es típico en operaciones unitarias de evaporación y destilación. Por la relación antes mencionada con el diseño del control, este valor se puede usar alternativamente como una medida de la facilidad para controlar un sistema. Un número de condición grande puede ser causado por un valor pequeño de $\underline{\sigma}$, lo cual en general no es deseable, o por un valor grande de $\bar{\sigma}$, que no necesariamente es un problema [27].

2.1.3. Polos y Ceros del Sistema MIMO

La generalización del concepto de polos y ceros de una función de transferencia escalar a una **MFT** puede darse a través de la llamada forma canónica de Smith-McMillan [18]. Esta forma permite el cálculo de polos y ceros del sistema **MIMO**, como las raíces de los llamados polinomio de polos y polinomio de ceros, respectivamente, que se derivan de dicha forma [19].

En un sistema **MIMO** los polos están asociados con las frecuencias características del sistema dinámico. El conjunto de los polos del sistema es un subconjunto de los autovalores de la matriz A en (1.12). En cierto sentido, puede interpretarse que polos caracterizan la "maquinaria dinámica interna" del sistema.

Los ceros que se obtienen de la forma Smith-McMillan se denominan ceros de transmisión. Los ceros caracterizan la forma en que el sistema se acopla con

el ambiente en que se encuentra. Pueden pensarse como ciertas frecuencias a las cuales se bloquea la "transmisión" de información a través del sistema [18].

Intuitivamente, los polos se asocian a modos de resonancia entre entradas y salidas, mientras que los ceros se asocian a modos de anti-resonancia, en los cuales la transmisión de información es bloqueada a través del sistema [18].

2.1.4. Conceptos de Estabilidad

Una característica esencial del control automático es la necesidad de garantizar estabilidad del sistema realimentado, debido a que cualquier sistema de control es vulnerable a perturbaciones y ruidos. Estos fenómenos alteran el comportamiento esperado, alejando el sistema del punto de operación y debiendo considerarse en el mismo.

Como se mencionó en el capítulo 1, un sistema puede ser descrito en forma externa (como caja negra) o interna (en función de los estados). Una de las primeras caracterizaciones de estabilidad, la estabilidad **Entradas Acotadas - Salidas Acotadas (BIBO)**, se basó en la descripción externa, pero puede usarse también en representación de espacio de estados. Un sistema **BIBO** es estable si ante entradas acotadas se obtienen salidas acotadas. Para sistemas LTI dados por una función de transferencia $G(s)$, se tiene estabilidad **BIBO** si y solo si todos los polos de $G(s)$ se encuentran en el **Semiplano Izquierdo Abierto (OLHP)** del plano complejo \mathbb{C}^2 .

Otra definición de estabilidad común en la bibliografía es la llamada estabilidad asintótica. En términos de representación en espacio de estados, un sistema es asintóticamente estable si, para una entrada nula, el sistema converge a al origen del espacio de estados, a partir de cualquier condición inicial. Esto ocurre si y solo si todos los autovalores de la matriz A están en el **OLHP**. Es decir, si todos los autovalores tiene parte real negativa.

Debe notarse que la estabilidad asintótica implica la estabilidad **BIBO**, pero la inversa no es cierta [12]. Sin embargo, ambas definiciones son equivalentes a partir de una realización mínima $[A, B, C, D]$.

Para sistemas de lazo cerrado, otro concepto de importancia es el de estabilidad interna. Un sistema es internamente estable si los subsistemas de todos los pares de entrada/salida son asintóticamente estables. Este concepto de estabilidad es equivalente a la estabilidad asintótica en el caso de un sistema

realimentado, pero puede revelar explícitamente la influencia del controlador en el sistema completo a partir de la estabilidad del sistema original a lazo abierto [12].

De acuerdo con Zhou [36], la estabilidad interna resulta ser un requerimiento básico en la práctica para un sistema realimentado. Nótese que todos los sistemas interconectados en un lazo de control pueden estar inevitablemente sujetos a una condición inicial no nula, o a errores de modelado (posiblemente pequeños). En la práctica, no sería tolerable que estos errores, existentes en algún punto del lazo, lleven a señales no acotadas en otro punto del lazo cerrado. Justamente, la estabilidad interna asegura que independientemente del punto de inyección del error en el lazo, la salida es acotada si la entrada es acotada. Dicho de otra forma, se tiene estabilidad interna si y solo si todas las funciones de transferencia que pueden plantearse en el lazo son BIBO estables¹ [12].

Los sistemas MIMO presentan una sensibilidad a incertezas de modelado no encontradas en los sistemas SISO [26]. En particular, verificar los márgenes de ganancia y de fase de todos los lazos individuales no resulta suficiente para asegurar robustez en sistemas MIMO, como lo demuestra Skogestad mediante distintos ejemplos [26]. Esto último es especialmente cierto para aquellas plantas con alta sensibilidad direccional o fuertes acoplamientos entre lazos.

Criterio Generalizado de Nyquist

Los polos de sistemas MIMO definidos a partir de la forma canónica de Smith-McMillan permiten asimismo extender el criterio de estabilidad de Nyquist hacia sistemas MIMO, que aprovecha la simplicidad del análisis de Nyquist para inferir estabilidad. Dada una MFT G , se puede examinar la estabilidad del lazo realimentado que resulta de insertar en dicho lazo un compensador de la forma $K(s) = kI$. El mapeo del cambio en el argumento del determinante $\det(I + kG(s))$, cuando s recorre el contorno de Nyquist, revela información sobre los polos y ceros en el Semiplano Derecho (RHP) cerrado. Como muestra Maciejowski [19], el mapeo anterior puede obtenerse de manera directa mapeando los autovalores $\lambda_i(s)$ de $G(s)$ cuando s recorre el contorno de Nyquist. Este último mapeo recibe el nombre de Lugar Característico (CL)². Esta observación es muy útil debido a que existen técnicas eficientes de cálculo de autovalores.

¹Para una realización mínima

²En la literatura anglosajona se conoce como *Characteristic Loci*.

En forma compacta, el teorema se enuncia como sigue [19]

Teorema 1. Si la **MFT** $G(s)$ tiene P_0 polos inestables (Smith-McMillan), entonces el sistema de lazo cerrado con retorno $-kG(s)$ es estable si y solo si el lugar de raíces característico de $kG(s)$, tomado en conjunto, rodean el punto -1 P_0 veces en sentido matemático³, asumiendo que no hay modos inestables ocultos.

Este test de estabilidad gráfica fue extensamente desarrollado en el trabajo original de Desoer y Wang [11].

Arreglo de Nyquist

El llamado arreglo de Nyquist es otra forma gráfica de evaluar estabilidad. El mismo consiste en un arreglo de los diagramas de Nyquist individuales de cada elemento de matriz de la **MFT**. Naturalmente, cada uno de estos diagramas individuales admite el análisis habitual para cada componente de la **MFT**.

Por otro lado, a esta información normalmente se le agregan, sobre las figuras correspondientes de los elementos diagonales, las llamadas bandas de Gershgorin, en forma superpuesta. Estas bandas, que permiten determinar la dominancia diagonal⁴ del sistema a lazo abierto, se desarrollan en la siguiente sección.

Bandas de Gershgorin

Las bandas de Gershgorin se definen a partir del siguiente teorema.

Teorema 2. Sea $Z = \{z_{ij}\}$ una matriz compleja de dimensión $n \times n$. Entonces los autovalores de Z yacen en la unión de n círculos, cada uno con

³También conocido como sentido anti-horario.

⁴ La dominancia diagonal de una matriz $A_{n \times n}$ es una propiedad que queda definida por las condiciones siguientes

$$|a_{i,i}| > \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{i,j}|, \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \text{para dominancia por fila, o}$$

$$|a_{j,j}| > \sum_{i=1, i \neq j}^n |a_{i,j}|, \forall j \in \{1, \dots, n\} \quad \text{para dominancia por columna}$$

Si bien esta definición tiene su origen en el álgebra, en la jerga de control se usa para indicar que las interacciones entre lazos no llegarían a causar inestabilidades [27].

centro en z_{ii} y radio

$$r_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |z_{ij}|, \quad i = 1, \dots, n$$

También se cumple que los autovalores de Z yacen en la unión de n círculos de centro z_{ii} y radio

$$\rho_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |z_{ji}|, \quad i = 1, \dots, n.$$

El resultado anterior se puede aplicar sobre la matriz compleja $G_p(j\omega)$ que resulta del modelo de planta (1.1) para cada frecuencia ω . La superposición de círculos resultantes forman las llamadas bandas de Gershgorin.

Por el teorema (2), se conoce que las bandas de Gershgorin contienen al CL. De aquí se deduce que si todas las bandas de Gershgorin excluyen el punto $(-1,0)$, entonces se puede evaluar la estabilidad a lazo cerrado contando el número de vueltas de cada banda alrededor de este punto, ya que este número iguala al de las vueltas que realiza el CL.

Por otro lado, si todas las bandas de Gershgorin excluyen el origen, se dice que $G_p(s)$ es diagonalmente dominante. Esto se debe a que las magnitudes de los centros de las circunferencias son mayores a sus radios, y esto a su vez significa que son mayores a la suma de los elementos no diagonales de la MFT. Es decir, se satisfacen cualquiera de las relaciones siguientes

$$|z_{ii}| > r_i \quad (2.11)$$

$$|z_{ii}| > \rho_i \quad (2.12)$$

donde los radios r_i , ρ_i condensan el aporte de los elementos no diagonales, a lo largo de la fila o la columna respectivamente, tal como se definieron en el teorema (2). Si, por el contrario, las bandas de Gershgorin a lo largo de las frecuencias contienen al origen, esto significa que los elementos no diagonales -a través de los radios- pesan más que los elementos diagonales -a través de los centros de las circunferencias- para cada valor de frecuencia ω .

Una condición necesaria para evaluar estabilidad es que $I + G_p(s)$ sea diagonalmente dominante. Mientras mayor es el grado de dominancia diagonal, mas cercano el sistema $G_p(s)$ a un conjunto de FT SISO no acopladas.

Este método puede usarse tanto para medir interacciones [13] como para evaluar estabilidad [19]. Sin embargo, como medida de interacciones resulta algo conservativo [13], de forma que para cuantificar los acoplamientos de manera más precisa, se complementa con métodos más recientes, como el método RGA, que será presentado más adelante en este capítulo.

2.1.5. Controlabilidad

La condición de controlabilidad de estado nos permite llevar cualquier estado inicial $x(0)$ a cualquier estado final $x(T)$ dentro de un intervalo de tiempo finito T . De manera que un sistema no completamente controlable nos está indicando limitaciones que son independientes del diseño del controlador $u(t)$.

El cálculo de la controlabilidad de estado se basa en la representación de espacio de estados (1.12). En particular, se obtiene calculando el rango de la matriz de controlabilidad $C_n(A, B)$, definida por

$$C_n(A, B) = (A, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B). \quad (2.13)$$

Cuando el rango de esta matriz es igual a la dimensión n del vector de estado, se dice que el sistema es controlable.

Dado que lo que en general se busca es controlar el vector de salidas $y(t)$, y que controlar estado no es necesario ni suficiente para controlar la salida, en muchos casos es más útil evaluar si se puede llegar desde $y(0)$ a $y(T)$ en un tiempo T .

Las dos definiciones anteriores de controlabilidad se aplican para un control sin restricciones. Se volverá sobre esto en el Capítulo 3 de resultados.

2.1.6. Observabilidad

Relacionado al concepto de controlabilidad, se encuentra el de observabilidad de un sistema, que permite reconstruir el estado $x(t_0)$ del sistema a partir de la observación (medición) de la salida $y(t)$ en un intervalo $t_0 \leq t \leq t_1$. Concretamente, la condición de observabilidad asegura que todas las transiciones de estados afectan eventualmente a los elementos de la salida $y(t)$, y que es posible mediante esta última estimar dichos estados. Además, la

observabilidad es equivalente a la controlabilidad del sistema dual, como se demuestra en [22].

El cálculo de la observabilidad se realiza a partir del rango de la matriz de observabilidad $O_n(A, B)$, definida como

$$O_n(A, B) = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

cuando dicho rango es igual a la dimensión n del vector de estado, se dice que el sistema es observable.

2.1.7. Tiempos Muertos

Los tiempos muertos afectan notablemente el diseño del controlador ya que la acción de control se calcula en base a un error pasado y a su vez demora en causar un efecto. Además, las perturbaciones también se detectan una vez que han actuado sobre el sistema por un tiempo. Estos problemas pueden llevar a inestabilidad, ya que puede ocurrir que el retardo sea tal que la señal del controlador entre en una suerte de resonancia, llevando a todo el lazo de control a una operación inestable. Usualmente, cuando los tiempos muertos del sistema son importantes, se recurre a compensadores del tipo predictor de Smith. Otros métodos y variantes pueden verse en [21].

Sin embargo, la planta bajo estudio en este trabajo no presenta tiempos muertos, de manera que no se profundizará sobre este tópico.

2.1.8. Acoplamiento y Análisis RGA

Como se mencionó anteriormente, uno de los problemas característicos de los sistemas **MIMO** es el de agrupar por pares entradas y salidas de manera tal que el control tenga la mayor efectividad posible. Esto permite identificar adecuadamente una determinada variable de entrada para manipular una determinada variable de salida. Este proceso, llamado apareamiento, posibilita que el cambio en una señal de referencia afecte mayormente a una variable, sin cambios significativos en las otras. Alternativamente, en un sistema bien

apareado, la aparición de una perturbación repentina a la salida de un controlador, no debería afectar otras señales de salida excesivamente [19]. En suma, un apareamiento correcto facilita tanto el problema de seguimiento de consigna como el de rechazo de perturbaciones, con lo que constituye una etapa esencial del diseño.

Para seleccionar el mejor apareamiento, es necesario cuantificar el acoplamiento entre las variables de un proceso MIMO. En este sentido Bristol [6] definió en 1966 una medida de la interacción llamada Matriz de Ganancias Relativas o RGA. Esta medida resulta especialmente útil cuando no resulta intuitivamente claro como aparear variables. Pero aun cuando hay una intuición sobre el proceso y se conoce de antemano como aparear las variables, conviene verificar el grado de acoplamiento del sistema mediante RGA.

Se denomina control descentralizado cuando la matriz de controladores es diagonal o diagonal por bloques [26]. Cuando se plantea un control MIMO descentralizado, lo más razonable es que cada variable de salida sea controlada por aquella variable de entrada que más influencia tiene sobre ella. Dicha influencia viene cuantificada por la ganancia K_{ij} de EE de la salida i respecto a la entrada j cuando todos los lazos están abiertos. Se podría pensar que los mayores valores de K_{ij} indican los apareamientos (j, i) adecuados, pero esto es incorrecto, ya que distintas ganancias K_{ij} pueden en principio tener distintas unidades, con lo cual se están comparando cantidades distintas [28]. El aporte de Bristol fue justamente normalizar estas cantidades considerando el cociente entre las ganancias K_{ij} anteriores y las ganancias K'_{ij} con los demás lazos cerrados. Asimismo, se supone que los demás controladores tienen acción integral, con lo cual las variables manipuladas alcanzan su *setpoint*. En consecuencia, la ganancia relativa queda definida como

$$\mu_{ij} = \frac{K_{ij}}{K'_{ij}}. \quad (2.15)$$

El valor de μ_{ij} es adimensional, y constituye una medida viable de interacción entre entradas y salidas, debido a que es la medida en que una manipulada j afecta a una controlada i entre la apertura y cierre de lazos. Es decir, si $\mu_{ij} \approx 1$, no hay cambio en la ganancia si se cierran o abren los demás circuitos, indicando que el apareamiento (j, i) es efectivo. Asimismo, un valor distante de 1 indica un apareamiento poco efectivo.

Al arreglo de estas ganancias relativas μ_{ij} se le denomina, justamente, matriz RGA, y en la bibliografía usualmente se representa como Λ , de modo tal que $\Lambda_{ij} = \mu_{ij}$. Una propiedad de esta matriz es que los elementos de cada una de

sus filas o columnas suman 1, lo cual sirve para verificar el cálculo.

A partir de la Ec. (2.15), se deduce que la matriz RGA de un modelo G puede obtenerse a partir de la siguiente expresión:

$$\Lambda(G(s)) = \text{RGA}(G(s)) = G(s) \otimes ((G(s))^{-1})^T. \quad (2.16)$$

En la expresión anterior, el símbolo \otimes denota el producto Schur⁵, mientras que T denota la matriz transpuesta, como es usual. Notar que, en principio, es posible obtener la matriz RGA para cualquier valor de frecuencia $s = i\omega$.

Otro concepto útil, derivado del anterior, lo constituye el llamado Número de RGA , que permite medir la dominancia diagonal a partir de la siguiente definición [26]:

$$N_{\text{RGA}} = \|\Lambda(G) - I\|_{\text{sum}} \quad (2.17)$$

Nótese que la ecuación anterior hace uso de la norma de la suma⁶. También en este caso, si se reemplaza $s = i\omega$ puede analizarse el comportamiento del número de RGA en función de la frecuencia.

2.1.9. Incertidumbre de modelado

La mayoría de los diseños de control se basan en un modelo del sistema a controlar. Entre el modelo y la realidad que este intenta representar siempre hay diferencias, sea porque no se tienen en cuenta todas las variables que afectan el sistema, por incertidumbre en los parámetros físicos y químicos, por simplificaciones hechas sobre los balances de partida, por linealización, etc. La incertidumbre de modelado resulta en diferencias entre los modelos y la realidad.

Es claro que una gran incertidumbre en el modelo puede hacer que un diseño promisorio tenga finalmente un mal desempeño, ya que el sistema de control busca controlar un sistema distinto al del la realidad. La teoría de control robusto considera la incertidumbre del modelo de forma explícita. En este

⁵El producto Schur de dos matrices A y B es la matriz C que se forma con los productos elemento a elemento de A y B . Es decir, $c_{ij} = a_{ij}b_{ij}$. También se conoce como producto Hadamard.

⁶ La norma de la suma esta dada por $\|A\|_{\text{sum}} = \sum_{i,j} |a_{ij}|$

trabajo no se consideran incertidumbres, por no disponerse de información al respecto.

2.1.10. No Linealidad

Los modelos derivados de principios de balances de masa, energía, etc. que son típicos de la industria de procesos, presentan típicamente un comportamiento no lineal. La no linealidad complica el análisis del sistema de control, ya que por ejemplo, puede afectar un principio básico como ser el de superposición. De acuerdo a este principio, la salida de un sistema ante una entrada compuesta por una combinación lineal de señales simples, es la misma combinación lineal de las salidas correspondientes a dichas señales simples. Otras características de estos sistemas es que pueden tener múltiples puntos de equilibrio aislados, así como exhibir propiedades como ciclo límite, bifurcación y caos. Tal vez de mayor importancia teórica sea que la unicidad y existencia de solución de un sistema no lineal no está asegurada. Y de haber solución, las dificultades numéricas para hallarla pueden ser limitantes. Todo esto imposibilita la formulación de teorías generales de diseño de controladores no lineales, y por ello cada sistema no lineal debe tratarse de manera específica, atendiendo a las características que presenta.

En la mayoría de los casos, como el que se estudia en esta tesis, la linealización de un modelo no lineal lleva a resultados satisfactorios, ya que usualmente la planta se mantiene en torno a un punto operativo, en el cual la aproximación lineal es razonable. Esta situación vale tanto para un problema de regulación, en el cual se mantiene la salida en un determinado valor, como para el problema de tracking, siempre que el cambio de setpoint no lleve al sistema fuera de la zona donde la aproximación lineal es razonable.

Cuando no es conveniente usar un modelo **LTI**, pueden usarse modelos lineales variantes en el tiempo, o bien recurrir a las teorías de control no lineal, que exceden el alcance de esta tesis.

2.1.11. Sistemas con Integradores

Un integrador puro implica una matriz singular de ganancias de **EE**. Esta condición impide aplicar el método **RG** convencional, previamente mencionado. Asimismo, dificulta otros algoritmos que dependen de la evaluación de la planta en **EE**.

Un integrador puro es estable desde el punto de vista de la teoría clásica, ya que no tiene polos en el semiplano derecho. Sin embargo, no es BIBO estable ya que dada una entrada acotada como la señal escalón, la salida es una rampa t , y por lo tanto no acotada.

En cuanto al comportamiento dinámico, se conoce de la teoría clásica (Ogata [22], Adam [1], etc) que la acción integral produce un error nulo de [EE] al tracking de una entrada tipo escalón. Esto podría llevar a pensar que basta con emplear un controlador proporcional, ya que la acción integral está en la propia planta. Sin embargo, hay dos motivos por los cuales aún en este caso conviene usar un control [PI]. En primer lugar, el rechazo a perturbaciones no está garantizado con un controlador proporcional, ya que depende del punto de ingreso de la perturbación en el lazo de control. Además, no todos los elementos de la [MFT] tienen integradores, así que la acción integral es requerida.

2.2. Estrategias de Ajuste de Control Multilazo

En los siguientes párrafos se reseñaran algunos de los métodos incorporados en este trabajo para diseñar sistemas de control.

2.2.1. Ajuste Independiente de Lazos

El ajuste independiente de lazos consiste simplemente en ajustar pares de variables de entrada-salida (u_i, y_i) , ignorando completamente los acoplamientos entre lazos y usando únicamente técnicas [SISO] para cada ajuste. El resultado final depende de los pares elegidos, pero al no tener en cuenta la naturaleza multivariable de la planta, puede ser inestable o impracticable. En este trabajo, solo se lo aplica a modo de referencia, para comparar con métodos más sofisticados.

2.2.2. Método BLT

Este método, cuyo nombre es un acrónimo de *Biggest Log Modulus Tuning Method*, fue originalmente propuesto por Luyben [17] en 1986. Constituye un método de desajuste, es decir, cada controlador se diseña inicialmente por el

método de las oscilaciones sostenidas de Ziegler-Nichols. Este procedimiento ignora las interacciones entre lazos del proceso, y se obtiene así una matriz diagonal de controladores preliminares. Esta consideración de diseño permite usar métodos clásicos para la obtención de cada controlador.

Luego se modifican las ganancias y tiempos de acción integral, a partir de un parámetro de desajuste F , basándose en un criterio de estabilidad de Nyquist generalizado para sistemas **MIMO**:

La ecuación característica del sistema **MIMO** esta dada por

$$\det(I + GC) = 0. \quad (2.18)$$

A partir de la ecuación anterior, Luyben [17] define dos funciones, en analogía con sistemas **SISO**:

$$w = -1 + \det(I + GC)$$

$$L_c = 20 \log \left(\left| \frac{w(j\omega)}{1 + w(j\omega)} \right| \right). \quad (2.19)$$

De la ecuación anterior se deduce que L_c es una función de la frecuencia ω . Los autores de este método proponen que la ganancia y el tiempo de acción integral de cada controlador **PI** sea modificado a través de un factor de desajuste F de la siguiente forma:

$$K_i^{BLT} = K_i / F$$

$$T_i^{BLT} = FT_i \quad (2.20)$$

donde K_i y T_i son la ganancia del modo proporcional y el tiempo de acción integral del modo integral respectivamente. En su trabajo original, Luyben [17] sugiere obtener estos parámetros mediante el método de las oscilaciones sostenidas.

Si se denomina L_c^{max} al máximo de L_c a lo largo de la frecuencia ω , es decir $L_c^{max} = \max_{\omega} L_c$, el método establece que se debe seleccionar F de forma de satisfacer la siguiente condición semiempírica de estabilidad:

$$L_c^{max} \geq 2n \quad (2.21)$$

donde n es la dimensión del sistema multivariable. El factor F se aumenta progresivamente desde su valor inicial $F = 1$ (sin desajuste) hasta el menor valor posible que satisface (2.21).

Es posible que el método BLT sea el más popular dentro de los métodos de ajuste multivariable [4]. Entre las razones para ello es que es fácil de comprender, se implementa a partir de resultados de la teoría clásica de control de sistemas SISO y no requiere un conocimiento muy profundo del sistema MIMO para obtener un controlador preliminar [16]. Sin embargo, este método tiene sus limitaciones. Por ser un método de desajuste, no garantiza optimalidad. Por otro lado, si bien el método esta basado en un criterio empírico de estabilidad, no ofrece garantía de estabilidad. Esto se debe a que el parámetro L_c agrupa todos los elementos de la planta en un determinante, ocultando el comportamiento individual de cada elemento.

2.2.3. Método de Ajuste Secuencial

Los enfoques de diseño anteriores ignoran por completo el acoplamiento entre lazos, y esto repercute tanto en la performance de las variables de control como en la estabilidad de los lazos. En la práctica, los ingenieros de planta recurren a alternativas que, manteniendo su simplicidad, tienen en cuenta de alguna forma dichos acoplamientos. Tal vez la más popular sea la técnica de ajuste secuencial. En la misma se ajusta un controlador SISO para un par entrada-salida dado, luego se ajusta otro controlador SISO para un segundo par, pero embebiendo el lazo anterior en el nuevo esquema. El proceso continua hasta que todos pares de entrada-salida tienen su propio lazo.

El ajuste secuencial tiene la ventaja de que puede ser implementado usando técnicas SISO, con las cuales los ingenieros de planta están familiarizados. Además, el proceso cierra un lazo por etapa, con lo cual el sistema permanece estable en todas las etapas del ajuste. El controlador resultante es diagonal, de manera que no hay una interacción explicita entre variables de control, sino a través del propio anidamiento de lazos que ocurre en cada ajuste. Sin embargo, esto también implica que según el orden con que se diseñen los lazos, se pueden tener resultados muy distintos. Además, este tratamiento del acoplamiento es unidireccional, es decir, solo los nuevos lazos ajustados tienen en cuenta implícitamente los ajustes anteriores, pero no al revés. Con lo cual, los primeros lazos pueden verse afectados al cerrar los siguientes a medida que avanzan las etapas del ajuste.

Una versión ligeramente más sofisticada del método fue propuesta por Mayne en 1973 [19, 20] y recibe el nombre de **diferencia de retorno secuencial**. Mayne propone que antes de comenzar con los ajustes individuales de cada controlador, se debe introducir un compensador de acoplamientos cruzados. Este compensador puede consistir en una matriz de ganancias constantes, y

su propósito es redistribuir la complejidad del control entre los lazos. Para una realización en espacio de estados dada por la terna (A, B, C) , y siendo el producto CB no singular, la expresión que este autor propone para el compensador es

$$K_a = (CB)^{-1}. \quad (2.22)$$

Esta expresión asegura que cada lazo se asemeja a un sistema **SISO** de primer orden a altas frecuencias [19]. Este método se aplicará en el capítulo de diseño.

2.2.4. Control Óptimo \mathcal{H}_∞

Introducción y Formulación Clásica

La teoría de control \mathcal{H}_∞ comenzó con la formulación de Zames [35], aunque las bases de esta teoría se remontan a 1960 cuando el mismo autor publicó sobre el descubrimiento del teorema de la ganancia pequeña. Desde entonces se han derivado múltiples variantes, en base a formulaciones en frecuencia, en espacio de estados, etc. Esto puede verse en las obras de Maciejowski [19], Skogestad [26], Doyle y Zhou [36] entre otros.

Esta teoría ha crecido en el tiempo, dando como resultado una familia de estrategias distintas de implementación. Estas técnicas logran sintetizar controladores que alcanzan estabilidad con performance garantizada por medio de la minimización de la norma \mathcal{H}_∞ de una cierta función de costo. En cada caso, se expresa el problema de control como un problema de optimización, para luego hallar el controlador que resuelve esta optimización.

A partir de la definición de valores singulares dada en la sección (2.1.1) para un valor de frecuencia fijo, se puede pensar en la dependencia del valor singular máximo con la frecuencia. Esta dependencia deriva en la definición de la llamada norma \mathcal{H}_∞ de una dada **MFT** $M(s)$:

$$\|M\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(M(j\omega)). \quad (2.23)$$

Esta norma es esencial en la mayoría de las técnicas de diseño **MIMO** en frecuencia.

La notación \mathcal{H}_∞ denota realmente un espacio funcional, el espacio de Hardy de funciones acotadas con prolongación analítica en el **RHP**. Pero también refiere a la norma natural de este espacio, antes definida, ya que

$$M \in \mathcal{H}_\infty \iff \|M\|_\infty < \infty. \quad (2.24)$$

En adelante, el contexto permitirá determinar si se trata de la norma o del espacio. Las definiciones rigurosas pueden hallarse en **[36]**.

La norma infinito da el máximo incremento de energía que puede ocurrir entre la entrada y la salida de un sistema dado **[19]**. Por otro lado, de la expresión **(2.23)** se deduce que para cada frecuencia particular ω_0 , el valor de la norma \mathcal{H}_∞ de M es simplemente su valor singular máximo $\bar{\sigma}(M(j\omega_0))$, que denotaremos $\bar{\sigma}(\omega_0)$ por simplicidad.

En la bibliografía, también es común la notación \mathcal{H}_2 para denotar el espacio de Hardy de funciones de cuadrado integrable sobre el eje imaginario, con prolongación analítica sobre el **RHP** y el **Semiplano Izquierdo (LHP)**. Así como existen técnicas de diseño en frecuencia basadas en \mathcal{H}_∞ , también las hay basadas en \mathcal{H}_2 .

Como se dijo al principio del capítulo, la salida de un sistema depende de la dirección del vector de entrada al mismo. Una relación importante sobre este hecho es la siguiente

$$\underline{\sigma}(\omega) < \left\| \frac{M(j\omega)U(j\omega)}{U(j\omega)} \right\| < \bar{\sigma}(\omega). \quad (2.25)$$

La norma entre las desigualdades indica la norma euclidiana para vectores en \mathbb{C} . Esta expresión está demostrada en **[19]** e indica que los valores singulares mínimo y máximo actúan como cotas inferior y superior, respectivamente, sobre la magnitud de la salida. Es decir, se tiene una acotación sobre el efecto que tiene la dirección del vector de entrada sobre la salida de un sistema a lazo abierto. Esta simple observación permite extender algunos de los conceptos de diseño **SISO** a **MIMO**, ya que el uso de la cota máxima permite diseñar un controlador para la dirección de entradas menos favorable, es decir, un diseño basado en el peor caso. De esta forma, se pueden extender las ideas esenciales de ajuste clásico en frecuencia del lazo de control, a través de las funciones de sensibilidad y relacionadas.

