



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química

ECUACION DE FLUJO EQUIVALENTE PARA MEDIOS POROSOS SATURADOS HETEROGENEOS

Andrea Alejandra Gómez

Tesis remitida al Comité Académico del Doctorado
como parte de los requisitos para la obtención
del grado de
DOCTOR EN INGENIERIA
Mención Recursos Hídricos

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

2012

Comisión de Posgrado, Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, Ciudad Universitaria, Paraje "El Pozo",
S3000, Santa Fe, Argentina

DECLARACION DE LA AUTORA

Esta disertación ha sido remitida como parte de los requisitos para la obtención del grado académico de Doctora en Ingeniería – Mención Recursos Hídricos ante la Universidad Nacional del Litoral y ha sido depositada en la Biblioteca de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas para que esté a disposición de sus lectores bajo las condiciones estipuladas por el reglamento de la mencionada biblioteca.

Citaciones breves de esta disertación son permitidas sin la necesidad de un permiso especial, en la suposición de que la fuente sea correctamente citada. Solicitudes de permiso para la citación extendida o para la reproducción parcial o total de este manuscrito serán concedidas por el portador legal del derecho de propiedad intelectual de la obra.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas e instituciones que de una forma u otra han contribuido a la realización de este trabajo.

A la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas (FICH) y en particular al Centro de Estudios Hidro-Ambientales (CENEHA), pertenecientes a la Universidad Nacional del Litoral (UNL), por brindarme el lugar y los recursos necesarios para llevar a cabo mi tarea.

Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) por otorgarme las becas doctorales.

A mis directores, Dra. Leticia Rodríguez y Dr. Pablo Cello, por su tiempo, asesoramiento y apoyo. Me han transmitido valiosas herramientas para seguir adelante en la apasionante carrera académica.

Al Dr. Jesús Carrera, reconocido investigador del Instituto de Diagnóstico Ambiental y Estudios del Agua (Barcelona, España) por interesarse en el tema de la tesis y brindarme sus ideas y sugerencias.

Al Dr. Luis Vives por su colaboración en las etapas iniciales de mis estudios doctorales durante los proyectos relacionados al Sistema Acuífero Guaraní, y por ponerme en contacto con el Dr. Jesús Carrera. También por el apoyo recibido a lo largo de toda la carrera.

A los miembros del jurado, Dr. Rodrigo Paz, Dr. Adolfo Castro y Dr. Marcelo Varni, por la lectura crítica del manuscrito de la tesis y sus valiosas recomendaciones.

A todos mis compañeros del CENEHA que siempre estuvieron dispuestos a ayudarme, tanto en lo profesional como en lo personal. En especial al Ing. Emiliano López, por introducirme en el mundo de Linux y brindarme las herramientas necesarias para resolver muchas de las cuestiones que por otra vía no hubiera sido factible resolverlas.

A mis compañeras de ruta, Celina y Daniela, por las interminables charlas durante nuestros viajes hacia y desde nuestra ciudad de Esperanza. Charlas técnicas, que me sirvieron en varias oportunidades para ver otro punto de vista, y no tan técnicas que hicieron más llevadero este solitario trabajo.

A mi familia, por el apoyo y el estímulo constantes que me brindan para continuar en este camino. En especial a Néstor, por su paciencia y amor incondicional.

INDICE GENERAL

Índice	i
Índice de Figuras	iv
Índice de Tablas	vii
Resumen	viii
Abstract	ix
CAPITULO I: MODELACION DE ACUIFEROS: HETEROGENEIDAD Y DRENAJE DIFERIDO	
1.1. Consideraciones generales	1
1.2. Un caso de modelación a diferentes escalas espaciales	4
1.3. El concepto de drenaje diferido	8
1.4. Antecedentes del análisis del drenaje diferido	12
1.5. Hipótesis y objetivos	15
1.6. Contenido de la tesis	16
CAPITULO II: ECUACIONES DE GOBIERNO Y DISCRETIZACIÓN	
2.1. Introducción	17
2.2. Ecuaciones de gobierno	17
2.3. Discretización de las ecuaciones de gobierno	19
2.3.1. Formulación 1D	20
2.3.1.1. Sin término de Función de Memoria	20
Balance de masa	21
2.3.1.2. Con término de Función de memoria	22
Balance de masa	24
2.3.2. Formulación 2D con Función de memoria	25
Balance de masa	27

CAPITULO III: RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE FLUJO EQUIVALENTE Y SU APLICACIÓN

3.1. Introducción	29
3.2. Simulación unidimensional	29
3.2.1. Simulación unidimensional del flujo regional con Función de Memoria	31
3.2.2. Análisis de sensibilidad de los parámetros asociados a la Función de Memoria	35
3.3 Simulación bidimensional	38
3.3.1 Resolución del sistema de ecuaciones	40
3.3.2 Validación	42
3.3.2.1 Validación numérica	42
3.3.2.2 Validación analítica	43
3.3.3 Análisis de sensibilidad de los parámetros asociados a la Función de Memoria	45
3.4 Caso heterogéneo simple 2D	48
3.4.1 Aplicación de la formulación equivalente a un caso heterogéneo simple	51
3.5 Aplicación a casos basados en modelos geoestadísticos	56
3.5.1 Conceptos de geostatística	56
3.5.2 Metodología	58
3.5.3 Resultados	61
3.5.3.1 Campos Gaussianos Multivariados	61
3.5.3.1.a Caso GMVa	62
3.5.3.1.b Caso GMVb	64
3.5.3.2 Campos de Movimiento Fraccional Browniano	66
3.5.3.2.a Caso MFBa	68
3.5.3.2.b Caso MFBB	69
3.5.3.2.c Caso MFBC	71
3.5.3.3 Aplicación de la formulación equivalente	74

CAPITULO IV: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Conclusiones	77
4.2. Problemas encontrados durante el desarrollo de la tesis/soluciones posibles	81
4.3. Tareas futuras/posibles líneas de investigación	81

BIBLIOGRAFIA	83
---------------------	----

ANEXO 1

ANEXO 2

ANEXO 3

ANEXO 4

Índice de Figuras

Figura 1.1. Ensayo de bombeo en una dolomita fracturada (Kankakee Co., Illinois, EE.UU. cuyos datos se obtuvieron de los archivos de Illinois State Water Survey-ISWS). Círculos: abatimiento s vs. tiempo; triángulos: derivada de los abatimientos s' ; línea sólida: modelo de Theis; línea puenteada: derivada del modelo de Theis.	4
Figura 1.2. a) Geología simplificada mostrando sedimentos Pre-SAG y Post-SAG, zonas de afloramiento y líneas piezométricas; b) perfiles geológicos transversales y longitudinal identificados en a) (reproducido con permiso de Foster et al., 2009).	6
Figura 1.3. Gráfico log-log de descensos y tiempo. (A) Caso ideal; (B) Acuitardo; (C) Borde impermeable y de nivel constante. “b” es el espesor del acuífero, T y S son la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento del acuífero, respectivamente; b' es el espesor del acuitardo y K' su conductividad hidráulica (modificado de Freeze y Cherry, 1979).	10
Figura 1.4. Heterogeneidad de los medios porosos a diferentes escalas espaciales.	10
Figura 1.5. Esquema de dominio bidimensional sujeto a un gradiente regional.	11
Figura 1.6. Conceptualización del efecto de la heterogeneidad sobre el flujo en acuífero confinado sujeto a un gradiente hidráulico regional i .	12
Figura 1.7. Conceptualización de dos medios continuos acoplados (<i>modificado de Carrera et al., 1998</i>).	14
Figura 2.1. Molécula computacional de tres nodos – discretización 1D	20
Figura 2.2. Conceptualización de zonas móviles/inmóviles (1D) (Modificada de Silva et al., 2009)	23
Figura 2.3. Conceptualización de celdas móviles/inmóviles (extraído de Silva et al., 2009)	25
Figura 2.4. Conceptualización simplificada de celdas móviles/inmóviles (modificado de Silva et al., 2009)	26
Figura 3.1. Flujos relativos de entrada al dominio de cálculo en función del tiempo adimensional. Comparación entre solución numérica y solución analítica para el caso de flujo regional sin función de memoria.	31
Figura 3.2. Flujos relativos de entrada al dominio de cálculo y niveles piezométricos obtenidos a la mitad de la longitud del dominio computacional ($x=750$ m). Parámetros de la función de memoria correspondientes al Caso1 ($= 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ y 7.51056×10^{-5}).	32
Figura 3.3. Niveles piezométricos a lo largo del dominio computacional. Comparación entre solución sin función de memoria y solución con función de memoria correspondiente al Caso 1, ($= 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ y 7.51056×10^{-5}).	33
Figura 3.4. Flujo de transferencia y niveles piezométricos de la zona móvil y de la zona inmóvil en función del tiempo. Parámetros de la función de memoria correspondientes al Caso 1 ($= 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ y 7.51056×10^{-5}).	34

Figura 3.5. Tasa de variación de flujos de transferencia y niveles piezométricos. Parámetros de la función de memoria correspondiente al Caso 1 ($= 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ y 7.51056×10^{-5})	34
Figura 3.6. Flujos relativos de entrada al dominio de cálculo. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos α y un valor constante de $S_{im} = 7.51056 \times 10^{-5}$.	35
Figura 3.7. Niveles piezométricos de la zona móvil a $x=750$ m. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos α y un valor constante de $S_{im} = 7.51056 \times 10^{-5}$.	36
Figura 3.8. Flujos relativos de entrada al dominio de cálculo. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos α y un valor constante de $S_{im} = 7.51056 \times 10^{-5}$.	37
Figura 3.9. Niveles piezométricos de la zona móvil a $x=750$ m. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos α y un valor constante de $S_{im} = 7.51056 \times 10^{-5}$.	37
Figura 3.10. Sensibilidad relativa de los parámetros S_{im} y α .	38
Figura 3.11. Esquema del test numérico en 2D.	39
Figura 3.12. Uso del CPU, memoria RAM y carga promedio para cuatro simulaciones sucesivas.	41
Figura 3.13. Validación del código numérico sin FM.	42
Figura 3.14. Términos del balance de masa.	43
Figura 3.15. Esquema de acuífero artesiano confinado por dos capas impermeables y con intercalaciones de material más fino. Situación que resuelve la solución analítica de Boulton (1955).	44
Figura 3.16. Solución numérica vs. solución analítica de Boulton (1955). $S_m = 9.4 \times 10^{-4}$, $S_{im} = 9.4 \times 10^{-2}$, $T = 4.7 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\alpha = 7.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, $Q = 2.28 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.	45
Figura 3.17. Análisis de sensibilidad al parámetro alfa. $S_{im} = 9,4 \times 10^{-3}$	46
Figura 3.18. Análisis de sensibilidad al parámetro alfa. $S_{im} = 9,4 \times 10^{-2}$.	47
Figura 3.19. Análisis de sensibilidad al parámetro S_{im} , $\alpha = 7,8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	47
Figura 3.20. Esquema del caso heterogéneo sintético.	48
Figura 3.21. Piezometría y campo de velocidades del flujo regional estacionario.	49
Figura 3.22. Descensos para el caso homogéneo equivalente y heterogéneo.	50
Figura 3.23. Abatimientos y campo de velocidades para flujo radial (caso heterogéneo)	50
Figura 3.24.A. Descensos obtenidos en las simulaciones. Casos 1 y 2.	53
Figura 3.24. Descensos obtenidos en las simulaciones. B) Casos 2 y 3. C) Casos 2 y 4.	54

Figura 3.24. Descensos obtenidos en las simulaciones. D) Casos 4 y 5. E) Casos 3 y 6.	535
Figura 3.25. Semivariograma típico y sus parámetros.	57
Figura 3.26. Relación entre el semivariograma y la función de covarianza.	58
Figura 3.27. Distribución de la variable normal $Z(x)$ para el campo GMV.	62
Figura 3.28. Descensos en función del tiempo observados a 1 m y 2 metros del pozo de extracción para el campo GMVa.	63
Figura 3.29. Configuración del cono de descensos para el caso GMVa a $t = 121000$ seg.	64
Figura 3.30. Descensos en función del tiempo observados a 1 y 2 metros del pozo de extracción para el campo GMVb.	65
Figura 3.31. Configuración del cono de descensos para el caso GMVb a $t = 121000$ s.	65
Figura 3.32. Distribución de la variable normal $Z(x)$ para el campo MFBa. $\gamma(h) = 0.027h^{0.7}$ y varianza total = 2.09	67
Figura 3.33. Puntos condicionantes utilizados y distribución de la variable normal $Z(x)$ para el campo MFBb. $\gamma(h) = 0.27h^{0.5}$ y Varianza total = 6.037	67
Figura 3.34. Distribución de la variable normal $Z(x)$ para el campo MFBc. $\gamma(h) = 0.27h^{0.7}$ y varianza total = 20.9239.	68
Figura 3.35. Descensos en función del tiempo observados a 1 y 2 metros del pozo de extracción para el campo MFBa.	69
Figura 3.36. Configuración del cono de descensos para el caso MFBa a $t = 121000$ s.	69
Figura 3.37. Descensos en función del tiempo observados a 1 y 2 metros del pozo de extracción para el campo MFBb.	70
Figura 3.38. Configuración del cono de descensos para el caso MFBb a $t = 121000$ s.	71
Figura 3.39. Descensos en función del tiempo observados a 1 y 2 metros del pozo de extracción.	72
Figura 3.40. Configuración del cono de descensos para el caso MFBc a $t = 121000$ s.	72
Figura 3.41. Evolución del cono de descensos a diferentes tiempos. En primer lugar se colocan el campo de transmisividades y la curva de descensos para poder inferir la ubicación del cono en relación al avance del tiempo.	73
Figura 3.42. Descensos obtenidos en las simulaciones vs. el caso heterogéneo sintético.	75

Índice de tablas

Tabla 3.1. Parámetros de la función de memoria adoptados para la simulación de 5 casos diferentes de flujo regional afectado por drenaje diferido, para $T = 7.51056 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y 7.51056×10^{-6} .	30
Tabla 3.2. Condiciones del test 2D.	48
Tabla 3.3. Parámetros estimados.	52
Tabla 3.4. Resumen de los parámetros utilizados en las simulaciones de calibración.	52
Tabla 3.5. Parámetros utilizados en el semivariograma potencial de los campos MFB.	66
Tabla 3.6. Errores en las simulaciones con ecuación equivalente.	76

RESUMEN

Las ecuaciones clásicas de flujo y transporte en sistemas de aguas subterráneas asumen equilibrio local en un volumen elemental de análisis. Sin embargo, en la realidad, se observa un fenómeno de no equilibrio que se manifestaría como un drenaje diferido o una transferencia de almacenamiento retrasado desde zonas menos conductivas a zonas más conductivas del medio poroso. Este fenómeno es generalmente modelado mediante formulaciones que involucran la adición de un término fuente/sumidero o un término de almacenamiento adicional a las ecuaciones clásicas, mientras que el sistema acuífero se representa conceptualmente por un conjunto de regiones móviles e inmóviles superpuestas que intercambian masa entre sí.

A partir de la hipótesis de que el efecto del drenaje diferido en la respuesta de un acuífero bajo estrés se debe solamente a la influencia de un tipo particular de la heterogeneidad del medio, se modifica la ecuación clásica de flujo en medios porosos saturados, adoptando una formulación no local en el tiempo del tipo de transferencia de masa a tasa múltiple-MRMT o función de memoria-FM. La metodología planteada consiste en la simulación de dos ensayos numéricos en régimen transitorio para un acuífero confinado, un flujo regional unidimensional y un flujo radial, a los fines de evaluar la sensibilidad de los parámetros de la FM. Además, se resolvió la ecuación de flujo equivalente para un caso heterogéneo simple y para dos casos de campos de transmisividad heterogéneos generados a partir de modelos geoestadísticos, específicamente modelos Gaussianos Multivariados y modelos de Movimiento Fraccional Browniano.

Mediante una técnica de búsqueda de estimaciones previas de los parámetros de la ecuación equivalente basada en el concepto de Cooper-Jacob, se ensayaron combinaciones de parámetros en un proceso de calibración preliminar mediante prueba y error. La calibración preliminar del modelo muestra que la formulación propuesta captura, en una primera aproximación, el efecto de drenaje diferido inducido por la heterogeneidad ajustándose a la respuesta “observada” en ciertos períodos de tiempo. No obstante, el ajuste debe ser mejorado en el futuro a partir de un algoritmo de calibración automática que facilite el proceso de ajuste de parámetros.

Las simulaciones abordadas intentan reproducir una situación real con campos de transmisividad de relativa complejidad y ensayos de bombeo con tasa de extracción de bombeo y duración suficientes para ensayar un amplio espectro de escalas espaciales de la heterogeneidad de los campos generados. Por ende, el análisis del drenaje diferido, a partir del ajuste del modelo equivalente adoptado, a los descensos “observados” constituye un desafío que ha tenido pocos precedentes en la literatura especializada y resulta promisorio tanto para investigaciones futuras como para aplicaciones de la práctica ingenieril.