Considerando el diagrama de bloques de la Figura **(2.1)**, se puede describir la salida en los siguientes términos

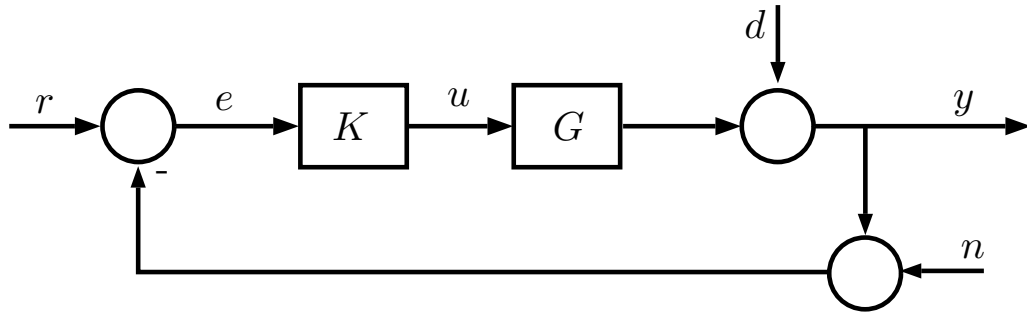


Figura 2.1: Configuración de lazo cerrado para G y K .

$$y(s) = S(s)d(s) + (I - S(s))P(s)r(s) - (I - S(s))n(s) \quad (2.26)$$

donde, en analogía con el control clásico, las funciones $S(s)$ y $T(s)$ pueden definirse como sigue⁷

$$\begin{aligned} S &= (I + GK)^{-1} && \text{Función de Sensibilidad} \\ T &= (I + GK)^{-1}GK && \text{Función de Sensibilidad Complementaria} \end{aligned}$$

De estas definiciones, resulta inmediato que $S + T = I$. Las funciones S y T posibilitan plantear el problema de síntesis de un controlador K como un problema de optimización. De hecho, con el desarrollo realizado hasta aquí, es posible plantear un problema de optimización por cada objetivo de diseño, minimizando [12]:

$$\begin{aligned} \min_K \|S\|_\infty & \quad \text{Para buen tracking y rechazo de perturbaciones} \\ \min_K \|-T\|_\infty & \quad \text{Para buen rechazo de ruido} \\ \min_K \|KS\|_\infty & \quad \text{Para usar menor energía de control} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Como lo sugiere la notación, la optimización se realiza sobre todos los controles estabilizantes K . Un control se define como estabilizante cuando hace que el sistema resultante a lazo cerrado sea internamente estable⁸.

En general, un problema de minimización con un único objetivo como los presentados antes, puede llevar a señales de control demasiado grandes, que saturan el rango del actuador, o bien tener otros efectos indeseables. Por

⁷Se omiten las variables independientes s por simplicidad en la notación.

⁸La estabilidad interna se reseñó en la Sección 2.1.4. Más detalles en [12]

ello se buscan controladores que satisfagan múltiples objetivos. Un ejemplo tipo sería minimizar la siguiente norma \mathcal{H}_∞ para tracking y energía de control:

$$\min_K \left\| \begin{array}{c} S \\ \rho KS \end{array} \right\|_\infty \quad (2.28)$$

donde el parámetro ρ permite variar la importancia relativa de cada objetivo, de manera que depende de la naturaleza de la planta analizada. Sin embargo, aun con este criterio el controlador resultante puede ser insatisfactorio, debido a que el planteo anterior no considera que los diversos objetivos de control están relacionados [36]. Como se mencionó anteriormente, las relaciones (2.27) permiten deducir que $S + T = I$, y de aquí que las MFT S y T no son independientes. Una minimización sobre S permite un buen tracking, pero altera T y con ello deteriora potencialmente el comportamiento frente al ruido. La solución a estos inconvenientes viene del diseño clásico en frecuencia, modulando los valores singulares de las MFT objetivo por medio de matrices de peso W apropiadamente seleccionadas. De esta forma, es posible minimizar $\|W_S S\|_\infty$ a bajas frecuencias para tracking y regulación, y minimizar $\|W_T T\|_\infty$ a altas frecuencias para evitar problemas de ruido. En la Figura (2.2) se muestran los valores singulares de las funciones S y T que representan este comportamiento deseado.

Entonces, un posible problema multi-objetivo de control óptimo \mathcal{H}_∞ con sensibilidad mixta para tracking, regulación y ruido, puede formularse de la siguiente manera: encontrar el control estabilizante K que minimice la norma

$$\min_K \left\| \begin{array}{c} W_S S \\ -\rho W_T T \end{array} \right\|_\infty \quad (2.29)$$

El trabajo de Zhou y Doyle [36] permite diseñar estas funciones de peso W_i de forma apropiada. También en las obras de Maciejowski [19], Skogestad [26] y Petkov [12] se amplían y profundizan las formulaciones presentadas en esta breve reseña.

Formulación Moderna

La formulación moderna parte de un diagrama de bloques como el que se muestra en la Figura (2.3). En la misma se observa que el sistema P tiene dos

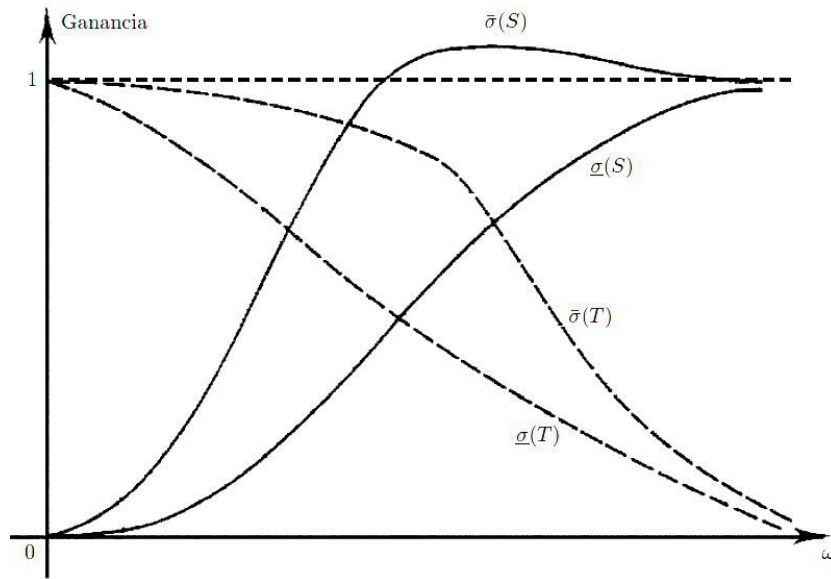


Figura 2.2: Variación deseada de los valores singulares máximos y mínimos de las funciones S y T .

entradas y dos salidas. La entrada exógena w incluye la señal de referencia y las perturbaciones. La otra entrada, u , es la variable manipulada. Asimismo, hay dos salidas. De ellas, z representa las señales de error que se buscan minimizar en el problema de optimización, y v son las variables medidas que alimentan al controlador.

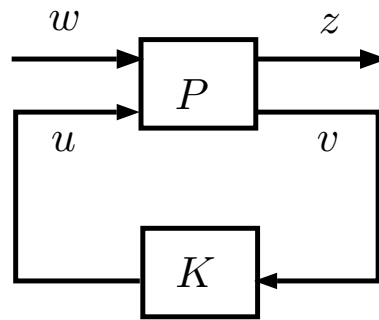


Figura 2.3: Configuración estándar para problema \mathcal{H}_∞ .

Las entradas pueden expresarse en función de las salidas como sigue

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} &= P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \\ u &= K(s)v \end{aligned} \quad (2.30)$$

A su vez, este sistema puede reescribirse en terminos de las variables externas w , z como

$$z = F(P, K)w \quad (2.31)$$

Donde $F(P, K)$ recibe el nombre de transformación lineal fraccional. Esta transformación surge naturalmente de las manipulaciones realizadas sobre (2.30) para llevarlo a la forma (2.31). Explicitamente, la transformación viene dada por

$$F(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}. \quad (2.32)$$

En base a las expresiones anteriores, el problema de optimización asociado puede enunciarse como encontrar el controlador K tal que la norma $\|F(P, K)\|_\infty$ sea mínimo, con la definición dada en (2.23).

Existen varios marcos teóricos bajo los cuales se puede obtener un control \mathcal{H}_∞ , siendo los más conocidos los siguientes

- Parametrización de Youla del lazo cerrado.
- Enfoques basados en la ecuación de Ricati.
- Métodos basados en Desigualdades Matriciales Lineales (LMI)
- \mathcal{H}_∞ Estructurado

La aplicación de estos métodos a sistemas multivariables es inmediata, aun en presencia de acoplamiento. A pesar de esta flexibilidad y de las múltiples formulaciones disponibles, la teoría \mathcal{H}_∞ ha tenido un éxito muy limitado. En primer lugar, se requiere un modelo fiel a la planta, ya que lo que se optimiza en cualquier caso se basa en un modelo. Asimismo, el controlador resultante sólo es óptimo con respecto a la función de costo planteada en el problema de optimización asociado, y no necesariamente representa el mejor controlador en términos de los criterios de evaluación más populares, como ser tiempo de asentamiento, tiempo de elevación, *overshoot*, etc. Además, algunos enfoques específicos, como los basados en la parametrización de Youla, producen usualmente un controlador de alto orden, lo cual complica su implementación práctica. Por su lado, los controladores basados en la ecuación de Ricati son de orden completo o desestructurados, mientras que en la industria se opta generalmente por controladores de cierta estructura, como los tipo PID. También el enfoque basado en LMI, aunque más moderno, produce controles

desestructurados⁹. En este sentido, el método de \mathcal{H}_∞ estructurado está enfocado directamente a optimizar estructuras de controladores tales como los PID. Por tal motivo, este es el método que se evaluará en esta tesis, como representante de la teoría general \mathcal{H}_∞ .

\mathcal{H}_∞ Estructurado

La solución independiente propuesta por Apkarian [5] fue la primera orientada directamente al ajuste de controladores con estructura determinada, como los PID, en lugar de la síntesis de controladores no estructurados, que pueden no tener una articulación simple con la industria. De ahí que esta estrategia reciba el nombre de control \mathcal{H}_∞ estructurado. En el problema de optimización, que resulta a partir del problema de control, se busca minimizar un funcional objetivo no suave, no convexo y con discontinuidades. Esta complejidad se transmite al algoritmo de aplicación, por lo que se requiere cierta capacidad computacional, siendo esta tal vez la principal desventaja. Entre las ventajas, se puede decir que los controladores PID son optimizados en lugar de ajustados, es decir, los parámetros del controlador se obtienen unívocamente mediante la minimización de un funcional. Además, el funcional objetivo garantiza que el controlador resultante estabiliza internamente el sistema, un cambio sustancial con respecto a muchas técnicas clásicas.

2.3. Conclusiones

En las secciones anteriores se reseñaron las teorías básicas que forman parte de los análisis preliminares y de los enfoques de diseño que se tratan en capítulos subsiguientes. Se desarrollaron las características más importantes que deben tenerse en cuenta en cualquier diseño de sistemas de control. Entre ellas se destacan polos, ceros, sensibilidad direccional, estabilidad, entre otras.

Luego, se seleccionaron algunos métodos de diseño, que serán útiles para controlar el GV bajo estudio, con un mayor o menor grado de efectividad, cuestión que será evaluada en los siguientes capítulos. Partiendo del diseño más elemental, el ajuste independiente de lazos, se agrega la técnica de desajuste BLT, el método secuencial y finalmente la síntesis \mathcal{H}_∞ estructurado.

⁹Aun con teorías que producen controles desestructurados, es posible aproximar un controlador estructurado, como puede verse en el trabajo de Adam [3], [2]. Sin embargo, se pierde optimalidad en dichas aproximaciones

Capítulo 3

Análisis Preliminar

El siguiente capítulo trata diferentes técnicas de análisis que permiten identificar las características propias del sistema bajo estudio. Este reconocimiento previo del sistema permite eventualmente abordar el problema de diseño de forma más efectiva, pero también se emplea para analizar el desempeño de sistemas de control, a fin de buscar posibles mejoras.

3.1. Estabilidad

3.1.1. Autovalores de G_p a lazo abierto

Esta sección evalúa si la planta tiene estabilidad asintótica a partir de sus autovalores a lazo abierto. Si bien en un sistema controlado la estabilidad a lazo cerrado es la que resulta más relevante, en un sistema real puede ser necesario abrir el lazo para hacer reajustes de proceso, por lo que conviene también caracterizar la estabilidad de la planta a lazo abierto.

Se presentan los autovalores hallados en la Tabla (3.1). Estos autovalores se denominan también polos de la realización de $G_p(s)$, a partir de una generalización del concepto de polo cuando se trata de una matriz de transferencia [36]. En la Tabla (3.1) se incluye también la multiplicidad de cada polo.

Para esta planta, el conjunto de autovalores hallados coincide con el conjunto de polos SISO de cada elemento G_{ij} de la MFT G_p . También se verificó la coincidencia de los autovalores con los polos a partir del cálculo de las raíces del polinomio de polos y del polinomio de ceros derivados de la forma de

Tabla 3.1: Autovalores de G_p a lazo abierto.

Autovalor	Valor	Mult.	Autovalor	Valor	Mult.
e_1	0.0	2	e_8	$-0.0063 + 0.0074i$	1
e_2	-0.0168	1	e_9	$-0.0063 - 0.0074i$	1
e_3	-0.0969	1	e_{10}	$-0.0093 + 0.0023i$	1
e_4	-0.0306	1	e_{11}	$-0.0093 - 0.0023i$	1
e_5	-0.0215	1	e_{12}	-0.0107	1
e_6	-0.0046	1	e_{13}	-0.0180	1
e_7	-0.0157	1			

Smith-McMillan [19].

Para el cálculo de autovalores, se transforma el modelo (1.1) a su representación en espacio de estados (1.12). Luego, los autovalores se obtienen mediante dos funciones distintas de Matlab[®]: `eig` y `spoles`. La primera es parte de la librería estándar del software, mientras que la segunda usa la descomposición de Schur, que le da mayor confiabilidad numérica al código. En ambos casos se encontraron los mismos valores.

Los valores característicos anteriores dan información de dinámica de la planta. En este caso, al ser nulo el autovalor e_1 , el sistema a lazo abierto es marginalmente estable. Esta condición está vinculada a los integradores puros que presentan algunas de las funciones de transferencia G_{ij} que componen G_p . Desde el punto de vista físico, la estabilidad marginal significa que si al sistema a lazo abierto se le aplica una entrada en la dirección del autovector asociado al autovalor e_1 , esta entrada lleva al sistema G_p fuera del equilibrio de forma indefinida. Esto no ocurre con cualquier otra dirección del vector de entradas, ya que las partes reales negativas del resto de los autovalores aseguran que el sistema vuelva eventualmente al equilibrio.

En cualquier caso, la estabilidad marginal no afecta la controlabilidad del sistema, que se estudiará más adelante en este capítulo.

Cabe mencionar que la estabilidad interna del sistema realimentado depende del control diseñado, por lo que se retomará más adelante.

3.1.2. Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin

La Fig. (3.1) muestra el arreglo de Nyquist con las bandas de Gershgorin superpuestas en los elementos diagonales. En cada diagrama se ajustaron los ejes para una mejor visualización de la forma del mapeo complejo.

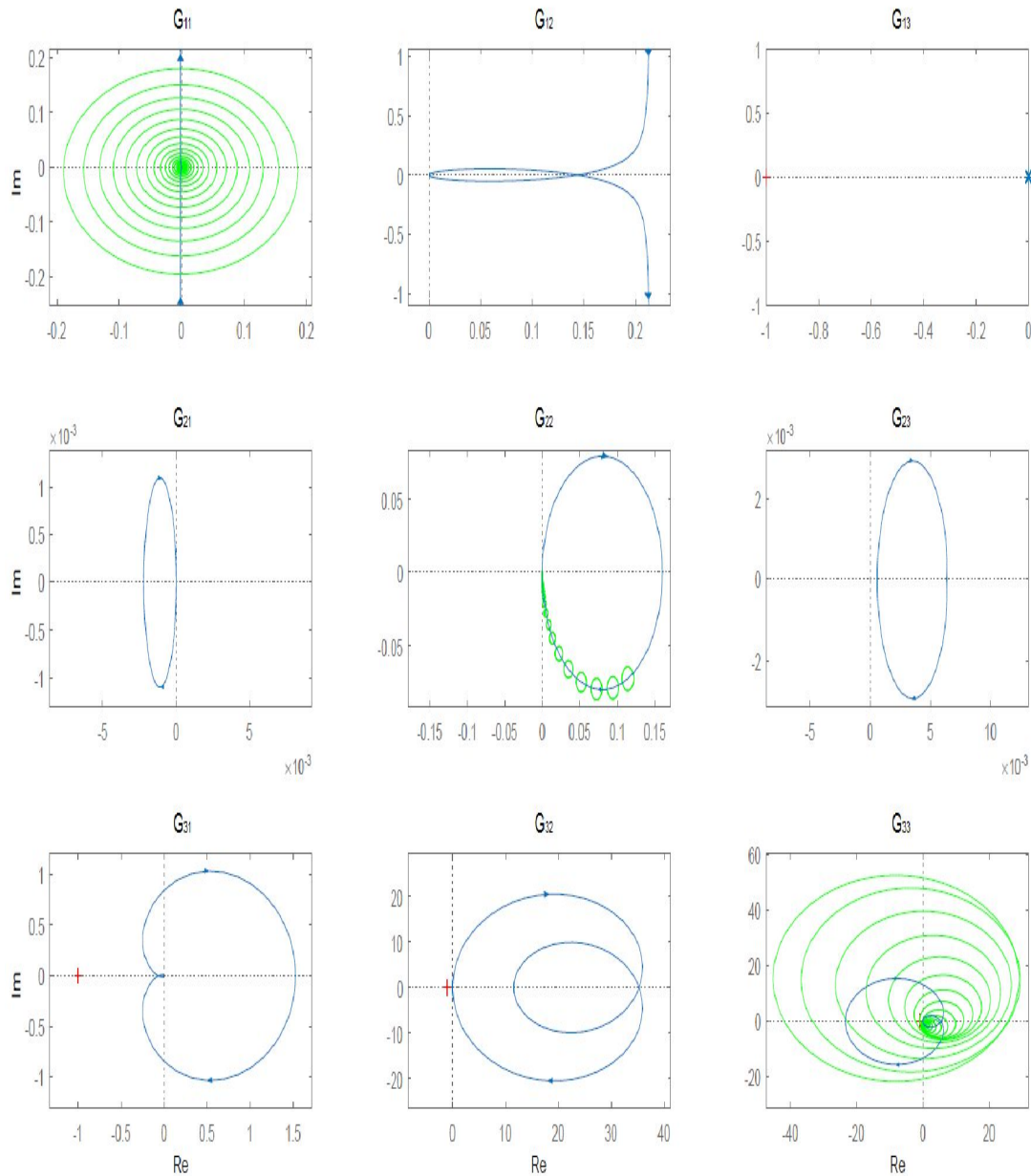


Figura 3.1: Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin.

La Fig. (3.1) nos muestra que tanto la banda correspondiente a G_{11} como la de G_{33} incluyen el origen. Esto significa, como se estableció en el capítulo anterior, que el sistema no es diagonalmente dominante, es decir, que los acoplamientos entre las G_{ij} individuales no se pueden despreciar. Según Maciejowski [19], la dominancia diagonal es una condición necesaria para poder

inferir si el sistema a lazo cerrado es estable, a partir de este análisis gráfico a lazo abierto. En cualquier caso, en este punto solo se está estudiando la planta, ya que el controlador aun no fue diseñado. Por ello, no resulta significativo analizar el lazo cerrado sin incluir el controlador en el mismo.

También en la Fig. (3.1), nótese que en las gráficas de los elementos G_{11} y G_{33} , el tamaño de las circunferencias que definen las bandas de Gershgorin, es progresivamente creciente. Esto señala que esos elementos de la MFT son interactivos sobre todas las frecuencias ω , de acuerdo al criterio de Rosenbrock [10].

3.2. Evaluación de Ceros del Sistema

En base a lo presentado en el capítulo anterior, se observa que los ceros de transmisión en el RHP, son indeseables, debido a su efecto sobre el comportamiento del sistema, como ser fenómenos de fase no mínima e inestabilidad por alta ganancia en la respuesta temporal del sistema. Por ello es esencial reconocer la presencia de estos ceros examinando la MFT del modelo a lazo abierto.

Tabla 3.2: Ceros del sistema a lazo abierto.

Cero	Valor	Cero	Valor
z_1	4.7511	z_8	0.0
z_2	0.7087	z_9	-0.0062 + 0.0070i
z_3	0.0466	z_{10}	-0.0062 - 0.0070i
z_4	-0.0299	z_{11}	-0.0098 + 0.0025i
z_5	-0.0173	z_{12}	-0.0098 - 0.0025i
z_6	-0.0138 + 0.0068i	z_{13}	-0.0046
z_7	-0.0138 - 0.0068i		

La Tabla (3.2) muestra los ceros del sistema a lazo abierto. Se encontraron tres ceros de transmisión en el RHP, con valores $z_1 = 4,7511$, $z_2 = 0,7087$ y $z_3 = 0,0466$. Con estos valores, se sigue de inmediato que el sistema es de fase no mínima. Esto trae aparejado respuestas dinámicas inversas, que en algunos casos pueden deteriorar fuertemente el desempeño del sistema de control

3.3. Valores Singulares y Número de Condición

La evaluación del número de condición y valores singulares se efectúa sobre un rango amplio de frecuencias a fin de caracterizar la planta. El resultado sobre el número de condición puede verse en la Fig. (3.2), mientras que los valores singulares máximo y mínimo se muestran en las Figs. (3.3) y (3.4) respectivamente.

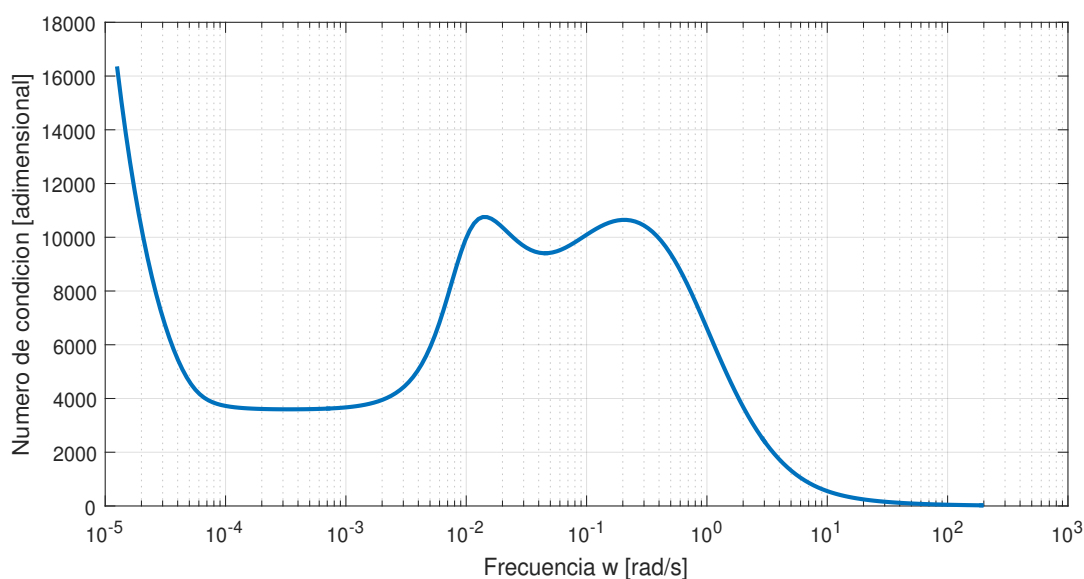


Figura 3.2: Número de condición en función de la frecuencia.

De la Fig. (3.2), que muestra el número de condición, se deduce que el sistema está moderadamente mal condicionado dentro del intervalo de frecuencias $\{10^{-4}, 10^1\}$ rad/s. Dentro de este intervalo de frecuencias se aprecia un número de condición máximo $\gamma_{M1}(G) = 10760$ a la frecuencia de $\omega_{M1} = 1,43 \times 10^{-2}$. También se advierte la presencia un máximo local, cercano en magnitud al anterior, con valor $\gamma_{M2}(G) = 10648$, que ocurre a la frecuencia $\omega_{M2} = 2,07 \times 10^{-1}$. Lo anterior indica que la mayor sensibilidad direccional ocurre en torno a estas frecuencias $\gamma_{M1}(G), \gamma_{M2}(G)$; y a frecuencias $\omega > 1 \times 10^1$ rad/s, el sistema es prácticamente insensible a la dirección del vector de entradas.

En la misma figura, se destaca el comportamiento del número de condición para frecuencias menores a 10^{-4} rad/s. Se observa que el número de condición crece rápidamente, sin indicios de una cota superior, hasta llegar a un franco

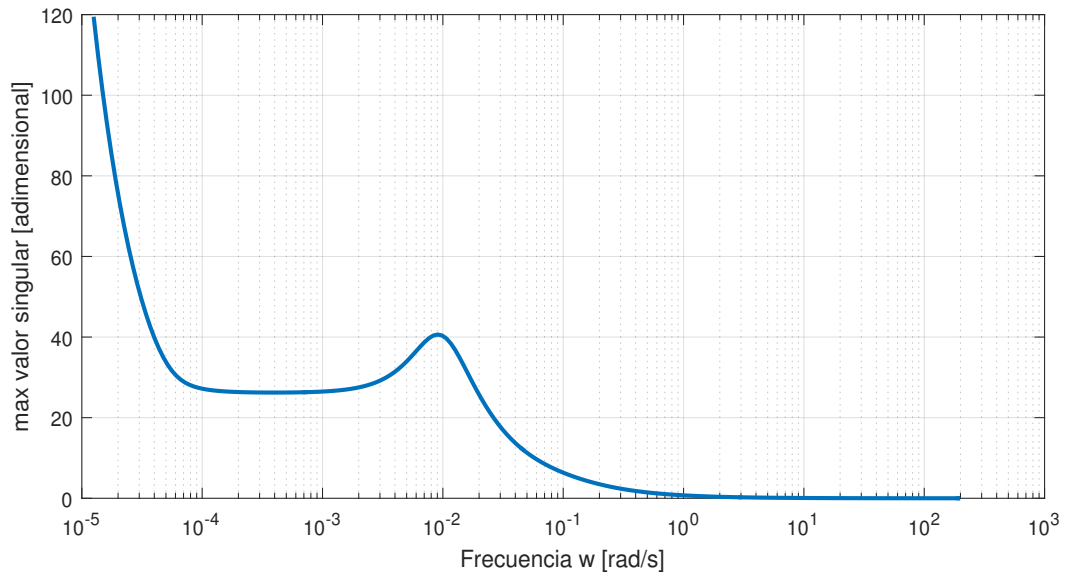


Figura 3.3: Máximo valor singular en función de la frecuencia.

mal condicionamiento. Esto deriva del comportamiento del valor singular máximo, ilustrado en la Fig. (3.3), que crece de la misma forma para en el mismo intervalo de frecuencias, esto es, a valores de $\omega < 10^{-4}$.

Por otro lado, para frecuencias mayores a 10^0 rad/s el valor singular máximo $\underline{\sigma}(G)$ tiende a cero, como se aprecia en la Fig. (3.3), mientras que el valor singular mínimo se mantiene en un valor cercano a cero, pero sin llegar a ser nulo, como se aprecia en la Fig. (3.4). El comportamiento combinado de ambos valores singulares hace que el número de condición finalmente tienda a cero para frecuencias $\omega > 10^0$ rad/s.

En suma, la diferencia de ordenes de magnitud entre $\bar{\sigma}(G)$ y $\underline{\sigma}(G)$ hace que la sensibilidad a la dirección de entradas de $U(s)$ sea moderada o grande para frecuencias menores a 10^1 rad/s. Debido a ello, se justifica el uso de técnicas multivariantes.

Como se mencionó en el capítulo 2, el valor singular máximo da cuenta de la ganancia de la planta asociada a la dirección de máxima efectividad del vector de entradas. En base a esto, resulta útil observar que a frecuencias relativamente altas ($\omega > 1$) el valor singular máximo tiende a cero. Es decir, la planta es prácticamente inerte a señales de alta frecuencia. Esto es de esperar, ya que la inercia propia de un **GV** actúa como filtro de alta frecuencia.

El valor singular mínimo constituye una medida útil para evaluar la facti-

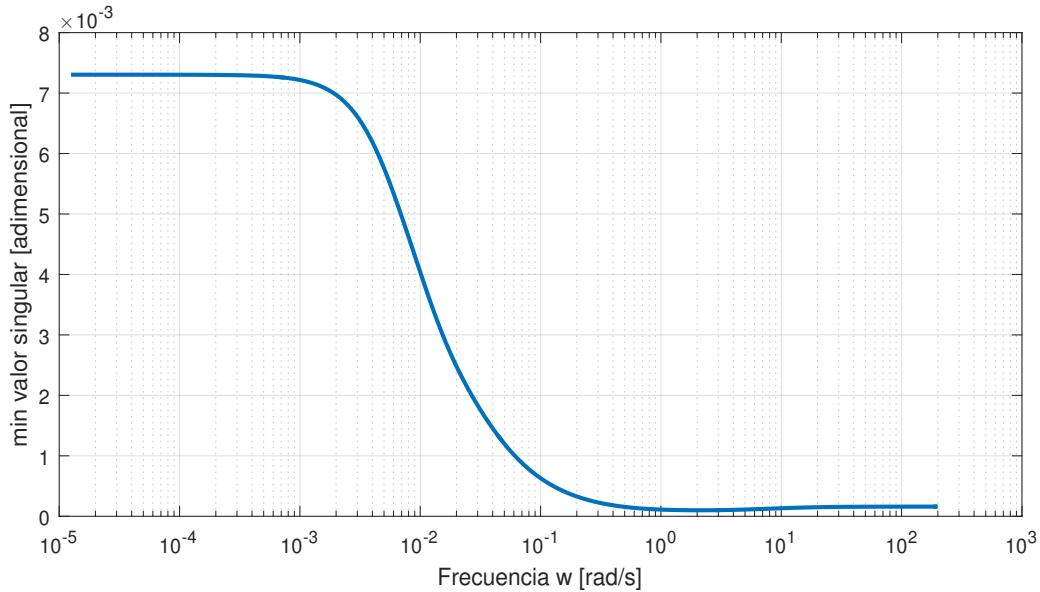


Figura 3.4: Mínimo valor singular en función de la frecuencia.

bilidad de alcanzar un control aceptable, ya que nos dice cual es la mínima ganancia posible ante cualquier dirección de un vector de entradas normalizado. Normalmente, se intenta tener un $\underline{\sigma}(G) > 1$ para todas las frecuencias de interés, con el fin de evitar saturar el control. Sin embargo, esto no se cumple para ninguna frecuencia, como se observa en la Fig. (3.4). Lo anterior no resulta ser un buen indicio, ya que este análisis preliminar a lazo abierto sugiere que la planta podría inducir a la saturación del control en el diseño final. No obstante, la saturación del control depende también de la amplitud de los valores que pueden tomar las variables manipuladas. La saturación del control será analizada en el capítulo 4.

Estos resultados sobre sensibilidad direccional suponen, en principio, una mayor complejidad para abordar el problema de diseño, por todos los motivos enunciados en el capítulo 2. Es posible disminuir el número de condición mediante pre-condicionamiento. Esto se puede ver en el trabajo de Tan et al. [30], donde se escala el modelo para aplicar la técnica de *loopshaping*¹. Sin embargo, dentro de los métodos de diseño de control adoptados en esta tesis, solo el método de **Diferencia de Retorno Secuencial** emplea un compensador, y como se verá en el capítulo 4, no exhibe una especial ventaja con respecto a los otros métodos.

¹Ver detalles de esta técnica en la obra de Maciejowski [19].

3.4. Controlabilidad y Observabilidad

3.4.1. Controlabilidad

Se evalúa controlabilidad por medio de dos funciones de Matlab[®], en vista de los resultados anteriores sobre el condicionamiento del sistema, a fin de obtener una validación del resultado.