ABSTRACT

The classical equations of flow and transport in groundwater systems assume local equilibrium in a representative elementary volume. However, in reality, a non-equilibrium behaviour is frequently observed, manifested as a delayed yield from storage, with water transferred from less conductive areas to more conductive ones. Generally, this phenomenon is modelled by means of formulations that add a sink/source term or an additional storage term to the classical groundwater flow equation, meanwhile the aquifer is conceptually represented as a dual porosity system, where mobile and immobile zones overlay and interchange mass between them.

Based on the hypothesis that the delayed yield effect on the aquifer response is only caused by a particular type of heterogeneity, the classical groundwater flow equation is modified using a non-local in time formulation of the Multi-rate Mass Transfer Type-MRMT, named memory function. The methodology consists of the simulation of two transient numerical tests for a confined aquifer, a one dimensional regional groundwater flow and a radial flow aimed at evaluating the sensitivity of the memory function parameters. Also, the proposed equation was solved for a simple synthetic case of aquifer heterogeneity and for two cases of transmissivity heterogeneous fields generated by geostatistical models, specifically Gaussian Multivariate models and Brownian Motion models.

Through a previous equivalent equation parameters estimation technique based on the Cooper-Jacob method, combinations of parameters are tested in a trial and error calibration procedure. The preliminary calibration of the model shows that the proposed formulation captures, in a first approximation, the effect of delayed yield from storage due to heterogeneity, with an agreement with the “observed” response during certain times of the simulation. However, the adjustment should be improved in the future from an automatic calibration algorithm to facilitate the adjustment of parameters.

The simulations addressed attempt to reproduce a real situation with fields of relatively complex transmissivity and pumping tests with extraction pumping rate and duration sufficient to test a wide range of spatial scales of the heterogeneity of the generated fields. Thus, the analysis of delayed drainage, from the fit of the adopted equivalent model to the observed drawdowns is a challenge that has had few precedents in the literature and is promising for future research to practical applications of engineering.

CAPÍTULO I

MODELACIÓN DE ACUÍFEROS: HETEROGENEIDAD Y DRENAJE DIFERIDO

1.1. Consideraciones generales

La simulación numérica del flujo de agua en medios porosos saturados es una disciplina científica que tiene varias décadas de desarrollo. Las ecuaciones matemáticas de gobierno del flujo son relativamente sencillas comparadas, por ejemplo, con las ecuaciones de gobierno del transporte (Bear y Verruijt, 1987) o las ecuaciones de gobierno del flujo en la zona no saturada (Freeze y Cherry, 1979). Esto, sumado al grado de avance actual de los métodos numéricos y al acceso a recursos computacionales cada vez más poderosos, ha resultado en la disponibilidad de numerosos códigos numéricos de resolución de uso más o menos generalizado, tanto en investigación científica como en casos prácticos. Sin duda MODFLOW (McDonald y Harbaugh, 1988; Harbaugh et al., 2000; Harbaugh, 2005) es el más utilizado, FEFLOW (Waterloo Hydrogeologic, 2006), FEMWATER (Lin et al., 1997) y TRANSIN (Medina et al., 1996; Galarza et al., 1996) han encontrado una variada gama de aplicaciones. Además de estos códigos de uso frecuente, algunos de ellos de carácter comercial, existen en la bibliografía innumerables antecedentes de códigos desarrollados para la resolución de problemas específicos tanto como herramientas de investigación y análisis o como herramientas de aplicación práctica.

La implementación de modelos de flujo subterráneo no sólo permite comprender el funcionamiento de sistemas reales sino que también ayuda a predecir los cambios que éstos pueden experimentar ante diferentes escenarios hidrológicos o ante la implementación de diferentes decisiones de manejo del recurso. Su utilización se ha convertido hoy en una práctica común para analizar diversos problemas en una gran variedad de ambientes y escenarios naturales.

A partir de la aplicación de modelos a casos reales surgió una enorme gama de desafíos asociados a la conceptualización de sistemas de alta complejidad, a la representación matemática de los procesos físicos involucrados, a la estimación de los parámetros representativos, y a la escala espacial y temporal de trabajo, entre otros.

Uno de los principales inconvenientes de la modelación de acuíferos es la selección de los valores de los parámetros asociados al fenómeno modelado y la caracterización de su variabilidad espacial (y temporal si se aplica), acorde a la escala de modelación. En la mayoría de los casos estos parámetros son obtenidos en forma indirecta a través de la realización de ensayos de campo cuyas observaciones son interpretadas luego mediante el ajuste con modelos teóricos que arrojan resultados puntuales.

Los ensayos de campo utilizados para la estimación de parámetros hidrogeológicos, tales como la conductividad hidráulica K o el coeficiente de almacenamiento S , van desde ensayos de bombeo clásicos, ensayos de inyección/ extracción instantánea (slug tests), ensayos de recuperación y ensayos escalonados (step tests), entre otros. Los ensayos de bombeo clásicos consisten en bombear agua desde un pozo a una tasa constante a partir de una condición de nivel estático de la superficie piezométrica y durante cierto período de tiempo, mientras se monitorean los descensos en pozos de observación ubicados a cierta distancia del pozo de extracción. La desventaja de este tipo de ensayos es que deben realizarse durante períodos largos de tiempo, usualmente 1 a 2 días, condición necesaria para que los datos observados (descensos) alcancen un comportamiento asintótico en el tiempo y así obtener parámetros representativos mediante una correcta interpretación a partir de modelos teóricos clásicos. Un análisis de campo que resulta útil cuando en el pozo de ensayo ya existe un caudal de extracción y no se parte de una situación de equilibrio son los ensayos de recuperación, que consisten en monitorear el incremento o la “recuperación” de los niveles a partir del momento en que se ha dejado de bombear en el pozo de extracción. En ste tipo de ensayos el costo es menor ya que no se requiere energía para llevar a cabo el bombeo. Los slug tests son otra variante de los ensayos de bombeo donde se aplica una tasa de inyección/extracción en un intervalo de tiempo corto (generalmente, durante unos minutos) y se monitorean los descensos en el mismo pozo o en piezómetros cercanos al pozo. La ventaja de este tipo de ensayos es que se obtienen estimaciones rápidas (minutos en lugar de días) de los parámetros del acuífero en el entorno inmediato al pozo. Los ensayos escalonados son ensayos de bombeo donde los descensos se miden en los pozos de observación mientras el caudal de extracción se incrementa por etapas. Este tipo de ensayos se lleva a cabo principalmente para estimar la máxima producción de un pozo, pero también se utiliza para estimar la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento del acuífero ensayado (Fetter, 2001).

Los métodos de análisis e interpretación de los ensayos de bombeo se pueden diferenciar según el tipo de acuífero, el régimen (estacionario o transitorio), el tipo de pozo (completamente penetrante, parcialmente penetrante, pozo de gran diámetro, etc.), ensayos con efecto de piel o efecto de almacenamiento en el pozo. Todos estos métodos parten de la ecuación de gobierno clásica del flujo en medios porosos saturados pero se diferencian entre sí por las hipótesis que se asumen para poder arribar a las diferentes soluciones analíticas (Fetter, 2001; Freeze y Cherry, 1979).

Los métodos más difundidos son el de Theis (1935) y el de Cooper- Jacob (1946) aplicables para acuíferos confinados en estado transitorio; el de Thiem (1906) que también se aplica para acuíferos confinados pero cuando el descenso no aumenta con el progreso del bombeo y se alcanza

el estado estacionario; los modelos de Hantush (1956) y Hantush y Jacob (1955) desarrollados para el caso de acuíferos semi-confinados donde se representa el flujo a través de la capa semi-confinante de forma instantánea debido a que ésta posee una capacidad ilimitada de proveer agua hacia el acuífero que se encuentra bajo bombeo; las aproximaciones de Moench (1993, 1996) y Neuman (1972) para el caso de acuíferos libres, aunque si bien se diferencian entre ambas en que Neuman (1972) asume que el drenaje a través de la zona no saturada ocurre instantáneamente mientras que Moench, en concordancia con Boulton (1955), considera que el drenaje diferido en dicha zona sigue una función exponencial en el tiempo; y el método de Papadopolus y Cooper (1967) para acuíferos confinados en pozos de gran diámetro. También existen métodos más avanzados como los presentados por Bourdet (1983, 1989) donde se analiza la derivada de los descensos, entre otros aspectos.

Para el caso de acuíferos confinados, los ensayos de bombeo se interpretan generalmente con el clásico método de Theis (1935) o la aproximación lineal de Cooper – Jacob (Cooper y Jacob, 1946), donde se grafican en una escala semi-logarítmica los descensos de nivel o abatimientos en el pozo debidos al bombeo versus el tiempo, obteniéndose una línea recta para tiempos prolongados del ensayo a partir de cuya pendiente se calcula la transmisividad aparente (Fetter, 2001). Estos métodos son factibles de utilizar cuando los ensayos cumplen con una serie de hipótesis que se enumeran a continuación:

- El acuífero es confinado, horizontal, homogéneo e isótropo.
- Posee un espesor constante y una extensión infinita.
- La superficie piezométrica inicial es horizontal.
- El caudal de ensayo es constante.
- Los pozos de bombeo y de observación son completamente penetrantes.
- Se puede asegurar la validez de Ley de Darcy, esto es, el flujo es laminar.
- Todo el flujo es radial hacia el pozo de extracción.
- Las variaciones del nivel piezométrico se deben sólo al bombeo.
- El agua subterránea tiene densidad y viscosidad constantes.
- El pozo de bombeo tiene un diámetro infinitesimal y una eficiencia del 100%.

Sin embargo, en la mayoría de los análisis surgen desviaciones del comportamiento teórico atribuibles a diferentes causas, entre ellas la heterogeneidad de los acuíferos dada por su composición litológica o por su situación geométrica, la disposición de los pozos de extracción y observación, etc. (Freeze y Cherry, 1979). Podría suponerse entonces que las clásicas ecuaciones de flujo pueden no ser del todo adecuadas para capturar comportamientos asociados a determinadas escalas de la heterogeneidad para las cuales el sistema no se comporta como macroscópicamente

homogéneo. Como ejemplo, la Figura 1.1 muestra el caso de un ajuste obtenido en un medio fracturado por medio de la ecuación de Theis. Se trata de un ensayo de bombeo en un acuífero confinado de dolomitas fracturadas correspondiente a un pozo del parque de bombeo Hopkins, Condado de Kankakee, Illinois, USA, obtenido de los archivos de Illinois State Water Survey (ISWS). El acuífero posee un espesor productivo de aproximadamente 4 m, es lateralmente extenso y paralelo al plano de la base. La Figura 1.1 muestra un gráfico log-log de los descensos, s , y de la derivada de los descensos $s' = ds/d\ln t$ en función del tiempo. Además se observa el ajuste obtenido del modelo de Theis y de su derivada a los datos observados y a la derivada de los mismos, respectivamente. El modelo de Theis ajusta pobremente los datos observados, como se evidencia en el desfase de la curva de la derivada de los descensos entre los datos y el modelo teórico. Combinaciones alternativas de los parámetros hidráulicos dieron resultados similares en cuanto al pobre ajuste, traducidos en estimaciones de parámetros poco confiables que incrementaron las incertidumbres de la modelación (Cello, 2009).

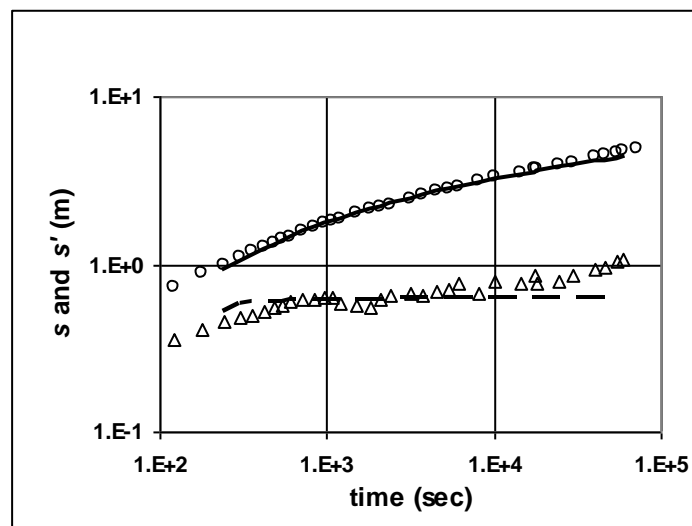


Figura 1.1. Ensayo de bombeo en una dolomita fracturada (Kankakee Co., Illinois, EE.UU. cuyos datos se obtuvieron de los archivos de Illinois State Water Survey-ISWS). Círculos: abatimiento s vs. tiempo; triángulos: derivada de los abatimientos s' ; línea sólida: modelo de Theis; línea punteada: derivada del modelo de Theis.

1.2. Un caso de modelación a diferentes escalas espaciales

Gracias al avance tecnológico y a la mayor capacidad de cálculo de las computadoras actuales, los modelos numéricos han sido implementados en sistemas cada vez más extensos. Si bien la escala de trabajo del modelo puede condicionar el tipo de respuestas que de él se pueden esperar, sea en escala local, sea en escala regional, el modelista debe encontrar un juego de parámetros hidráulicos representativo para alcanzar una calibración adecuada del modelo.

El Sistema Acuífero Guaraní (SAG) puede utilizarse como ejemplo para ilustrar esta situación. Se trata de un acuífero de extensión considerable (alrededor de 1200000 km²), siendo uno de los más grandes del mundo, cuya geología refleja diferentes eventos genéticos, tectónicos y estructurales que implican una diversidad de ambientes sedimentarios y/o estructurales con características hidráulicas e hidrogeológicas distintivas (Araujo et al., 1999; Foster et al., 2009).

Se extiende debajo de parte de los territorios de Brasil, Argentina, Paraguay y Uruguay. Confinado en un 90% de su superficie, está formado por areniscas rojas finas a medianas, cuarzosas, con granos bien seleccionados y un creciente contenido de arcillas a medida que aumenta la profundidad (LEBAC, 2008). Su espesor varía desde unas decenas de metros hasta más de 800 m, aflorando en superficie hacia los bordes y alcanzando profundidades de más de 2200 m en el centro de la cuenca sedimentaria (Figura 1.2). En gran parte de su extensión, el SAG está cubierto por rocas basálticas con distintos grados de fracturamiento, las que estarían hidráulicamente conectadas al SAG. Todas estas características le confieren a este sistema acuífero un considerable grado de heterogeneidad, explorado en forma limitada hasta el presente.

En el SAG se realizaron simulaciones numéricas del flujo subterráneo a dos escalas espaciales diferentes con objetivos y alcances diferenciados, cuyos resultados motivaron en parte el desarrollo teórico de esta tesis. En primer lugar se implementó un modelo de flujo subterráneo a escala local en un área reducida del SAG utilizando MODFLOW (Harbaugh, 2000). Siguiendo a Barthel (2011), se entiende por modelos a escala local aquellos que cubren áreas de aproximadamente 10³ km², y modelos regionales aquellos que cubren áreas del orden de 10⁵-10⁶ km².

La conceptualización del modelo local fue multicapa, homogéneo por capa (con una capa de basaltos con características de semi-confinamiento y tres capas de areniscas de acuerdo a las diferencias litológicas observadas en las perforaciones), y altamente heterogéneo en el perfil vertical, cubriendo un área de 750 km² en la frontera uruguayo-brasilera, en torno a las ciudades de Rivera (Uruguay) y Santana do Livramento (Brasil), con la particularidad de ser un área de recarga natural del acuífero y una zona de creciente demanda del recurso subterráneo. El régimen de flujo simulado fue estacionario. La escala espacial del modelo permitió una discretización vertical de marcado detalle, ya que se contó con una densidad de pozos de observación para la calibración de 1 pozo cada 23.4 km, y datos de 24 ensayos de bombeo, todos estos no necesariamente regularmente distribuidos en el área modelada. La calibración manual arrojó un ajuste adecuado entre niveles observados y simulados (error medio cuadrático de aproximadamente 6 m, aceptable si se considera un rango de error de entre -16 m y 11.3 m, y que además algunas mediciones contaban con una incertidumbre asociada importante) y conductividades hidráulicas calibradas coherentes con los

valores estimados a partir de ensayos de bombeo. Estos valores reflejaron la heterogeneidad vertical del sistema, obteniéndose conductividades hidráulicas calibradas en un rango de $1,16 \times 10^{-9}$ m/s a $1,95 \times 10^{-5}$ m/s. La mayor incertidumbre del modelo se concentró en las condiciones de borde que debieron definirse en el proceso de calibración ante la imposibilidad de estimar los flujos a través de la frontera del dominio de simulación. En el Anexo 1 se incluye, a modo de información complementaria a la presente tesis, el trabajo publicado por Gómez et al. (2010) que resume los resultados del modelo local.