La primer función estudiada es `ctrb`, que evalúa la matriz de controlabilidad dada en (2.13). El rango de dicha matriz devuelve

$$\rho_{C_n} = 14 \tag{3.1}$$

Este resultado sugiere que el sistema es de estado controlable, debido a que el rango ρ_{C_n} es igual a la dimensión del vector de estado. Sin embargo, debido al mal condicionamiento antes mencionado, el calculo directo del rango de la matriz de controlabilidad (2.13) podría presentar problemas numéricos de redondeo, ya que este proceso de estimar el rango de la matriz de controlabilidad es también mal condicionado, y por ello sensible a errores de redondeo. Por lo antes mencionado, el resultado de ρ_{C_n} sobre controlabilidad se verificó mediante el algoritmo "escalera" (en inglés, *staircase*) propuesto por Rosenbrock² [23], que usa una transformación de similaridad sobre la terna (A, B, C) de (1.12) para obtener un sistema transformado $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$, en donde \bar{A} tiene forma triangular por bloques (de ahí el nombre del algoritmo). Los bloques de \bar{A} indican claramente el número de estados controlables del sistema. Este algoritmo se implementa a través de la función `ctrbf` de MATLAB.

La controlabilidad de estado establece que es posible transferir un estado inicial arbitrario x_0 a otro estado final x_f en un tiempo finito T . Sin embargo, aun existen consideraciones a tener en cuenta, de importancia práctica. Por un lado, el tiempo finito T del que habla la definición, puede ser demasiado grande, y así, inviable desde el punto de vista del proceso. Por otro lado, la controlabilidad completa de estados no es necesaria ni suficiente para controlar las salidas de un sistema [1]. Esto puede observarse simplemente observando que el sistema (1.12) emplea una transformación C desde el estado x a la salida y . Por ello, se procede a verificar la llamada controlabilidad de

²Otra variante de este algoritmo es presentada por Maciejowski [19], demostrando también estabilidad numérica. Esta variante se basa en el trabajo de van Dooren (1981).

salida C_o , definida en el capítulo anterior. El rango de la misma esta dado por

$$\rho_{C_o} = 3 \quad (3.2)$$

Este rango es igual a la dimensión del vector de salidas $y(t)$ y por lo tanto el sistema es de salida controlable. Ver Apéndice B para consultar los códigos.

A pesar de que estos análisis sobre controlabilidad de estado y de salida ofrecen luz sobre la naturaleza de la planta, estas evaluaciones no establecen si se puede alcanzar la salida deseada en un tiempo razonable desde el punto de vista operativo.

3.4.2. Observabilidad

Técnicas similares a las anteriormente aplicadas para evaluar controlabilidad pueden aplicarse en la evaluación de observabilidad, debido a que la observabilidad de un sistema es la controlabilidad del sistema dual, tal como se demuestra en diversas fuentes bibliográficas [1], [22].

El rango de la matriz de observabilidad es

$$\rho_{O_n} = 13 \quad (3.3)$$

Este valor de rango difiere de la dimensión del vector de estados y el sistema no es observable.

Por otro lado, la técnica de Rosenbrock antes mencionada permitió verificar el valor anterior a través de la función `obsvf`. Es decir, se confirma que el sistema es no observable. Detalles del cómputo en el Apéndice B.

Por otro lado, estas verificaciones sobre controlabilidad y observabilidad sugieren que el condicionamiento del sistema no parece llevar a errores numéricos importantes en los cálculos.

La no observabilidad del sistema impide diseñar un observador de estado de orden completo. Esto significa que no es posible estimar las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control del proceso [1]. Sin embargo, esto no impide desarrollar controladores adecuados, siempre y cuando la realimentación esté dada por la salida y no por los estados. Este es precisamente el enfoque que se adopta en el capítulo 3.

Es interesante hacer una última verificación sobre los resultados anteriores calculando la realización mínima del sistema (1.12). Esta realización, que puede denotarse (A_m, B_m, C_m, D_m) excluye los estados no observables y no controlables. Se encontró que A_m presenta una dimensión menos que el sistema original A , con lo cual solo se excluyó el estado no observable detectado anteriormente. Desde el punto de vista numérico, el cálculo de la realización mínima es más confiable, ya que solo involucra operaciones elementales entre renglones y columnas del sistema [10]. Esto es especialmente beneficioso en sistemas mal condicionados.

3.5. Relative Gain Array

El método original de RGA propuesto originalmente por Bristol [6] asume que el proceso no contiene modos integrales o diferenciales, y en tales casos falla. Este es el caso de modelo (1.1), que como se observó antes tiene integradores puros. Distintas variantes del método para estimar RGA con estas condiciones han sido propuestas por Woolverton [34], Huang [15], Witcher [33] y el propio Bristol [7]. Sin embargo estas técnicas presentan otros requerimientos o potenciales problemas computacionales. Por lo anterior fue seleccionado el método propuesto por Hu [14], debido a que es teóricamente riguroso y solo involucra operaciones de matrices constantes. Los detalles de la implementación de este cálculo en Matlab[®] 2011 pueden verse en el apéndice B. La matriz RGA obtenida por este método se corresponde con los acoplamientos de EE, dando

$$RGA = \begin{bmatrix} 1,2423 & -0,2423 & 0 \\ -0,2987 & 1,2184 & 0,0803 \\ 0,0564 & 0,0239 & 0,9197 \end{bmatrix}$$

Puede verificarse fácilmente que tanto las filas como las columnas suman 1, una característica ya mencionada en el capítulo anterior.

La primer conclusión posible a partir de esta matriz es que el apareamiento de variables seleccionado es el adecuado, es decir, u_i controlando a y_i es correcto para $i = 1, 2, 3$. Esto se debe a que los elementos diagonales presentan los mayores valores positivos de la matriz. Asimismo, los valores negativos están fuera de la diagonal principal, de otra manera se tendrían efectos indeseables sobre el lazo que relacione estas variables. Además, no se observan valores mayores a 5, lo que de acuerdo a Skogestad [27], indicaría una interacción severa que también resulta indeseable.

El análisis anterior permite el cálculo de la matriz de ganancias relativas para el caso de [EE](#), sin embargo, es recomendable analizar que ocurre a otras frecuencias. Para ello resulta útil el concepto de Número de RGA, que fue definido en el capítulo 2 mediante la Ec. [\(2.17\)](#). El número de RGA constituye una medida de dominancia diagonal y sirve a los fines de estudiar el apareamiento más apropiado en función de la frecuencia, como lo desarrolla Skogestad en [\[27\]](#).

Para el control descentralizado se prefieren apareamientos para los cuales N_{RGA} es cercano a 1. En la Fig. [\(3.5\)](#) se muestra el número de [RGA](#) en función de la frecuencia.

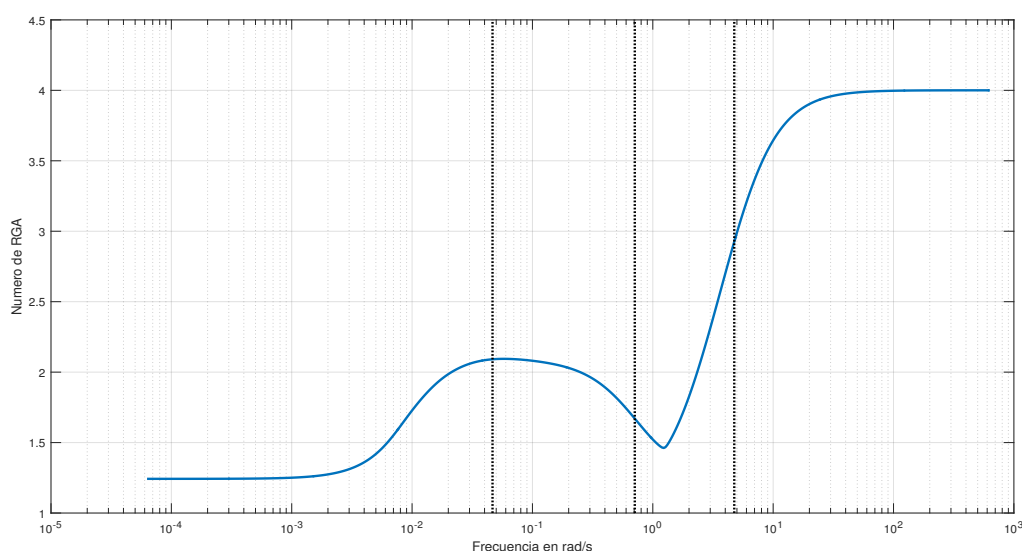


Figura 3.5: Número de RGA en función de la frecuencia.

La Fig. [\(3.5\)](#) sugiere que el apareamiento seleccionado resulta ser el mejor posible para frecuencias menores a 1×10^{-3} rad/s, y continúa siendo aceptable hasta frecuencias cercanas a 1×10^0 rad/s. Sin embargo, a partir de 1×10^1 rad/s el apareamiento deja de ser óptimo. Esto no constituye una verdadera dificultad, ya que para la planta bajo estudio, estas frecuencias son relativamente altas. Como prueba de la aseveración anterior, pueden considerarse las recomendaciones de Seborg [\[24\]](#) sobre los periodos de muestreo de señales de proceso. Se sabe que el periodo de muestreo es una función directa de la dinámica del sistema de lazo abierto. De esta manera, el autor recomienda muestreos del orden de 1 s para flujos, de 5 s para nivel y presión, y de 20 s para Temperatura. Todo lo anterior asegura que las frecuencias esperadas

en las señales de la planta serán menores a 1×10^1 rad/s. Como conclusión, el número de RGA indica que el apareamiento es apropiado para el conjunto de frecuencias de interés.

Una forma de profundizar el análisis anterior es graficando cada elemento matricial RGA_{ij} en función de la frecuencia. Las frecuencias a las que se detectan entrecruzamientos entre las gráficas, indican zonas donde conviene reevaluar si el acoplamiento seleccionado es el adecuado. Esto se ilustra en la Fig. (3.6).

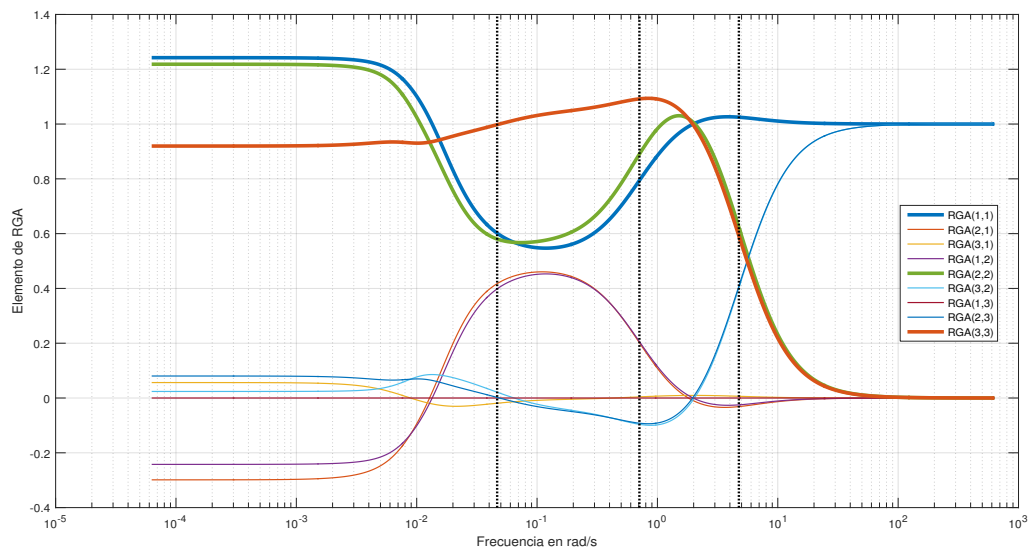


Figura 3.6: Elementos de RGA en función de la frecuencia.

La Fig. (3.6) muestra los elementos de RGA. Para mayor claridad, se destacan con un trazo más grueso los elementos diagonales de RGA. Esta figura permite definir con mayor precisión cuales son los elementos de RGA que conmutan entre sí en función de la frecuencia, sugiriendo con ello un cambio en el apareamiento óptimo. Como se puede apreciar, hasta 1×10^{-2} rad/s los elementos diagonales de RGA son los más cercanos a 1, pero a frecuencias mayores se observan variaciones, que terminan cambiando el apareamiento óptimo a partir de 1×10^1 rad/s.

Hasta aquí, las conclusiones son similares a las obtenidas evaluando el número de RGA. Sin embargo, este análisis da información adicional. En primer lugar, nótese que el elemento RGA_{11} se mantiene cerca de 1 en todo el intervalo de frecuencias. Esto revela que para cualquier condición de la planta, siempre es conveniente controlar el nivel de GV mediante el caudal de FW. En segundo

lugar, la conmutación entre elementos de RGA que ocurre a frecuencias más altas, sugiere que el caudal de spray controlaría mejor la presión del domo que el caudal de combustible; y que el caudal de combustible controlaría mejor la temperatura del vapor que el caudal de spray. Estos apareamientos resultan poco intuitivos, y justamente por ello es importante analizar la planta más allá de la intuición inherente del proceso.

Por otro lado, notar que las conmutaciones entre elementos de RGA ocurren en torno a los ceros de transmisión del sistema: 4,7511 y 0,0466 rad/s. Siguiendo los conceptos presentados el capítulo 2 y los resultados de la sección (3.2), se deduce que el origen de la conmutación en el apareamiento óptimo podría estar en el bloqueo de información a través ciertos canales del sistema. Este bloqueo ocurre, justamente, en el entorno de los ceros de transmisión.

Por último, y retomando la teoría presentada en la sección 2.1.8, los elementos de RGA de magnitud mayor a 5 indican frecuencias a las cuales la planta es fundamentalmente difícil de controlar, debido a fuertes interacciones y sensibilidad a incertezas [27]. Este hecho, en conjunción con la Fig. (3.6) indica que la planta no presenta problemas de este tipo para ningún valor de frecuencia.

3.6. Conclusiones del Capítulo

A lo largo de este capítulo se expusieron los resultados de varios métodos de análisis destinados a caracterizar el modelo bajo estudio. Se puede resumir lo obtenido en los siguientes puntos:

- **Estabilidad a lazo abierto** En términos de diseño, la estabilidad de la planta a lazo abierto no asegura un diseño más sencillo, pero la falta de ella lleva a la necesidad de contemplar precauciones especiales tanto en el diseño del controlador como en la operación de la planta. Se encontró que la planta G_p es marginalmente estable mediante la evaluación de autovalores, consecuencia directa de la presencia de integradores en algunos de sus elementos.
- **Fase Mínima** Se detectó que el sistema es de fase no mínima debido a la presencia de ceros con parte real positiva en la MFT.
- **Acoplamientos** El análisis mediante el arreglo de Nyquist muestra que no hay dominancia diagonal, con lo cual los acoplamientos entre

los distintos elementos de G_p no se pueden despreciar. En este sentido, el estudio a través de **RGA** confirma que para los acoplamientos existentes en **EE**, el apareamiento seleccionado de entradas y salidas es el adecuado en el rango de frecuencias de interés. Además, no se observan interacciones severas que puedan impedir un desempeño adecuado con el controlador correcto. Complementariamente, se realizó un análisis mediante el número de **RGA** en función de la frecuencia, que permite detectar un rango de frecuencias en el que el mejor acoplamiento podría conmutar. Finalmente, el análisis con los elementos de **RGA** en función de la frecuencia permitió delimitar más precisamente las zonas de conmutación de las interacciones entrada-salida, precisamente alrededor de los ceros del sistema.

- **Controlabilidad y Observabilidad** El sistema es de estado controlable y de salida controlable, características que son indicios positivos para el diseño. Sin embargo, el sistema es de estado no observable.
- **Sensibilidad direccional** La gran diferencia de ordenes de magnitud entre los valores singulares máximos y mínimos en todo el rango de frecuencias de interés, permite concluir que el sistema es fuertemente sensible a la dirección del vector de entradas. Esto justifica el uso de técnicas multivariantes.

También desde el punto de vista de la sensibilidad direccional, y siguiendo la regla empírica propuesta en [27], se encuentra que en principio puede haber saturación del control, ya que los valores singulares mínimos son menores a uno para todas las frecuencias de interés.

Nótese que no debe confundirse la conclusión sobre sensibilidad direccional con la de acoplamientos. La sensibilidad direccional trata con el modelo como un todo, es decir como una **MFT**, en relación al vector de entradas. Por otro lado, los acoplamientos se refieren a las interacciones entre las distintas componentes de la **MFT**, que resultan en afectar múltiples salidas para una sola entrada. Es decir, que no haya interacciones severas no impide que haya sensibilidad a la dirección del vector de entradas.

- **Condicionamiento** Por la sensibilidad direccional antes dicha, se verifica un moderado mal condicionamiento para frecuencias entre 1×10^{-4} y 1×10^1 rad/s, con un rápido incremento del número de condición para frecuencias menores a 1×10^{-4} rad/s. Esto implica que las manipulaciones numéricas que involucren el modelo de la planta a bajas frecuencias deben ejecutarse observando que no se amplifiquen los errores numéri-

cos. Además, resulta recomendable verificar resultados con más de un código siempre que sea posible.

Capítulo 4

Diseño de Control

Las siguientes secciones exploran distintas soluciones al problema de control automático del [GV](#) que fue presentado oportunamente en el capítulo 1. Estas soluciones se apoyan en las teorías introducidas en el capítulo 2, a saber: ajuste independiente de lazos, método BLT, ajuste secuencial y \mathcal{H}_∞ estructurado.

Los ajustes contemplados en el presente capítulo presentan un grado de sofisticación creciente. Comenzando por el ajuste independiente, que ignora por completo el acoplamiento de variables y constituye la extensión más sencilla de métodos de ajuste de controladores SISO a sistemas MIMO. Luego se estudia el método BLT, que a la simplicidad del método anterior agrega un criterio semiempírico de estabilidad, que agrega robustez al diseño final. El método secuencial, por su lado, constituye un primer paso al reconocimiento de la interacción entre lazos. Con el fin de incrementar el alcance de este reconocimiento, se aplica una variante originalmente propuesta por Mayne [\[20\]](#), que considera un compensador que desacopla la dinámica del sistema entre lazos. Finalmente, el método \mathcal{H}_∞ estructurado surge de una optimización de una función objetivo, de la cual se obtienen los parámetros de un controlador [PID](#). Dicha función objetivo puede formularse de diversas maneras, sea para tener en cuenta la energía de control, restricciones, etc., todo lo cual hace que este método resulte sumamente flexible. Sin embargo, este método requiere también un conocimiento más profundo de la planta, así como un algoritmo dedicado a resolver la optimización, con lo cual también requiere cierta capacidad computacional. Justamente, el objetivo de este capítulo es sopesar cual de las soluciones de compromiso resulta finalmente más conveniente.

En todos los casos, se estudian los problemas de seguimiento de consigna, de

regulación y de estabilidad. Se concluye con una comparación entre métodos y una discusión sobre los desempeños de cada uno. Cabe destacar que no es común hallar en la bibliografía de control una comparación entre métodos para sistemas **MIMO** tan diversos. Esto lleva a que ante un nuevo problema de diseño, el ingeniero de control se enfrenta ante una multitud de teorías y enfoques distintos, sin una verdadera guía de cual es el marco teórico más adecuado para un problema en particular. Se espera que la discusión de este capítulo constituya una referencia útil en tal sentido.

Todos los ajustes de este capítulo corresponden a controles de tipo **PI**, donde cada controlador, que denotaremos PI_i , tiene la siguiente forma

$$PI_i = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (4.1)$$

Como es usual, la constante K_i indica la ganancia proporcional y T_i es el tiempo de acción integral, valores que permiten definir completamente el controlador i -ésimo, con $i=1,2,3$.

4.1. Método de Diseño Independiente de Lazos

Con el objetivo de tener una solución típica de la industria como base contra la cual comparar, en esta sección se trata con el **Diseño Independiente (DI)**, que consiste en un diseño de tres controladores SISO de tipo PI, donde el ajuste de cada lazo es independiente de los otros ajustes. Estos controladores PI_i intentan controlar, para el problema del **GV**, la variable de salida y_i con la de entrada u_i , donde $i \in \{1, 2, 3\}$ ¹. El significado de las variables de entrada y de salida fueron descritos en el capítulo 1, y se retomarán más adelante en este capítulo en los análisis de resultados.

Nótese que este procedimiento ignora completamente los acoplamientos entre lazos, y solo busca obtener controladores en base a un balance entre el problema de seguimiento de consigna y el de rechazo de perturbaciones.

Para el ajuste se emplea la herramienta **pidTuner** de Matlab[®], que permite ajustar los controladores de manera sencilla y así obtener, por inspección, un buen seguimiento de consigna. Esta herramienta se basa en el método de ajuste propuesto por Åström y Hägglund [29].

¹Con el fin de simplificar la notación, todos los subíndices en adelante pertenecen a este conjunto de valores.

Para cada lazo de control, la configuración empleada para el ajuste de los controladores PI_i se muestra en la Fig. (4.1). Dicha configuración constituye un lazo realimentado simple, donde cada controlador afecta solo un elemento diagonal G_{ii} de la planta. Notar que el ajuste no tiene en cuenta en ningún momento los elementos G_{ij} no diagonales de la planta, con $i \neq j$.

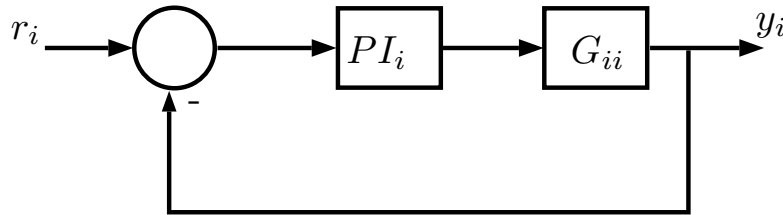


Figura 4.1: Diagrama del ajuste independiente de cada controlador P_i .

4.1.1. Resultados del Ajuste

La Tabla (4.1) resume los parámetros hallados por el método independiente antes descrito. Como se mencionó antes, estos parámetros se obtienen a través de la herramienta `pidtuner` de Matlab[®].

Tabla 4.1: Parámetros de los controladores PI del ajuste independiente.

Controlador	K_i	T_i
PI_1	1749.1	60.15
PI_2	6.520	21.22
PI_3	-0.0601	93.72

En los tres ajustes se mantuvo el mismo criterio de sintonización, que consiste en mantener un mismo grado de robustez mientras se busca una solución de compromiso entre seguimiento de consigna y rechazo de perturbaciones. Por ser un problema **SISO** en cada caso, el grado de robustez puede caracterizarse por el margen de ganancia M_g y el margen de fase M_f . Los valores adoptados para estas cantidades fueron $M_g \approx 10$ dB y $M_f \approx 60^\circ$. Esto puede verse en la Tabla (4.2), donde además se presentan otros parámetros que cuantifican el comportamiento de cada lazo.

En esta tabla y en las que siguen en este capítulo, T_c representa el tiempo de crecimiento² en segundos, T_s es el tiempo de establecimiento³, O_v denota el

²Es el tiempo que le toma a la respuesta elevarse del 10 % al 90 % del valor final de **EE**

³Tiempo en el cual la salida permanece dentro del $\pm 2\%$ de su valor de **EE**

Tabla 4.2: Características de respuestas independientes SISO.

Lazo	T_c (s)	T_s (s)	Ov(%)	Pico	M_g (dB)	ω_{M_g}	M_f (°)	ω_{M_f}
1	12.0	94.7	16.8	1.17	11.1	∞	60.0	0.105
2	51.5	189.0	13.8	1.14	∞	N/A	60.0	0.028
3	58.6	114.0	1.35	1.01	8.85	0.0637	60.0	0.0159

*overshoot*⁴ y luego se indica el valor pico, normalizado con respecto al valor final. Finalmente, se presentan los márgenes de fase M_f y de ganancia M_g que se lograron en cada ajuste.

Por otro lado, si bien cada control PI_i se ajusta para controlar el elemento diagonal de la **MFT** de la planta, el conjunto de controles obtenidos se articulan finalmente con el modelo multivariable completo G_p del **GV**. Esto se representa matricialmente, agrupando los controladores en un arreglo diagonal, como se muestra en la Ec. (4.2). Este arreglo matricial permite representar el sistema de lazo cerrado mediante un diagrama de bloques que involucra matrices, como se muestra en la Fig. (4.2), donde PI está dado por la Ec. (4.2) y G_p por la Ec. (1.1).

$$PI = \begin{pmatrix} PI_{11} & 0 & 0 \\ 0 & PI_{22} & 0 \\ 0 & 0 & PI_{33} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Un control diagonal de este tipo se denomina descentralizado [26], y constituye una de las aproximaciones más naturales al control multivariable. Por ser un control descentralizado y tener una arquitectura determinada, en este caso de tipo PI, se denomina también control estructurado.

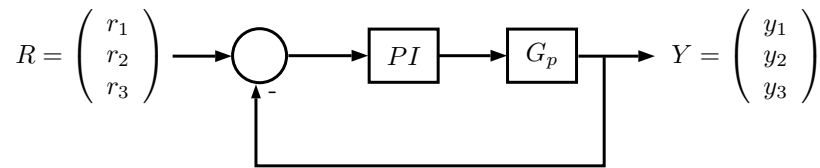


Figura 4.2: Diagrama de bloques matricial.

Si se desarrollan los productos matriciales involucrados en la Fig. (4.2), se puede observar explícitamente la articulación de los controladores individuales PI_{ii} con el resto de la planta. Esto se muestra en el diagrama de bloques

⁴Overshoot se refiere a la altura del pico la salida con respecto al valor final de **EE** para un salto escalón

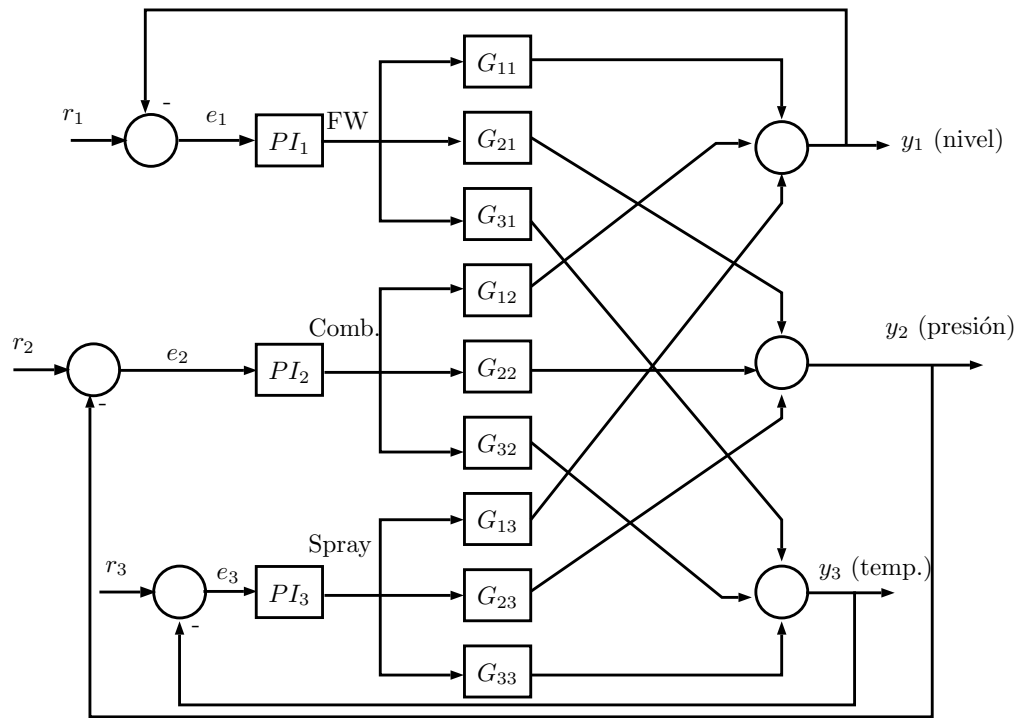


Figura 4.3: Diagrama de bloques global de la planta.

de la Fig. (4.3). Dicho diagrama es equivalente al de la Fig. (4.2), pero expone claramente el rol de cada función de transferencia individual G_{ij} en la salida final del lazo realimentado. En ambas representaciones, el sistema total está constituido por un lazo cerrado compuesto por el generador de vapor completo G_p en serie con la matriz PI de controladores de la Ec. (4.2) y realimentación negativa.

Es importante destacar que los diagramas (4.2) o, equivalentemente (4.3) mantienen su validez para todos los ajustes de controladores que se realizan en este capítulo, excepto por el método **Diferencia de Retorno Secuencial**. Este método establece que el modelo de planta G_p debe ser afectado por un compensador, dando un modelo modificado \hat{G}_p para el cual son válidos los diagramas (4.2) o (4.3).

4.1.2. Respuestas Dinámicas

En esta sección se describen y analizan las respuestas que resultan del ajuste independiente. Como se sabe, los lazos se obtuvieron independientemente

y despreciando los acoplamientos, de manera que es de esperar que la respuesta dinámica que corresponde a cada uno de estos lazos, representados por la Fig. (4.1), difiera de la respuesta final observada del sistema MIMO, representada por la Fig. (4.2), ya que esta última incluye los antedichos acoplamientos. Esta sección se refiere exclusivamente a las respuestas del sistema MIMO.

En las siguientes figuras se observa la respuesta de lazo cerrado del sistema realimentado frente a cambios en setpoints en las variables de proceso. Cada figura corresponde a la respuesta a un escalón en el setpoint (consigna o punto de operación) de cada una de las tres variables de proceso. Así, la Fig. (4.4) da la respuesta dinámica del nivel de GV (primer figura), de la presión de domo (segunda figura) y de la temperatura de vapor (tercer figura) ante un cambio de 10 % en el setpoint de nivel, que representa 0,1 m en variables de desviación. Asimismo, la Fig. (4.5) presenta gráficas de respuesta en el mismo orden anterior ante un cambio de 5 % de setpoint en la presión, que representa 0,32 MPa en variables de desviación. Finalmente, en la Fig. (4.6) se visualizan las respuestas de las variables antes mencionadas ante un cambio de 10 % de setpoint en la temperatura de vapor, que representa 46,7 °C en variables de desviación.

Las respuestas dinámicas antes presentadas revelan información sobre la física del proceso en estudio, especialmente en los primeros instantes, ya que luego es la acción del controlador la que domina la respuesta dinámica. De esta forma, cuando en la Fig. (4.4) se introduce un aumento de setpoint de nivel de domo, vemos que el sistema se despresuriza ligeramente, debido a que para aumentar el nivel fue aumentado el caudal de FW, que ingresa al GV a menor temperatura. Como consecuencia, se enfría el inventario de agua líquida, provocando una contracción del mismo por dilatación térmica. Esta contracción lleva a una despresurización de la caldera, que provoca a su vez una disminución del caudal de vapor. Un menor caudal de vapor implica un aumento del tiempo de residencia del vapor en el recalentador, provocando también un aumento inicial en la temperatura de vapor. Claramente, las correcciones en los minutos siguientes hasta los valores de consigna, se deben a la acción del controlador. Asimismo, en la Fig. (4.5) se busca un aumento en la consigna de presión de operación, para lo cual se necesita principalmente aumentar el caudal de combustible a la caldera. Naturalmente, esto lleva a un aumento en la temperatura del vapor de salida, pero también aumenta la temperatura del inventario líquido del GV, provocando un ligero aumento inicial de nivel por la dilatación térmica de dicho inventario. Finalmente, en la Fig. (4.6) se aumenta la consigna de temperatura de vapor. Esto se consigue disminuyendo levemente el caudal de combustible, con el fin de

reducir ligeramente la presión de operación, que a su vez disminuye el caudal de vapor y aumenta el tiempo de residencia del vapor en el recalentador, hasta que la temperatura del mismo alcanza la nueva consigna. Desde el punto de vista del nivel de **GV**, solo hay correcciones de magnitud despreciable, en relación a los valores operativos del proceso.

Se destaca que todas las figuras que correspondan a un cambio de setpoint de tipo escalón se organizan de esta forma a lo largo de este trabajo.

Como se mencionó anteriormente, las señales de entrada en escalón no tienen un valor final unitario, sino que toman magnitudes que preservan un sentido físico para el proceso. Desde un punto de vista matemático, sería innecesario multiplicar por un escalar la entrada, ya por la linealidad del sistema, esto no tiene otro efecto que el de multiplicar por el mismo escalar la salida del sistema. Sin embargo, una magnitud acorde en las variables de entrada, en este caso de setpoint, permiten detectar si las variables operativas responden de manera razonable desde el punto de vista de la ingeniería de procesos de la planta. En particular, es posible verificar si la presión de operación no excede su límite admisible, o si el GV no se vacía (nivel nulo o muy bajo), dos situaciones indeseables. Asimismo, debe tenerse en cuenta que se grafican variables de desviación con respecto al punto de operación nominal.

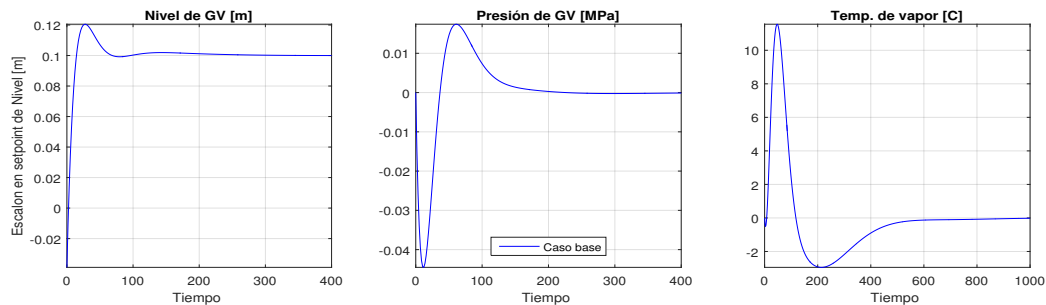


Figura 4.4: Respuesta de nivel, presión y temp. ante escalón en el setpoint de nivel del domo.

Como se explicó anteriormente, se ajustó un controlador por cada elemento diagonal de G_p . Como consecuencia, se espera que un cambio en la referencia i -ésima (r_i) cause la respuesta correspondiente en la salida del elemento diagonal G_{ii} , mientras que las salidas correspondientes a elementos no diagonales G_{ij} , con $i \neq j$ sean tratadas por la planta como perturbaciones.

La Tabla **4.3** resume algunos de los parámetros que cuantifican las respuestas dinámicas ante cambios en consigna del sistema **MIMO** obtenido mediante el ajuste independiente, representado por la Fig. **(4.2)** o análogamente, por la Fig. **(4.3)**. Por lo anterior, esta tabla incluye los efectos de los acoplamientos,

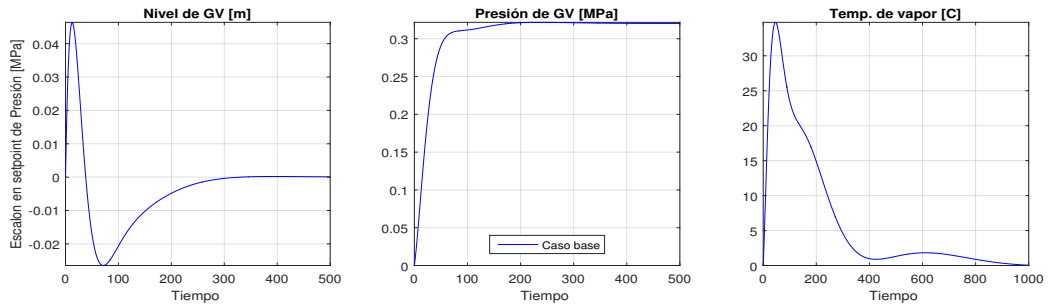


Figura 4.5: Respuesta de nivel, presión y temp. ante escalón en el setpoint de presión del GV.

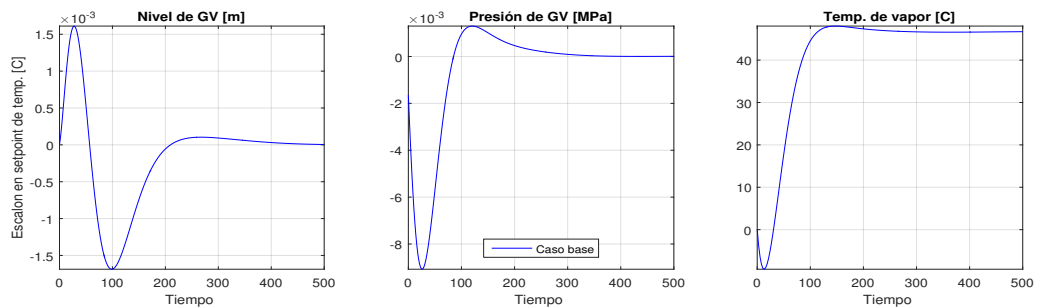


Figura 4.6: Respuesta de nivel, presión y temp. ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.

y como consecuencia presenta valores diferentes a los presentados antes en la Tabla (4.2), ya que esta última se asocia a los lazos independientes sin acoplamientos, representados por en la Fig. (4.1).

Tabla 4.3: Características de respuestas de ajuste independiente MIMO.

Lazo	T_c (s)	T_s (s)	Ov (%)	Pico
1	10.7	58.4	20.5	1.2
2	43.7	119.1	0.5	1.0
3	54.4	171.5	2.9	1.0

Se observa que el controlador cumple con los objetivos previstos, es decir, el control mueve las variables controladas a los valores finales solicitados por las consignas, perturbando al mismo tiempo a las otras salidas, producto del acoplamiento entre variables. Nótese que el desempeño de este sistema de control muestra sobrepicos moderados.

4.1.3. Estabilidad

En esta sección se aplica el análisis de estabilidad a través del criterio generalizado de Nyquist, que se introdujo en el capítulo 2. En particular, el criterio se aplica al sistema de control obtenido mediante el ajuste independiente.

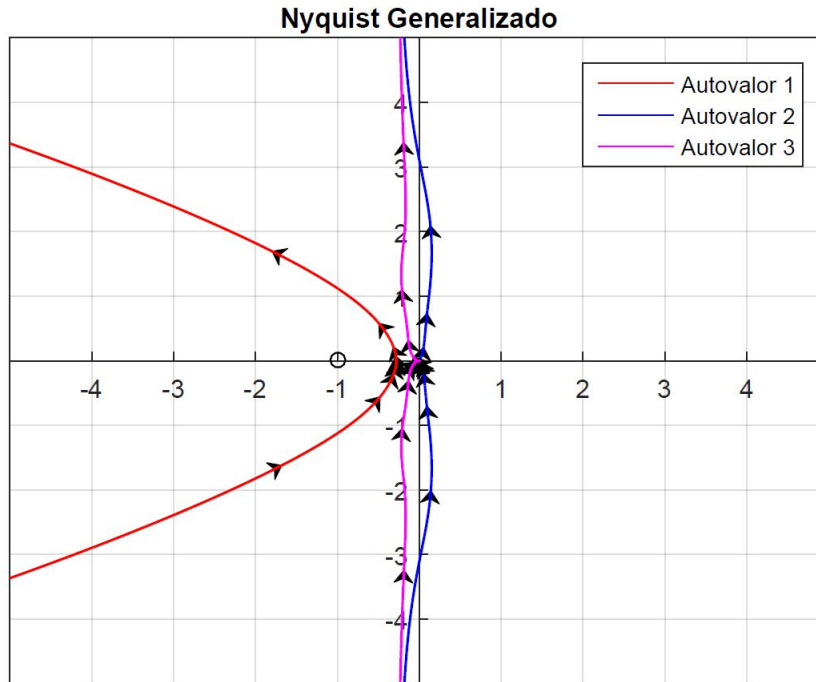


Figura 4.7: Lugar característico de $G_p PI$.

Como se estableció en el capítulo 2, el criterio puede usarse para inferir si se cumple la condición de estabilidad del lazo cerrado, a partir del análisis del sistema a lazo abierto. Esto se lleva a cabo graficando el CL para la MFT $G_p PI$, donde PI es el controlador diagonal obtenido.

Las gráficas de CL que se presentan en este capítulo se obtienen mediante el cálculo de los autovalores de las matrices que resultan de la respuesta en frecuencia de $G_p PI$. Esta técnica es sugerida por Maciejowski [19], y se seleccionó por ser una vía computacionalmente eficiente, ya que se disponen de algoritmos de cálculo de autovalores muy mejorados.

Como se deriva del teorema sobre estabilidad presentado en el capítulo 2, para obtener una conclusión sobre la estabilidad del lazo cerrado se debe estudiar primero el número de polos inestables del sistema. Un análisis de autovalores de la MFT $G_p PI$ nos permite deducir que este sistema a lazo

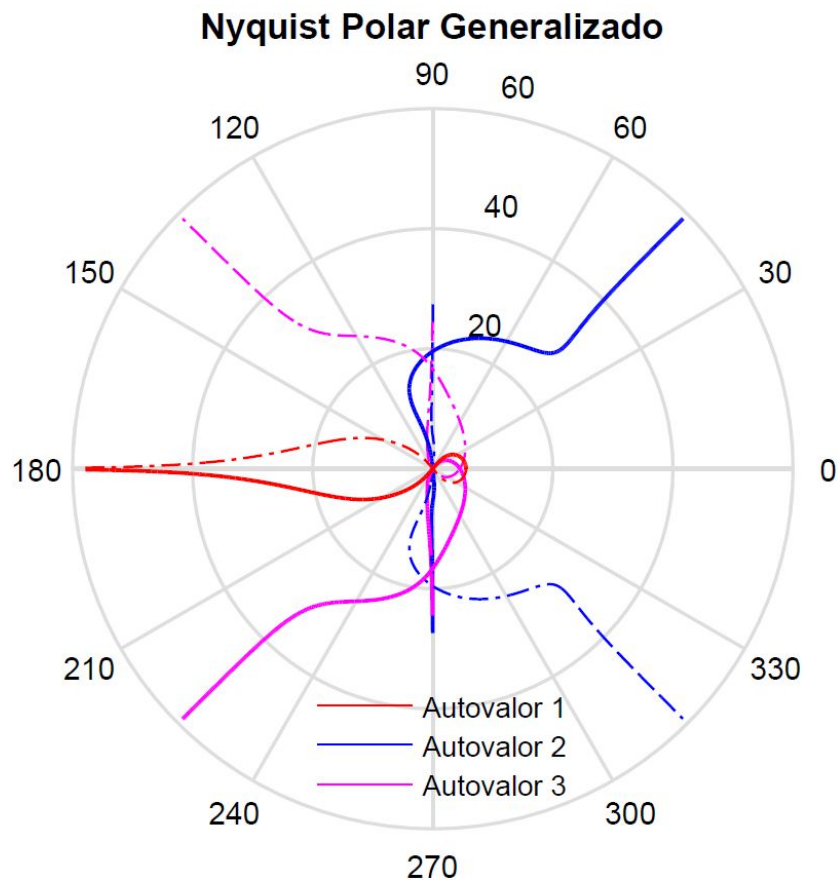


Figura 4.8: Representación polar del CL de $G_p PI$.

abierto no tiene polos inestables. Es decir, no hay ningún polo con parte real estrictamente positiva.

Por otro lado, la Fig. (4.7) presenta el **CL** de $G_p PI$ a lazo cerrado. Se denota con un color distinto cada autovalor del sistema. Una primera inspección nos permite ver que los autovalores 2 y 3 presentan asíntotas verticales, y no rodean al punto $(-1,0)$ en sentido antihorario. Estas asíntotas se deben a los polos en el origen del sistema bajo estudio. Sin embargo, la traza del autovalor 1 sugiere que sí se rodea el punto $(-1,0)$ en sentido antihorario, lo cual implicaría un lazo cerrado inestable. Para confirmar si esto es cierto, en la Fig. (4.8) se realiza un gráfico polar de los autovalores, que permite representar de manera más conveniente el **CL** para valores muy alejados del origen. En esta última figura, se aprecia que -en realidad- el autovalor 1 presenta una asíntota horizontal a bajas frecuencias. Por lo tanto, se confirma que ninguna de las trazas de los autovalores rodea al punto $(-1,0)$ en sentido antihorario. Por ende, el sistema a lazo cerrado es estable.

4.2. Método BLT

En esta sección se aplica el método [BLT](#), sobre la base de los controladores hallados en la sección anterior. Debe mencionarse que, en el trabajo original donde Luyben [\[17\]](#) define el método BLT, se parte de los controladores obtenidos a partir del ajuste independiente realizado con el procedimiento de Ziegler-Nichols de la ganancia y frecuencia últimas para la obtención de cada controlador. Sin embargo, el modelo G_p bajo estudio no permite la aplicación del procedimiento Ziegler-Nichols, ya que para el elemento G_{11} de la [MFT](#), la función de transferencia del lazo cerrado resultante

$$T_1(s) = \frac{K_1 G_{11}(s)}{1 + K_1 G_{11}(s)} \quad (4.3)$$

presenta una ecuación característica cuyas raíces dependen de una ganancia última negativa y una frecuencia última imaginaria. Esto quiere decir que el sistema a lazo cerrado resultante no exhibirá oscilaciones sostenidas para ningún valor K_1 de ganancia del controlador proporcional. Adicionalmente, los elementos G_{22} y G_{33} de la [MFT](#) G_p presentan las mismas dificultades.

Por otro lado, la aplicación del procedimiento Ziegler-Nichols de la respuesta al escalón presenta sus inconvenientes. Por un lado, se alejaría igualmente de la propuesta original de Luyben. Además, daría un ajuste inicial excesivamente conservador en cada lazo. Esto es innecesario, ya que el aporte del método BLT es, justamente, aumentar la robustez del sistema [MIMO](#).

Debido a las dificultades anteriores, se optó por implementar el método [BLT](#) partiendo del controlador que se obtiene del ajuste independiente de lazos descrito en la sección anterior. Por lo demás, la implementación se mantuvo fiel al algoritmo de desajuste original provisto por Luyben [\[17\]](#).

Como se detalló en el capítulo 2, el procedimiento se desarrolla iterando sobre un factor de desintonización, a partir de un valor inicial $F = 2$. Dicho factor afecta la ganancia y el tiempo integral de cada PI como se mostró en las ecuaciones [\(2.20\)](#). Luego, con los parámetros del controlador actualizados se calcula la función L_c a partir de las Ecs. [\(2.19\)](#) y finalmente, se verifica la condición [\(2.21\)](#), con $n = 3$. Si dicha condición no es satisfecha, se aumenta el factor de desajuste F en incrementos de 0,1 y se repite el algoritmo, hasta satisfacer el criterio [\(2.21\)](#).

Una vez que se halla el valor de F queda definiendo el controlador y por tanto

la función $w(s)$, definida como

$$w(s) = -1 + \det(I + G(s)C(s)) \quad (4.4)$$

A su vez, la función $w(s)$, que está asociada a la ecuación característica del sistema MIMO, define a la función $L_c(j\omega)$, análoga a la sensibilidad complementaria y definida por la expresión (4.5)

$$L_c(j\omega) = 20 \log \left(\left| \frac{w(j\omega)}{1 + w(j\omega)} \right| \right) \quad (4.5)$$

Cabe recordar que el objetivo principal propuesto por Luyben es encontrar una función L_c cuyo máximo satisfaga $L_c^{max} \geq 2n$, como sinónimo de buena condición de estabilidad. Esto es precisamente lo que se busca, independientemente del valor inicial del algoritmo de cálculo.

4.2.1. Resultados del Ajuste

A través del algoritmo antes descrito, se encontró que el factor de desajuste final que satisface el criterio es $F = 3,7$. Por su lado, los parámetros resultantes de los controladores se muestran en la Tabla (4.4), comparándolos con los obtenidos mediante el ajuste independiente de lazos. El ajuste independiente se emplea como referencia para el resto de los ajustes de este capítulo.

Tabla 4.4: Comparación de parámetros de controladores PI.

Parámetro	K_i		T_i	
	Indep.	BLT	Indep.	BLT
PI_1	1749.1	546.6	60.1	192.5
PI_2	6.52	2.03	21.2	67.9
PI_3	-0.0601	-0.0188	93.7	299.9

La Fig. (4.9) permite inspeccionar visualmente el módulo de $L_c(j\omega)$ en función de la frecuencia ω , para el parámetro de desajuste final F hallado. Nótese que existe un máximo alrededor de $\omega_c = 3 \times 10^{-2}$ rad/s. El máximo coincide con la norma \mathcal{H}_∞ de L_c , que verifica la condición (2.21). Por su lado, la frecuencia de corte ω_c , es la frecuencia a partir de la cual se filtran señales como ruidos, ya que L_c es proporcional a $\|T\|_\infty$. También, dicha frecuencia indica el ancho de banda de lazo cerrado, es decir, el sistema de control resultante no puede seguir consignas que oscilen a frecuencias mayores que ω_c .

Esto último se debe a la relación entre la función de sensibilidad S y la de sensibilidad complementaria T .

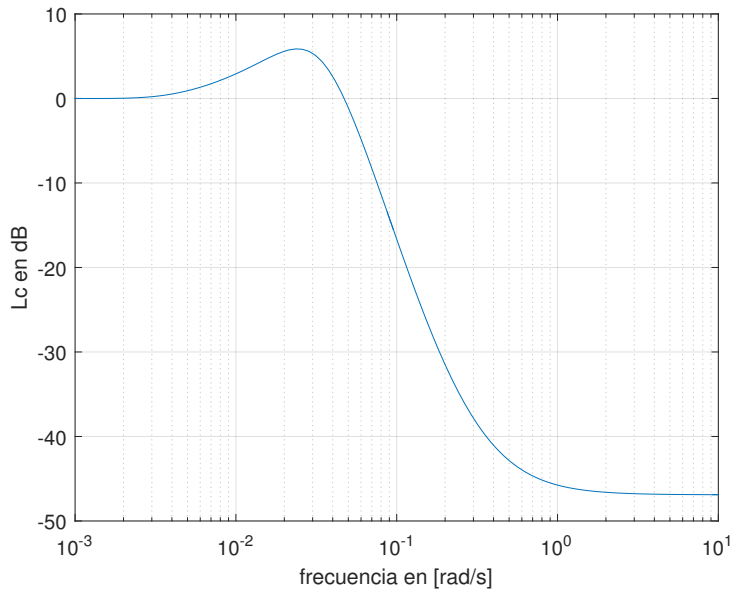


Figura 4.9: L_c en función de la frecuencia.

Si se calcula el valor máximo de L_c para el ajuste independiente, se obtiene $L_c^{max} = 24,1$, mientras que la misma cantidad para el ajuste BLT resulta en $L_c^{max} = 5,9$. Así, la diferencia entre estos dos valores constituye una medida global del desajuste aplicado. Este desajuste se realiza a fin de mejorar la robustez del control, al costo de ralentizar la respuesta.

4.2.2. Respuestas Dinámicas

Las siguientes figuras permiten comparar, tanto seguimiento de consigna como regulación, del método BLT frente al diseño independiente de la sección anterior. En particular, en la Fig. (4.10) se presenta la salida de nivel, presión de domo y temperatura de vapor resultantes de un cambio escalón de 10 % en la consigna de nivel. Por su lado, la Fig. (4.11) muestra las mismas salidas ante un cambio de 5 % en el punto de consigna de presión de domo. Finalmente, la Fig. (4.12) ilustra las tres salidas de la planta ante un cambio en escalón de 10 % en consigna de temperatura de vapor. En todos los casos, se constata que la respuesta luego del método de desajuste BLT es más lenta en comparación con el método de ajuste independiente. Esto resulta lógico ya que se trata de un conjunto de controladores obtenidos en base al desajuste

de los controladores propuestos en la sección anterior. Este comportamiento aletardado se muestra especialmente acentuado en el rechazo de perturbación de temperatura ante un cambio de consigna de presión (tercer gráfica de Fig. (4.11)), en donde no se hace efectivo el rechazo de perturbación, incluso a tiempos mayores a 5 horas.

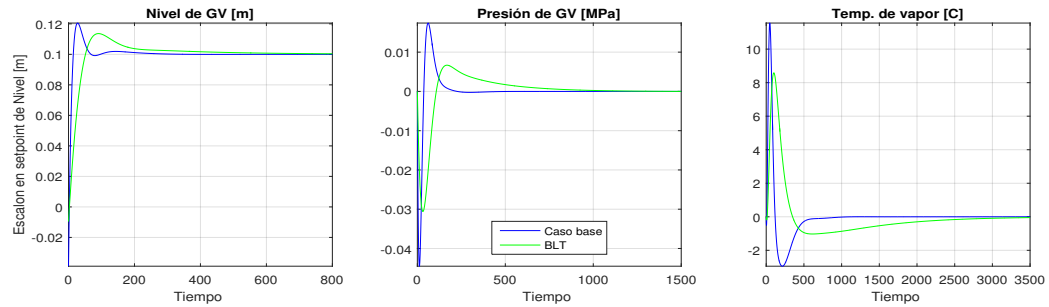


Figura 4.10: Respuestas dinámicas de los métodos BLT y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.

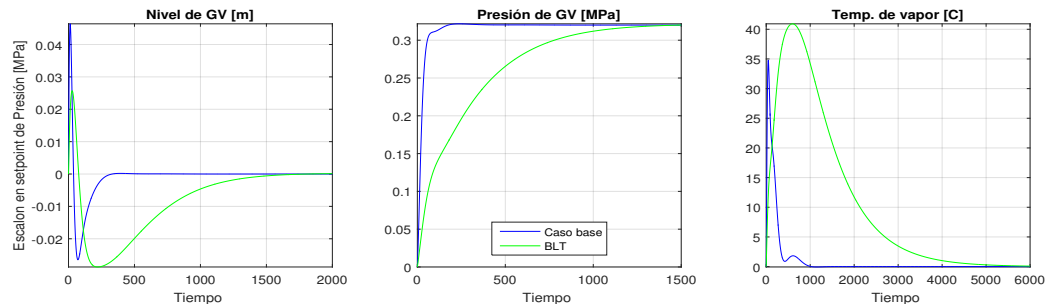


Figura 4.11: Respuestas dinámicas de los métodos BLT y DI ante escalón en el setpoint de presión del GV.

Un retardo similar ocurre en el seguimiento de consigna de temperatura ante el cambio de consigna en la misma variable (tercer gráfica de Fig. (4.12)). Esto puede deberse a una acción integral demasiado pequeña, que permite errores grandes durante periodos largos de tiempo. Nótese que, en la Tabla (4.4), el tiempo de acción integral del tercer controlador es mayor que los tiempos integrales correspondientes a los otros dos controladores⁵. Esa característica también se observa en la misma tabla para el diseño independiente, y de hecho, se hereda de este ajuste inicial. Esto se debe a que las acciones integrales de cada controlador son afectadas por un mismo factor de desajuste F . Algo similar ocurre con las ganancias. Como conclusión, usar el mismo factor de desajuste para los tres lazos lleva a penalizar de forma

⁵Notar que un tiempo integral pequeño corresponde a una acción integral grande

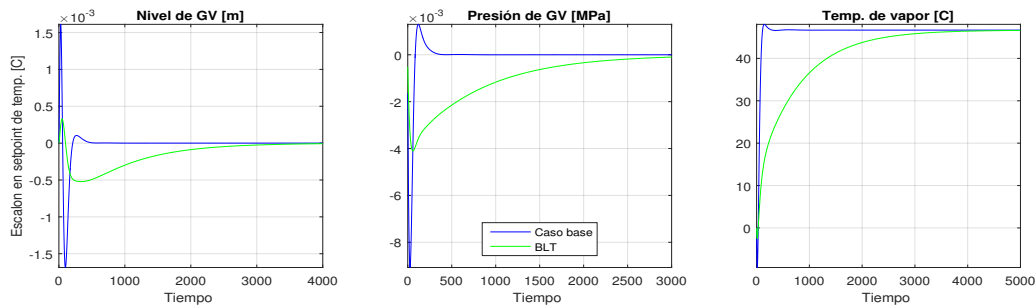


Figura 4.12: Respuestas dinámicas de los métodos BLT y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.

excesiva el lazo que ya era más conservador antes del desajuste. Es decir, la falta de selectividad en el ajuste de parámetros del método BLT produce resultados indeseables en algunos de los lazos de control.

Un retardo de horas en las respuestas dinámicas, como se mencionó antes, tanto para el rechazo de perturbaciones como para el seguimiento de consigna, hacen prácticamente inaceptable tal diseño, debido a que si durante un mismo día se requiere cambiar la consigna más de una vez (o en más de una variable), la planta podría no llegar al punto operativo deseado en el transcurso del día.

En general, la respuesta más lenta es consecuencia de la ganancia en robustez de este método, es decir, en el sentido de asegurar que se cumple la condición de estabilidad $L_c \geq 2n$ propuesta por Luyben.

La Tabla (4.5) resume lo anteriormente presentado en las gráficas de respuesta al escalón. Como antes, T_c es el tiempo de crecimiento en segundos, T_s es el tiempo de establecimiento, Ov denota el *overshoot* y Pico es el máximo normalizado con respecto al valor de EE. Si se comparan estos valores con los del ajuste independiente, vemos que los tiempos de crecimiento y establecimiento son mucho mayores, especialmente para el tercer lazo de control, en donde el tiempo de crecimiento es del orden de 600 veces el tiempo de crecimiento correspondiente del ajuste independiente, mientras que, para el mismo lazo, el tiempo de establecimiento es unas 44 veces mayor. También, la falta de overshoot en la respuesta del tercer lazo confirma una respuesta demasiado lenta.

Si se compara la Tabla (4.5) con la Tabla (4.2) que corresponde al Diseño Independiente (DI), se encuentra que los valores de overshoot del método BLT son bajos en comparación al ajuste independiente, lo cual resulta consistente con la atenuación de las acciones proporcional e integral que produce

Tabla 4.5: Características de la respuesta al escalón para BLT.

Lazo	T_c (s)	T_s (s)	Ov (%)	Pico
1	37.9	333.8	13.6	1.1
2	634.7	1052.0	0.0	1.0
3	1569.7	2880.3	0.0	0.99

el método BLT.

En suma, puede concluirse que el método BLT ofrece una respuesta dinámica que, comparativamente, resulta demasiado lenta, indicando que el ajuste sería demasiado conservativo en comparación al ajuste independiente.

4.2.3. Estabilidad

Como se dijo previamente, el método BLT no ofrece garantía de estabilidad, de manera que resulta conveniente verificar si se tiene estabilidad en lazo cerrado. Para analizar la estabilidad se emplea el criterio de Nyquist generalizado, presentado en el capítulo 2.

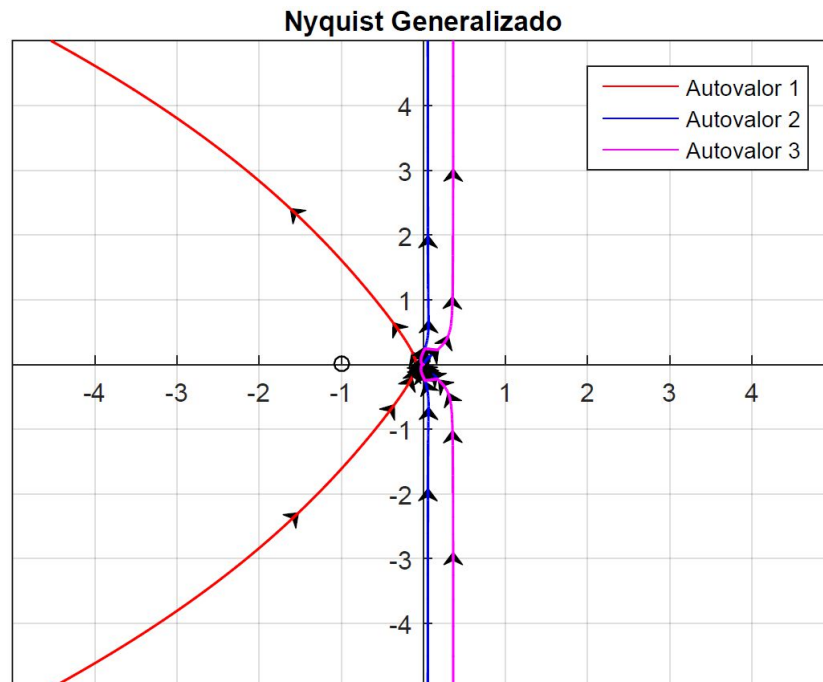


Figura 4.13: Criterio de Nyquist generalizado para el diseño BLT.

Como se realizó anteriormente, para aplicar el teorema de estabilidad del criterio generalizado de Nyquist, se inspecciona si existen polos en el **RHP**

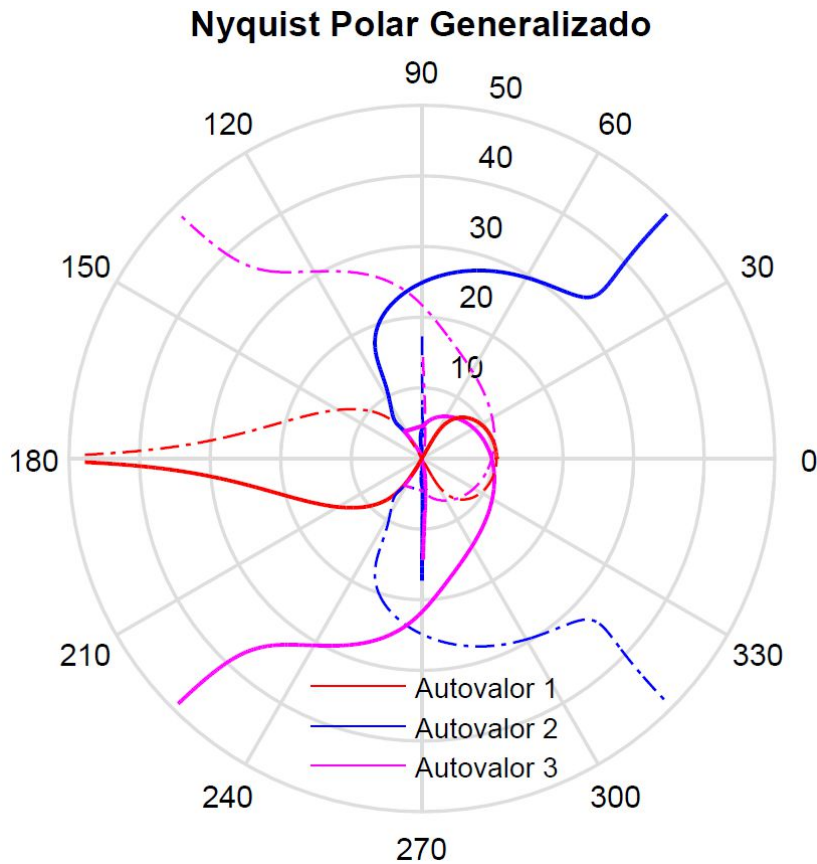


Figura 4.14: Representación polar del CL de $G_p PI$ para el método de diseño BLT.

abierto. El resultado de este análisis indica que, a lazo abierto, el producto $G_p PI$ no tiene polos inestables.