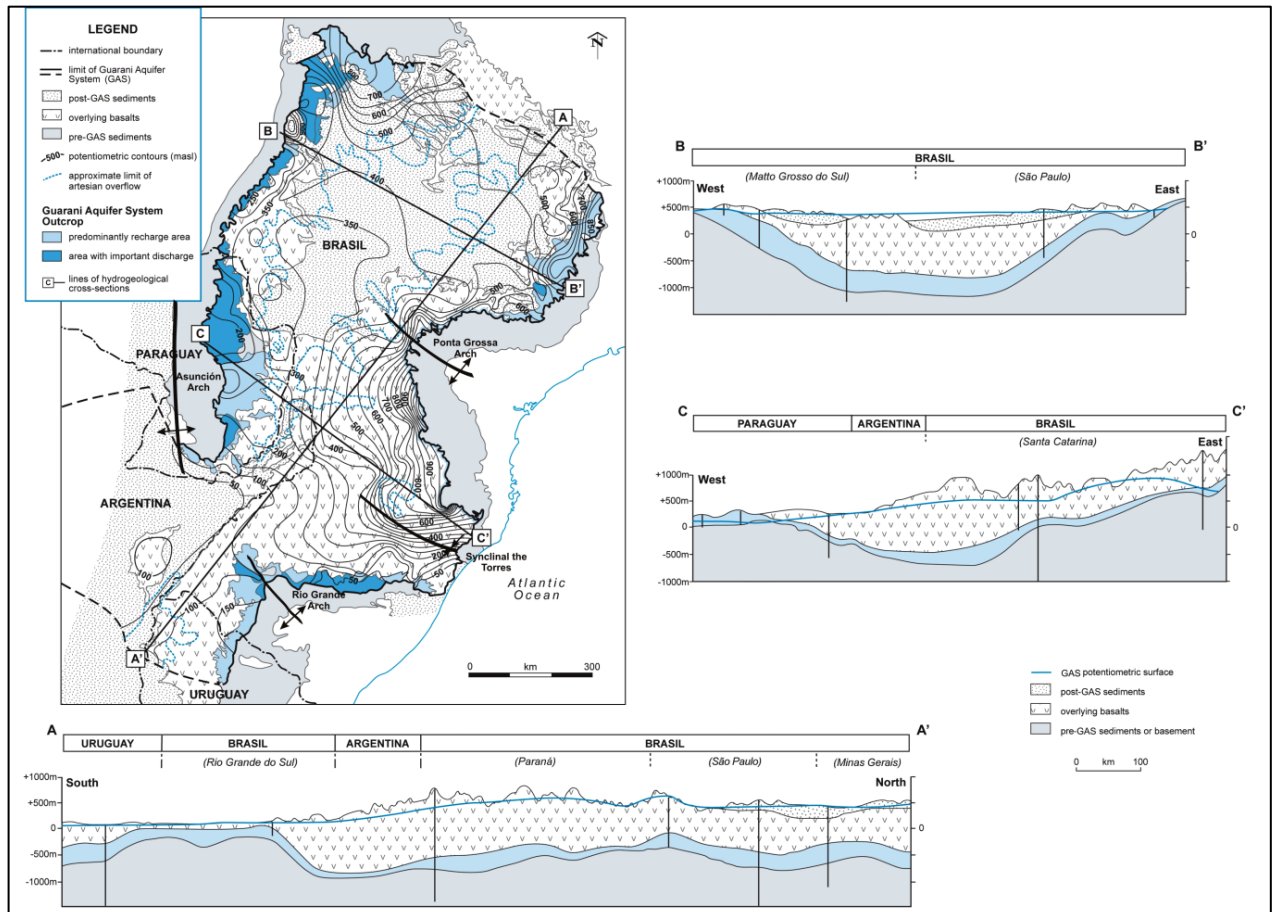


Figura 1.2. a) Geología simplificada mostrando sedimentos Pre-SAG y Post-SAG, zonas de afloramiento y líneas piezométricas; b) perfiles geológicos transversales y longitudinal identificados en a) (reproducido de Foster et al., 2009)

No obstante los buenos resultados obtenidos a escala local, las respuestas a muchas preguntas que plantea la gestión adecuada del recurso subterráneo requieren simulaciones a escalas espaciales extensas y escalas temporales largas (Feyen y Wiyo, 1999).

El desarrollo e implementación de modelos de flujo subterráneo a escala regional constituye aún un gran desafío. Carrera y Medina (1999) puntualizaron diferentes aspectos de la calibración de modelos regionales, enfatizando la necesidad de identificar los procesos más importantes consistentes con la escala del modelo, la importancia de la variabilidad temporal de los

niveles/flujo, y el papel que juega la geología en la definición de la variabilidad espacial, entre otras. Frecuentemente, y debido a la gran extensión del modelo, los datos son escasos y están irregularmente distribuidos en el espacio, concentrados en áreas de bombeo intenso.

La baja densidad de información también implica que el entendimiento de la geología sea más crítico en modelos a escala regional que local (Carrera y Medina, 1999). Arcos, fallas, redes de fracturas, son algunas de las manifestaciones estructurales de diferente escala espacial que pueden modificar significativamente los patrones de flujo, creando líneas de flujo preferencial y/o barreras de flujo, o efectos de drenaje diferido, que pueden pasar inadvertidas a escala local (Lallahem et al., 2007). Además, cada detalle hidrogeológico incorporado a un modelo requiere la determinación de por lo menos un nuevo parámetro, que rara vez puede ser calibrado correctamente dada la falta de datos suficientes o la falta de métodos apropiados.

En el caso de la modelación de flujo subterráneo se requiere incorporar la distribución espacial de parámetros, tales como la transmisividad T o la conductividad hidráulica K , ya sea a nivel de celda de discretización o a partir de una zonificación del área modelada. El punto de partida son los datos puntuales estimados a partir de la interpretación de ensayos de campo y que luego son escalados a nivel de celda o por zonas a partir de técnicas que estiman el valor efectivo del parámetro correspondiente a la escala espacial de la discretización o de la zonificación. Los métodos disponibles van desde la simple asignación de un valor de la propiedad a las celdas (elementos) de una grilla a partir de resultados de ensayos de bombeo hasta la aplicación de complejas técnicas basadas en su mayoría en geoestadística (de Marsily et al., 1996; Renard y de Marsily, 1997; de Marsily et al., 2005).

La modelación regional del SAG puso en evidencia algunos de los puntos anteriores. Vives et al. (2008) construyeron un modelo regional cuyo objetivo fue validar el modelo conceptual surgido de la interpretación de información histórica y actualizada en ciertos sectores del SAG. A diferencia del modelo local mencionado, el modelo regional fue monocapa, heterogéneo, e isotrópico, asumiendo continuidad geológica de la formación de areniscas que contienen el SAG y sin incluir explícitamente la presencia de controles estructurales (ver Figura 1.2). El régimen de flujo simulado fue tanto estacionario como transitorio. Dada la escala de simulación, la densidad de información fue mucho menor, disponiéndose en promedio de un punto de observación de niveles cada 3785 km², concentrados en áreas de explotación del acuífero, con extensas áreas sin información y sin disponibilidad de series temporales de niveles piezométricos ni valores de conductividad hidráulica.

En la modelación del SAG no se emplearon técnicas de escalado o “upscaling” propiamente dichas en forma directa por no contar con un número razonable y confiable de valores locales de conductividad hidráulica. Cabe recordar que el upscaling o escalado es el cálculo de

permeabilidades efectivas o de bloque a partir de valores locales del parámetro, proceso necesario para la estimación de los parámetros para resolver numéricamente la ecuación de flujo.

En su lugar se utilizaron diferentes criterios para el trazado de zonificaciones alternativas de conductividad hidráulica (K) que de alguna manera representaban variaciones de la piezometría observada, vinculadas a la heterogeneidad atribuida a estructuras geológicas de diferente escala espacial. Los criterios de zonificación resultaron en cinco escenarios alternativos de zonas de conductividad hidráulica, con un número creciente de zonas en cada uno de ellos.

Incrementar el número de zonas mejoró la calibración del modelo, sin embargo las simulaciones mostraron los posibles efectos de escalas espaciales en la definición de las zonificaciones, con valores de conductividad hidráulica calibradas generalmente mayores a los obtenidos a escala local (Martínez-Landa y Carrera, 2005).

En el Anexo 2 y 3 se incluyen dos publicaciones sobre el modelo regional, también a modo de información complementaria de la presente tesis. La primera (Gómez et al., 2012) es de carácter más práctico y aborda la problemática de la necesidad de simular en régimen de flujo transitorio para analizar cuestiones inherentes a la gestión del acuífero. La segunda (Rodríguez et al., manuscrito finalizado a ser enviado a HESS), resume los resultados de la modelación regional descrita en párrafos anteriores. Los resultados obtenidos esbozaron las diferencias entre la modelación a escala local y la modelación a escala regional, vinculadas a la heterogeneidad.

La ausencia de series temporales de niveles piezométricos no permitió evaluar los posibles factores que podrían inducir un drenaje diferido en el tiempo en un medio tan heterogéneo como el SAG. Este drenaje podría estar asociado o bien a controles hidrogeológicos (acuitardos, bordes de carga piezométrica constante, etc.), o bien a la presencia de zonas/lentes de bajo almacenamiento con capacidad de transferir agua a las zonas conductivas con cierto desfasaje temporal.

1.3. El concepto de drenaje diferido

La explotación de agua subterránea produce el abatimiento de los niveles piezométricos que puede limitar el rendimiento de un acuífero. Por ende para el manejo sostenible de los recursos subterráneos se requiere una adecuada caracterización, modelado y evaluación de los sistemas acuíferos involucrados. Los descensos de niveles debidos al bombeo que se observan en los ensayos hidráulicos se interpretan ajustando un modelo de flujo teórico a los mismos, con el cual se obtienen las propiedades hidráulicas del acuífero que son luego utilizadas en el análisis y el manejo posteriores del recurso subterráneo. Como se mencionó anteriormente, la interpretación más difundida de los resultados de ensayos hidráulicos se realiza mediante el modelo de Theis (1935), o la aproximación lineal de Cooper-Jacob (Cooper y Jacob, 1946). La Figura 1.3 (A) ilustra el

comportamiento de los descensos o abatimientos, $s = h_0 - h$, respecto a un valor inicial h_0 del nivel piezométrico en función del tiempo en el caso ideal o teórico en respuesta al bombeo.

Sin embargo las hipótesis sobre las que se basa la solución de Theis rara vez se satisfacen en la práctica. La presencia de acuitardos en contacto con el acuífero tanto en su base como en su techo; la interferencia de conos de abatimiento; la presencia de bordes hidrogeológicos tales como ríos/lagos y bordes impermeables, entre otros, producen una respuesta en los ensayos que difiere del comportamiento teórico de Theis (Figura 1.3.A). Por ejemplo, la Figura 1.3 (B) muestra el efecto de un acuitardo en contacto con el acuífero, el que transcurrido cierto tiempo desde el inicio del bombeo, comienza a transferir agua al acuífero hasta que todo el caudal de bombeo proviene de esta transferencia y no del almacenamiento en el acuífero; así, los niveles llegan al equilibrio resultando abatimientos menores que en el caso teórico. La Figura 1.3. (C) muestra dos casos extremos: el contacto del cono de depresión producido por el bombeo con un borde impermeable y con uno de carga piezométrica constante. En el primero resultan descensos cerca del borde impermeable más pronunciados que los predichos por Theis. Por el contrario, en el caso en que el cono intercepta un borde de nivel constante, la tasa de variación de descensos tiende a cero y, por ende, los descensos resultantes son menores a los predichos por Theis, dado que el agua extraída proviene de la condición de borde. Este último caso es similar a la presencia de un acuitardo.

En acuíferos no confinados, también se observan respuestas que difieren de los casos teóricos, la zona no saturada produce un efecto de drenaje diferido en la respuesta del acuífero, hecho que fue identificado por Krosynski y Dagan (1975). Esto fue confirmado físicamente por Nwankwor et al. (1993), quienes demostraron que los procesos de drenaje desde la zona no saturada sobre la superficie freática poseen un efecto significativo en la respuesta al bombeo en acuíferos libres. Neuman (1972, 1975) ya había estudiado en detalle el drenaje diferido en acuíferos libres anisotrópicos, observando que los niveles de la superficie freática en pozos cercanos a los pozos de bombeo tienden a descender a una tasa menor que aquella predicha por la solución de Theis.

Además de los efectos de bordes hidrogeológicos, la heterogeneidad de las propiedades hidráulicas del medio a diferentes escalas espaciales, desde la escala microscópica medida en micrones hasta la macroescala medida en kilómetros (Figura 1.4), constituye un factor relevante en el control de los procesos de flujo y transporte en medios porosos. De acuerdo a esta figura, el medio poroso o fracturado está caracterizado por geometrías altamente complejas a diferentes escalas. Por lo tanto la conceptualización usada por los modelos, que no contemplan la presencia de caminos interconectados que inducen a un flujo preferencial, es generalmente inadecuada a los fines de analizar el flujo y el transporte en este tipo de sistemas.

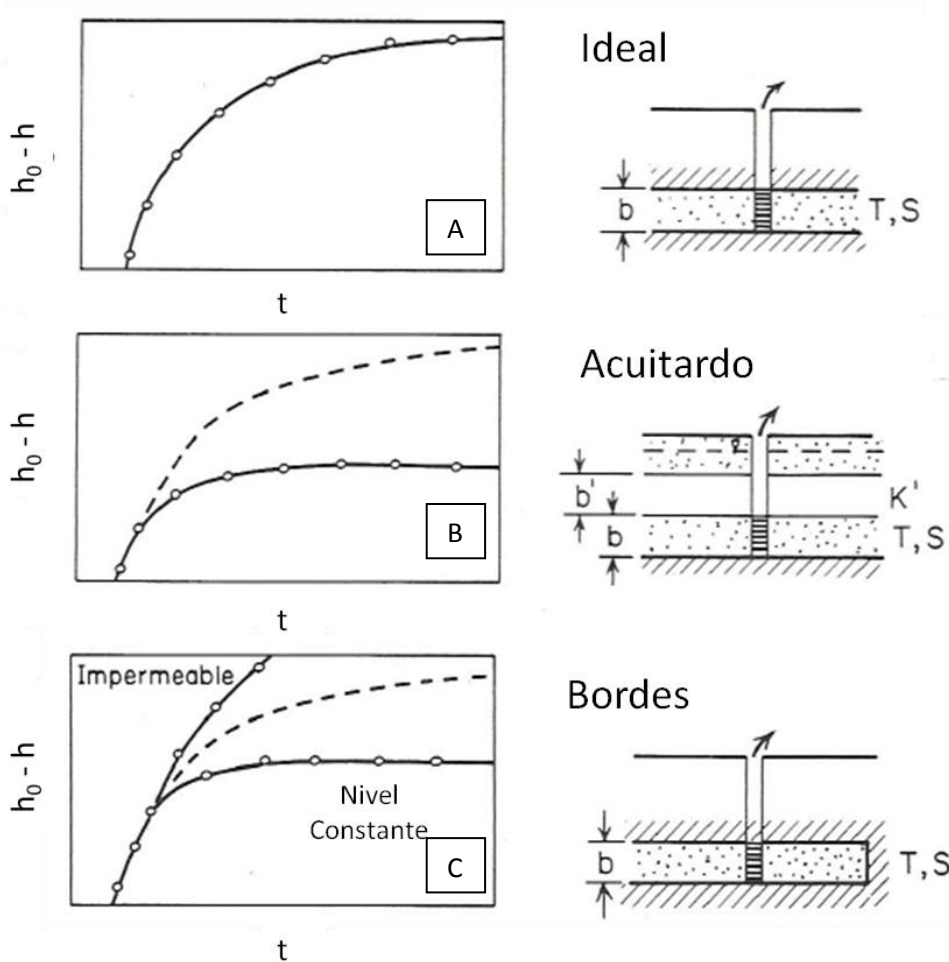
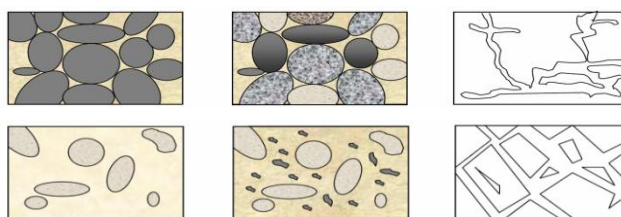
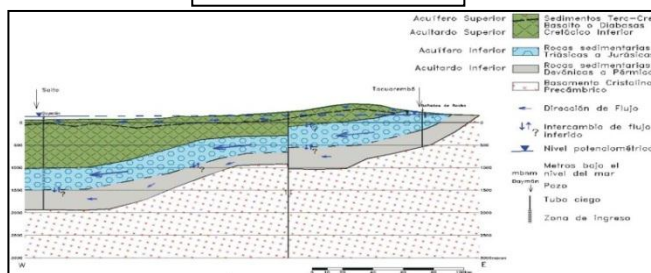


Figura 1.3. Gráfico log-log de descensos y tiempo. (A) Caso ideal; (B) Acuitardo; (C) Borde impermeable y de nivel constante. “b” es el espesor del acuífero, T y S son la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento del acuífero, respectivamente; b’ es el espesor del acuitardo y K’ su conductividad hidráulica. Línea a trazos: respuesta teórica de Theis (modificado de Freeze y Cherry, 1979)



Pocos centímetros



Decenas de metros

Figura 1.4. Heterogeneidad de los medios porosos a diferentes escalas espaciales

Debido al bombeo, las zonas de baja conductividad (y alta capacidad de almacenamiento) podrían inducir una transferencia de masa hacia la zona conductiva que se manifiesta como un drenaje diferido, desacelerando/acelerando la curva de descensos. Este fenómeno puede identificarse en la segmentación o tramos con respuestas diferenciadas en las curvas de descenso de un ensayo de bombeo (Schad y Teutsch, 1994). Este efecto es particularmente notorio en medios fracturados, caracterizados por una gran heterogeneidad, dificultando su conceptualización y posterior modelación. Las fracturas son conductos a través de los cuales fluye el agua, conectadas hidráulicamente a otras fracturas formando una red. Las fracturas conductivas pueden constituir un grupo numeroso de fracturas activas interconectadas o un pequeño número inserto en una matriz muy poco permeable (NRC, 1996; Martínez Landa y Carrera, 2005). En la naturaleza aparecen en múltiples escalas espaciales, desde los micrones a los cientos de metros con una correlación a lo largo de un amplio rango de escalas; por ende el flujo puede concentrarse en caminos erráticos limitando la validez de la mayoría de las técnicas tradicionales de análisis de flujo (Walker et al., 2006; Cello et al., 2009).

Sin recurrir a complejas simulaciones en medios fracturados, el efecto de la heterogeneidad sobre el flujo subterráneo puede visualizarse en un sencillo análisis para un acuífero confinado, a través de un medio bidimensional heterogéneo de longitud L_x en la dirección de flujo, motorizado por un gradiente hidráulico regional de magnitud $i=(h_i-h_d)/L_x$, impuesto a través de condiciones de borde de nivel constante a la izquierda y a la derecha del dominio de flujo, respectivamente, como se ilustra en el esquema de la Figura 1.5.

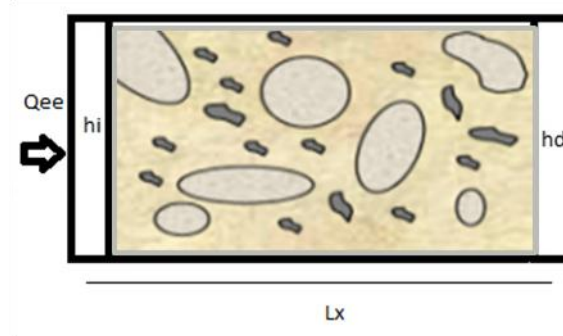


Figura 1.5. Esquema de dominio bidimensional sujeto a un gradiente regional.

En la Figura 1.6 se graficó el flujo entrante por el borde izquierdo Q_{in} , escalado con el flujo en estado estacionario Q_{ee} , en función del tiempo adimensional $t_D = \frac{T t}{S L_x^2}$ donde T (L^2/t) y S (adimensional) ya fueron definidos anteriormente y t es el tiempo acumulado. Como se explicó, en presencia de medios heterogéneos, una práctica habitual es encontrar parámetros homogéneos equivalentes que puedan utilizarse en las simulaciones numéricas y otros análisis, tema para el cual

existen en la literatura numerosas y variadas contribuciones (Meier et al., 1998; Sánchez Vila et al., 1999). Entendiéndose por transmisividad equivalente T_{eq} al valor único de la transmisividad (equivalente a medio homogéneo) que permite obtener el mismo flujo que cuando se trabaja con el medio heterogéneo (De Marsily, 1986; Meier et al., 1998). En este caso sencillo, la curva sólida se construyó utilizando una T_{eq} del medio heterogéneo obtenida mediante una simulación en estado estacionario utilizando el mismo campo de heterogeneidad que para la simulación de flujo transitorio. Para dicha simulación también se obtuvo Q_{ee} . En la figura se observa claramente el efecto de la heterogeneidad, que produce un retardo del flujo respecto a un medio homogéneo equivalente, esto es una respuesta diferida. Un comportamiento similar es de esperar si se realiza un ensayo de bombeo.

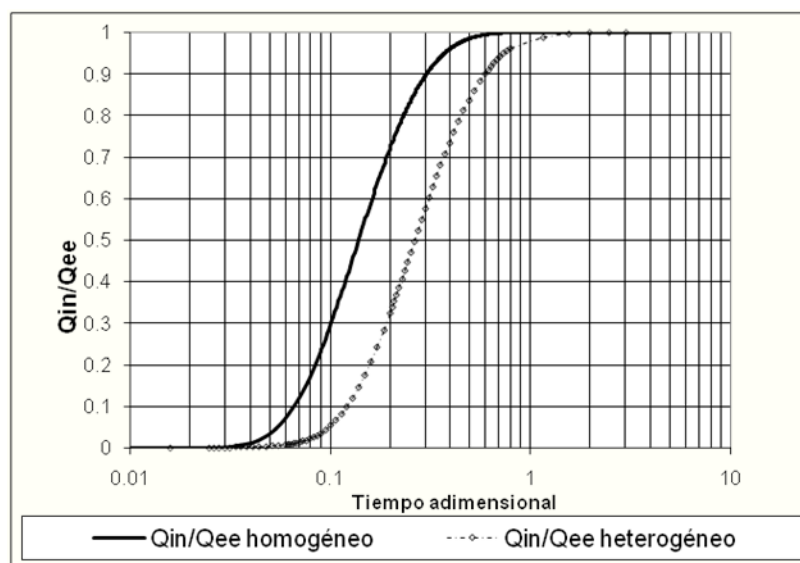


Figura 1.6. Conceptualización del efecto de la heterogeneidad sobre el flujo en acuífero confinado sujeto a un gradiente hidráulico regional i

1.4. Antecedentes del análisis del drenaje diferido

Cuando se analiza el flujo y/o el transporte en medios porosos saturados, con frecuencia se observa un comportamiento de no equilibrio reflejado a través de un drenaje diferido o demora en la movilidad del agua y/o soluto almacenados en los acuíferos (Freeze y Cherry, 1979). El No Equilibrio (NE), en contraposición al concepto de Equilibrio, significa un estado del sistema acuífero que no puede ser explicado y analizado mediante los modelos teóricos que siguen las hipótesis enunciadas en la sección 1.1, sino que muestran una cierta dependencia de las variables de estado respecto al tiempo pasado y no solo al presente. Este comportamiento se evidencia, por ejemplo, en resultados anómalos de ensayos de bombeo (o trazadores) que invalidan su interpretación mediante modelos teóricos tradicionales. En el caso de ensayos de bombeo, los

efectos de aceleración/desaceleración del flujo debido a cierto tipo de heterogeneidad a diferentes escalas no son explicados por Theis y Cooper-Jacob. En el caso de transporte de contaminantes, las curvas de llegada de concentración muestran una marcada asimetría, esto es empinamientos abruptos y/o colas prolongadas en el tiempo con un decaimiento siguiendo una ley de potencia, que no pueden ser explicados por las clásicas ecuaciones de advección – dispersión (Moreno y Tsang, 1994; Willmann et al., 2008). Este tipo de fenómenos podría atribuirse entonces al drenaje diferido ocasionado por un tipo particular de heterogeneidad de la transmisividad.

Los enfoques para capturar matemáticamente el drenaje diferido son variados, desde técnicas semi-analíticas y analíticas hasta aplicaciones netamente numéricas. Por ejemplo, Boulton (1955) desarrolló una solución analítica del flujo radial para un acuífero libre homogéneo. En ella se asume que el agua drenada de la zona no saturada es liberada gradualmente variando exponencialmente con el tiempo en respuesta a una declinación unitaria de la carga hidráulica en el acuífero. Una hipótesis equivalente se plantea para el caso de un acuífero subyacente a un acuitardo que lo alimenta gradualmente en el tiempo, este es conocido como “leaky aquifers”. Tal es el caso de Herrera y Rodarte (1973), quienes analizaron la demora en la movilidad del agua almacenada en el acuitardo describiendo la transferencia de masa mediante la convolución de la variable de estado en el tiempo pasado a partir de una formulación integro-diferencial. Si bien estas conceptualizaciones han sido ampliamente utilizadas con resultados satisfactorios, ninguna considera en detalle el efecto de la heterogeneidad del medio a diferentes escalas que puede llegar a ser un mecanismo relevante del drenaje diferido en aquellos casos donde la conectividad induce un marcado patrón de flujo preferencial.

Existe una amplia gama de trabajos que representan el NE que se basan en aproximaciones no locales en el tiempo, esto es que la movilización o transferencia de agua almacenada en el acuífero no depende solamente de los niveles actuales, sino también de la variación de los niveles en tiempos precedentes. En la práctica estas formulaciones involucran la adición de un término fuente-sumidero (Carrera et al., 1998) o un término de almacenamiento adicional (Haggerty y Gorelik, 1995) a la ecuación clásica de flujo de agua subterránea.

Generalmente estos términos de almacenamiento simulan un proceso de transferencia de masa en donde el sistema acuífero se representa conceptualmente por un conjunto de regiones móviles e inmóviles acopladas que intercambian masa (solutos y solventes) entre sí, como se esquematiza en la Figura 1.7. La zona móvil tiene alta capacidad de conducir agua mientras que la zona inmóvil solo tiene capacidad para transmitir el agua en ella almacenada. Para simular este intercambio, por lo general se utilizan aproximaciones de primer orden respecto de la variable de

estado, esto es niveles o concentraciones, ya sea que se trate de ecuaciones de flujo o transporte, respectivamente.

Existen varias formulaciones de métodos no locales en el tiempo que son conceptualmente similares pero que difieren entre sí en las expresiones de los términos de transferencia. Entre las más utilizadas se pueden mencionar: Modelos de porosidad dual (Warren y Root, 1963; Gerke y van Genuchten, 1993), Modelos íntegro-diferencial (Herrera y Rodarte, 1973; Herrera y Yates, 1977; Carrera et al., 1998), Modelo de transferencia de masa a tasa múltiple (Multi-Rate Mass Transfer -MRMT) (Haggerty y Gorelik, 1995; Carrera et al., 1998; Haggerty et al., 2000), Modelo de caminos aleatorios continuos en el tiempo (Continuous Time Random Walks, CTRW) (Berkowitz et al., 2006; Le Borgne et al., 2008) y Modelo de derivadas fraccionales en el tiempo (Benson, 2000; Berkowitz et al., 2002; Zhang et al., 2009), entre otros.

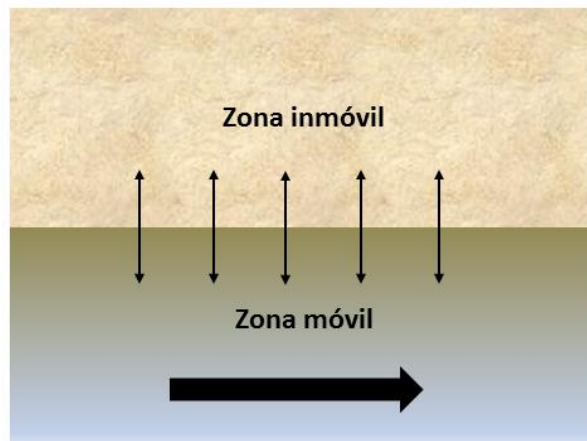


Figura 1.7. Conceptualización de dos medios continuos acoplados (Modificado de Carrera et al., 1998)

A continuación se brinda una breve descripción de estas formulaciones:

- Porosidad dual: se asume que el medio poroso consiste en dos medios continuos separados pero conectados, un medio caracterizado por su alta capacidad de conducción (móvil), i.e. macroporos, fisuras, fracturas, etc. y el otro medio caracterizado por bloques de una matriz poco conductiva pero con una alta capacidad de almacenamiento (inmóvil). El agua fluye sólo a través de la zona móvil, mientras que la zona inmóvil sólo transfiere agua a la zona móvil (ver Figura 1.7).
- Formulación íntegro-diferencial: la transferencia de masa entre las zonas se representa mediante la convolución de la variable de estado (nivel o concentración) en el tiempo pasado y una función de memoria.

- Modelo de transferencia de masa a tasa múltiple-MRMT: constituye una generalización de la formulación del modelo de porosidad dual, en donde la transferencia de masa entre las zonas es modelado mediante términos de primer orden de la variable de estado (niveles o concentraciones). El medio heterogéneo es mapeado a una distribución de tiempos de retardo en la zona inmóvil. Este enfoque describe simultáneamente los procesos de transferencia de masa, gobernados por múltiples términos de primer orden caracterizados por un coeficiente de transferencia de masa y de almacenamiento que pueden seguir una distribución probabilística (Haggerty y Gorelick, 1995). La ventaja de esta metodología es que es fácil de interpretar y probar numéricamente. En esta formulación la heterogeneidad del medio es emulada por una distribución de tiempos de retardo.
- Caminos aleatorios continuos en el tiempo-CTRW: El movimiento de las partículas de soluto en el medio heterogéneo es modelado mediante incrementos aleatorios en el espacio y en el tiempo (random walk), generalmente acoplados, y el medio heterogéneo es “mapeado” a una distribución de incrementos temporales.
- Modelo de derivadas fraccionales en el tiempo: La transferencia de masa en el tiempo es descrita mediante derivadas temporales de tipo fraccional.

Es importante remarcar que la mayoría de las aplicaciones de las formulaciones descritas se realizaron en el problema del transporte de solutos, siendo escasos los antecedentes de implementaciones en la ecuación de flujo.

1.5. Hipótesis y objetivos

En esta tesis, todo el análisis supone que la respuesta observada del flujo mostrando un drenaje diferido en respuesta al bombeo se debe sólo a la influencia de un tipo particular de la heterogeneidad del medio que posee correlación espacial sobre un amplio espectro de escalas espaciales de heterogeneidad.

Sobre esta hipótesis se plantea modificar la ecuación clásica de flujo en medios porosos saturados (Freeze y Cherry, 1979), adoptando una formulación no local en el tiempo del tipo de transferencia de masa a tasa múltiple (MRMT), de aquí en adelante denominada en forma simplificada como función de memoria (FM). La ecuación resultante es una ecuación de flujo equivalente en el sentido que el término adicional de transferencia de primer orden “equivale” al efecto que la heterogeneidad produciría en el comportamiento del flujo subterráneo a diferentes escalas que se manifestaría como un drenaje diferido.

1.6. Contenido de la tesis

Esta tesis consta de cuatro capítulos y cuatro apéndices. En el primer capítulo se repasaron conceptos inherentes a la modelación del flujo de agua subterránea a diferentes escalas espaciales y la complejidad derivada de la necesidad de escalar valores puntuales de los parámetros a escala del modelo. Se introdujo el concepto del drenaje diferido, describiendo las causas que pueden producirlo, poniendo énfasis en la heterogeneidad como uno de los causantes del mismo. Luego se repasaron las distintas formulaciones de NE, expresadas como no locales en el tiempo, utilizadas en diferentes trabajos generalmente aplicados al transporte de solutos. Finalmente se plantearon la hipótesis y los objetivos de esta tesis. En el Capítulo II se presentan las ecuaciones de gobierno del flujo en medios porosos saturados y su discretización para los casos uni- y bi-dimensional. El Capítulo III se refiere a la solución numérica de las ecuaciones algebraicas resultantes, presentando sendos análisis de sensibilidad a los parámetros de la formulación. Por otro lado se presenta la aplicación de la ecuación equivalente de flujo subterráneo en tres casos particulares: un primer caso bidimensional con una distribución particular de la heterogeneidad, y dos casos cuya distribución de la transmisividad hidráulica sigue modelos geoestadísticos con diferentes parámetros. El último capítulo resume las conclusiones del trabajo y plantea los caminos a seguir para mejorar las simulaciones. Los apéndices contienen las publicaciones realizadas hasta el momento en revistas científicas y el algoritmo numérico desarrollado para resolver el caso bidimensional.

CAPÍTULO II

ECUACIONES DE GOBIERNO Y DISCRETIZACIÓN

2.1. Introducción

Silva et al. (2009) plantean que la ecuación de flujo y/o la ecuación de transporte pueden mejorarse introduciendo una formulación temporalmente no-local, es decir que la movilización del almacenamiento en respuesta por ejemplo al bombeo, no sólo depende de la carga piezométrica (o la concentración en el caso del transporte) en el tiempo actual sino también de su historia temporal. En esencia, tal como describen el problema Silva et al. (2009): *“En la práctica el continuo se sustituye por un número discreto de términos, lo que puede visualizarse de dos maneras complementarias: 1) como un continuo de términos de almacenamiento diferido, en cuyo caso la ecuación de flujo y transporte representan el balance de masa total en ambas, la zona móvil y la zona inmóvil; o 2) como un continuo de fuentes/sumideros, los que representan términos lineales de intercambio de masa”*.

Siguiendo la formulación de Silva et al. (2009), en este capítulo se plantea un modelo matemático para simular el flujo de agua subterránea afectado por el drenaje diferido que pudiera ocasionar la heterogeneidad del medio poroso, reemplazando el medio continuo convencional por una región continua móvil y una inmóvil que intercambian masa linealmente entre sí. Para ello se incorporan funciones de transferencia de masa lineales (o Funciones de Memoria, FM) a la ecuación clásica de flujo subterráneo. Primeramente se revisa la ecuación clásica y luego se desarrolla la ecuación de flujo equivalente. Finalmente, se discretiza el modelo matemático mediante el método de diferencias finitas para proceder a su resolución numérica en el capítulo siguiente.