En la Fig. (4.13) puede verse el **CL** del lazo cerrado resultante, que consiste en los autovalores de $G_p(s)PI(s)$ cuando s recorre el contorno de Nyquist. De modo análogo a lo encontrado en el diseño independiente, en esta figura se observa que la traza que corresponde a los autovalores 2 y 3 presentan asíntotas verticales, asociadas a los polos en el origen. Por otro lado, el autovalor 1 aparenta rodear al punto $(-1,0)$ en sentido antihorario. Como en el caso independiente, una representación polar del **CL**, como la que se muestra en la Fig. (4.14), permite decidir si esto efectivamente ocurre. En esta figura, la observación de la traza del autovalor 1 permite confirmar la existencia de una asíntota horizontal a valores muy bajos de frecuencia. Como consecuencia, la traza del autovalor 1 nunca rodea al punto $(-1,0)$ y el sistema es estable.

Notesé que tanto las Figs. (4.13) y (4.7) de los CL como sus representaciones polares asociadas, Figs. (4.8) y (4.14), presentan mapeos cualitativamente similares entre el ajuste independiente y el ajuste BLT. Esto se debe a que el desajuste producido por el método BLT no distorsiona la estructura del controlador, solo aumenta su robustez.

4.3. Método Secuencial

En esta sección se analizan los resultados de un controlador diagonal obtenido por ajuste secuencial. En particular, se aplica la variante del método denominada **Diferencia de Retorno Secuencial** propuesta por Mayne y Maciejowski [20, 19], en el cual se aplica un compensador K_a sobre la planta a controlar a fin de distribuir la dificultad de control en los lazos [19]. El compensador se calcula según la expresión (2.22) dada en el capítulo 2, que hace uso de la representación en espacio de estados (1.12). Luego de obtenido el compensador, el sistema a lazo abierto sobre el cual se aplica el ajuste esta dado por la expresión (4.6).

$$G_a = GK_a \quad (4.6)$$

Una vez obtenida la planta a tratar G_a , se seleccionan los pares de entrada-salida en el sentido de mayor a menor magnitud de ancho de banda, es decir, a partir de las funciones de transferencia de respuesta más rápida según su diagrama de Bode. Este análisis devolvió los pares de entrada-salida (u_1, y_1) , (u_2, y_2) y (u_3, y_3) , es decir, en este caso se mantiene el orden natural de índices para la síntesis de los controladores respectivos.

El ajuste se realizó empleando Simulink[®], que permite una manipulación visual de los diagramas de bloques a ajustar en cada etapa. En la Fig. (4.15) se observa el lazo a ajustar en la primera etapa. En la misma se ajustó el controlador PI_1 que controla nivel y_1 a través de la manipulación de agua de alimentación (FW) dada por u_1 . Nótese que se omiten completamente las otras variables de entrada y salida del sistema en esta etapa.

Asimismo, el diagrama de la segunda etapa de ajuste se muestra en la Fig. (4.16). Esta etapa permite obtener el controlador PI_2 para manipular la presión de domo y_2 a partir del caudal de combustible u_2 suministrado a la caldera. Finalmente, en la Fig. (4.17) se muestra el diagrama de la tercera etapa de ajuste. Esta permite sintetizar el controlador PI_3 para controlar temperatura de vapor y_3 a partir de la manipulación del caudal del spray de

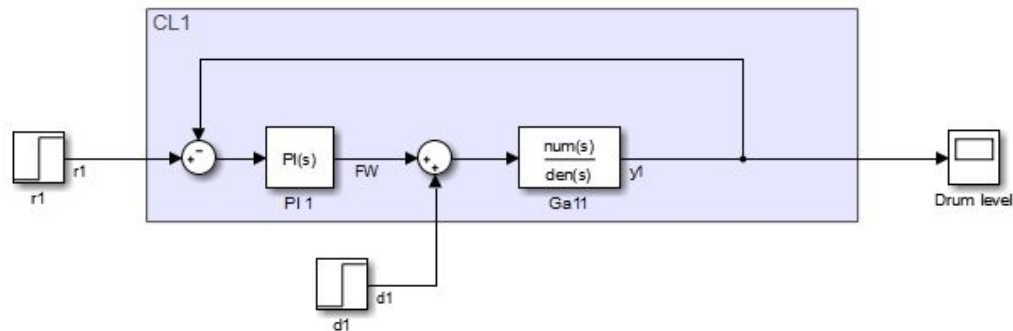


Figura 4.15: Ajuste secuencial: Primer lazo.

atemperador u_3 . En cada etapa, puede observarse que hay solo una entrada y una salida en cada figura, es decir son sistemas SISO. Además, se resalta en un recuadro la zona de los diagramas donde se encuentran los controladores PI a ajustar.

Para cada etapa de ajuste, se empleó el mismo método. Este consiste en ajustar el controlador PI_{ii} para tener un buen seguimiento a un cambio escalón de referencia. Para ello, se seleccionó un modelo de referencia H_{ref} de primer orden de la forma usual

$$H_{ref}(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (4.7)$$

donde la constante de tiempo τ se elige de acuerdo a las características dinámicas esperadas del lazo compuesto. La ganancia y tiempo integral del controlador PI se obtiene minimizando la diferencia entre la respuesta del lazo cerrado objetivo contra la del modelo de referencia, hasta una tolerancia especificada.

La minimización anteriormente mencionada se realiza sobre una función normalizada escalar $f(x)$, donde x es el vector que contiene los parámetros del controlador a ajustar. Dicha función esta dada por

$$f(x) = \frac{\|T(s, x) - H_{ref}(s)/s\|_2}{e_{rel} \|(H_{ref}(s) - 1)/s\|_2} \quad (4.8)$$

donde $T(s, x)$ es la FT de lazo cerrado entre la entrada y salida especificada, evaluada para un vector x dado. Por su lado, el error relativo e_{rel} se define como

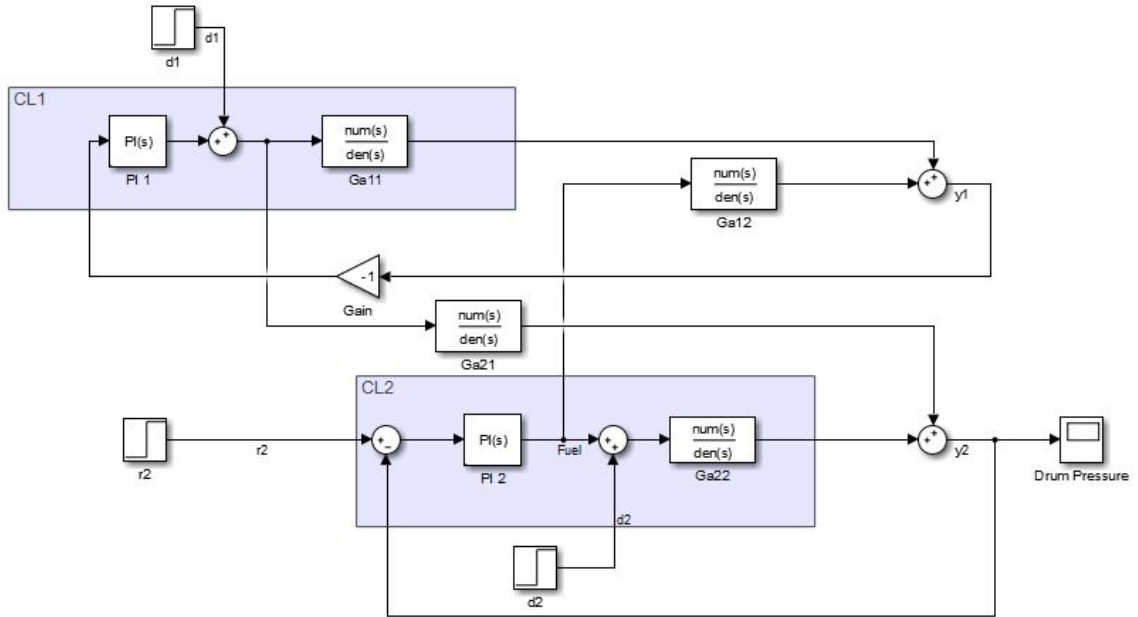


Figura 4.16: Ajuste secuencial: Segundo lazo.

$$e_{rel} = \frac{\|y(t) - y_{ref}(t)\|_2}{\|1 - y_{ref}(t)\|_2} \quad (4.9)$$

El error relativo máximo se configuró en 10 %.

4.3.1. Resultados del Ajuste

El compensador K_a propuesto por Mayne, obtenido según (2.22), se muestra en la Ec. (4.10)

$$K_a = \begin{pmatrix} 9446,6 & -12352,1 & 3,837 \\ 155,9 & 217,9 & -0,06769 \\ -100,8 & -192,7 & 1,778 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

A partir de este compensador se obtiene la planta G_a , a partir de la cual se sintetizan secuencialmente los controladores PI. Los parámetros obtenidos se presentan en la Tabla (4.6).

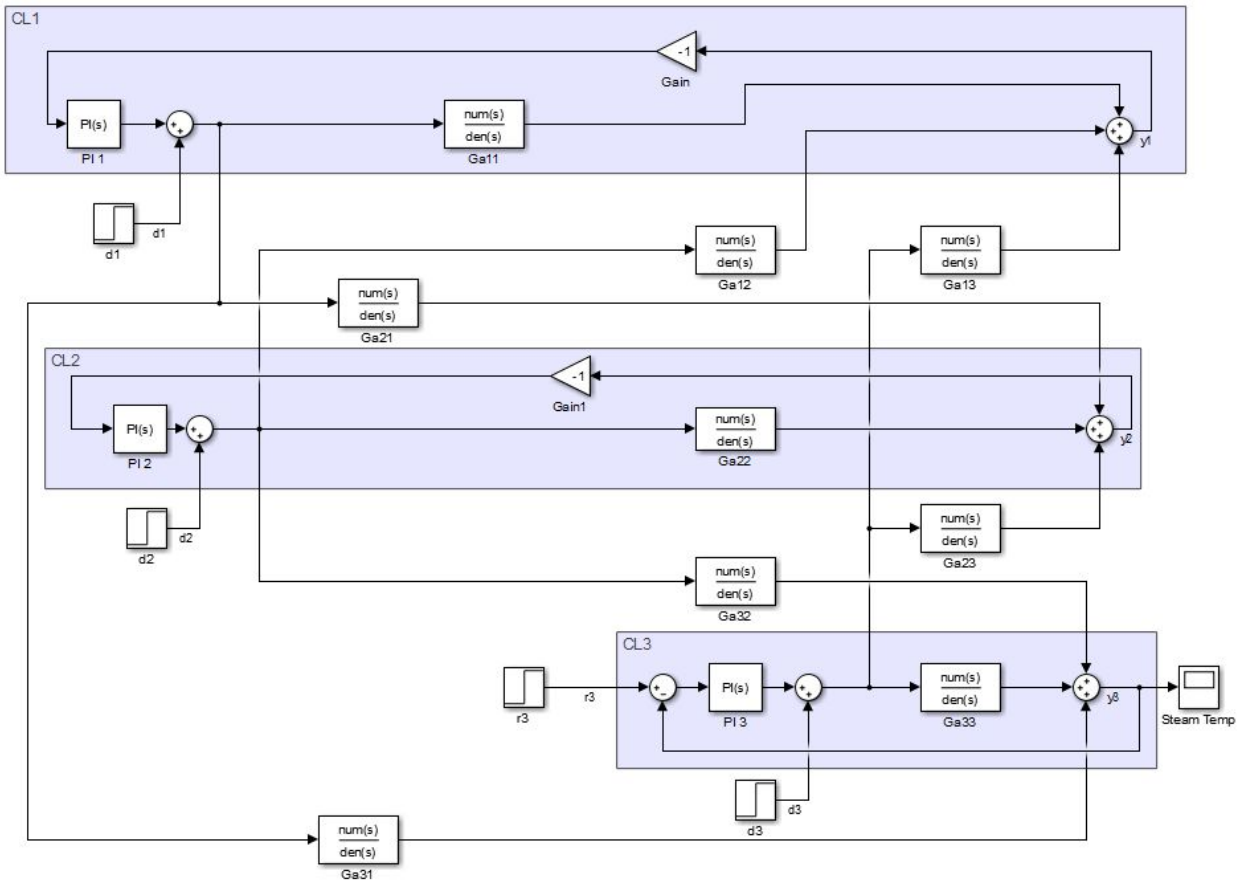


Figura 4.17: Ajuste secuencial: Tercer lazo.

Tabla 4.6: Parámetros PI de síntesis secuencial.

Controlador	K_i	T_i
PI_1	2.86×10^2	1.785×10^6
PI_2	8.10×10^{-2}	8.775×10^4
PI_3	-4.19×10^{-2}	4.437×10^1

Nótese que en todos los diagramas de bloques representados en las Figs (4.15), (4.16) y (4.17), se usa la MFT G_a en lugar de la planta original G , debido a que G_a está afectada por el compensador K_a como se estableció en (4.6).

4.3.2. Respuestas Dinámicas

En la Fig. (4.18) se muestra la respuesta de las salidas del sistema, nivel, presión y temperatura, ante un cambio escalón de 10% en el setpoint de

nivel, mientras que la Fig. (4.19) muestra las mismas salidas ante un cambio de 5% en el setpoint de presión y la Fig. (4.20) presenta las respuestas correspondientes ante un cambio de 10% de setpoint de temperatura.

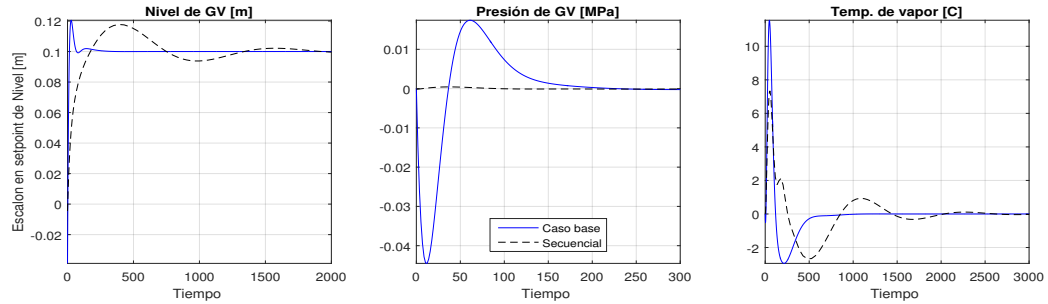


Figura 4.18: Respuestas dinámicas de los métodos secuencial y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.

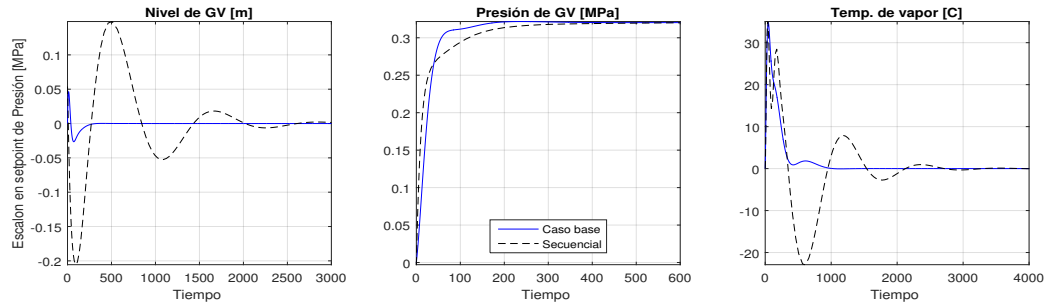


Figura 4.19: Respuestas dinámicas de los métodos secuencial y DI ante escalón en el setpoint de presión de GV.

Como se observó anteriormente, un cambio de setpoint en una variable de proceso es tratado como una perturbación con respecto a las variables de control no apareadas con dicha variable de proceso. Esto se debe a la interacción entre lazos. Por ello, este tipo de gráficas permite visualizar como se resuelve el problema de tracking y el problema de rechazo de perturbaciones para el caso particular de perturbaciones "en consigna", es decir, para variables no apareadas con el setpoint afectado.

En todas las figuras de respuesta al escalón, se muestra en azul la respuesta del ajuste independiente y en negro la respuesta del caso secuencial. Se encuentra que el ajuste secuencial presenta una respuesta más lenta en todos los casos. No obstante, presenta también menores sobrepicos (u overshoot), tanto para en el seguimiento de consigna como en el rechazo de perturbaciones.

En general, un sobrepico moderado es deseable debido a que indica una respuesta dinámica relativamente rápida, que requiere una corrección final

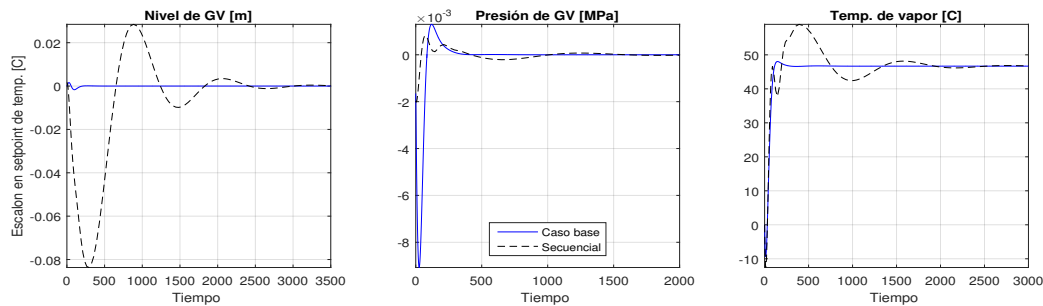


Figura 4.20: Respuestas dinámicas de los métodos secuencial y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.

por la inercia del sistema. Por ello, vemos en la Fig. (4.19) que, en el caso de un cambio en consigna de presión de domo, el seguimiento de consigna resulta más bien lento, prácticamente sin sobrepicos apreciables. Algo similar ocurre con la misma variable de salida, la presión del domo, cuando debe rechazar la perturbación que resulta de un cambio de consigna en la temperatura de vapor, como se ve en la Fig. (4.20).

Otra característica que cabe destacar es que, en ciertos casos, este ajuste muestra una respuesta inversa más acentuada que el ajuste independiente. Tal comportamiento puede constatarse el rechazo de perturbación en la presión de domo que resulta de un cambio de consigna de nivel, como lo muestra la Fig. (4.18). También en la Fig. (4.20) se ve una respuesta inversa comparativamente mayor en el rechazo de perturbación de la presión de domo ante un cambio de consigna en la temperatura de vapor. En ambos casos, la respuesta inversa de presión está acotada por 0,02 MPa, que representa un 0,3 % de su valor nominal de operación, lo cual sugiere que la magnitud de estas respuestas inversas no serían problemáticas.

Tabla 4.7: Características de la respuesta al escalón para método secuencial.

Lazo	T_c (s)	T_s (s)	Ov. (%)	Pico
1	114.7	1615.0	17.7	1.2
2	82.0	199.8	0.15	1.0
3	36.3	1701.0	26.3	1.2

La Tabla (4.7) resume algunas de las características de la respuesta dinámica. En la misma se plasma numericamente lo que se enunciaba antes, con respecto a seguimientos en consigna más lentos, ya que los tiempos de elevación T_c y de establecimiento T_s son mayores en todos los casos. Esto es especialmente cierto para el segundo lazo de control, en el cual el tiempo de establecimiento es unas 18 veces mayor que el tiempo correspondiente del ajuste independiente. Por otro lado, el sobrepico del primer lazo es ligeramente alto.

4.3.3. Estabilidad

Para el análisis de estabilidad del ajuste secuencial, no es posible aplicar el criterio de Nyquist generalizado como se hizo en secciones anteriores. Esto se debe a que la estructura del sistema de control es distinta en este caso. En principio, no es posible desensamblar el sistema para obtener la función de transferencia de lazo abierto G_pPI , ya que los lazos de control se encuentran embebidos uno dentro de otro, y no hay ninguna manipulación directa que permita obtener esta función de transferencia.

Por lo anterior, en esta sección se analiza la estabilidad del sistema de control obtenido a partir de la evaluación de los autovalores de lazo cerrado. Como en ocasiones anteriores, se evalúan autovalores en lugar de polos debido a que en la evaluación de autovalores se disponen de algoritmos eficientes.

Por otro lado, debido a que el sistema fue construido en Simulink[®], no se dispone en principio de una función de transferencia explícita. Sin embargo, es posible seleccionar las entradas y salidas de interés y linealizar cada diagrama de bloques resultante para recuperar una función de transferencia global del sistema de lazo cerrado. Se procedió de esta forma y se verificó que el ajuste sea satisfactorio.

Finalmente, en representación de espacio de estados se hallaron 270 autovalores, de los cuales ninguno se encuentra en el **RHP** abierto. Además, hay 11 autovalores sobre el eje imaginario. En consecuencia, el sistema de control obtenido por el método secuencial es marginalmente estable.

4.4. Método \mathcal{H}_∞ Estructurado

El ajuste \mathcal{H}_∞ estructurado se introdujo en el capítulo 2, como una variante particular de la familia de métodos \mathcal{H}_∞ . En esta sección se presenta la implementación, resultados y análisis de tal ajuste.

Este método se implementó en Matlab[®], mediante la función `looptune`, empleando el toolbox de computación distribuida, debido a que este método tiene un costo computacional mayor que los anteriores. La función `looptune` fue escrita en base al trabajo sobre síntesis \mathcal{H}_∞ estructurado propuesto por Apkarian [5] y el aporte de Bruinsma [8] para el cálculo eficiente de la norma \mathcal{H}_∞ .

La estructura del controlador se mantiene como en los métodos anteriores,

esto es, como una matriz diagonal de controladores de tipo PI. Por ello, mantiene validez tanto la Fig. (4.2) como la Ec. (4.2).

El código fue escrito de manera de correr en paralelo hasta 80 optimizaciones de los parámetros PI desde valores iniciales aleatorios. Este número de optimizaciones fue aumentado hasta verificar convergencia de los parámetros, elevando la probabilidad de que el conjunto de parámetros hallado sea un óptimo global y no local, para un conjunto de valores factibles $\{K_i, T_i\}$. Esto se verifica en forma práctica al reproducir los mismos resultados en diferentes ejecuciones del código. La paralelización, que permite reducir el tiempo de optimización, se realizó con 4 workers⁶ en un procesador Intel i7-3770 @ 3.4 GHz y 8 Gb de RAM.

A diferencia de los otros métodos de sintonización antes estudiados, el método \mathcal{H}_∞ estructurado permite considerar restricciones en su formulación. Sin embargo, en un primer momento se exploró la solución que ofrece el método sin considerar restricciones de diseño. Esto permitió tener una primera respuesta a partir de la cual se refinó el diseño mediante la imposición de las restricciones.

La síntesis a través de este método tiene dos entradas de datos principales. La primera entrada consiste en un rango de frecuencias de cruce de ganancia⁷ ω_c aceptable. La segunda entrada la constituyen los requerimientos de diseño, que se manifiestan de acuerdo a diferentes especificaciones: seguimiento de consigna, rechazo de perturbaciones, norma \mathcal{H}_∞ de la ganancia, márgenes de estabilidad, etc.

El comando `looptune` toma las entradas de rango de frecuencia ω_c y de requerimientos de diseño, para convertirlas en funciones de peso que expresan el conjunto de especificaciones como un problema de optimización \mathcal{H}_∞ , como el que se ejemplificó en el capítulo 2 en la Ec. (2.29).

El rango de frecuencias se aproximó a partir de las frecuencias de corte que se obtienen de los diagramas de Bode correspondientes a los productos $PI_{ii}G_{ii}$, con $i = 1, 2, 3$ y los controladores PI_{ii} son los obtenidos anteriormente, tanto para los diseños que resultan del método independiente y del BLT. Las frecuencias de corte mínima y máxima, entre ambos métodos, definen los extremos del rango. Esta selección del rango es resultado de una serie de ensayos con el ajuste del método. En particular, si el rango de frecuencias

⁶En el toolbox de computación distribuida de Matlab[®], un worker es una máquina computacional, normalmente asociada a un núcleo de un procesador (cluster local)

⁷Se refiere a la frecuencia a la cual la magnitud de ganancia del lazo cerrado permite alcanzar una relación de amplitud unitaria.

de cruce es demasiado amplio, el método falla en su convergencia, debido a que, por la no convexidad del dominio, existen muchos óptimos locales. Cada uno de estos óptimos locales de ellos dan una familia distintas de parámetros $\{K_i, T_i\}$ para los controladores PI_i . Por otro lado, si el rango de frecuencias es demasiado estrecho, se limita innecesariamente el dominio sobre el cual se optimizan los parámetros, dando también en este caso soluciones sub-óptimas. Inicialmente, se seleccionó el rango de frecuencias que resulta de la frecuencia de cruce mínima y máxima del ajuste teniendo en cuenta solo los lazos del ajuste independiente como referencia. Pero las soluciones con este rango resultaban muy oscilatorias, indicando que este rango tendría un desviación hacia frecuencias altas. Por otro lado, el método BLT daba un rango de frecuencias con una desviación hacia las frecuencias bajas. Por ello, la selección final fue un rango de frecuencias que relaje el problema, con la menor frecuencia de cruce del método BLT y la mayor frecuencia de cruce del método independiente.

En cuanto a los requerimientos de diseño, este método ofrece una variedad de objetivos, que se organizan en cuatro áreas principales:

1. Objetivos en el dominio temporal: dentro de esta categoría pueden mencionarse el seguimiento de consigna al escalón y el rechazo de perturbaciones al escalón, entre otros objetivos.
2. Objetivos en el dominio de frecuencia: entre estos objetivos se destacan el overshoot, la sensibilidad del lazo, la ganancia máxima, etc.
3. Conformación de lazo⁸ y márgenes de estabilidad: puede especificarse la ganancia máxima o mínima de un lazo abierto y la forma deseada de las funciones sensibilidad o sensibilidad complementaria. También pueden especificarse márgenes de estabilidad de ganancia o de fase para lazos de realimentación **SISO** o **MIMO**.
4. Dinámica del sistema: Puede manipularse la dinámica del sistema mediante restricciones sobre los polos, como ser decaimiento de la parte real del polo, amortiguamiento, frecuencia natural, etc.

Es importante destacar que si bien este método es muy flexible en cuanto a las especificaciones de diseño, no admite cotas en las señales de control. Esta condición, además de ser una restricción de diseño típica en la industria, es la que corresponde a la planta bajo estudio. Esto se presentó en el capítulo 1 mediante las desigualdades **(1.14)**, que establecen que no solo están acotadas las señales de agua de alimentación, caudal de spray y caudal de combustible,

⁸También conocido como *loop shaping* en la literatura inglesa.

sino también la derivada del caudal de spray. La imposibilidad de fijar estas cotas de forma directa en el diseño no resulta del todo limitante, ya que puede operarse sobre otros objetivos de diseño, de manera de afectar de forma indirecta la energía del control, llevando a que el control resultante no viole las desigualdades antes mencionadas. En cualquier caso, estos métodos indirectos necesitan ser verificados.

Por último, se observa que este método de ajuste no requiere en principio de un ajuste previo, como ocurría en el caso del BLT, pero si se necesita cierta caracterización frecuencial de la planta, para poder definir el rango de frecuencias de cruce deseado. Este conocimiento previo de la planta no es una característica solo de este método en particular, sino que es típico en todos los diseños tipo \mathcal{H}_∞ .

4.4.1. Resultados del Ajuste

Los parámetros obtenidos en los dos ajustes \mathcal{H}_∞ , con y sin restricciones, pueden verse en la Tabla (4.8).

La síntesis sin restricciones se consiguió con criterios típicos de diseño de seguimiento de escalón en consigna, a través de la función `TuningGoal.StepResp`.

Por otro lado, la síntesis con restricciones empleó los criterios anteriores, a los cuales se agregaron criterios de rechazo de perturbación de tipo escalón (función `TuningGoal.StepRejection`) y overshoot (función `TuningGoal.Overshoot`). Estos criterios permitieron ajustar de manera discriminada la energía de control puesta en el seguimiento de consigna y la de rechazo de perturbaciones, teniendo en cuenta inclusive las entradas y salidas individuales de la planta. El ajuste final se consiguió iterando entre los criterios anteriores y los resultados de las señales de control, a fin de satisfacer las desigualdades (1.14).

Tabla 4.8: Parámetros PI de síntesis \mathcal{H}_∞ estructurado.

Controlador	Sin restricciones		Con restricciones	
	K_i	T_i	K_i	T_i
PI_1	1.12×10^2	1.10×10^2	1.16×10^2	2.61×10^2
PI_2	7.12×10^0	6.96×10^1	2.34×10^0	4.54×10^1
PI_3	-9.22×10^{-2}	1.46×10^2	-1.07×10^{-1}	1.66×10^2

Si se comparan ambos casos, se destaca un cambio de signo en la ganancia del tercer lazo, si bien en ambos casos es un valor cercano a cero. Este

cambio de signo podría estar asociado a la respuesta inversa de la planta, según se analizó en el capítulo 3. Por otro lado, los ordenes de magnitud de los parámetros de diseño correspondientes con y sin restricciones son iguales, indicando que el ajuste sin restricciones resultó ser un punto de partida adecuado para incorporar luego las restricciones.

4.4.2. Respuestas Dinámicas

Sin restricciones

En primer lugar, analizamos el ajuste que resulta con el método \mathcal{H}_∞ libre de restricciones. Las respuestas dinámicas de las variables de salida del sistema pueden verse en las siguientes Figs. (4.21), (4.22) y (4.23). En todas estas figuras, el color magenta indica la evolución propia del ajuste \mathcal{H}_∞ , mientras que el azul muestra la evolución del sistema resultante del ajuste independiente.

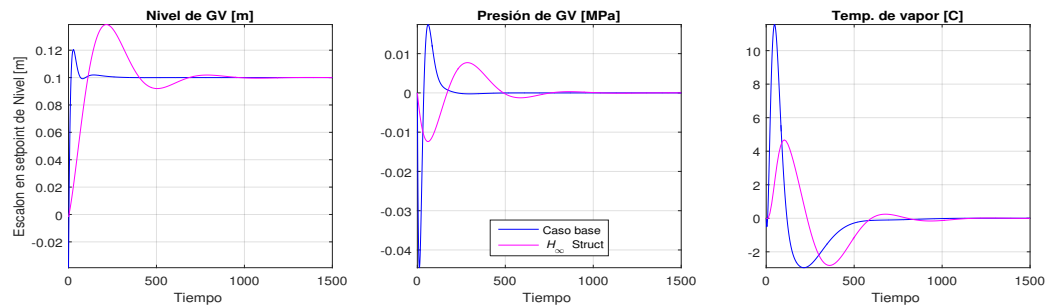


Figura 4.21: Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.

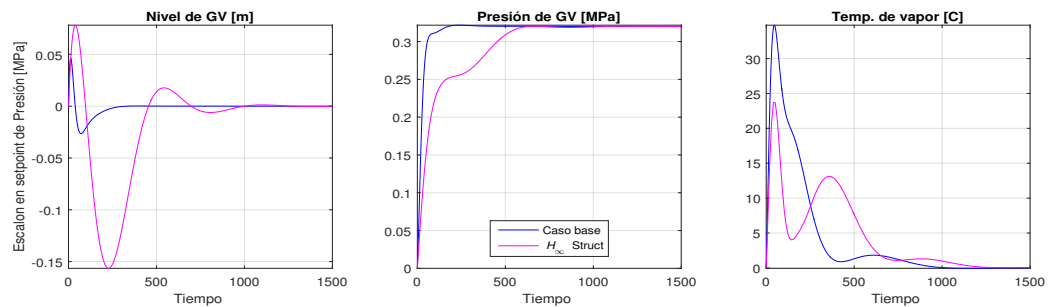


Figura 4.22: Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ y DI ante escalón en el setpoint de presión de GV.

Como en los casos anteriores, la Fig. (4.21) muestra como responden las variables de salida del sistema, es decir nivel, presión y temperatura, ante un

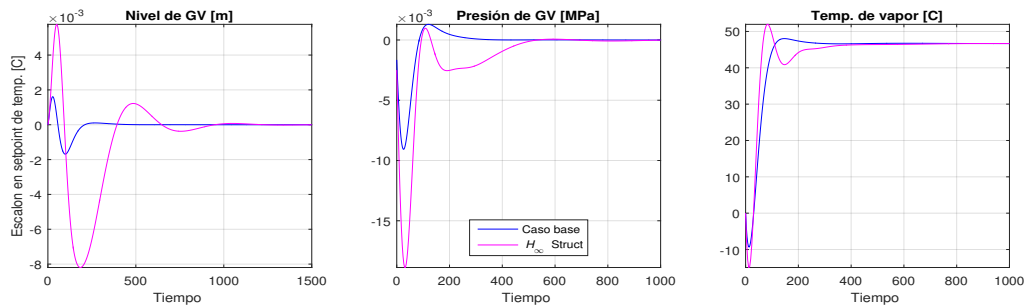


Figura 4.23: Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.

cambio de 10% en el setpoint en nivel. Ya en este primer grupo de gráficas, predomina una respuesta ligeramente oscilatoria en todas las variables. Además, la dinámica del ajuste \mathcal{H}_∞ es más lenta que la del DI. Finalmente, se observa que los sobrepicos que corresponden al rechazo de perturbaciones son menores que los que presenta el DI, lo cual es una característica deseable. El sobrepico que presenta el nivel es ligeramente superior al del DI, pero no resulta significativo ya que se trata de 2 cm de diferencia.

El segundo grupo de gráficas que presenta la Fig. (4.22) muestra las salidas ante un cambio de 5% en el setpoint de presión. Nuevamente en este caso, las respuestas presentan un mayor subamortiguamiento. El rechazo de perturbación en nivel ante el cambio en presión es inferior al logrado en el DI, mientras que el rechazo de perturbación en temperatura es satisfactorio comparativamente, pues tiene un pico de temperatura de unos 12^o C menor que el pico correspondiente del DI. Finalmente, el seguimiento consigna de presión es más lento.

Finalmente, la Fig. (4.23) muestra las evoluciones de las señales de salida frente a un cambio de setpoint de 10% en temperatura. En este caso se tiene una buena respuesta dinámica, con perturbaciones de nivel en el orden del milímetro y de presión en el orden del kilo Pascal, si bien las magnitudes del DI son aún menores. También el seguimiento de consigna resulta satisfactorio, con un desempeño similar al del DI.

En suma, este grupo de figuras muestra que, en este caso particular sin restricciones, la respuesta del ajuste \mathcal{H}_∞ tiene un desempeño aceptable, que en ocasiones presenta mejores rechazos de perturbaciones, aunque también muestra en general una respuesta al seguimiento de consigna más lenta en relación al método independiente. Sin embargo, como se verá más adelante, este ajuste viola las restricciones impuestas sobre el diseño del control, por lo que se evalúa a continuación el ajuste considerando restricciones.

Con restricciones

El resultado anterior ofrece un desempeño aceptable, pero resulta insatisfactorio si se analizan las magnitudes de las señales de control. En particular, se observó que el caudal de spray tomaba valores negativos cuando ocurría un cambio de setpoint de nivel. Esto resulta inadmisibles, ya que la variable de caudal de spray, si bien es una variable de desviación, su valor nominal es nulo, ya que normalmente no se usa. Como consecuencia, un caudal negativo no tiene sentido físico, indicando un ajuste inapropiado ya que la acción necesaria no puede ser llevada a cabo.

La situación anterior, llevó a la necesidad de explorar los criterios del ajuste \mathcal{H}_∞ a fin de satisfacer restricciones. En cualquier caso, la solución anterior sin restricciones del método ofrece información valiosa para abordar la implementación de restricciones.

En lo que sigue de esta tesis, toda referencia al ajuste \mathcal{H}_∞ indica específicamente el ajuste presentado en esta sección, que incluye la verificación de las restricciones del control.

Como se mencionó anteriormente, el ajuste mediante \mathcal{H}_∞ estructurado permite contemplar diversos objetivos de diseño, así como restricciones, de manera natural en su formulación. Esto se debe a la libertad que ofrece el método en cuanto al argumento de la norma \mathcal{H}_∞ que se minimiza. Algo de esto se mencionó en el capítulo 2, mediante el ejemplo dado por la Ec. (2.29), donde se formulaba la norma para los objetivos de tracking y regulación.

En especial, muchas restricciones de diseño pueden plasmarse como funciones de peso $W(s)$ que actúan en distintos puntos del lazo, atenuando -o acentuando- una determinada característica de la respuesta en un determinado intervalo de frecuencias [36]. Estas funciones de peso afectan distintos puntos del lazo -a criterio del especialista de control- y pueden contemplar ganancias pesadas, rechazo de perturbaciones, overshoot, etc.

Sin embargo, debe notarse que cierto tipo de restricciones no son de inmediata implementación en la familia de métodos \mathcal{H}_∞ , y en particular, en el \mathcal{H}_∞ estructurado. Esto ocurre cuando las restricciones están especificadas en el dominio temporal, como ocurre en este caso a través de las desigualdades (1.14), que imponen límites inferior y superior sobre los valores que puede asumir la salida del controlador. La dificultad surge a partir de que una especificación en el dominio temporal es válida -en principio- para todas las frecuencias ω . Esta situación entra en conflicto con las restricciones clásicas en el dominio frecuencial, ya que imponer una penalización, por ejemplo, a

bajas frecuencias, afecta el desempeño a altas frecuencias. Esto se explicó anteriormente en el capítulo 2, a partir de la relación entre la sensibilidad S y la sensibilidad complementaria T , que exige una solución de compromiso entre ambas, pues $S + T = I$.

Las siguientes tres figuras muestran las respuestas de este nuevo ajuste. En la Fig. (4.24), que presenta la respuesta al cambio escalón de la consigna de nivel en 10 %, muestra una respuesta con un overshoot del orden del presentado por el DI, pero con una dinámica visiblemente más lenta si se compara con el DI. En este caso, la desviación máxima de temperatura de vapor es de unos 3° C, menor a los 12° que corresponden a la perturbación del DI. También la desviación de presión de GV es menor que la del DI.

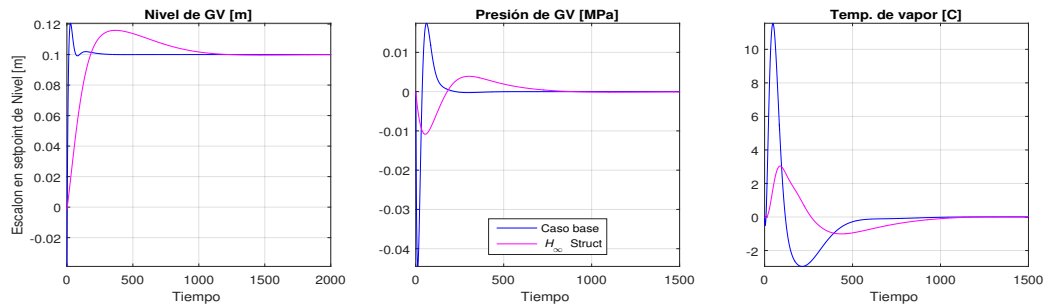


Figura 4.24: Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ (con restricciones) y DI ante escalón en el setpoint de nivel de domo.

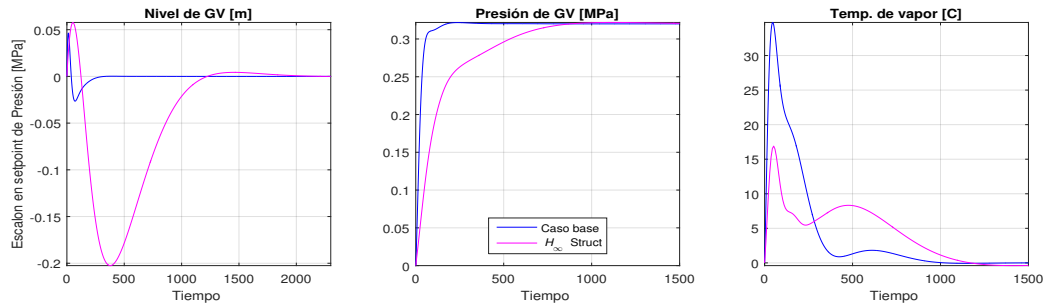


Figura 4.25: Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ (con restricciones) y DI ante escalón en el setpoint de presión de GV.

Por otro lado, la respuesta al cambio de consigna de 5 % de presión, que se presenta en la Fig. (4.25), muestra una respuesta de tracking similar a la mostrada en la Fig. (4.22). Sin embargo, la perturbación en nivel es mayor, llegando a una disminución de 20 cm del valor nominal, algo mayor a la disminución que muestra la gráfica correspondiente en la Fig. (4.22). Aunque esta variación de nivel no resulta en principio un obstáculo para la operación

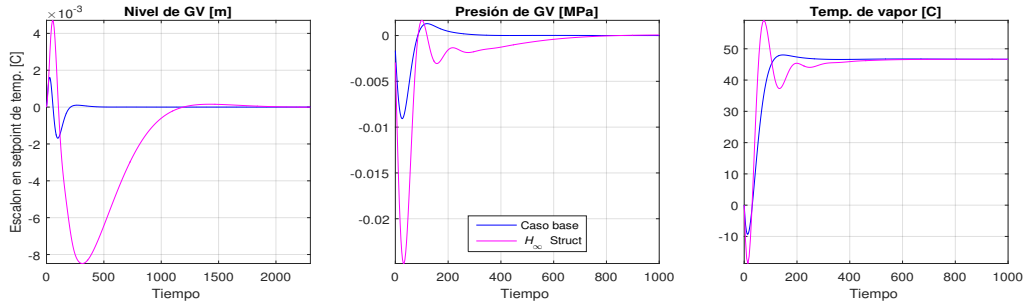


Figura 4.26: Respuestas dinámicas de los métodos \mathcal{H}_∞ (con restricciones) y DI ante escalón en el setpoint de temperatura de vapor.

de la planta, este valor indica que si se intentara aplicar un cambio de consigna de 20% de presión, la caldera podría llegar a quedar prácticamente sin inventario de agua, por lo que esta respuesta impone un límite en la operación de la planta. Por otro lado, el seguimiento de consigna de presión tiene un tiempo de establecimiento mayor al del ajuste sin restricciones, mostrado en la Fig. (4.22). Finalmente, la perturbación en temperatura es menor que la mostrada en el ajuste sin restricciones.

El grupo de gráficas de la Fig. (4.26) exhibe buenas características dinámicas, tanto en seguimiento de consigna como en rechazo de perturbaciones, manteniendo el desempeño correspondiente al ajuste sin restricciones, mostrado en la Fig. (4.23).

En las tres Figs. (4.24), (4.25) y (4.26) se puede constatar que los tiempos de establecimiento son algo mayores a los correspondientes del caso sin restricciones. Esto es producto de que, al limitar la capacidad de acción de los controladores, las respuestas son necesariamente más lentas.

Algunas de estas características dinámicas quedan resumidas en la Tabla (4.9). Entre ellas, se destaca que el segundo lazo prácticamente no tiene sobrepico, indicando una respuesta sobreamortiguada. Más allá de eso, todos los valores son aceptables.

Tabla 4.9: Características de la respuesta al escalón para método \mathcal{H}_∞ .

Controlador	T_c (s)	T_s (s)	Ov. (%)	Pico
PI_1	131.9	973.4	15.8	1.15
PI_2	418.3	703.6	0.5	1.0
PI_3	19.4	310.5	26.6	1.26

Otra característica que se destaca en la misma tabla, resulta de analizar los tiempos de crecimiento. El primer lazo de control responde inicialmente

de forma más lenta en relación a los métodos anteriores. Esto se observa a través de las Tablas (4.2), (4.5) y (4.7). De hecho, el tiempo de crecimiento se mantiene en el orden del correspondiente al ajuste secuencial. En sentido contrario, el tercer lazo del ajuste \mathcal{H}_∞ responde más rápidamente que los otros tres ajustes, observando el mismo parámetro.

Los análisis anteriores se complementaran con los realizados en torno a las variables manipuladas, en la sección 4.6.

4.4.3. Estabilidad

Si bien los sistemas de control obtenidos mediante la técnica \mathcal{H}_∞ estructurado tienen garantía de estabilidad, en esta sección se verifica tal condición mediante el criterio de Nyquist generalizado.

Al igual que en las secciones anteriores de análisis de estabilidad, se comienza estudiando los polos de la MFT de lazo abierto $G_p PI$. Como resultado, se encuentra que no existen polos en el RHP abierto.

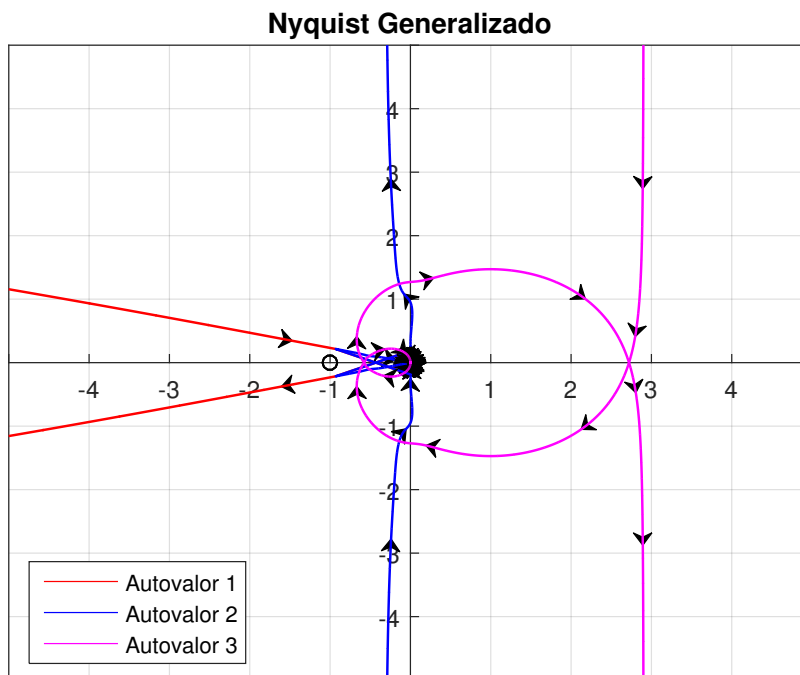


Figura 4.27: Criterio de Nyquist generalizado para el diseño \mathcal{H}_∞ estructurado.

Por otro lado, en la Fig. (4.27) se visualiza el CL. Las trazas corresponden a los autovalores de las matrices que resultan del mapeo de $G_p PI$ a través del contorno de Nyquist. Se denota con un color distinto cada autovalor del sistema. La figura muestra que los autovalores 2 y 3 presentan sus trazas en un entorno cercano al origen, y por lo tanto no rodean al punto $(-1,0)$. Por otro lado, la traza del autovalor 1 rodea al punto $(-1,0)$ en sentido horario. Como consecuencia, el número de veces que se rodea el punto $(-1,0)$ en sentido antihorario coincide con el número de polos en el RHP abierto, y el sistema es estable.

4.5. Comparación de Métodos de Ajuste

En las secciones anteriores se presentaron las respuestas dinámicas comparadas de cada uno de los métodos de ajuste contra el diseño independiente de controladores, que como se mencionó anteriormente, constituye la aproximación al diseño más sencilla, ya que se basa sólo en la teoría de sistemas SISO. Esta comparación se efectuó preliminarmente a fin de tener una primera idea del desempeño de cada ajuste. Sin embargo, limitarse solo a esta comparación ocultaría información útil a los fines de seleccionar el mejor controlador. Además, sería un error seleccionar un método u otro en base únicamente al problema de seguimiento de consigna. Y por otro lado, el análisis del problema de seguimiento resulta más efectivo si se incluyen todos ajustes antes realizados en forma simultanea.

Por todo lo anterior, esta sección incluye comparaciones y evaluaciones adicionales, que otorgan información valiosa para la selección final del controlador más adecuado para esta planta.

Como se enunció en el capítulo 1, un buen diseño debe atender también al problema de regulación y al de restricciones en las variables. Por otro lado, en este trabajo en particular, el problema de robustez queda relegado ya que se partió de un modelo simplificado y no hay información suficiente para cuantificar las incertidumbres dinámicas del modelo.

Las siguientes secciones desarrollan análisis complementarios que permiten decidir cual es el mejor método de ajuste en base a un panorama más completo. Se evalúa en primer lugar el desempeño del tracking mediante el computo de índices de conducta integral. Luego se compara la respuesta dinámica de los cuatro ajustes frente a un cambio de setpoint, de modo análogo al realizado en las secciones anteriores. Además, con el fin de estudiar el pro-

blema de regulación, se analiza la respuesta de los cuatro diseños frente a perturbaciones en el lazo de control, en dos puntos distintos de dicho lazo de realimentación. Uno de estos puntos de inserción de la perturbación se ubica entre el controlador y la planta; mientras que el otro punto se ubica a la salida de la planta. Finalmente, se evalúa si los métodos anteriores satisfacen las restricciones sobre las salidas del controlador.

4.5.1. Criterios de Conducta Integral

Esta sección resume información sobre la conducta integral de cada diseño realizado. Para el análisis se seleccionaron los criterios de conducta integrales más comunes, el **Integral Square Error (ISE)** y el **Integral Time Absolute Error (ITAE)**. Ambos son índices de desempeño en el dominio temporal, y sus definiciones se muestran en el Apéndice A. Si bien existen otros índices de conducta integral, los seleccionados permiten condensar información sobre las desviaciones más importantes (mediante el ISE) y sobre el comportamiento a largo plazo (mediante el ITAE).

En la Tabla (4.10) se presenta una comparación de los índices de conducta integral que corresponde a la suma de los índices de los lazos individuales $\{(r_1, y_1), (r_2, y_2), (r_3, y_3)\}$. Es decir, valen las siguientes expresiones

$$I_{ajuste} = \sum_{i=1}^3 I_{(r_i, y_i)} \quad (4.11)$$

Donde la variable I puede reemplazarse por el ISE o el $ITAE$, y el término $ajuste$ se refiere al DI, BLT, secuencial y \mathcal{H}_∞ .

Tabla 4.10: Índices integrales de desempeño (solo elementos diagonales).

Diseño	ISE	ITAE
Independiente	7.92×10^1	4.50×10^3
BLT	3.98×10^2	5.74×10^5
Secuencial	1.22×10^2	1.93×10^5
\mathcal{H}_∞ Estructurado	1.84×10^2	8.41×10^4

Por otro lado, la Tabla (4.11) constituye una extensión de este análisis de conducta integral sobre todos los pares entrada-salida posibles del sistema **MIMO** bajo estudio. Es decir, si se expresa el lazo realimentado **MIMO** completo (Fig. (4.2)) como una **MFT**, esta tabla condensa los resultados tanto

de los elementos diagonales como los no diagonales. Esto puede representarse en la siguiente expresión

$$I_{ajuste} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 I_{(r_i, y_j)} \quad (4.12)$$

Donde, como antes, la variable I indicaría cualquiera de los índices de conducta integral antes mencionados.

La importancia de esta segunda tabla de análisis extendido de conducta integral radica en que, mientras la Ec. (4.11) da una noción de la calidad del seguimiento de consigna, la Ec. (4.12) mejora la calidad del rechazo de perturbaciones, ya que tiene en cuenta también los elementos no diagonales para cada ajuste.

Tabla 4.11: Índices integrales de desempeño (todos los elementos).

Diseño	ISE	ITAE
Independiente	1.96×10^6	5.95×10^6
BLT	1.83×10^7	2.58×10^8
Secuencial	3.67×10^6	5.40×10^7
\mathcal{H}_∞ Estructurado	6.18×10^5	1.27×10^7

De la Tabla (4.10) anterior se deduce que, si se analiza solo el problema de seguimiento de consigna, la conducta integral del **DI** supera con amplio margen a las soluciones que devienen de los otros ajustes, tanto con respecto al ISE como al ITAE. El segundo lugar corresponde al método secuencial si se observa el ISE, o al método \mathcal{H}_∞ estructurado si se observa el ITAE. Esto significa que el método secuencial es ligeramente más rápido para acercarse a su valor final de setpoint, pero tarda más que el \mathcal{H}_∞ en alcanzarlo. Finalmente, el ajuste **BLT** mostraría el desempeño menos eficiente para seguir consigna entre los cuatro ajustes.

Por su parte, la Tabla (4.11) aporta información valiosa sobre el rechazo de perturbaciones de cada ajuste. Si se observa el ISE, se ubica en primer lugar el método \mathcal{H}_∞ con la mejor conducta integral, seguido por el **DI** y, en el mismo orden de magnitud, se ubica el ajuste secuencial en tercer lugar. El análisis mediante el ITAE indica que el mejor desempeño lo muestra el **DI**, seguido por el \mathcal{H}_∞ y en tercer lugar el método secuencial. Nuevamente, el método **BLT** exhibe el peor desempeño tanto para el ISE como para el ITAE. La conclusión de esta tabla es que el diseño \mathcal{H}_∞ muestra desviaciones

de menor magnitud en el problema de rechazo de perturbaciones (por tener el menor ISE) mientras que el DI presenta el menor tiempo para efectivizar el rechazo de perturbaciones (por tener el menor ITAE). Por último, el método secuencial esta siempre en el mejor tercer desempeño y el método BLT resulta desfavorecido con este análisis.

Vale la pena observar como la inspección mediante distintos índices integrales pueden sugerir elecciones distintas. También el objetivo del análisis, sea de seguimiento de consigna o de rechazo de perturbaciones, puede inducir a distintas conclusiones. Esta diversidad resalta la importancia de complementar distintos análisis antes de seleccionar un ajuste en particular.

4.5.2. Análisis Complementario de Respuestas a Cambios en Consigna

También es útil realizar una comparación entre todos los métodos de sintonización desde mediante el análisis de la respuesta a escalón en consigna, como se realizó anteriormente con respecto al DI. En las Figs. (4.28), (4.29) y (4.30) puede verse la respuesta al problema de tracking para todos los casos bajo estudio.

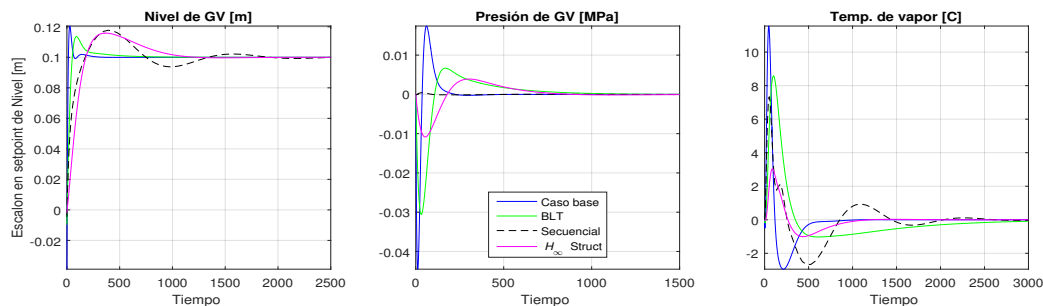


Figura 4.28: Respuestas dinámicas de cada ajuste ante escalón en el setpoint de nivel.

Siguiendo el mismo esquema que el dado antes, la Fig. (4.28) muestra las evoluciones de las variables de salida de la planta frente a un cambio de setpoint de 10% en nivel. Se destaca que, comparativamente, la respuesta al seguimiento por parte del método BLT es mejor que las respuestás propias de los métodos H_∞ y secuencial. Esto se debe a que el diseño independiente exhibe la dinámica más rápida en términos del seguimiento de consigna, y aún con el desajuste que produce el BLT, esta dinámica sigue siendo relativamente rápida. También vale observar que el ajuste secuencial tiene el mayor tiempo

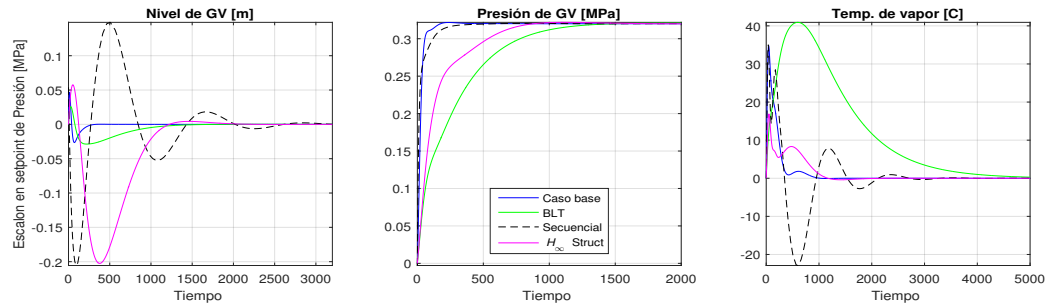


Figura 4.29: Respuestas dinámicas de cada ajuste ante escalón en el setpoint de presión.

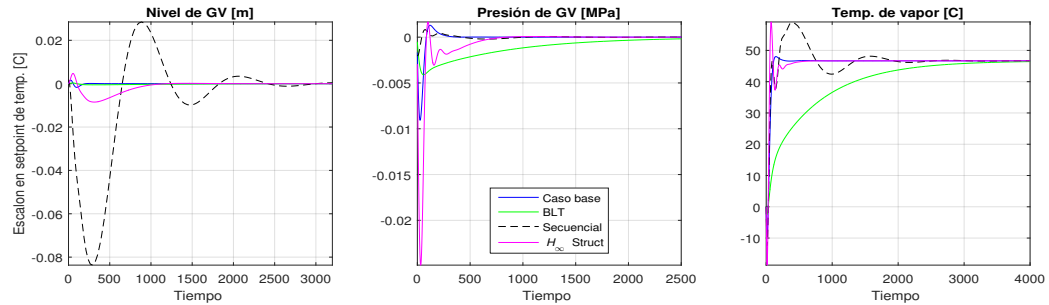


Figura 4.30: Respuestas dinámicas de cada ajuste ante escalón en el setpoint de temperatura.

de asentamiento. Con respecto al rechazo de perturbaciones, el DI muestra el menor tiempo de rechazo, pero también los mayores sobrepicos tanto en presión como en temperatura.

Por su lado, la Fig. (4.29) muestra las evoluciones correspondientes a un cambio de setpoint de 5% en presión. En cuanto al seguimiento de consigna, lo primero que resalta es el gran tiempo de establecimiento del método BLT, seguido por el ajuste \mathcal{H}_∞ , luego el secuencial y finalmente, el DI, que ofrece nuevamente la dinámica más rápida. En cuanto al rechazo de perturbación en temperatura, la mejor respuesta pertenece al ajuste \mathcal{H}_∞ , ya que la elevación de temperatura es inferior a los 20^o C, contra los 40^o C que alcanza el BLT. Sin embargo, el rechazo de perturbación en nivel muestra que el ajuste \mathcal{H}_∞ tiene el peor desempeño, seguido por el método secuencial, el BLT y finalmente el DI. En todo caso, un pico de temperatura de vapor puede ser más perjudicial que un descenso en el nivel del GV, siempre y cuando el nivel no alcance valores críticos.

Finalmente, la Fig. (4.30) muestra las respuestas resultantes de un cambio de setpoint en 10% de temperatura de vapor. El seguimiento de consigna

por parte del método BLT es muy lento, con un tiempo de establecimiento cercano a los 3000 s. Por su lado, el método secuencial muestra una respuesta oscilatoria con un tiempo de asentamiento cercano a los 2000 s. El mejor desempeño, en cuanto a seguimiento de consigna, lo muestra el DI, seguido por el ajuste \mathcal{H}_∞ . Por otro lado, el rechazo de perturbación de presión del método \mathcal{H}_∞ resulta menos eficiente que el de los otros métodos, aunque en todos los casos las magnitudes de las desviaciones alcanzadas no son significativas. Finalmente, el método secuencial presenta las mayores desviaciones de nivel, pero nuevamente, las magnitudes alcanzadas están lejos de ser críticas.

4.5.3. Evaluación en Base a Rechazo de Perturbaciones

En las siguientes secciones se analiza la respuesta frente a perturbaciones en dos puntos distintos en el lazo de control. En la primer sección se estudian distintas perturbaciones entre el controlador y la planta, mientras que la sección siguiente se ocupa de perturbaciones a la salida de la planta.

Analizar este tipo de perturbaciones es también importante desde un punto de vista operativo, ya que da cuenta del comportamiento de la planta frente a posibles contingencias o accidentes, como ser falla abrupta (tipo escalón) de un sensor o de una válvula de regulación, o bien ruidos en las señales, etc. En cualquier caso, la planta debe ser capaz de rechazar total o parcialmente la perturbación, para minimizar la posibilidad de accidentes.

La escasez de información del modelo disponible impide evaluar otro tipo de perturbaciones de proceso, como ser en actuadores o aquellas asociadas a la tecnología con que se implementa el sistema.

La teoría de control clásica establece que los polos del lazo cerrado son invariantes con respecto a los puntos de entrada y salida del lazo, ya que están dados por las raíces de la ecuación característica, y esta no cambia. Sin embargo, en sistemas multilazo se puede verificar que no se mantiene esta invariancia de polos⁹, por lo cual la verificación del rechazo de perturbaciones en sistemas **MIMO** resulta ser de mayor importancia que en sistemas **SISO**.

⁹Ver script `testPolosMTF.m` en el Apéndice B.

Perturbación en las Variables Manipuladas

Las Figs. (4.31), (4.32) y (4.33) muestran los comportamientos de las variables de salida de la planta frente a perturbaciones incorporadas en las señales de salida del controlador, es decir, en caudal de agua de alimentación (FW), en caudal de combustible y en caudal de spray atemperador.

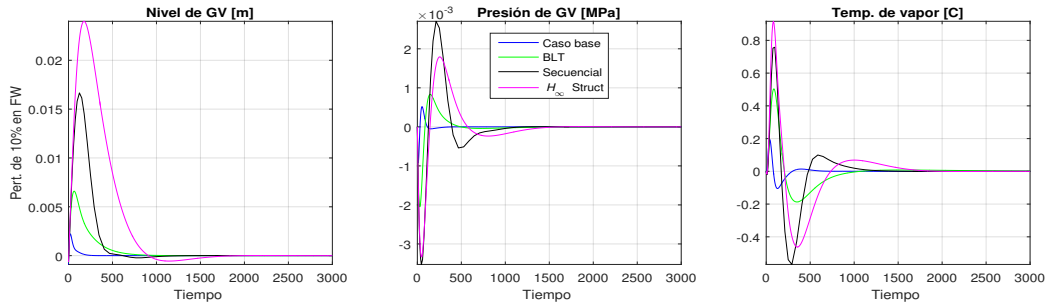


Figura 4.31: Respuesta dinámica frente a perturbación de FW.