2.2. Ecuaciones de gobierno

En general el flujo en medios porosos es un proceso tridimensional. Sin embargo bajo circunstancias especiales, algunas consideraciones geométricas permiten realizar una formulación más simple y ventajosa. La mayoría de los acuíferos poseen un reducido espesor con respecto a su extensión, luego el flujo puede asumirse esencialmente horizontal, hipótesis que permite simplificar el problema reduciendo la formulación a un caso bi-dimensional donde la dimensión z es integrada.

La ecuación clásica que gobierna el flujo en medios porosos saturados es bien conocida, por lo tanto se omiten los detalles de su derivación. En su forma tridimensional es (Freeze y Cherry, 1979; De Marsily, 1986):

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla h) + W = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W \quad \text{en } \Omega \quad (2.1)$$

donde $h [L]$ es el nivel piezométrico, $\mathbf{K} [L^3 t^{-1}]$ es el tensor de conductividad hidráulica, $S_s [L^{-1}]$ es el coeficiente de almacenamiento específico, Ω es el dominio del problema, $W [t^{-1}]$ es el término fuente/sumidero distribuido superficialmente (recarga/extracción), ∇ es el operador gradiente $[L^{-1}]$, t es el tiempo y $\mathbf{q} [Lt^{-1}]$ es el flujo estimado mediante la Ley de Darcy. La ecuación (2.1) se resuelve con la condición inicial:

$$h(x, y, z, 0) = h_o(x, y, z) \quad (2.2)$$

donde h_o puede ser cualquier función arbitraria, o la solución de la ecuación (2.1) para una simulación anterior, frecuentemente en régimen estacionario, y las condiciones de contorno son genéricamente de la forma:

$$(\mathbf{K} \cdot \nabla h) \cdot \mathbf{n} = \lambda(H - h) + Q \quad \text{en } \Gamma \quad (2.3)$$

donde Γ es el contorno de Ω ; \mathbf{n} es el vector unitario normal a Γ y dirigido hacia el exterior; $H [L]$ es un nivel externo; $Q [L^3 L^{-2} t^{-1}]$ es un caudal prefijado; y $\lambda [L^2 L^{-2} t^{-1}]$ es un coeficiente que controla el tipo de condición de contorno ($\lambda = 0$ para caudal fijo, $\lambda = \infty$ para nivel fijo, y $\lambda \neq 0, \infty$ para condición mixta, en cuyo caso λ es un coeficiente de goteo).

Para el caso especial de flujo horizontal en acuíferos confinados de espesor b , el coeficiente de almacenamiento S y la transmisividad T se definen como $S = S_s \cdot b$ y $T = K \cdot b$, entonces la ecuación (2.1) se transforma en:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (T \nabla h) + W' \quad (2.4)$$

que resulta ser la conocida ecuación de difusión más un término fuente $W' [Lt^{-1}]$. Si se considera que el medio poroso se compone de zonas móviles e inmóviles entre las cuales existe transferencia de masa, la ecuación de flujo puede modificarse de manera de simular tal transferencia mediante un término adicional de almacenamiento de la forma:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^N S_{im,j} \frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W' \quad (2.5)$$

donde el sufijo m se refiere a la zona móvil, y el sufijo im a las zonas inmóviles, N es el número de zonas inmóviles, $S_{im,j}$ [adimensional] es el coeficiente de almacenamiento para la j -ésima zona inmóvil y $h_{im,j}$ [L] es el nivel piezométrico de la j -ésima zona inmóvil. De ahora en adelante el coeficiente de almacenamiento S de la zona móvil se denota como S_m , por coherencia de notación con la conceptualización elegida. Se aclara que se usa indistintamente h para el nivel piezométrico en la ecuación clásica y para el nivel en la zona móvil en la ecuación equivalente.

La variación del almacenamiento en cada zona inmóvil puede modelarse en forma matemáticamente análoga al término comúnmente utilizado para simular el flujo de interacción entre un río y el acuífero adyacente (Prudic, 1989), en este caso proporcional a la diferencia de nivel piezométrico entre la zona móvil e inmóvil y suponiendo que, al igual que h_m , h_{im} es no local en el tiempo, como se explica más adelante. Entonces, resulta:

$$\frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = \alpha_j (h - h_{im,j}) \quad (2.6)$$

donde $\alpha_j [t^{-1}]$ es un coeficiente de transferencia de masa de primer orden. Reemplazando en la ecuación (2.5) resulta el modelo:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^N S_{im,j} \alpha_j (h - h_{im,j}) = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W' \quad (2.7)$$

O su forma equivalente:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^N F_j = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W' \quad (2.8)$$

Siendo $F = \sum_{j=1}^N F_j$ el flujo total de intercambio entre las regiones móviles e inmóviles.

En la ecuación de flujo modificada (2.7), o su versión simplificada (2.8), los parámetros $S_{im,j}$ y α_j deben calibrarse ajustando los resultados numéricos a los teóricos, por ejemplo Boulton (1955), o bien a partir del análisis de descensos observados en ensayos de campo o del flujo simulado hacia el pozo en casos de acuíferos sintéticos heterogéneos. Existen en la bibliografía algunos métodos para construir la función de transferencia e inferir sus parámetros, pero la mayoría de ellos se aplica al transporte de contaminantes, donde los coeficientes son estimados a partir de la curva de llegada de soluto (breakthrough curves) tal como lo descrito en la aplicación de Willmann et al. (2008).

2.3. Discretización de las ecuaciones de gobierno

Con el fin de identificar los cambios en la respuesta del flujo subterráneo en un acuífero confinado al incorporar la función de memoria, es preciso comparar los resultados numéricos obtenidos mediante uno y otro planteo matemático. Por ende, primero se discretiza la ecuación de flujo clásica y luego la equivalente, tanto para el caso unidimensional como bidimensional. La solución numérica de las mismas se presenta en el Capítulo III.

2.3.1 Formulación 1D

2.3.1.1 Sin término de Función de Memoria

La ecuación unidimensional de flujo en un acuífero confinado, homogéneo, sin términos fuente/sumidero, puede simplificarse a partir de (2.4):

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

Se trata de la ecuación de difusión cuya solución es bien conocida (Fletcher, 1991) y contiene los mismos mecanismos disipativos que la ecuación de calor, con efectos significativos de conducción del flujo. En términos genéricos, la discretización de (2.9) puede escribirse como:

$$\frac{\tilde{h}^{k+1} - \tilde{h}^k}{\Delta t} = D[(1 - \theta)L_{xx}\tilde{h}^k + \theta L_{xx}\tilde{h}^{k+1}] \quad (2.10)$$

Donde $D = T/S$ es la difusividad hidráulica del sistema, el superíndice k representa el nivel temporal, y

$$L_{xx} \approx \frac{\tilde{h}_{i-1} - 2\tilde{h}_i + \tilde{h}_{i+1}}{\Delta x^2} \quad (2.11)$$

es un operador de segundo orden en el espacio, donde h es la variable continua, \tilde{h} la variable discreta, Δx^2 el espaciamiento de la grilla en diferencias finitas y, $0 \leq \theta \leq 1$ es el coeficiente de ponderación del esquema temporal. En este caso se ha utilizado un esquema centrado en el espacio usando la molécula computacional de la Figura 2.1, donde NN es el número de nodos de la grilla.



Figura 2.1. Molécula computacional de tres nodos – discretización 1D

Para un esquema implícito, con $\theta = 1$, la forma discreta queda:

$$\tilde{h}_i^{k+1} - \tilde{h}_i^k = \mathcal{D}(\tilde{h}_{i-1}^{k+1} - 2\tilde{h}_i^{k+1} + \tilde{h}_{i+1}^{k+1}) \quad (2.12)$$

Con $\mathcal{D} = D \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$. Este parámetro es la difusividad adimensional, o sea el cociente entre la difusividad hidráulica del acuífero, y la difusividad numérica $\Delta x^2/\Delta t$. Como es sabido, el análisis de estabilidad de Von Neuman indica que el esquema implícito o de Euler es incondicionalmente estable, no existiendo limitación en la elección del paso de tiempo (Dahlquist y Björk, 1976; Fletcher, 1991).

Reordenando la expresión anterior, la ecuación nodal resulta:

$$-\mathcal{D}\tilde{h}_{i-1}^{k+1} + (1 + 2\mathcal{D})\tilde{h}_i^{k+1} - \mathcal{D}\tilde{h}_{i+1}^{k+1} = \tilde{h}_i^k \quad (2.13)$$

Por lo tanto, la precisión de la discretización elegida es $O(\Delta x^2, \Delta t)$.

Balance de masa

El balance de masa es la síntesis de todas las entradas y salidas de agua al dominio que, en el caso de régimen transitorio, se traducen en una variación del almacenamiento subterráneo; puede expresarse en términos de volumen de agua o de tasas volumétricas. El balance no sólo provee un análisis de la magnitud relativa de cada componente del sistema sino que además es un indicador de la precisión de la solución numérica implementada.

La tasa de cambio de agua almacenada en el dominio, en forma discreta, para el caso particular de flujo regional producido por un cambio instantáneo del gradiente hidráulico, se calcula a partir de una integración en el espacio:

$$\int_{\frac{\Delta x}{2}}^{L-\frac{\Delta x}{2}} S \frac{\partial h}{\partial t} dx \approx \sum_{i=2}^{NN-1} S_m \frac{d\tilde{h}}{dt} \Delta x = \left[-\frac{T}{\Delta x} (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1) - \frac{T}{\Delta x} (\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1}) \right] \quad (2.14)$$

El miembro de la derecha es simplemente la diferencia entre el flujo entrante y saliente, respectivamente, a través de los límites del dominio. Para estimar el balance de masa entre pasos sucesivos de tiempo se realiza una integración en el tiempo:

$$\int_k^{k+1} \sum_{i=2}^{NN-1} S \frac{d\tilde{h}}{dt} \Delta x dt = \int_k^{k+1} \left[-\frac{T}{\Delta x} (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1) - \frac{T}{\Delta x} (\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1}) \right] dt \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}
S \sum_{i=2}^{NN-1} \tilde{h}_i \Delta x \Big|_k^{k+1} \\
= -\frac{T}{\Delta x} \Delta t \left\{ [(\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1}) + (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)] \Big|_{k+1} \right. \\
\left. - [(\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1}) + (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)] \Big|_k \right\}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Simplemente pasando todos los términos al mismo miembro se tiene la ecuación de balance global, en forma discreta:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=2}^{NN-1} \tilde{h}_i^{k+1} \Delta x - \sum_{i=2}^{NN-1} \tilde{h}_i^k \Delta x \\
+ D \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1})^{k+1} + (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)^{k+1} - (\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1})^k - (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)^k \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2.17}$$

2.3.1.2 Con término de función de memoria

El número de zonas inmóviles, N , es un parámetro del modelo que estaría asociado a las características hidrogeológicas de la/s zona/s inmóviles. Por ejemplo, si la zona inmóvil fuera un acuitardo, el número de zonas inmóviles asociado a cada celda sería uno. En el caso de medios con porosidad dual, donde coexisten fracturas (zona móvil) y matriz (zona inmóvil), el número de zonas inmóviles por cada celda sería igual a uno. Más aún, si las zonas inmóviles están asociadas a N estructuras del medio con capacidad de almacenamiento y de transferencia diferentes entre sí, el número de zonas inmóviles por celda sería igual a N .

La Figura 2.2 muestra un esquema de una grilla unidimensional en el que se representan, de acuerdo a la conceptualización del medio antes descrito, zonas móviles e inmóviles, asumiendo que las móviles reciben agua de los nodos adyacentes pero sólo de una zona inmóvil, es decir $N = j=1$.

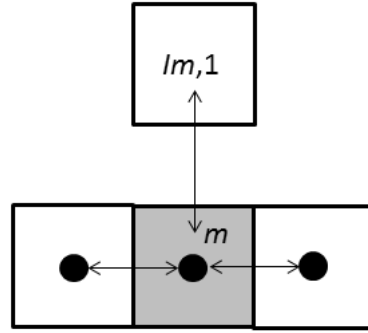


Figura 2.2. Conceptualización de zonas móviles/inmóviles (1D)

(Modificada de Silva et al., 2009)

Considerando el esquema anterior, y la ecuación (2.7) sin fuentes/sumideros, aún es necesario definir alguna expresión para h_{im} . Silva et al. (2009) proponen la siguiente para los niveles en la zona inmóvil:

$$h_{im,j}(t) = h_{im,j}^k e^{-\alpha_j(t-t^k)} + h^k \left(1 - e^{-\alpha_j(t-t^k)}\right) + \frac{\Delta h}{\Delta t} \left[(t - t^k) - \frac{1}{\alpha_j} \left(1 - e^{-\alpha_j(t-t^k)}\right) \right] \quad (2.18)$$

a partir de la cual es posible deducir la siguiente expresión para el flujo total entre la zona móvil y la inmóvil:

$$F_j^{k+\theta} = S_{im,j} \alpha_j (h^k - h_{im,j}^k) e^{-\alpha_j \theta \Delta t} + S_{im,j} \frac{\Delta h}{\Delta t} (1 - e^{-\alpha_j \Delta t}) \quad (2.19)$$

donde $\Delta h = h^{k+1} - h^k$ y $\Delta t = t^{k+1} - t^k$. Reemplazando en la ecuación de gobierno (2.7) se obtiene:

$$S_m \frac{(\tilde{h}_i^{k+1} - \tilde{h}_i^k)}{\Delta t} + S_{im} \alpha (\tilde{h}_i^k - \tilde{h}_{im,j}^k) e^{-\alpha \theta \Delta t} + S_{im} \frac{(\tilde{h}_i^{k+1} - \tilde{h}_i^k)}{\Delta t} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) = T \left(\frac{\tilde{h}_{i-1} - 2\tilde{h}_i + \tilde{h}_{i+1}}{\Delta x^2} \right) \quad (2.20)$$

Reordenando:

$$\begin{aligned} (\tilde{h}_i^{k+1} - \tilde{h}_i^k) + \frac{\Delta t S_{im} \alpha}{S_m} e^{-\alpha \theta \Delta t} (\tilde{h}_i^{k+1} - \tilde{h}_i^k) + \frac{S_{im}}{S_m} (1 - e^{-\alpha \theta \Delta t}) (\tilde{h}_i^{k+1} - \tilde{h}_i^k) \\ = \frac{T \Delta t}{S_m \Delta x^2} (\tilde{h}_{i-1} - 2\tilde{h}_i + \tilde{h}_{i+1}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Y definiendo los parámetros:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta t S_{im} \alpha}{S} e^{-\alpha \theta \Delta t} \quad (2.22)$$

$$\mathcal{F} = \frac{S_{im}}{S_m} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \quad (2.23)$$

Queda:

$$-\mathcal{D} \tilde{h}_i^{k+1} + (1 + 2\mathcal{D} + \mathcal{F}) \tilde{h}_i^{k+1} - \mathcal{D} \tilde{h}_{i+1}^{k+1} = (1 - \mathcal{E} + \mathcal{F}) \tilde{h}_i^k + \mathcal{E} \tilde{h}_{im,i}^k \quad (2.24)$$

$$-\frac{\mathcal{D}}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \tilde{h}_{i-1}^{k+1} + \frac{(1 + 2\mathcal{D} + \mathcal{F})}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \tilde{h}_i^{k+1} - \frac{\mathcal{D}}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \tilde{h}_{i+1}^{k+1} = \tilde{h}_i^k + \frac{\mathcal{E}}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \tilde{h}_{im,i}^k \quad (2.25)$$

Definiendo nuevos parámetros como:

$$\mathcal{P} = -\frac{\mathcal{D}}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \quad (2.26)$$

$$\mathcal{Q} = \frac{(1 + 2\mathcal{D} + \mathcal{F})}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \quad (2.27)$$

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{E}}{(1 - \mathcal{E} + \mathcal{F})} \quad (2.28)$$

Se obtiene la ecuación nodal general:

$$\mathcal{P} \tilde{h}_{i-1}^{k+1} + \mathcal{Q} \tilde{h}_i^{k+1} + \mathcal{P} \tilde{h}_{i+1}^{k+1} = \tilde{h}_i^k + \mathcal{R} \tilde{h}_{im,i}^k \quad (2.29)$$

El sistema de ecuaciones algebraicas resultante posee una estructura muy similar al caso clásico (ecuación 2.13), con la sola adición del segundo término del miembro de la derecha representando la transferencia lineal de masa entre zona móvil e inmóvil. Esto implica que numéricamente puede ser resuelto en forma análoga a (2.13), teniendo en cuenta que no sólo el término independiente sino también los coeficientes de la matriz se modifican en cada paso de tiempo, ya que son función de la discretización espacial y temporal, y de las propiedades hidráulicas del medio poroso.

Balance de masa

A la ecuación de balance global discreta obtenida para el caso sin función de memoria, solo se debe agregar el término de transferencia, que también se integra en el espacio y en el tiempo resultando:

$$\int_k^{k+1} \int_{\frac{\Delta x}{2}}^{L-\frac{\Delta x}{2}} \frac{F}{S_m} dx dt \approx \frac{\Delta t}{S_m} \sum_{i=2}^{NN-1} F_i \Delta x \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=2}^{NN-1} \tilde{h}_i^{k+1} \Delta x - \sum_{i=2}^{NN-1} \tilde{h}_i^k \Delta x \\ & + T \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ (\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1})^{k+1} + (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)^{k+1} - (\tilde{h}_{NN} - \tilde{h}_{NN-1})^k - (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)^k \} \\ & - \frac{\Delta t}{S_m} \sum_{i=2}^{NN-1} F_i \Delta x = 0 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Donde el término de función de memoria, para $j = N = 1$ es:

$$F_i = S_{im} \alpha (\tilde{h}_i^k - \tilde{h}_{im,i}^k) e^{-\alpha \Delta t} + S_{im} \frac{(\tilde{h}_i^k - \tilde{h}_i^{k+1})}{\Delta t} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \tag{2.32}$$

2.3.2 Formulación 2D con función de memoria

La discretización del modelo en dos dimensiones se plantea directamente con el término de función de memoria, esto es a partir de la ecuación de gobierno:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + S_{im,j} \frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = T_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + W' \tag{2.33}$$

En forma genérica la grilla hipotética se puede representar esquemáticamente como se muestra en la Figura 2.3, donde a cada celda m de la zona móvil pueden aportar N zonas inmóviles, además de los nodos adyacentes de la zona móvil. Geométricamente cada nodo im,j se superpone con el nodo m .

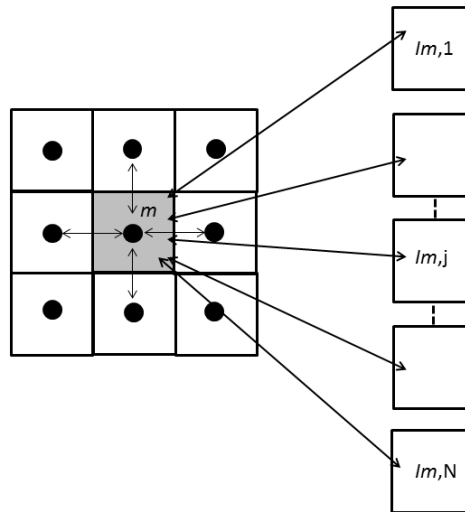


Figura 2.3. Conceptualización de celdas móviles/inmóviles (extraído de Silva et al., 2009)

Como se explicó para el caso 1D, la variable $h_{im,j}$ (ecuación (2.18)) se resuelve explícitamente como una función de h_{im} y h , una vez que la variable de estado del sistema móvil ha sido calculada en el paso de tiempo.

En esta tesis, el número de zonas inmóviles por cada zona móvil es igual a uno, es decir, $j=1$, situación esquemáticamente representada en la Figura 2.4.

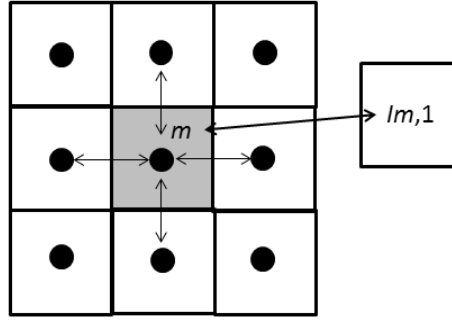


Figura 2.4. Conceptualización simplificada de celdas móviles/inmóviles (modificado de Silva et al., 2009)

La forma discretizada de la ecuación de gobierno, para un esquema implícito, es:

$$\left(\frac{\tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \tilde{h}_{i,j}^k}{\Delta t}\right) + \frac{S_{im}}{S_m} \alpha (\tilde{h}_{i,j}^k - \tilde{h}_{im,j}^k) e^{-\alpha \Delta t} + \left(\frac{\tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \tilde{h}_{i,j}^k}{\Delta t}\right) \frac{S_{im}}{S_m} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) = D_x L_{xx} + D_y L_{yy} - \frac{W'}{S_m} = 0 \quad (2.34)$$

Donde:

$$D_x = \frac{T_x}{S_m}, \quad D_y = \frac{T_y}{S_m}, \quad L_{xx} \cong \frac{\tilde{h}_{i-1,j} - 2\tilde{h}_{i,j} + \tilde{h}_{i+1,j}}{\Delta x^2}, \quad L_{yy} \cong \frac{\tilde{h}_{i,j-1} - 2\tilde{h}_{i,j} + \tilde{h}_{i,j+1}}{\Delta y^2}.$$

Reordenando términos queda:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \tilde{h}_{i,j}^k + \Delta t \frac{S_{im}}{S_m} \alpha \tilde{h}_{i,j}^k e^{-\alpha \Delta t} + \Delta t \frac{S_{im}}{S_m} \alpha \tilde{h}_{im,j}^k e^{-\alpha \Delta t} + \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \frac{S_{im}}{S_m} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) - \tilde{h}_{i,j}^k \frac{S_{im}}{S_m} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \\ - \mathcal{D}_x \tilde{h}_{i-1,j}^{k+1} + 2\mathcal{D}_x \tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \mathcal{D}_x \tilde{h}_{i+1,j}^{k+1} - \mathcal{D}_y \tilde{h}_{i,j-1}^{k+1} + 2\mathcal{D}_y \tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \mathcal{D}_y \tilde{h}_{i,j+1}^{k+1} - W'_{i,j} \frac{\Delta t}{S_m} \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\text{Con } \mathcal{D}_x = D_x \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad \text{y} \quad \mathcal{D}_y = D_y \frac{\Delta t}{\Delta y^2}.$$

Utilizando los mismos parámetros definidos para el caso 1D, \mathcal{E} y \mathcal{F} (ecuaciones 2.20 y 2.21) la ecuación se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{\mathcal{D}_x}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \right] \tilde{h}_{i-1,j}^{k+1} + \left[\frac{(1+\mathcal{F}+2\mathcal{D}_x+2\mathcal{D}_y)}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \right] \tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \left[\frac{\mathcal{D}_x}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \right] \tilde{h}_{i+1,j}^{k+1} \\
& - \left[\frac{\mathcal{D}_y}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \right] \tilde{h}_{i,j-1}^{k+1} - \left[\frac{\mathcal{D}_y}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \right] \tilde{h}_{i,j+1}^{k+1} \\
& = \tilde{h}_{i,j}^k + \left[\frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \right] \tilde{h}_{im,j}^k - \frac{W_{i,j}^k \Delta t}{S_m(1-\varepsilon+\mathcal{F})}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Y por último, definiendo los parámetros:

$$\mathcal{P} = \frac{1+\mathcal{F}+2\mathcal{D}_x+2\mathcal{D}_y}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \tag{2.37}$$

$$\mathcal{U} = \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \tag{2.38}$$

$$\mathcal{G} = \frac{-\mathcal{D}_x}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \tag{2.39}$$

$$\mathcal{H} = \frac{-\mathcal{D}_y}{(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \tag{2.40}$$

La ecuación nodal en 2D resulta:

$$\mathcal{G}\tilde{h}_{i-1,j}^{k+1} + \mathcal{P}\tilde{h}_{i,j}^{k+1} + \mathcal{G}\tilde{h}_{i+1,j}^{k+1} + \mathcal{H}\tilde{h}_{i,j-1}^{k+1} + \mathcal{H}\tilde{h}_{i,j+1}^{k+1} = \tilde{h}_{i,j}^k + \mathcal{U}\tilde{h}_{im,j}^k - \frac{W_{i,j}^k \Delta t}{S_m(1-\varepsilon+\mathcal{F})} \tag{2.41}$$

Análogamente al caso 1D, la matriz de coeficientes se actualiza en cada paso de tiempo al igual que el término independiente.

$$\bar{\mathbf{A}}_e \cdot \bar{h}^{k+1} = \bar{h}^k + \mathcal{U} \bar{h}_{im}^k + \bar{b} = \bar{b}_e$$

$$\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{h}^{k+1} = \bar{b}_c$$

Balance de masa

El planteo del balance de masas en dos dimensiones bajo la misma conceptualización del caso unidimensional resulta:

$$\begin{aligned}
S_m \sum_{i=1}^{N_y} \sum_{j=1}^{N_x} (\tilde{h}_{i,j}^{k+1} - \tilde{h}_{i,j}^k) \Delta x. \Delta y \\
= \sum_{i=2}^{N_y-1} \left(\frac{\tilde{h}_{i,1}^{k+1} - \tilde{h}_{i+1,1}^{k+1}}{\Delta x} \right) T_x. \Delta y. \Delta t + \sum_{i=2}^{N_y-1} \left(\frac{\tilde{h}_{i,N_x}^{k+1} - \tilde{h}_{i+1,N_x}^{k+1}}{\Delta x} \right) T_x \Delta y. \Delta t \\
+ \sum_{j=2}^{N_x-1} \left(\frac{\tilde{h}_{1,j}^{k+1} - \tilde{h}_{1,j+1}^{k+1}}{\Delta y} \right) T_y. \Delta x. \Delta t + \sum_{j=2}^{N_x-1} \left(\frac{\tilde{h}_{N_y,j}^{k+1} - \tilde{h}_{N_y,j+1}^{k+1}}{\Delta y} \right) T_y. \Delta x. \Delta t \\
- W'. \Delta x. \Delta y. \Delta t + \Delta t \sum_{i=2}^{N_y-1} \sum_{j=2}^{N_x-1} F_{i,j} \Delta x \Delta y
\end{aligned} \tag{2.42}$$

El término de la izquierda calcula la variación de almacenamiento del acuífero; los cuatro primeros términos de la derecha contabilizan las entradas y/o salidas por los bordes del dominio, por lo tanto los nodos a considerar son los adyacentes a dichos bordes; el penúltimo término de la derecha evalúa el volumen de agua entrante o saliente por el fuentes y/sumideros, respectivamente; mientras que el último término indica el flujo de transferencia entre las zona móvil e inmóvil.

Los sistemas de ecuaciones algebraicas formados por las ecuaciones (2.29) y (2.41) fueron resueltos numéricamente mediante dos códigos computacionales escritos en lenguaje Fortran 90, según se explica en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO III

RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE FLUJO EQUIVALENTE Y SU APLICACIÓN

3.1. Introducción

La forma discreta uni- y bi-dimensional de la ecuación equivalente se resolvió mediante dos códigos numéricos escritos en lenguaje FORTRAN 90/95, utilizando diferentes resolutores de sistemas de ecuaciones algebraicas según el caso.

La metodología planteada consistió en la simulación de dos ensayos numéricos en régimen transitorio para un acuífero confinado, que reviste mayor interés con respecto a simulaciones en estado estacionario dada la formulación temporalmente no-local adoptada para la transferencia de masa. El primer ensayo consistió en un flujo regional unidimensional motorizado por un cambio instantáneo del gradiente regional. El mismo permitió evaluar el efecto de drenaje diferido en los descensos observados dados distintos juegos de parámetros de la FM y a la vez, comparar los resultados con la respuesta del acuífero simulado con el modelo clásico de flujo subterráneo (sin FM). Seguidamente, se realizó la simulación de un flujo radial bidimensional a los fines de evaluar la sensibilidad de los parámetros de la FM para este caso y el efecto del drenaje diferido contrastado con un caso de flujo radial clásico. Finalmente, se resolvió la ecuación de flujo equivalente en ensayos de bombeo para un caso heterogéneo simple y otros dos casos cuya distribución de la transmisividad hidráulica surge de la aplicación de modelos geoestadísticos con diferentes parámetros.

3.2. Simulación unidimensional

Tratándose de una formulación matemática relativamente nueva de la ecuación de flujo, se estimó pertinente comenzar con un análisis unidimensional sencillo para analizar más fácilmente las diferencias entre la aplicación de la ecuación clásica y equivalente desde el punto de vista físico.

El ensayo numérico consistió en un flujo regional transitorio en acuífero confinado a lo largo de un dominio unidimensional de longitud $L_x=1500$ m motorizado por un cambio instantáneo del gradiente, equivalente al caso de flujo a través de un elemento conductivo de ancho unitario que intercambia masa con la zona inmóvil. Se impuso una condición inicial $h_i^k = h_{im,i}^k = 1$ m para $k = 0$ para todo el dominio, es decir, partiendo de la condición de equilibrio entre la zona móvil y la zona inmóvil; las condiciones de borde adoptadas fueron de tipo Dirichlet, con una carga hidráulica constante a la izquierda del dominio igual a 1 m y una carga hidráulica igual a 0 m en el extremo opuesto del dominio de simulación para $k>0$. El espesor del acuífero se consideró constante e igual a 1 m, el medio se consideró homogéneo con una transmisividad de la zona móvil $T = 7.51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

y un almacenamiento de la zona móvil de $S_m = 7.51 \times 10^{-6}$ a los fines de trabajar con una difusión hidráulica $D = T/S_m$ unitaria. El sistema de ecuaciones algebraicas fue resuelto mediante el algoritmo directo de Thomas para el caso de matrices tridiagonales. Con relación a los parámetros de la función de memoria, la siguiente tabla resume los coeficientes de almacenamiento $S_{im,j}$ y de transferencia de masa α_j correspondientes a 5 ensayos diferentes de flujo regional con drenaje diferido, donde $j = 1$.

Casos	α_j para $j=1$ [s^{-1}]	$S_{im,j}$ para $j=1$ [adim.]
1	7.8×10^{-8}	7.51×10^{-5}
2	7.8×10^{-7}	7.51×10^{-5}
3	7.8×10^{-5}	7.51×10^{-5}
4	7.8×10^{-8}	1.13×10^{-4}
5	1.17×10^{-7}	7.51×10^{-5}

Tabla 3.1. Parámetros de la función de memoria adoptados para la simulación de 5 casos diferentes de flujo regional afectado por drenaje diferido, para $T = 7.51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y $S_m = 7.51 \times 10^{-6}$

A los efectos de obtener una buena resolución espacio/temporal del fenómeno analizado, se procedió a la selección de una discretización en el espacio y en el tiempo que permitiera obtener un buen ajuste entre la solución numérica y la solución analítica para el caso de flujo regional sin función de memoria (resolviendo la ecuación clásica de flujo subterráneo). La Figura 3.1 muestra la variación temporal de los flujos de entrada al dominio de simulación relativos al flujo correspondiente al estado estacionario vs. el tiempo adimensional para un caso homogéneo sin función de memoria. Como puede observarse, la solución numérica obtenida para un $\Delta x = 0.5 \text{ m}$ (equivalente a 3001 nodos), una duración de la simulación de 2500000 s y un intervalo temporal constante de $\Delta t = 2500 \text{ s}$ se ajustó perfectamente a la solución analítica correspondiente de Carslaw y Jaeger (1959) expresada como:

$$\frac{Q_{IN}}{Q_{SS}}(t_D) = \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 t_D} \right) \quad (3.1)$$

con $t_D = \frac{T}{S_m} \frac{t}{L_x^2}$ el tiempo adimensional, donde Q_{IN} es el flujo de entrada al dominio (m^3/s por unidad de ancho), Q_{SS} es el flujo en régimen estacionario (m^3/s por unidad de ancho), y n es el

número de términos de la serie. La misma figura muestra como la solución para el caso homogéneo sin función de memoria converge al escenario estacionario para un t_D igual a la unidad.