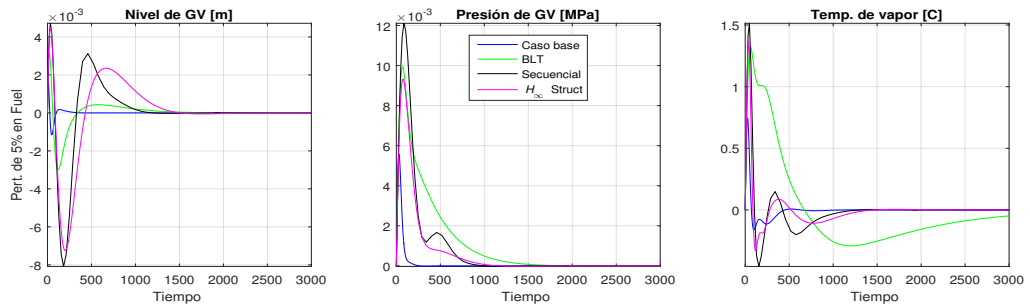


Figura 4.32: Respuesta dinámica frente a perturbación de combustible.

En particular, en la Fig. (4.31) se perturbó el caudal de FW en 10 % de su valor nominal. Se observa que el diseño independiente tiene el mejor comportamiento, aunque en ningún caso las desviaciones de las variables de salida de la planta son de una magnitud importante. Por ejemplo, en el caso del presión del domo, la máxima desviación la presenta el método \mathcal{H}_∞ , pero es del orden de 3×10^{-3} MPa, que representa el 0.04 % del valor nominal de presión, que como se estableció en el capítulo 1 es de 6.45 MPa. Asimismo, en el caso de la temperatura de vapor, la máxima desviación es menor a 1° C. Este valor corresponde al ajuste secuencial y representa el 0.2 % del valor nominal de temperatura, que es de 466° C.

Por otro lado, la Fig. (4.32) da las respuestas ante una perturbación de 5 % en el caudal de combustible a la caldera. En este caso, el método BLT muestra una dinámica notablemente más lenta, especialmente en lo que respecta a

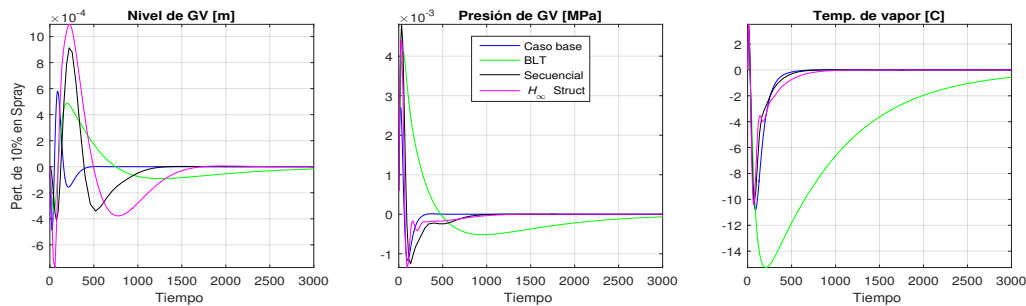


Figura 4.33: Respuesta dinámica frente a perturbación de spray.

temperatura. Pero nuevamente, las perturbaciones máximas son de muy baja intensidad, por lo que la operación de la planta no queda comprometida bajo estas condiciones.

Finalmente, la Fig. (4.33) presenta las respuestas de planta ante una perturbación en 10 % de caudal de spray atemperador. En este caso, vemos que el efecto de la perturbación en nivel y presión es prácticamente despreciable para los cuatro métodos. Por otro lado, la temperatura de vapor es notablemente sensible a una perturbación en spray. Esto se revela mayormente por el método BLT, que a los 3000 s aún no termina de rechazar la perturbación. El decrecimiento máximo de temperatura se registra en unos 15° C bajo el ajuste BLT. Sin embargo, esta sensibilidad no resulta inesperada, ya que el caudal de atemperador se inyecta directamente sobre el caudal de vapor a la salida del GV.

Debido a la linealidad del sistema, el conjunto de las tres Figs. (4.31), (4.32) y (4.33) pueden estudiarse de forma inversa, es decir, si se especifica la máxima desviación de una variable de salida de planta, puede dimensionarse la máxima perturbación que admite en cada una de las salidas del controlador *PI*. Lo que es más, esto puede hacerse para cada ajuste. Por ejemplo, si para el método secuencial se especifica la máxima desviación de presión admisible ante una perturbación en un valor de 0.12 MPa, se puede admitir hasta una perturbación del orden de 50 % del caudal nominal de combustible a la caldera.

Perturbación a la salida de la planta

Las Figs. (4.34), (4.35) y (4.36), que se organizan de forma similar a la sección anterior, exhiben el comportamiento del sistema a lazo cerrado que define cada método, frente a perturbaciones a la salida de la planta. Estas

perturbaciones, como se mencionó anteriormente, podrían ocurrir mediante fallas temporales en los sensores de temperatura o presión.

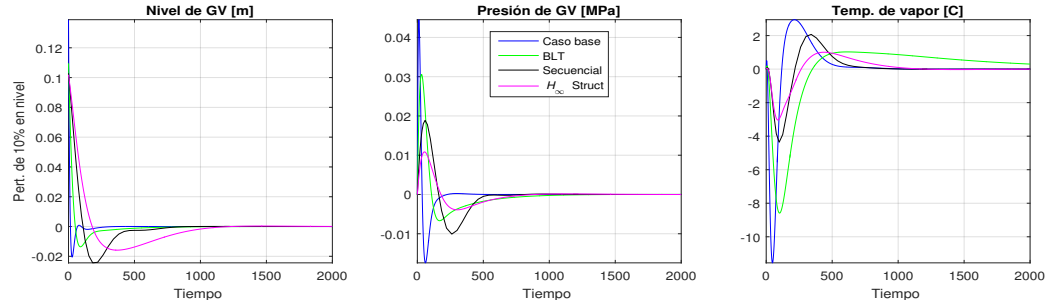


Figura 4.34: Respuesta dinámica frente a perturbación de nivel.

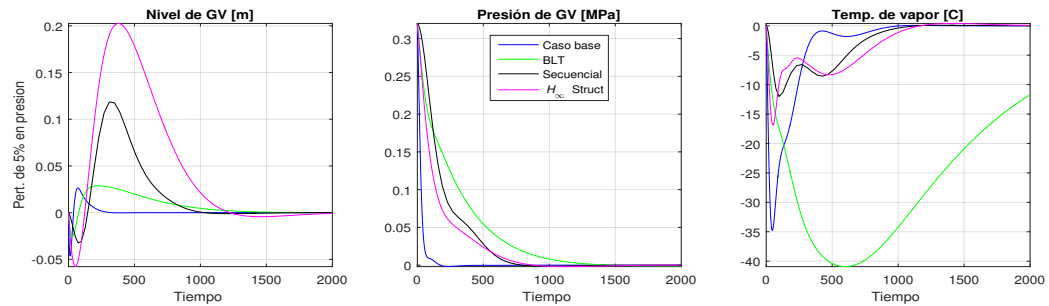


Figura 4.35: Respuesta dinámica frente a perturbación de presión.

Como lo muestra la Fig. (4.34), una perturbación de 10% del valor nominal de nivel a la salida de la planta es en general, bien rechazada por la planta, si se atienden a los picos alcanzados en nivel y presión. La mayor excursión en temperatura de vapor la alcanza el ajuste independiente, pero no llega a superar los 3^o C de crecimiento de temperatura. Por otro lado, como la perturbación se aplica directamente sobre el nivel, es posible verificar la magnitud de dicha perturbación directamente en la gráfica de nivel. Aquí, el 10% del valor nominal corresponde a 0.1 m.

Asimismo, la Fig. (4.35) indica que ante una perturbación de 5% del valor nominal de presión, el ajuste \mathcal{H}_∞ muestra picos relativamente importantes en nivel, llegando a tener un 20% de aumento del mismo. Por otro lado, el peor comportamiento de temperatura se obtiene mediante el método BLT, que muestra una disminución de hasta 40^o C. A pesar de estas evoluciones térmicas, la temperatura de vapor aún se mantiene lejos de la temperatura de condensación de vapor, que es de 280.3^o C, por lo cual la turbina no quedaría expuesta a condiciones operativas de riesgo.

Por último, la Fig. (4.36) muestra las respuestas del lazo frente a una perturbación del 10% en la temperatura de vapor. El método BLT demuestra

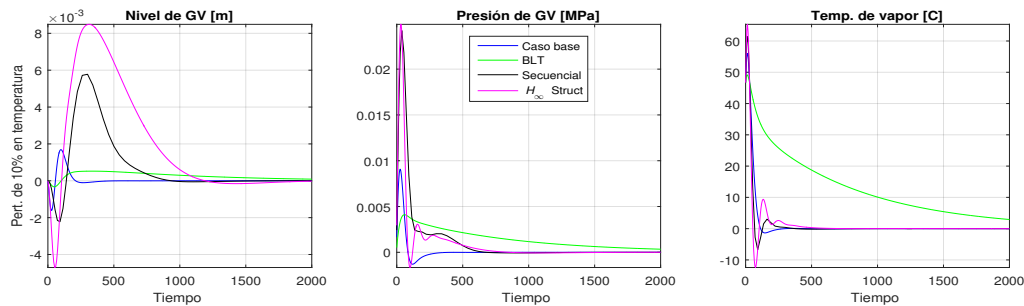


Figura 4.36: Respuesta dinámica frente a perturbación de temperatura.

cierta incapacidad de rechazar la perturbación, al tener un tiempo de establecimiento mayor a 3000 s. Por otro lado, el ajuste \mathcal{H}_∞ continúa mostrando los picos más importantes en temperatura, si bien las magnitudes alcanzadas no son críticas y decaen relativamente rápido.

Como se estableció antes, estas gráficas pueden usarse para considerar perturbaciones máximas en las variables de salida del **GV**. No obstante, y a diferencia del grupo de perturbaciones de la sección anterior, en este caso los márgenes de las magnitudes admisibles de perturbaciones son menores. Por ejemplo, como se vio en la Fig. (4.35), la temperatura de vapor es muy sensible a una perturbación en presión de domo. Por ello, si se emplea el método BLT, el análisis sugiere que una perturbación del 20% de presión respecto su valor nominal es la máxima admisible, antes de poner en riesgo la turbina.

4.6. Restricciones de Diseño

Como se estableció en el capítulo 1, las salidas del controlador no pueden ser arbitrarias, sino que existen cotas mínimas y máximas en cada una de las variables. Este es, de hecho, normalmente el caso, ya que los actuadores tienen un rango de acción limitado.

Los límites de diseño se presentaron mediante las desigualdades (1.14) del capítulo 1. En este trabajo se asumen que esas cotas son efectivas, es decir, no hay márgenes adicionales que reduzcan estos intervalos, sea por rangeabilidad u otras consideraciones operativas propias de los elementos de control final.

Debe notarse que tanto para el caudal de FW como para el de combustible, los valores operativos son mayores a cero, y por lo tanto, las variables de

desviación resultantes pueden tomar valores positivos o negativos. Este no es el caso del caudal de spray atemperador, ya que durante la operación normal de la planta su valor es nulo. Esto se debe a que solo se requiere caudal para disminuir la temperatura de vapor rápidamente, sin esperar a que responda toda la dinámica del GV. Por ello, la variable de desviación propia del caudal de spray no puede tomar valores negativos, y es de especial importancia observar que el controlador satisfaga este requisito, ya que de otra forma se estaría operando sobre la planta de una forma que carecería de sentido físico.

En esta sección se analiza si los lazos cerrados de control, obtenidos anteriormente mediante los distintos ajustes, respetan los límites dados en (1.14). Esto debería ser así en el caso del control \mathcal{H}_∞ estructurado, ya que se contemplaron las restricciones en el algoritmo de ajuste. Pero incluso en este caso, es recomendable realizar una verificación, ya que como se mencionó, se deben tener cuidados especiales para asegurar la convergencia del método.

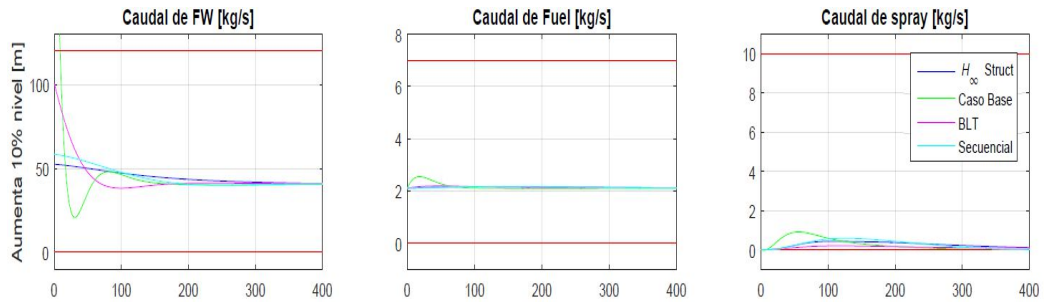


Figura 4.37: Salidas del controlador tras aumento de 10 % de nivel.

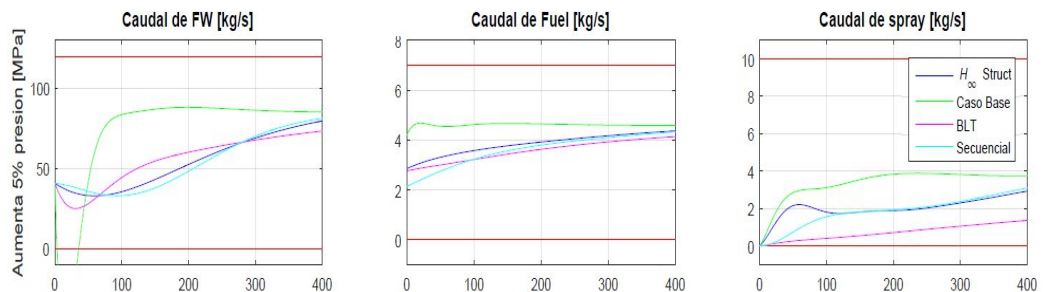


Figura 4.38: Salidas del controlador tras aumento de 5 % de presión de GV.

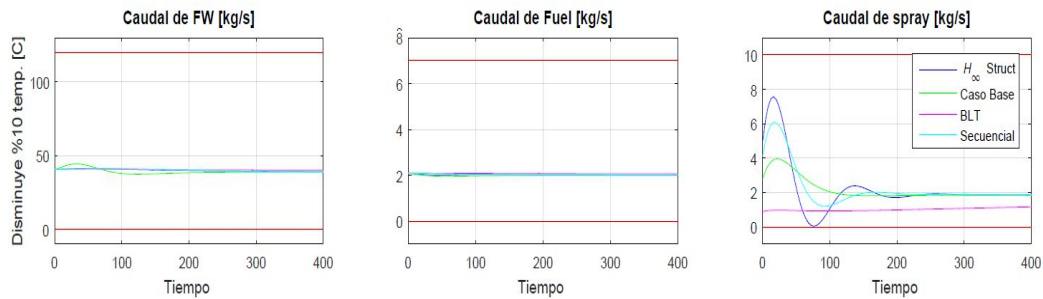


Figura 4.39: Salidas del controlador tras aumento de 10 % de temperatura de vapor.

Las Figs. (4.37), (4.38) y (4.39) condensa la información sobre las salidas del controlador ante los cambios de setpoint previstos en planta. Estas figuras se organizan de manera análoga a las presentadas en secciones anteriores. En todas las gráficas individuales, el eje horizontal es el tiempo en segundos. Además, con el fin de simplificar la inspección visual de las gráficas, se marca con líneas horizontales de color rojo los límites de diseño de cada variables de salida del controlador. Así, el caudal de FW debe mantenerse entre 120 y 0 kg/s, el caudal de combustible debe permanecer entre 0 y 7 kg/s, y el caudal del spray atemperador debe estar entre 0 y 10 kg/s. Finalmente, vale mencionar que en todas estas gráficas las acciones de control más importantes en magnitud ocurren en los primeros segundos de simulación. Por lo anterior, solo se presentan los primeros 400 s.

En particular, en la Fig. (4.37) se muestran las salidas de caudal de FW, de caudal de combustible (Fuel) y de caudal de spray, cuando se aumenta el setpoint de nivel en 10 %. En la primera gráfica, correspondiente a caudal de FW, vemos que durante los primeros 10 s el ajuste independiente viola la restricción impuesta, alcanzando valores que están fuera de las posibilidades del sistema del control. Por otro lado, la gráfica de caudal de combustible muestra que prácticamente no hay variación del mismo. Y finalmente, el caudal de spray muestra variaciones de hasta 1 kg/s, pero no toma valores negativos y por lo tanto cumple con las limitaciones del sistema.

En la Fig. (4.38) se presentan las salidas del controlador ante un cambio de 5 % en consigna de presión de operación del GV. Nuevamente en este caso, se destaca que el DI viola las restricciones impuestas sobre el caudal de FW. En este caso, la variable de desviación alcanza valores menores al mínimo admisible. Esto significa que el controlador requiere caudales negativos de agua de alimentación, lo cual equivale a succionar agua del inventario del GV. Claramente, esta acción es irrealizable desde el punto de vista físico. Por

otro lado, las gráficas restantes correspondientes a caudal de combustible y spray se mantienen dentro de las cotas previstas.

Por último, la Fig. (4.39) muestra las salidas del controlador ante un cambio de 10 % en consigna de temperatura de vapor. En este caso, los cuatro ajustes se desempeñan dentro de los límites del controlador. Notar que el ajuste \mathcal{H}_∞ alcanza prácticamente el valor mínimo admisible de caudal de spray, pero sin exceder este valor.

En suma, las figuras anteriores demuestran que el ajuste independiente excede los límites impuestos sobre el controlador. Por un lado, esto explica que la respuesta dinámica del DI haya sido superior a los otros métodos de diseño, ya que las acciones del controlador sobrepasaban las posibilidades del lazo de control. Por otro lado, esto significa que en la práctica, o bien las señales de control o bien los actuadores (válvulas) llegarían a saturación. Aunque no se dispone de mayor información sobre la implementación del lazo de control, se sabe que cualquiera sea el caso, el análisis anterior asegura que las respuestas dinámicas de seguimiento de consigna reales serían distintas a las simuladas. La saturación de las señales de control puede provocar que el tiempo de asentamiento para alcanzar el valor de consigna sea, de hecho, mayor que el tiempo correspondiente al caso sin saturación. Esto puede darse, por ejemplo, en presencia *windup*, ya que el tiempo para corregir la acción integral, que continua luego de la saturación, introduce demoras en la respuesta efectiva del controlador.

En esta planta en particular, también se impone una restricción de diseño a la tasa de combustible que ingresa al horno. Esta restricción es útil por diversos motivos, como ser razones económicas, de eficiencia de la combustión y de emisiones de productos de combustión.

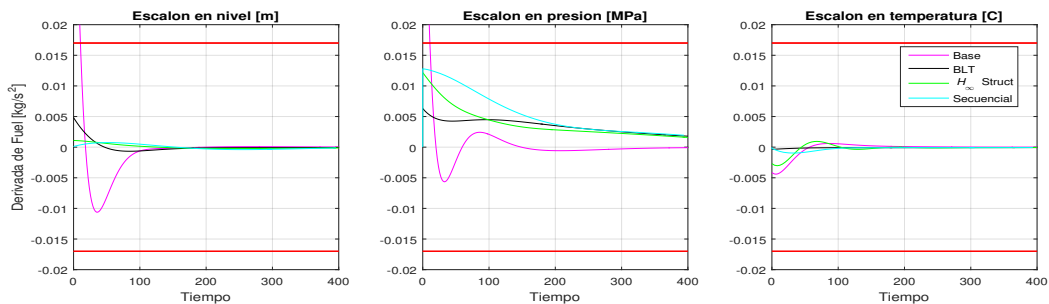


Figura 4.40: Derivada del caudal de combustible frente a cambios en consigna.

La restricción sobre la derivada del combustible se analiza en la Fig. (4.40). La figura se compone de tres casos, que se organizan en fila. La primer subfigura corresponde al escalón en consigna de 10 % de nivel, en tanto la segunda

sub-figura corresponde al escalón en consigna de 5% de presión, y la última al escalón en consigna de 10% de temperatura de vapor. En los tres casos, el método de ajuste independiente es el único que falla en mantenerse dentro de las restricciones. Además, este ajuste presenta oscilaciones abruptas de tasa de caudal en todos los casos, si se compara con el resto de los métodos.

Se debe destacar que tanto el método secuencial como el BLT no violan ninguna de las restricciones impuestas sobre el controlador, a pesar de que los algoritmos de obtención de parámetros de estos métodos no tuvieron en cuenta limitación alguna en las variables de control.

4.7. Conclusiones del Capítulo

Se aplicó primero un método de diseño independiente de lazos, que constituye la aproximación más sencilla, y se encontró que este método ofrece buena respuesta dinámica de seguimiento de consigna y regulación, pero a costa de violar las restricciones de diseño impuestas sobre el controlador. Esta violación de restricciones es en general indeseable por diversos motivos, como ser menor velocidad de respuesta (en presencia de *windup*), seguridad de la planta, etc. Además, el método **DI** no tiene garantía de estabilidad. Para mejorar la estabilidad, se aplicó el método BLT sobre el diseño independiente, y se observó que si bien respeta las restricciones sobre el controlador, algunas respuestas de seguimiento de consigna son excesivamente lentas, así como también algunas respuestas de rechazo de perturbaciones. Luego se aplicó el método de ajuste secuencial, en una variante llamada Diferencia de Retorno Secuencial, que distribuye la complejidad del control en los lazos. La respuesta dinámica de este ajuste resultó ser intermedia entre la de los ajustes independiente y BLT, a la vez que no viola restricciones de diseño del controlador. Finalmente, se aplicó el método \mathcal{H}_∞ estructurado. En un principio, se obtuvo un diseño sin restricciones, que fue la base a partir de la cual mejorar la definición de condiciones para finalmente obtener un diseño que tenga en cuenta las restricciones. Este ajuste con restricciones mostró ser competitivo en cuanto al desempeño con los otros métodos.

En todos los casos, se verificó la estabilidad del lazo de control resultante de cada ajuste. Se encontró que ningún método pone en riesgo la estabilidad de la planta.

También se compararon los ajustes anteriores con un conjunto de índices de conducta integral. Se hizo esto con el fin de cuantificar de forma condensada

la calidad de la solución al problema de seguimiento de consigna y de rechazo de perturbaciones. Se encontró que el diseño independiente muestra el mejor seguimiento de consigna. En cuanto al rechazo de perturbaciones, el \mathcal{H}_∞ estructurado presenta la mejor conducta integral con respecto al ISE mientras que el DI muestra la mejor conducta integral con respecto al ITAE.

Capítulo 5

Discusión Final y Conclusiones

En este capítulo se resumen los resultados de los capítulos anteriores y se discuten los análisis elaborados previamente, con miras a extraer las conclusiones más relevantes sobre las teorías evaluadas y su articulación con un generador de vapor típico de la industria de generación de potencia.

5.1. Revisión de Capítulos Anteriores

En esta sección se suman los temas desarrollados anteriormente en cada capítulo, para facilitar una visión global de este trabajo.

En el capítulo 1 se introdujo la problemática de la industria energética y se enfatizó la oportunidad que representa el uso de computadoras para el diseño y evaluación de sistemas de control. En este sentido, se desarrollaron las diversas problemáticas a las que debe atender un buen diseño: seguimiento de consigna, regulación, robustez y restricciones en las variables. También se reseñaron algunos de los enfoques clásicos y modernos de la teoría de control.

La planta bajo estudio se describió a los fines de tener una mejor noción, no solo del proceso involucrado dentro del generador de vapor, sino también de como este proceso se integra al resto del funcionamiento de la planta. Una visión global de la planta permite discernir cuestiones como: cuales son las variables de mayor importancia, los objetivos de diseño más importantes, los tiempos característicos esperados, entre otras. La descripción de la planta

culmina con el modelo matemático que representa a la misma. El modelo queda representado mediante una matriz de funciones de transferencia lineales, expresado en términos de variables de desviación con respecto a los puntos de operación nominales, que también se detallan en el mismo capítulo. Finalmente, se presentan también las restricciones que deben respetar las variables de control de esta planta.

En el capítulo 2 se incursiona sobre los conceptos fundamentales que permiten caracterizar y diseñar apropiadamente un sistema de control. Por un lado, se describieron aquellas características que pueden informar sobre posibles dificultades en el control de la planta, como ser sensibilidad direccional, acoplamientos, estabilidad, integradores, entre otros. Por otro lado, se señalan las estrategias de ajuste de control multilazo seleccionadas: Ajuste independiente, BLT, secuencial y \mathcal{H}_∞ estructurado.

Los capítulos 3 y 4 presentan los cálculos de aplicación de la teoría del capítulo 2, en base a la planta presentada en el capítulo 1. En particular, el análisis de caracterización de la planta se desarrolla en el capítulo 3 y la síntesis de controladores, así como el estudio del desempeño de los mismos, conforma el capítulo 4.

5.2. Conclusiones de la Tesis

5.2.1. Caracterización de la Planta a Lazo Abierto

El generador de vapor real de la planta **SCL** es multivariable y de naturaleza no lineal. A pesar de estas complejidades, una selección de las variables de entradas y salidas más importantes simplifica el problema, y un modelo matemático multivariable linealizado en torno al punto de operación nominal dan una representación adecuada de la dinámica de la planta. Este modelo se expresa como una matriz de funciones de transferencia, como se mostró en la Ec. **(1.1)**.

Un estudio preliminar del modelo de **GV** revela que un sistema a lazo abierto marginalmente estable, con un polo en el origen de multiplicidad dos. Esta condición no resulta ser una dificultad para el diseño de la planta. Si ocurriera una perturbación (multivariable) en la dirección del autovector asociado al autovalor nulo, esta no sería rechazada por la planta a lazo abierto. Sin embargo, esta situación altamente improbable. Además en un sistema de lazo cerrado que incluya un controlador apropiado, la realimentación anula

la posibilidad de desestabilizar la planta.

El arreglo de Nyquist y las bandas de Gershgorin ofrecen una primera idea del grado de acoplamiento del sistema G_p a lazo abierto, ya que establece que el sistema no es diagonalmente dominante. Es decir, los elementos individuales de G_p interactúan entre sí, lo que equivale a decir que hay acoplamientos entre las variables. Además, de la Fig. (3.1) se deduce que este acoplamiento se mantiene sobre todas las frecuencias de interés. Este análisis advierte de forma preliminar que un diseño de control descentralizado podría presentar dificultades.

La evaluación de los ceros de G_p revela la presencia de tres ceros de transmisión, razón por la cual el sistema de fase no mínima. Como consecuencia, se esperan respuestas dinámicas inversas, que deterioran el desempeño del control de planta, como luego se constata cuando se evalúan las respuestas dinámicas de la planta.

Posteriormente se identificó que el sistema es de estado controlable por medio de dos métodos de cálculo independientes. También se evaluó que el sistema es de salida controlable. Sin embargo, se encontró que el sistema es de estado no observable, aunque esto no representa realmente una dificultad ya que los lazos de control a diseñar se realimentan a partir de las salidas del GV y no de sus estados.

El cómputo de RGA permitió verificar el apareamiento más conveniente entre las entradas y salidas del modelo de GV. Además, la matriz de RGA revela que no hay interacciones severas entre lazos, lo cual permite pensar que en principio un control descentralizado de tipo independiente podría tener un buen desempeño. De esta forma, este análisis complementa y extiende al análisis mediante el arreglo de Nyquist. Adicionalmente, se estudió la variación de RGA y de número de RGA en función de la frecuencia. Estos análisis mostraron que el apareamiento seleccionado sigue siendo apropiado en el rango de frecuencias de interés para la planta.

5.2.2. Evaluación del Desempeño de Lazos Cerrados

Se sintetizaron los controladores que forman parte del sistema de control a lazo cerrado, de acuerdo a cuatro enfoques de diseño. El primero de ellos, de importancia por su simplicidad y su popularidad en la industria, es el diseño independiente de lazos. Este método está parcialmente respaldado por las

evaluaciones de interacciones entre lazos realizadas en el capítulo 2, ya que se encontró que no hay fuertes interacciones. El segundo enfoque es el método BLT, que tiene también cierta popularidad, pero además tiene las ventajas de aprovechar la simplicidad del diseño independiente -como punto de partida- y de dar un diseño final más robusto, gracias a un criterio semiempírico de estabilidad. El tercer enfoque es el de ajuste secuencial de lazos, que tiene la ventaja de considerar parcialmente las interacciones entre lazos. Finalmente, se evaluó un diseño de acuerdo a la teoría \mathcal{H}_∞ estructurado. Esta teoría ofrece el beneficio de tener estabilidad garantizada, ofreciendo al mismo tiempo un diseño óptimo de los parámetros de ajuste de un control PID. Este óptimo se basa en una función objetivo que define el diseñador, atendiendo a la caracterización previa de la planta.

Se encontró que los cuatro métodos dan lazos cerrados de control estables, con lo cual la estabilidad no ofrece información que permita favorecer un diseño sobre otro.

Por otro lado, las respuestas dinámicas de seguimiento ante un cambio en escalón de consigna revelan que la dinámica más rápida corresponde al diseño independiente, en tanto el método más desfavorecido es el BLT, ya que ofrece la respuesta comparativamente más lenta para dos de tres lazos, como se observa en las Figs. (4.29) y (4.30). En tanto que los métodos \mathcal{H}_∞ y secuencial se muestran competitivos entre sí, y no resulta obvio cual de ellos es mejor para el problema de seguimiento.

Un análisis de conductas integrales favorece al método \mathcal{H}_∞ estructurado desde el punto de vista ISE, es decir, este método tiene menores desviaciones en valor absoluto con respecto al punto de operación, en el problema combinado de seguimiento de consigna y de regulación asociado, ya que el seguimiento de consigna de un lazo causa perturbaciones en los otros lazos. Por otro lado, si se evalúa la conducta integral ITAE, que es pesada en el tiempo, el mejor desempeño corresponde al DI, debido a que como se dijo anteriormente, presenta la dinámica más rápida. Por último, se destaca que el ajuste BLT presenta la peor conducta integral para ambos criterios.

El rechazo de perturbaciones entre el controlador y la planta muestra que en general, los cuatro diseños rechazan las perturbaciones de forma aceptable, es decir, antes que las desviaciones de las variables con respecto al punto de operación se tornen importantes. Sin embargo, nuevamente en este caso el diseño BLT resulta el menos eficiente, ya que muestra los mayores tiempos de asentamiento para volver al punto de operación.

De la inspección de la respuesta dinámica de rechazo de perturbaciones a

la salida de la planta se deduce que ante una perturbación en presión, el ajuste BLT muestra dificultad en mantener la temperatura de vapor en su valor nominal, con una desviación de hasta 40^o C, seguido por el diseño independiente, que muestra una desviación de 35^o C. Además, la misma perturbación en la presión del GV revela que el ajuste \mathcal{H}_∞ regula el nivel de GV con mayor dificultad que los otros diseños.