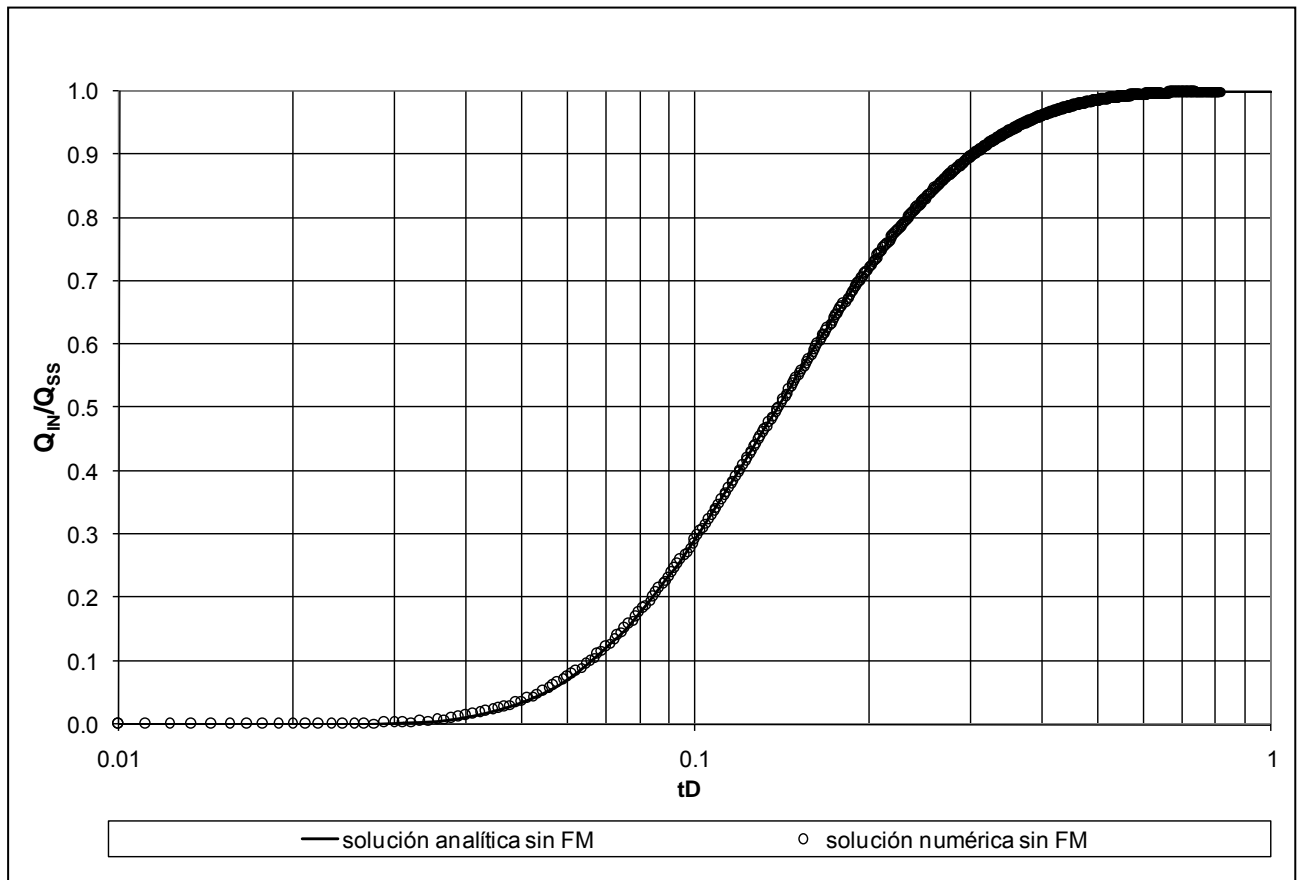


Figura 3.1. Flujo relativo de entrada al dominio de cálculo en función del tiempo adimensional. Comparación entre solución numérica y solución analítica para el caso de flujo regional sin función de memoria.

3.2.1. Simulación unidimensional del flujo regional con FM

Una vez verificada la resolución espacio/temporal requerida en la simulación numérica se procedió a la aplicación del modelo matemático de flujo subterráneo equivalente (con FM) a los fines de evaluar el efecto de drenaje diferido desde la zona inmóvil a la zona móvil conductiva. Para ello se escogió un juego de parámetros apropiados a los fines de la visualización del fenómeno con un coeficiente de almacenamiento de la zona inmóvil un orden de magnitud mayor al coeficiente de almacenamiento de la zona móvil y un coeficiente de transferencia igual a $\alpha_1 = 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ (Caso 1, Tabla 3.1).

La Figura 3.2 muestra la evolución temporal de los flujos relativos de entrada al dominio de cálculo y los niveles observados a mitad de distancia del dominio para el caso de flujo regional sin memoria y el Caso 1 de flujo regional con FM. La figura explica claramente el efecto de drenaje diferido, donde los niveles para el caso de la ecuación de flujo clásica son amortiguados en el tiempo por el flujo de transferencia proveniente de las zonas inmóviles conectadas a cada celda del

dominio de cálculo. Consecuentemente, los flujos relativos de entrada para el caso con memoria son menores, es decir, el drenaje diferido retrasa el escenario para el cual el flujo de entrada al sistema alcanza la condición estacionaria. El comportamiento de la función de memoria en este caso es análogo a considerar una fuente en cada celda que suministra agua al sistema a una tasa igual a α_1 .

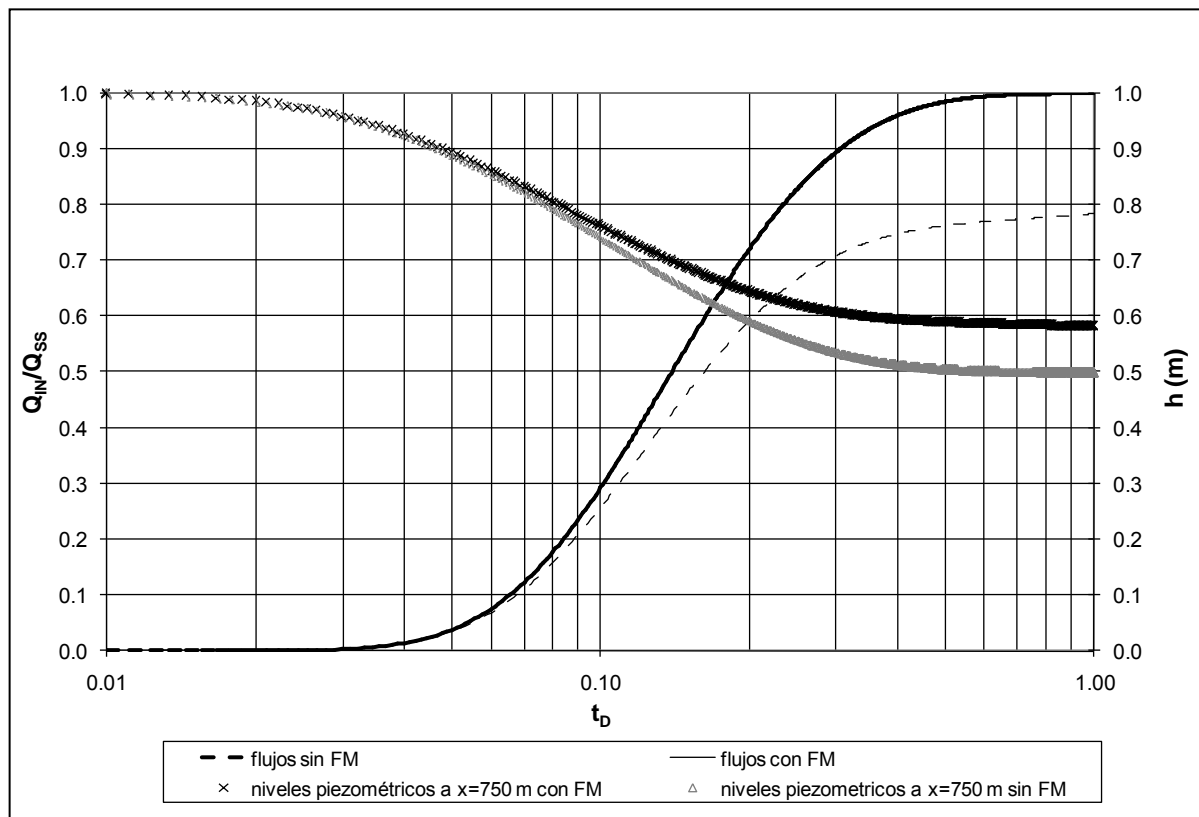


Figura 3.2. Flujo relativo de entrada al dominio de cálculo y niveles piezométricos obtenidos a la mitad de la longitud del dominio computacional ($x=750$ m). Parámetros de la función de memoria correspondientes al Caso1 ($\alpha_1 = 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ y $S_{im,1} = 7.51 \times 10^{-5}$).

La Figura 3.3 ilustra los niveles a lo largo del dominio computacional para el caso de flujo regional sin función de transferencia y con función de transferencia, para tres tiempos distintos, $t_1 = 100000$ s, $t_2 = 500000$ s, y $t_3 = 2500000$ s. Al cabo de 100000 s los niveles obtenidos a partir de la solución de la ecuación de flujo equivalente son algo mayores a los obtenidos de la solución de la ecuación de flujo sin función de memoria. A medida que el tiempo transcurre, el 'lag' o demora inducida por el drenaje diferido en el tiempo se hace más notoria. Ello se vislumbra en una diferencia más significativa entre el perfil de niveles obtenidos por el modelo sin FM y el modelo con FM para el tiempo de simulación t_2 y para el tiempo de simulación t_3 .

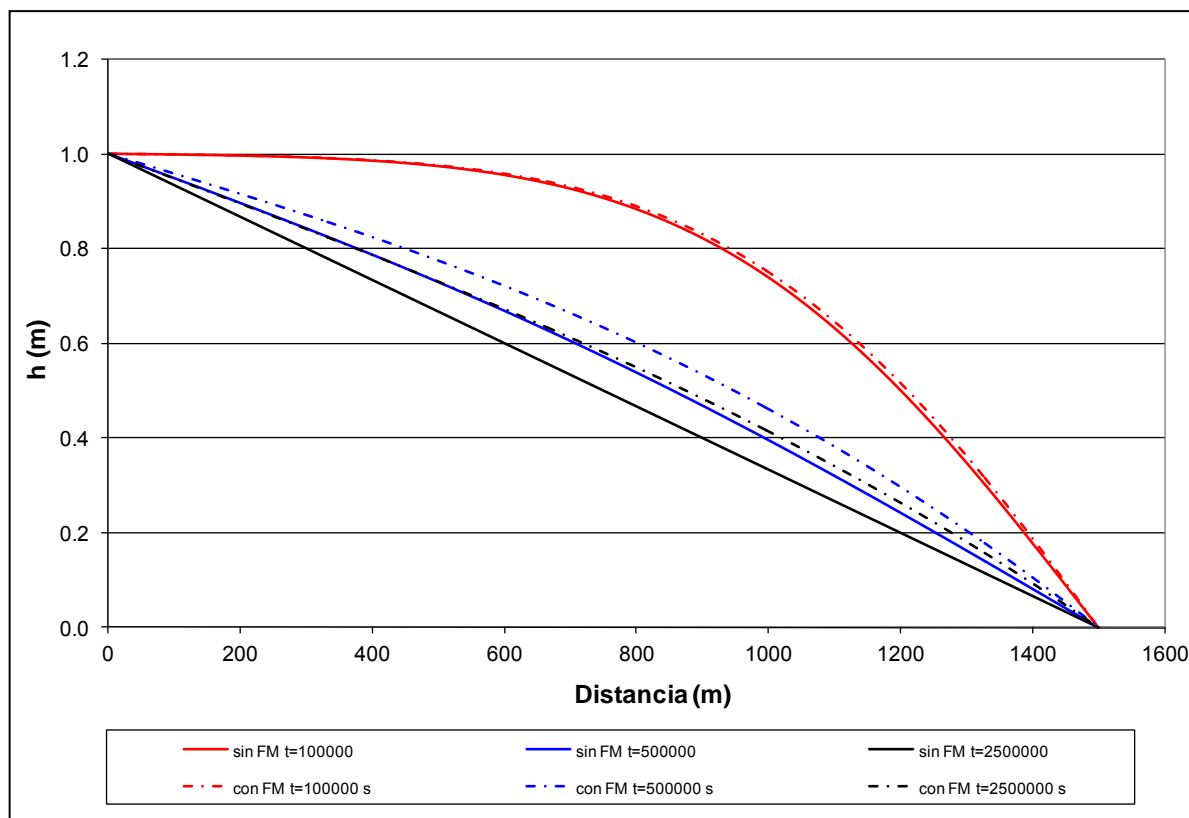


Figura 3.3. Niveles piezométricos a lo largo del dominio computacional. Comparación entre solución sin función de memoria y solución con función de memoria correspondiente al Caso 1, ($\alpha_1 = 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ y $S_{im,1} = 7.51 \times 10^{-5}$).

La Figura 3.4 ilustra la evolución de los flujos de transferencia entre la zona inmóvil y la zona móvil como así también los niveles piezométricos simulados en la zona móvil y en la zona inmóvil en función del tiempo, a una distancia igual a 750 m. Los flujos de transferencia de masa de la zona inmóvil a la zona móvil aumentan progresivamente con la duración del ensayo hasta un tiempo adimensional de aproximadamente $t_D = 0.31$ para luego disminuir paulatinamente al cabo de un tiempo adimensional igual a $t_D = 0.4$. Además, la variación de los niveles en la zona móvil se hace notable entre los tiempos adimensionales $t_D = 0.02$ y $t_D = 0,3$ con una diferencia en los niveles piezométricos de aproximadamente $\Delta h_m = 0.40$ m para luego tender a un valor asintótico. Por el contrario, la variación de los niveles piezométricos en la zona inmóvil es casi imperceptible con un máximo descenso de 0.07 m, aproximadamente. Acorde con la ecuación (2.19), la Figura 3.5 muestra que la tasa de variación de los flujos de transferencia de masa entre zona inmóvil y móvil aumenta hasta un tiempo adimensional igual a 0.002 para luego disminuir progresivamente a un valor asintótico igual a cero cuando se alcanza un nuevo equilibrio, dependiendo inversamente de la diferencia entre los niveles piezométricos de la zona móvil y la zona inmóvil para un mismo tiempo de cálculo, como lo muestra la curva de tasa de variación de niveles en ambas zonas (línea roja). La

tasa de variación de niveles de la zona móvil presenta órdenes de magnitud muy pequeños, lo que muestra que el flujo del término de memoria depende casi exclusivamente de las variaciones del nivel en la zona inmóvil.

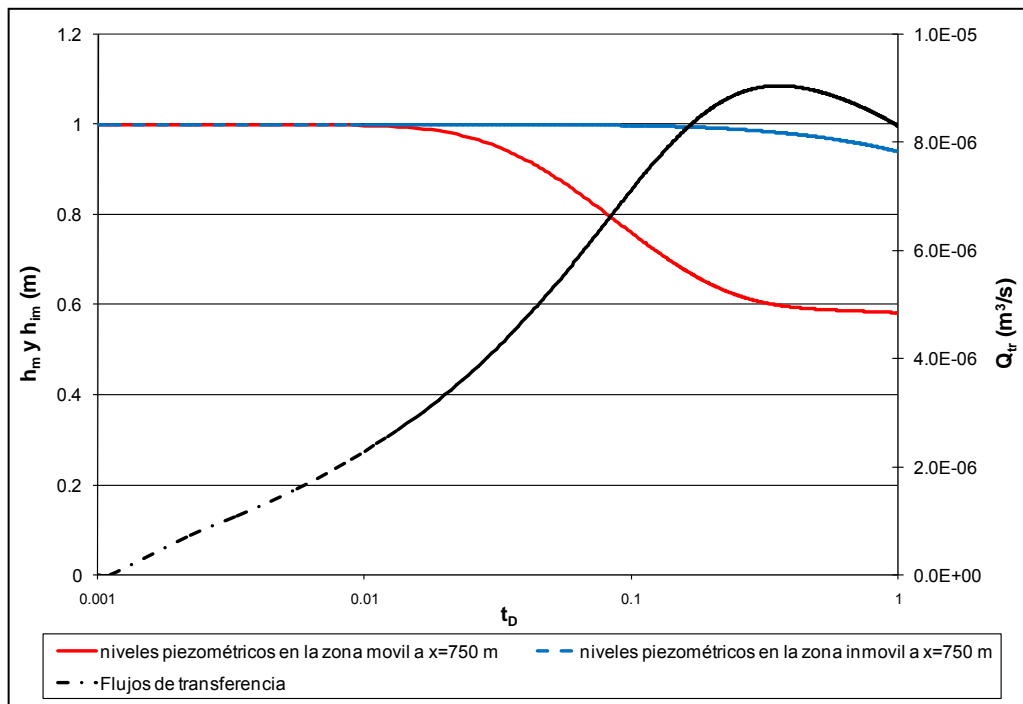


Figura 3.4. Flujo de transferencia y niveles piezométricos de la zona móvil y de la zona inmóvil en función del tiempo. Parámetros de la función de memoria correspondientes al Caso 1 ($\alpha_1 = 7.8 \times 10^{-8} s^{-1}$ y $S_{im,1} = 7.51 \times 10^{-5}$).

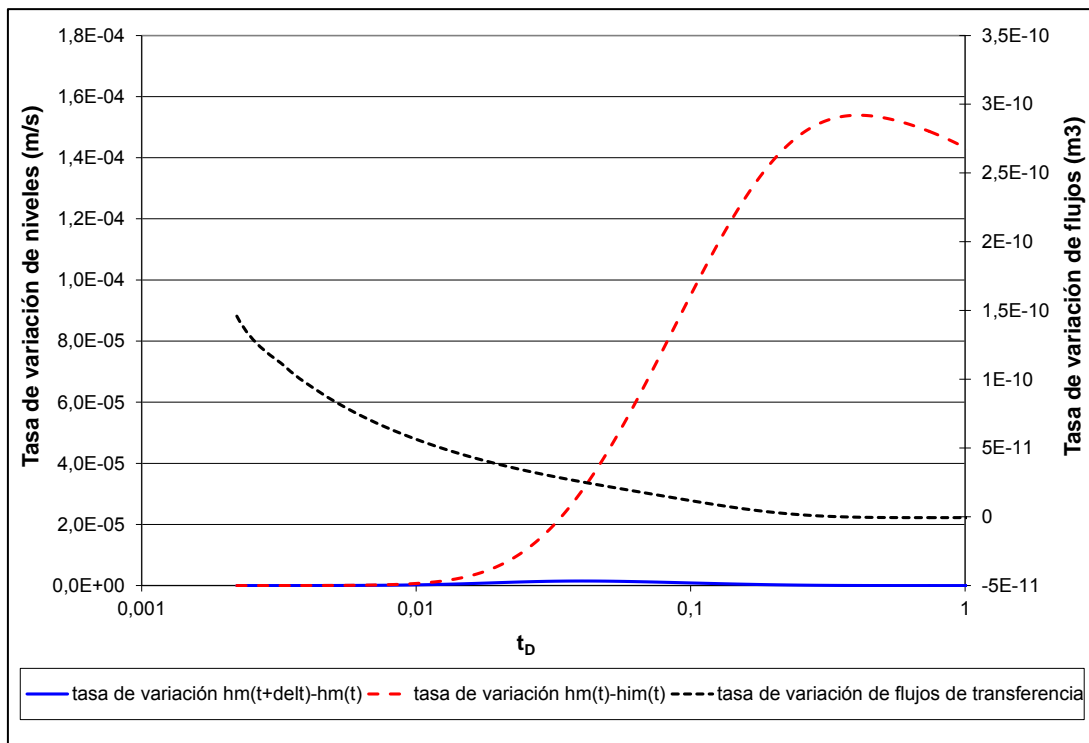


Figura 3.5. Tasa de variación de flujos de transferencia y niveles piezométricos. Parámetros de la función de memoria correspondientes al Caso 1 ($\alpha_1 = 7.8 \times 10^{-8} s^{-1}$ y $S_{im,1} = 7.51 \times 10^{-5}$).