Un estudio de las respuestas dinámicas del controlador, mientras sigue cambios en consigna, permite verificar el cumplimiento de las restricciones de diseño previstas. En este caso, el único método que presenta dificultades es el diseño independiente, ya que la acción inicial del controlador ante un cambio de setpoint de nivel supera su cota máxima. Como consecuencia, en la práctica la señal de control se saturaría y la planta quedaría a lazo abierto. Además, ante un cambio de setpoint de presión el control independiente muestra una acción tal que implica extracción de inventario del GV mediante la línea de agua de alimentación. Una extracción tal no tiene sentido para la planta bajo estudio. Finalmente, el análisis sobre la tasa de cambio del caudal de Fuel muestra nuevamente violaciones por parte del diseño independiente. Todo lo anterior es coherente con la rápida dinámica que exhibía el diseño independiente, pero estas acciones de control son claramente impracticables, con lo cual el diseño independiente queda fuertemente desfavorecido frente a los demás.

Otra consideración que conviene tener en cuenta es la cantidad de horas hombre requeridas para obtener las síntesis de los parámetros PID mediante cada uno de los diseños anteriores. Esta consideración resulta de importancia para los tiempos típicos de la industria, donde el diseñador debe ofrecer un ajuste o reajuste del controlador en el menor tiempo posible, asegurando al mismo tiempo un desempeño apropiado. En este sentido, es evidente que el diseño independiente requiere el menor esfuerzo. En segundo lugar se encuentra el BLT, ya que los parámetros del mismo se obtuvieron a partir de un algoritmo sencillo de desajuste aplicado al diseño independiente. En tercer lugar, el ajuste secuencial demandó el cálculo previo del compensador, la construcción de los diagramas de bloques para cada etapa, y el desarrollo de cálculos interactivos entre rutinas de Simulink[®] y Matlab[®], a los fines de realizar los estudios de desempeño antes mencionados. Finalmente se encuentra el ajuste \mathcal{H}_∞ estructurado, que constituye el método más costoso computacionalmente entre los seleccionados. Debido a ello, se paralelizó la optimización de parámetros en los núcleos del procesador, atendiendo a evitar problemas de convergencia y obtener un óptimo global y no local. Además, existe una gran flexibilidad en este método para ajustar las funciones de peso que modifican la función objetivo. Esta flexibilidad en principio es una ventaja, pero

requiere un mayor conocimiento de la planta que cualquier método anterior. Por ejemplo, en el reconocimiento de las frecuencias de corte que alimentan al algoritmo, o en la selección de los criterios de performance que mejor reflejan los intereses del diseñador. En este sentido, se resalta que haber logrado una síntesis del controlador \mathcal{H}_∞ que respete las restricciones de control no fue inmediata, requiriéndose un proceso iterativo para conseguir satisfacer restricciones. Por lo tanto, el ajuste \mathcal{H}_∞ estructurado resulta ser el más demandante en cuanto a horas de ingeniería. Como contrapartida, este ajuste es también el más versátil para re-sintonizar parámetros, en caso que haya un cambio de especificaciones de diseño en la planta.

En vista de los párrafos antes desarrollados, se concluye que el método independiente queda descartado por su incapacidad de satisfacer las restricciones de diseño. Además, el método BLT se descarta por ser excesivamente conservador, exhibiendo en general una dinámica demasiado lenta tanto en el problema de seguimiento como en el de regulación. Por su lado, el método secuencial ofrece la mejor solución de compromiso entre desempeño y esfuerzo de sintonización, sirviendo de esta manera como un primera aproximación aceptable al diseño. No obstante, el método secuencial es más bien rígido en cuanto a las posibilidades de diseño, al no contemplar diversos objetivos de desempeño en su formulación. En este sentido, la versatilidad del método \mathcal{H}_∞ estructurado, la optimalidad de los parámetros PID y la garantía de estabilidad del lazo cerrado, hacen que este método resulte el más apropiado si se busca un diseño final que ofrezca al mismo tiempo un buen desempeño y posibilidades de adaptar progresivamente la planta ante cambios de especificaciones de diseño, de condiciones operativas u otros cambios.

Más allá del método de diseño del controlador seleccionado, se destaca mediante este trabajo el enorme potencial que tiene el uso de computadoras, en particular del cómputo en paralelo, para el problema de control de una planta, ya que permite no solo resolver el problema de síntesis de forma óptima con respecto a una función objetivo, como es el caso del ajuste \mathcal{H}_∞ estructurado, sino también analizar interacciones entre lazos, estudiar el condicionamiento de la planta, la sensibilidad direccional del problema MIMO, seleccionar el apareamiento más apropiado, verificar restricciones y diversos análisis adicionales, que permiten asegurar un buen diseño final de la planta, ante cualquier condición posible de operación.

5.3. Alcances y Futuros Desarrollos

Se espera continuar este trabajo mediante la inclusión de un control jerárquico. Este concepto de sistema de control busca integrar la posibilidad de incorporar decisiones económicas o empresariales, asociadas a problemas de mercado. Para el generador de vapor bajo estudio, el control jerárquico permite, por ejemplo, economizar en combustible o en el bombeo de agua de alimentación. Esto se logra mediante una **Real Time Optimization (RTO)**, que periódicamente define los puntos de operación óptimos de la planta, que a su vez establece las consignas a seguir por la misma. Por lo tanto, el control de mayor jerarquía define los setpoints de acuerdo a objetivos económicos, mientras el control de menor jerarquía se encarga de seguir esas consignas de acuerdo a objetivos de desempeño. El control de mayor jerarquía puede implementarse a través de técnicas de **Control Predictivo Basado en Modelos (CPBM)**, mientras el control de menor jerarquía se obtiene aprovechando el conocimiento desarrollado en la presente tesis.

Por su lado, la técnica de **CPBM** constituye una de las áreas de investigación más activas al día de la fecha, ya que presenta diversas ventajas. Entre dichas ventajas se pueden mencionar la formulación en el dominio del tiempo, la consideración natural de las restricciones de diseño y la posibilidad de operar cerca de los límites operativos, obteniendo mayor rédito económico sin poner en riesgo la confiabilidad de la planta.

Una estrategia jerárquica de control como la anterior se emplea actualmente en algunas refinerías de petróleo, pero hasta donde el autor conoce, no hay antecedentes de aplicación en centrales de potencia. El fin último es poder guiar la planta de acuerdo a objetivos económicos de operación, atendiendo al mismo tiempo a la demanda variable de energía eléctrica de la red nacional.

Apéndice A

Funciones y Conceptos de Interés

Este apéndice compendia distintos conceptos usados a lo largo de la tesis, que no tienen suficiente relevancia para ser parte del cuerpo de la tesis pero se incluyen aquí por completitud.

A.1. Índices de Desempeño Integrales

Los índices de desempeño integrales permiten cuantificar de manera sencilla el desempeño general de un controlador en el dominio del tiempo. Las definiciones básicas se presentan a continuación. La integración a lo largo del tiempo asegura la evaluación de la respuesta en todo el intervalo de interés. El error de tracking se define como:

$$e(t) = y(t) - r(t) \tag{A.1}$$

Donde $y(t)$ es la curva de respuesta de un lazo **SISO** y $r(t)$ es su curva de consignas. La forma anterior revela que este error puede ser positivo o negativo. Para evitar cancelación de las desviaciones de distinto signo al integrar, se emplea el cuadrado del error **ISE**, el valor absoluto **Integral Absolute Error (IAE)**, o el valor absoluto pesado en el tiempo **ITAE**. Esto se plasma en las siguientes definiciones **[25]**:

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (\text{A.2})$$

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (\text{A.3})$$

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (\text{A.4})$$

Siendo el límite superior de la integral es infinito por generalidad. Sin embargo, si el error de consigna eventualmente desaparece, la integración converge a un valor finito. Esto se aplica para todos los criterios de desempeño integrales.

El **IAE** es una medida del área total entre la curva de respuesta $y(t)$ y la consigna $r(t)$. Es un criterio de evaluación generalmente aceptado.

El **ITAE** es similar al anterior, pero en este caso el valor absoluto del error está pesado por el tiempo t , con lo cual este criterio penaliza en mayor medida las respuestas que más tardan en ajustarse al cambio de consigna.

En el **ISE** se integra el cuadrado del error instantáneo $e(t)$. Elevar al cuadrado tiene el doble objetivo de evitar cancelaciones por cambio de signo y penalizar en mayor medida las desviaciones de mayor magnitud.

Si bien existen otros índices integrales, se considera que los presentados aquí son suficientes para los fines de este trabajo.

En el caso de sistemas **MIMO**, se puede agrupar todo el sistema a lazo cerrado en una **MFT** que denominamos LC . Esta matriz LC tiene como entrada un vector R de referencias (o consignas) y como salida otro vector Y . Si se alimenta a LC una función escalón unitario, digamos, en la referencia r_1 , y ceros en el resto (no hay otros cambios de referencia), se obtienen varias salidas y_{1j} . Con mayor generalidad, si se introduce un vector de entradas con un escalón unitario en la componente i -ésima y ceros en el resto, se obtienen varias salidas y_{ij} . Por lo anterior, conviene usar el error siguiente:

$$e_{ij}(t) = y_{ij}(t) - y_{ij}^{\infty} \quad (\text{A.5})$$

donde $y_{i,j}^{\infty}$ es la ganancia de **EE** correspondiente a LC , para la salida j -ésima que produce un cambio escalón en la entrada i -ésima. Aplicando las definiciones anteriores, puede obtenerse -por ejemplo- un índice ISE_{ij} para cada elemento de la **MFT**.

Para estos sistemas multivariados, el valor del índice es la suma de los índices individuales. Siguiendo el ejemplo anterior:

$$ISE = \sum_{i,j} ISE_{ij} \quad (\text{A.6})$$

En el cuerpo de la tesis se considera también la evaluación de conducta integral correspondiente al sistema diagonal, es decir, en la nomenclatura anterior, solo se consideran las salidas y_{ii} . De esta forma, y siguiendo el ejemplo con el ISE , queda:

$$ISE = \sum_i ISE_{ii} \quad (\text{A.7})$$

Esto permite evaluar de forma diferenciada el desempeño de cada lazo desde el punto de vista del apareamiento seleccionado. Ambos enfoques son empleados ya que ofrecen información complementaria para el análisis, como se explica en el capítulo 4.

Apéndice B

Códigos de Matlab

A continuación se presentan los códigos y rutinas de Matlab más relevantes que se utilizaron a lo largo de la tesis.

B.1. Modelo del Evaporador

Archivo: mboiler.m

El siguiente código carga en memoria la información del modelo de acuerdo a lo presentado en el trabajo de Adam y Valsecchi [4].

```
1 % Modelo de GV para tesis de maestria
2 % Obtenido de Multiloop Control Applied to Integrator MIMO ...
   (Adam-Valsecchi)
3
4 close all
5 clear
6 clc
7
8
9 syms s;
10
11 G11 = tf([-1.6e-4 5.2e-5 1.4e-6],[1 1.68e-2 0]);
12 G12 = tf([3.1e-3 -3.2e-5],[1 2.15e-2 0]);
13 G13 = tf(0);
14 G21 = tf(-3.95e-5,[1 1.8e-2]);
```

```

15 G22 = tf(2.51e-3,[1 1.57e-2]);
16 G23 = tf([5.88e-4 2.015e-4 9e-7],[1 3.52e-2 1.42e-4]);
17 G31 = tf([-1.18e-3 1.39e-4],[1 1.852e-2 9.1e-5]);
18 G32 = tf([4.48e-1 1.1e-3],[1 1.27e-2 9.5e-5]);
19 G33 = tf([5.82e-1 0 -2.43e-2],[1 1.076e-1 1.04e-3]);
20
21
22 nums = {[-1.6e-4 5.2e-5 1.4e-6], [3.1e-3 -3.2e-5], 0;...
23         -3.95e-5, 2.51e-3, [5.88e-4 2.015e-4 9e-7];...
24         [-1.18e-3 1.39e-4], [4.48e-1 1.1e-3], [5.82e-1 0 -2.43e-2]};
25
26 dens = { [1 1.68e-2 0], [1 2.15e-2 0], 1;...
27         [1 1.8e-2], [1 1.57e-2], [1 3.52e-2 1.42e-4];...
28         [1 1.852e-2 9.1e-5], [1 1.27e-2 9.5e-5], [1 1.076e-1 ...
29         1.04e-3] };
30 Gs = tf(nums,dens);
31 G = [G11 G12 G13; G21 G22 G23; G31 G32 G33];
32
33 % step(G)
34 sys = ss(G);
35 [A, B, C, D] = ssdata(sys);
36 sys_m = ss(G,'min'); % realizacion MINIMA sin estados ...
37                       no-controlables ni no-observables
38 [Am, Bm, Cm, Dm] = ssdata(sys_m);
39
40 % modelo reducido
41 % hsv =hankelsv(sys); % los valores singulares de Hankel me ...
42                       dan la energia de cada estado
43 % semilogy(hsv,'*--'); % los valores menores a uno aportan ...
44                       poco a la respuesta
45 sys_r = reduce(sys_m,6); % trunco el modelo del sistema
46 [Ar, Br, Cr, Dr] = ssdata(sys_r);
47
48 % Definicion del modelo con los polos desplazados en epsilon ...
49                       del eje imag.
50 G11p = tf([-1.6e-4 5.2e-5 1.4e-6],[1 1.68e-2 1e-4]);
51 G12p = tf([3.1e-3 -3.2e-5],[1 2.15e-2 1e-4]);
52 Gpert = [G11p G12p G13; G21 G22 G23; G31 G32 G33];

```

B.2. Controlabilidad y Observabilidad

Archivo: cntrl0bs.m

```

1  % evaluacion de la controlabilidad y observabilidad del ...
    sistema m_boiler.m
2
3  m_boiler;
4
5  Co = ctrb(sys); % matriz de controlabilidad de estado
6  rCo = rank(Co); % rango de la matriz Co
7
8  % Matriz de contr. escalera (menos sensible a mal ...
    condicionamiento)
9  [Abar,Bbar,Cbar,T,k] = ctrbf(A,B,C);
10 estCont = sum(k); % Numero de estados controlables
11
12 % notar que ctrb y ctrbf se usan de distinta forma
13
14 rankDiff = rCo - estCont; % dan igual (verificacion)
15
16 % en todo caso, el sistema no es controlable.
17 % El numero de estados no controlables esta dado por
18 N = length(sys.A);
19 disp('Estados no controlables')
20 estNoCont = N - estCont
21
22
23 % controlabilidad de la salida
24 outCo = [];
25 for i=1:N,
26     outCo =[outCo C*A^(i-1)*B];
27 end
28 rOutCo = rank(outCo);
29
30 % Observabilidad de estado
31 rOvs = rank(observ(sys));
32
33 [Ao,Bo,Co,To,ko] = obsvf(A,B,C);
34 estObs = sum(ko);
35 disp('Estados no observables')
36 estNoObs = N - estObs

```

B.3. RGA modificado

Archivo: RGA_Wuhua.m

Esta rutina corresponde al método RGA modificado, que permi-

te tratar modelos con integradores puros. Basado en el trabajo de [14].

```

1  %% Evaluacion del limite del producto schur(G, G^-T) cuando ...
   s-> 0+
2
3  syms s Gsym;           % defino una matriz simbolica
4  w = sym('w', 'positive');
5  epsilon = sym('epsilon', 'positive');
6
7  for i=1:size(G,1)
8      for j=1:size(G,2)
9          [num, den] = tfdata(G(i,j));
10         % declaro las variables simbolicas considerando el ...
           dominio
11         % convierto la fc de transferencia a expresion simbolica
12         Etemp1 = ...
           poly2sym(cell2mat(num),s)/poly2sym(cell2mat(den),s);
13         % el siguiente while es para sustituir todos los ...
           integradores puros
14         % por epsilon. ie: 1/s^n -> 1/epsilon^n
15         er=1;
16         while er==1,
17             temp = subs(subs(Etemp1,s,0),epsilon,1);
18             if isinf(temp)
19                 Etemp1 = simple(s*Etemp1/epsilon); % ...
                   simplifico para cancelar s
20             else
21                 er=0;
22             end
23         end
24         % ahora reemplazo todos los derivadores puros s^n -> ...
           epsilon^n
25         er2=1;
26         while er2==1,
27             temp = subs(subs(1/Etemp1,s,0),epsilon,1);
28             if and(isinf(temp),Etemp1~=0)           % si G(i,j)=0 ...
                   siga adelante
29                 Etemp1 = simple(epsilon*Etemp1/s);
30             else
31                 er2=0;
32             end
33         end
34         % reemplazo s en la F. T. de lazo cerrado por i*w ...
           para tener valor critico
35         Etemp2 = subs(Etemp1,s,1i*w);
36         if Etemp1~=0,

```

```

37         Etemp2 = simple(Etemp2);      % si G(i,j) = 0 no ...
           se puede simplificar
38     end
39     Gsym(i,j) = subs(Etemp2,w,0);    % no deberia dar ...
           problemas porque removi integradores puros
40 end
41 end
42 % Calculo el limite de la forma RGA segun la ec. 15 del paper
43
44 RGAw = ...
       double(limit(Gsym.*transpose(inv(Gsym)),epsilon,1e-6,'right'));

```

B.4. Elementos de RGA

Archivo: MIMO_freq.m

```

1  % Analisis de RGA (tradicional) en frecuencia
2  % La idea de este analisis es ver los cruces de los ...
   elementos de matriz de
3  % RGA en funcion de la frecuencia. Estos cruces indican ...
   zonas donde en ppio
4  % conviene controlar con otra combinacion de entradas/salidas
5
6  clear all
7  clc
8  close all
9
10 m_boiler;
11
12 % defino el rango de frecuencias
13 N = 500;
14 % rango completo
15 w = logspace(-3,1,N);
16 % primer rango de cruces
17 % w = logspace(-0.6356,-0.6354,N);
18 % segundo rango de cruces
19 % w = logspace(-0.1243,-0.1241,N);
20
21 % NOTAR que cuando achico el rango de frecuencia la ...
   intensidad de los picos
22 % de los elementos de RGA es mucho mayor,ya que la densidad ...
   de puntos entre
23 % frecuencias aumenta. Esto indicaria que son frecuencias ...
   puntuales las que

```

```

24 % causan entrecruzamientos de los elementos
25
26 % Evaluo parametros MIMO en funcion de la frecuencia
27 if sum(w==0)≠0,
28     disp('la frecuencia es cero para algun i!!');
29     return
30 end
31 numRGA = zeros(1,N);
32 matRGA = zeros(3,3,N);
33
34 for k=1:N,
35     C=evalfr(G,w(k)); % matriz del sistema en EE
36     Cn = cond(C);
37     matRGA(:, :, k) = C.*inv(C)'; % calculo directo de ...
        matriz RGA
38     numRGA(k) = det(matRGA(1:3,1:3,k)-eye(3)); % Ec. ...
        3.67 Skogenstad
39 end
40
41 semilogx(w, numRGA);
42 grid on
43 figure
44 k=1;
45 for j=1:3
46     for i=1:3
47         h = semilogx(w, reshape(matRGA(i, j, :), 1, N));
48         texto{k} = ['elem: ', num2str([i j])];
49         if i==j,
50             set(h, 'LineWidth', 2); % destaco los elementos ...
                diagonales
51         end
52         k = k+1;
53         grid on
54         hold all
55     end
56 end
57 legend(texto);

```

B.5. Método BLT

Archivo: BLT_method.m

```

1 %% Metodo BLT
2

```



```

3  clc
4  clear
5
6  m.boiler;
7
8  % evaluo las ganancias de Est. estacionario
9  K = evalfr(G,0);
10 % % evaluo la matriz de RGA
11 % lambda = 1/(1-K(1,2)*K(2,1)/(K(1,1)*K(2,2)));
12 % RGA = [lambda, 1-lambda;1-lambda, lambda];
13 % PASO 1: approximo controles usando pidtool (ver "Tabla ...
    PI.docx" control I)
14 k1 = 1902.1;
15 k2 = 57.7;
16 k3 = -0.54;
17 t1 = 62.85;
18 t2 = 8.06;
19 t3 = 493.0;
20
21 % Verifico la ganancia y frecuencia ultima de Z-N con rlocus
22 % rlocus(Gp(1,1));
23 % rlocus(Gp(2,2));
24
25 % PASO 2: Adopto z
26 F = 1;
27 n =3;
28 LcMax = 2*n+1; % solo para que entre en el while
29
30
31 % ----- PRUEBA ANTES DE BLT
32 kr1 = k1/F;
33 kr2 = k2/F;
34 kr3 = k3/F;
35 tr1 = F*t1;
36 tr2 = F*t2;
37 tr3 = F*t3;
38 % Defino el control desregulado y la matriz diagonal de ...
    controles
39 Gc1 = kr1*tf([tr1 1],[tr1 0]);
40 Gc2 = kr2*tf([tr2 1],[tr2 0]);
41 Gc3 = kr3*tf([tr3 1],[tr3 0]);
42 Gc = [Gc1 0 0; 0 Gc2 0;0 0 Gc3];
43 GcFB1 = feedback(G*Gc,eye(3)); % Sistema 1 a lazo cerrado
44 GLA1 = G*Gc; % sistema 1 a lazo abierto
45
46 % ----- FIN DE PRUEBA ANTES DE BLT
47
48 F = 2;
49

```

```

50 while(LcMax>2*n)
51     % PASO 3: corrijo parametros de controladores
52     kr1 = k1/F;
53     kr2 = k2/F;
54     kr3 = k3/F;
55     tr1 = F*t1;
56     tr2 = F*t2;
57     tr3 = F*t3;
58     % Defino el control desregulado y la matriz diagonal de ...
        controles
59     Gc1 = kr1*tf([tr1 1],[tr1 0]);
60     Gc2 = kr2*tf([tr2 1],[tr2 0]);
61     Gc3 = kr3*tf([tr3 1],[tr3 0]);
62     Gc = [Gc1 0 0; 0 Gc2 0; 0 0 Gc3];
63     % PASO 4: calculo w
64     W = eye(3)+G*Gc;
65     detW = W(1,1)*( W(2,2)*W(3,3)-W(3,2)*W(2,3) )-...
66           W(1,2)*( W(2,1)*W(3,3)-W(3,1)*W(2,3) )+...
67           W(1,3)*( W(2,1)*W(3,2)-W(3,1)*W(2,2) );
68     w = -1 + detW;
69     % PASO 5: calculo Lc(iw)
70     Lc = [];
71     freq = logspace(-3,1,100);
72     for k=1:100;
73         wTerm = ...
74             20*log(abs(evalfr(w,1i*freq(k))/(1+evalfr(w,1i*freq(k)))));
75         Lc = [Lc wTerm];
76     end
77     % PASO 6: determino si LcMax>2n
78     LcMax = max(Lc);
79     if LcMax>2*n,
80         F = F + 0.1;
81     end
82 end
83 GLA2 = G*Gc; % sistema 2 a lazo abierto
84 GcFB2 = feedback(G*Gc,eye(3)); % sistema BLT a lazo cerrado

```

B.6. Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin

Archivo: nyquistArrayGersh.m

```

1 % Arreglo de Nyquist y bandas de Gershgorin

```

```

2 % Debido a los integradores puros de G, no estan definidos ...
   los parametros
3
4 clear
5 m_boiler
6
7 %% Bode
8 % bode(G11,G12,G13,G21,G22,G23,G31,G32,G33);
9 % grid
10 % legend('G11','G12','G13','G21','G22','G23','G31','G32','G33')
11 % pause
12 %% Dominancia diagonal: Circulos de Gershgorin
13 % defino el rango de frecuencias de analisis
14 N = 60; % nro de puntos a evaluar en frec
15 w = logspace(-2,5, N);
16 % figure
17 % for k=1:N,
18 %     A=evalfr(G, li*w(k));
19 %     hold all
20 %     grid on
21 %     gershdisc(A);
22 % end
23 % axis equal
24 close all
25 for k=1:N,
26     A = evalfr(G,li*w(k));
27     gershdiscModif(A);
28 end
29 legend off
30 subplot
31 indicej = [1:3,1:3,1:3];
32 for i=1:9,
33     subplot(3,3,i);
34     hold on;
35     nyquist(G(ceil(i/3),indicej(i)) );
36 %     [ceil(i/3),indicej(i)]
37 %     axis equal
38     title('')
39     xlabel('')
40     ylabel('')
41     if or(i==1,or(i==4,i==7)),
42         ylabel('Im')
43     end
44     if ge(i,7),
45         xlabel('Re')
46     end
47 end

```

B.7. Invariancia Numérica de Autovalores y Polos MIMO

Archivo: testPolosMFT.m

```

1  % Test para ver polos de MTF para distintos canales:
2  % Muestra que en general, no hay invariancia numerica
3  % de los autovalores de una matriz de FT de lazo cerrado
4  % para distintos canales.
5  % Notar que rss genera un sistema aleatorio pero estable
6  % (a lo sumo con integradores).
7
8
9
10 Grand = tf(rss(4,3,3)); % 4 estados, 3 salidas y 3 entradas
11 Krand = tf(rss(3,3,3)); % 3 estados, 3 salidas y 3 entradas
12
13 close all
14 cl1 = feedback(Grand*Krand,tf(eye(3)));
15 cl2 = feedback(Grand, Krand);
16 cl3 = feedback(tf(eye(3)),Grand*Krand);
17
18 % e1 = eig(cl1);
19 % e1 = e1(real(e1)>0);
20 % e2 = eig(cl2);
21 % e2 = e2(real(e2)>0);
22 % e3 = eig(cl3);
23 % e3 = e3(real(e3)>0);
24
25 [A1 B1 C1 D1] = ssdata(cl1);
26 s1 = szeros(pck(A1,B1,C1,D1));
27 p1 = spoles(pck(A1,B1,C1,D1));
28 [A2 B2 C2 D2] = ssdata(cl2);
29 s2 = szeros(pck(A2,B2,C2,D2));
30 p2 = spoles(pck(A2,B2,C2,D2));
31 [A3 B3 C3 D3] = ssdata(cl3);
32 s3 = szeros(pck(A3,B3,C3,D3));
33 p3 = spoles(pck(A3,B3,C3,D3));
34
35 figure
36 plot(p1,'+k');
37 hold on
38 plot(p2,'xg')
39 plot(p3,'om')
40 title('Comparacion de polos entre distintas entradas/salidas')

```

B.7. INVARIANCIA NUMÉRICA DE AUTOVALORES Y POLOS MIMO125

```
41 pause
42
43 figure
44 plot(s1, '+k');
45 hold on
46 plot(s2, 'xg')
47 plot(s3, 'om')
48 title('Comparacion de ceros entre distintas entradas/salidas')
49 pause
50
51 figure
52 plot(eig(c11), '+k')
53 hold on
54 plot(eig(c12), 'xr')
55 plot(eig(c13), 'om')
56 title('Comparacion de autovalores entre distintas ...
        entradas/salidas')
57
58 figure
59 plot(p1, '+g');
60 hold on
61 % plot(p2, '+g')
62 % plot(p3, '+g')
63 plot(eig(c11), 'xm')
64 % plot(eig(c12), 'xm')
65 % plot(eig(c13), 'xm')
66 title('Comparacion entre polos y autovalores')
67 pause
68
69 close all
```


Bibliografía

- [1] E. Adam. *Control de Procesos I*. Univ. Nacional del Litoral, 2015.
- [2] E. J. Adam. *Instrumentación y Control de Procesos, Notas de Clases. Segunda Edición*. Ediciones UNL, 2014.
- [3] E. J. Adam and C. A. Cappelletti. Diseño de sistemas de control con restricciones por realimentación de salida aplicado a un sistema hidráulico. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 13:32–43, 2016.
- [4] E. J. Adam and C. J. Valsecchi. Multiloop control applied to integrator mimo processes. *XXII Interamerican Confederation of Chemical Engineering*, page 18, 2006.
- [5] P. Apkarian and D. Noll. Nonsmooth \mathcal{H}_∞ -synthesis. *IEEE Transactions of Automatic Control*, 51:229–244, 2006.
- [6] E. Bristol. On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11:133–134, 1966.
- [7] E. H. Bristol. Recent results on interaction in multivariable process control. *Proc. AIChE 71st Annual Meeting*, 1978.
- [8] N.A. Bruinsma and M. Steinbuch. A fast algorithm to compute the h_∞ -norm of a transfer function matrix. *System Control Letters*, 14:287–293, 1990.

- [9] W. Cheney and D. Kincaid. *Numerical Mathematics and Computing*. Thomson Brooks/Cole, 2008.
- [10] C. S. Chin. *Computer aided control systems design*. CRC Press, 2013.
- [11] C. A. Desoer and Y. Wang. On the generalized nyquist stability criterion. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 25:187–196, 1980.
- [12] D. W. Gu, P. Hr. Petkov, and M. M. Konstantinov. *Robust control design with Matlab*. Springer, 2005.
- [13] M. Hovd. *Lecture notes for the course of advanced control of industrial processes*. Institutt for Teknisk Kybernetikk, 2009.
- [14] W. Hu, W. Cai, and G. Xiao. Relative gain array for mimo processes containing integrators and/or differentiators. *11th International Conference on Control Automation Robotics and Vision*, 1:6, 2010.
- [15] H. P. Huang, F. Y. Lin, and J. C. Jeng. Multi-loop pid controllers design for mimo proceses containing integrator(s). *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 38:742–756, 2005.
- [16] M. A. Johnson and M. H. Moradi. *PID control: new identification and design method*. Springer, 2005.
- [17] W. L. Luyben. Simple method for tuning siso controllers in multivariable systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des.*, 25:654–660, 1986.
- [18] A. G. J. MacFarlane and N. Karcanias. Poles and zeros of linear multivariable systems: a survey of the algebraic, geometric, and complex variable theory. *Int. J. Control*, 24:33–74, 1976.

- [19] J. M. Maciejowski. *Multivariable Feedback Design*. Addison-Wesley, 1989.
- [20] D. Q. Mayne. The design of linear multivariable systems. *Automatica*, 9:201–207, 1973.
- [21] J. E. Normey-Rico and E. F. Camacho. Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control*, 19:38–47, 2009.
- [22] K. Ogatta. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 1997.
- [23] M. M. Rosenbrock. *State-space and multivariable theory*. John Wiley, 1970.
- [24] D. E. Seborg, T. F. Edgar, and D. A. Mellichamp. *Process Dynamic and Control*. John Wiley and Sons, 1989.
- [25] F. G. Shinskey. *Process Control Systems: Application, Design, Adjustment*. McGraw-Hill, 1979.
- [26] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. Wiley, 1996.
- [27] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design 2nd Ed*. Wiley, 2005.
- [28] C. Smith and A. Corripio. *Control Automático de Procesos Teoría y Práctica*. Limusa, 1991.
- [29] K. J. Åström and T. Hägglund. *Advanced PID control*. ISA - Instrumentation, Systems and Automation Society, 2006.
- [30] W. Tan and H. J. Marquez. Stabilizer design for industrial co-generation systems. *Control Engineering Practice*, 10:615–624, 2002.

- [31] W. Tan, H. J. Marquez, and T. Chen. Multivariable robust controller design for a boiler system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10:735–742, 2002.
- [32] A. Tewari. *Modern control design with Matlab and Simulink*. John Wiley and Sons, 2002.
- [33] M. F. Witcher and T. J. McAvoy. Interacting control systems: steady-state and dynamic measurement of interactions. *ISA Transactions*, 16:35–41, 1977.
- [34] P. F. Woolverton. How to use relative gain analysis in systems with integrating variables. *Instrum. Tech.*, 27:63–65, 1980.
- [35] G. Zames. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions on Automatic Control* *IEEE*, 26:301–320, 1981.
- [36] K. Zhou and J. C. Doyle. *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, 1999.