3.2.2. Análisis de sensibilidad de los parámetros asociados a la Función de Memoria

Este análisis tiene el propósito de evaluar el cambio en la respuesta del flujo regional y los perfiles piezométricos ante un cambio de los parámetros α y S_{im} de la función de transferencia de masa o FM. A tales efectos, se consideran 5 casos, incluyendo el analizado anteriormente, para lo cual se escogieron 4 juegos de parámetros (ver Tabla 3.1). En primer lugar, la Figura 3.6 muestra el efecto de un cambio en el coeficiente de transferencia sobre los flujos relativos de entrada al dominio de cálculo, dado un valor constante de $S_{im} = 7.51 \times 10^{-5}$, de $S_m = 7.51 \times 10^{-6}$, y de $T = 7.51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

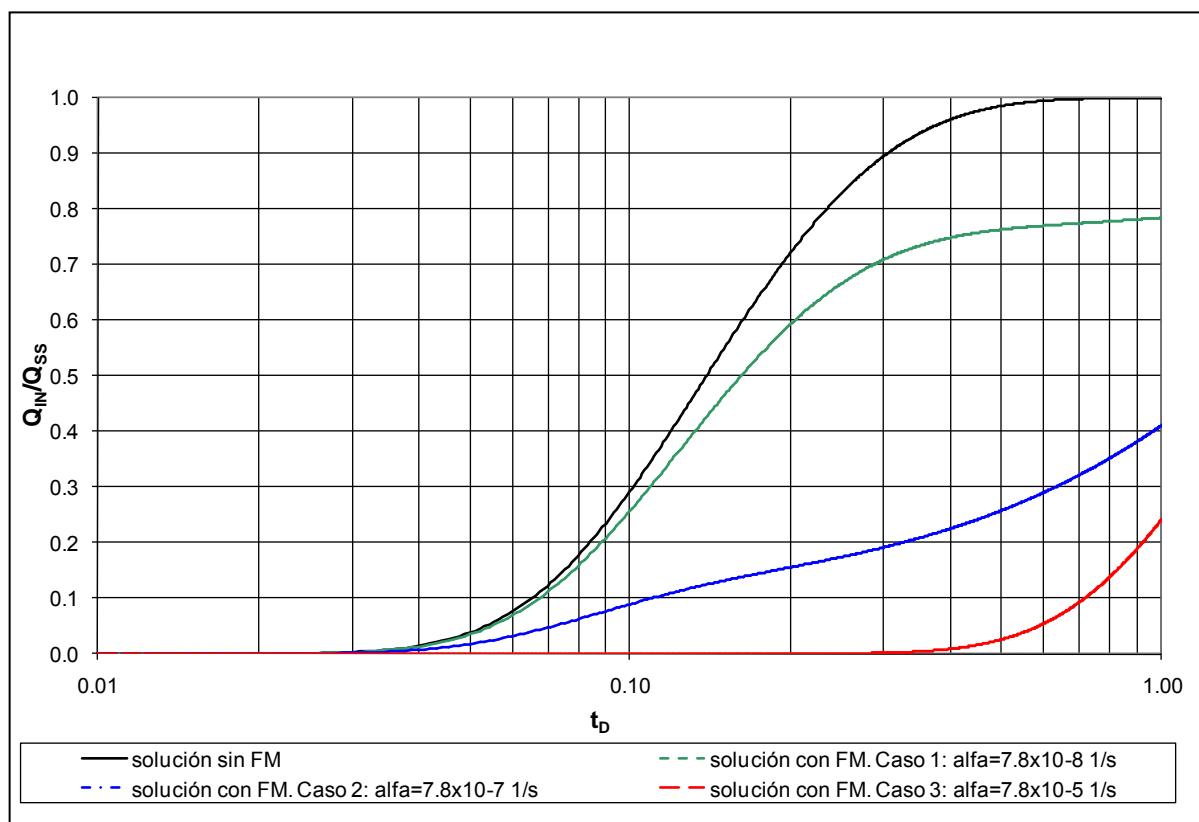


Figura 3.6. Flujos relativos de entrada al dominio de cálculo. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos α y un valor constante de $S_{im} = 7.51 \times 10^{-5}$.

Como puede observarse, un incremento en la tasa de transferencia α , conlleva una disminución en los flujos relativos. Con la salvedad de que en la Figura 3.6 se están normalizando los flujos con el Q_{SS} del caso sin FM, se observa que para α mayores se requiere una mayor duración del ensayo para alcanzar el comportamiento asintótico esperado para una condición de estacionariedad, esto es donde el flujo de entrada se iguala al flujo correspondiente al régimen estacionario. Efectivamente, para el caso sin función de memoria, la estacionariedad se alcanzaría para un tiempo adimensional $t_D = 1$, es de esperar para los casos con FM que el Q_{SS} sea diferente

alcanzándose el estado estacionario a diferente t_D . Sin embargo, se puede observar que para el mismo tiempo adimensional, el flujo de entrada Q_{IN} correspondiente al Caso 1 ($\alpha = 7.8 \times 10^{-8} \text{s}^{-1}$) es un 78% del flujo estacionario Q_{SS} , mientras que para el Caso 3 el caudal de entrada Q_{IN} es un 24% del flujo estacionario. Igualmente, la evolución de los niveles piezométricos de la zona móvil a una distancia $x = 750$ m se ve afectada por los flujos de transferencia (Figura 3.7). De este modo, coeficientes de transferencia α mayores tienden a reducir menos los niveles dado el mayor flujo aportado a la zona móvil (ver, por ejemplo, Caso 1 y Caso 3 en la Figura 3.7).

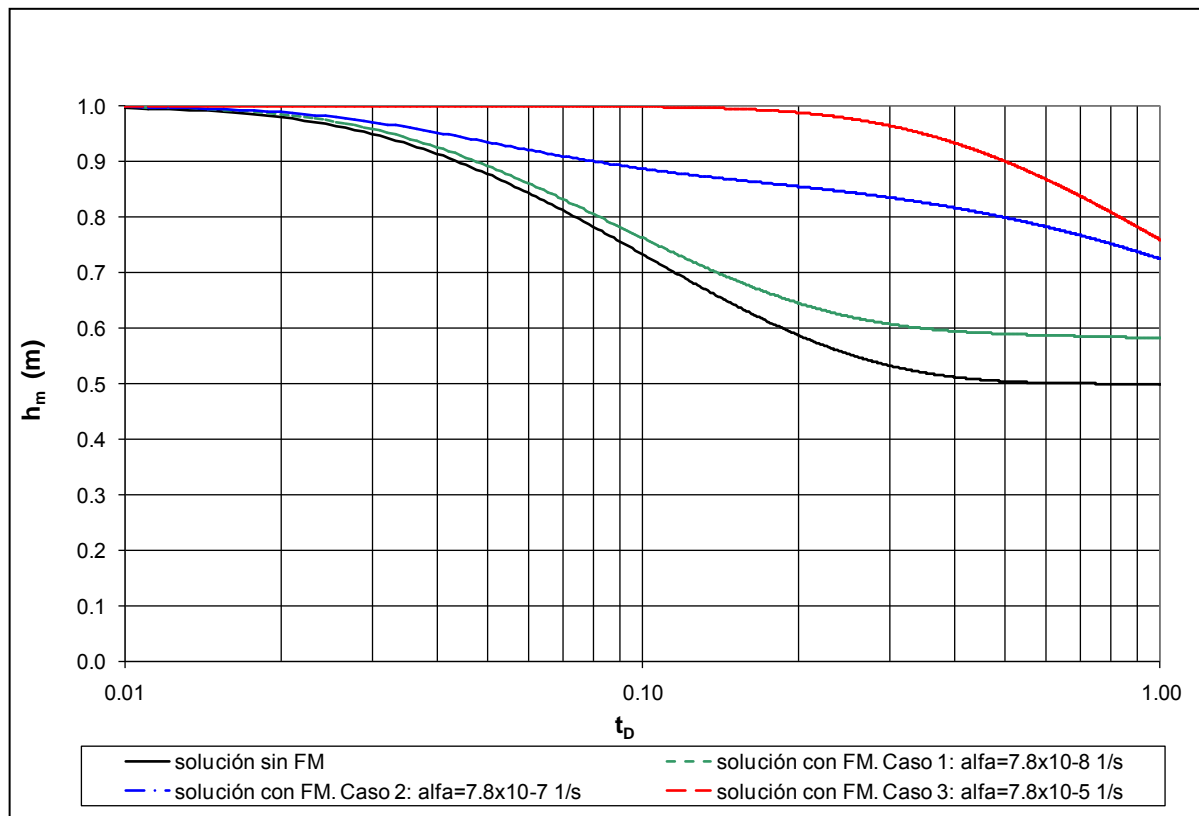


Figura 3.7. Niveles piezométricos de la zona móvil a $x=750$ m. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos α y un valor constante de $S_{im} = 7.51 \times 10^{-5}$.

Un incremento en la magnitud del coeficiente de almacenamiento de la zona inmóvil S_{im} , dado un valor constante del coeficiente de transferencia α , produce similar efecto sobre la evolución del flujo de entrada al dominio y del nivel piezométrico en la zona móvil puesto que el primero disminuye y el segundo aumenta como respuesta a dicho incremento. Efectivamente, el Q_{IN} es aproximadamente un 78% del flujo estacionario para el Caso 1 y aproximadamente un 70% del flujo estacionario para el Caso 4 para $t_D = 1$ (Figura 3.8) mientras que el nivel piezométrico al cabo del mismo tiempo es de $h = 0.58$ m para el Caso 1 y de $h = 0.61$ m para el Caso 4 (Figura 3.9).

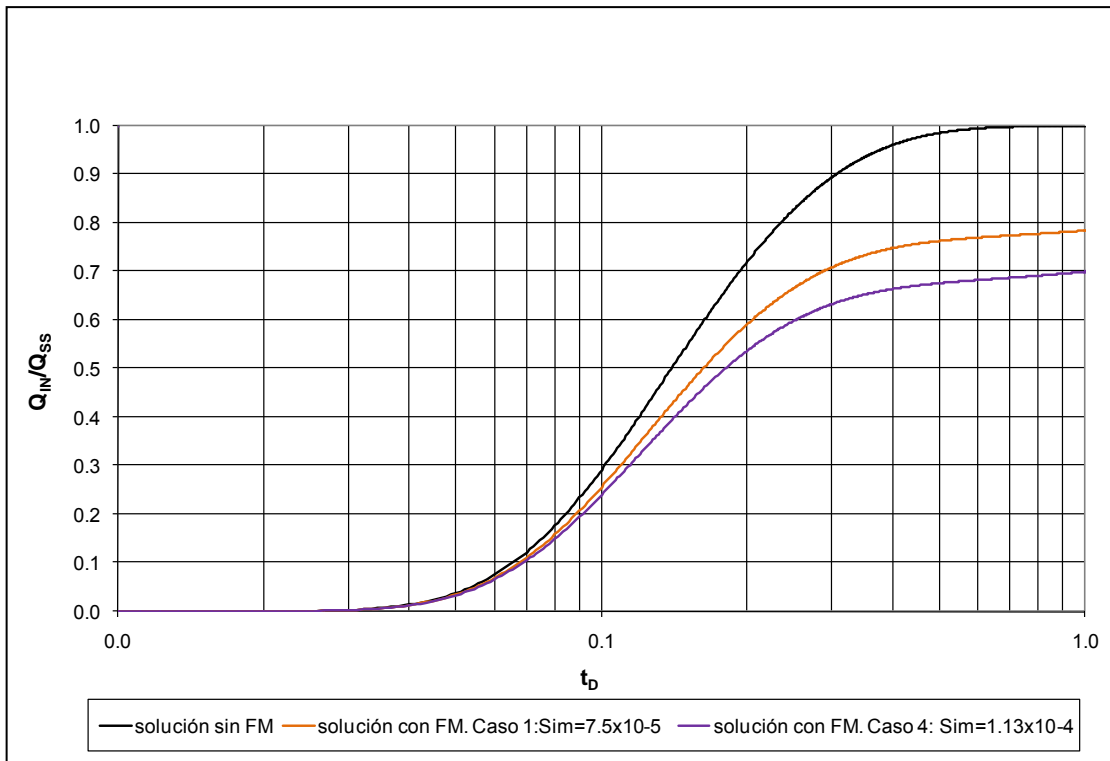


Figura 3.8. Flujo relativo de entrada al dominio de cálculo. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos S_{im} y un valor constante de $\alpha = 7.51 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

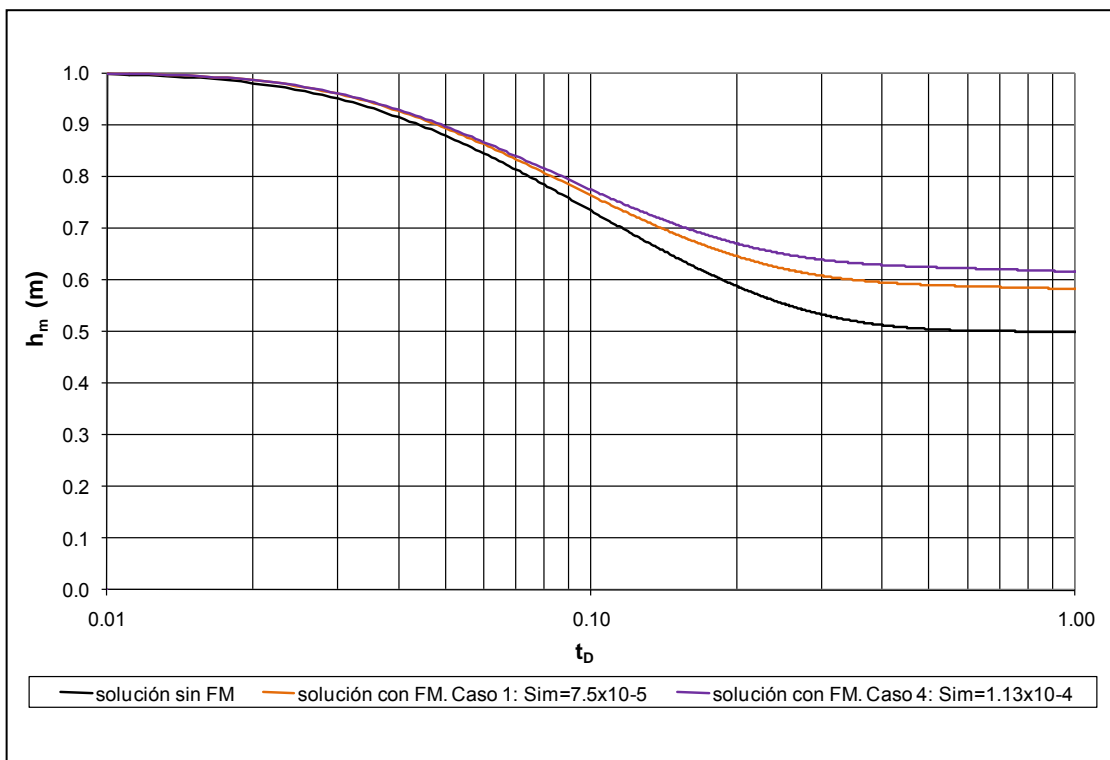


Figura 3.9. Niveles piezométricos de la zona móvil a $x=750 \text{ m}$. Comparación de resultados numéricos del modelo sin FM y con FM para distintos S_{im} y un valor constante de $\alpha = 7.51 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

Con referencia a la sensibilidad relativa de los parámetros, la Figura 3.10 muestra la comparación entre dos casos, respecto al caso pivote: Caso 4 donde el coeficiente de almacenamiento de la zona inmóvil fue incrementado 1.5 veces con respecto al correspondiente del Caso 1 (de 7.51×10^{-5} a 1.13×10^{-4}) y $\alpha = 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$; Caso 5, donde el coeficiente de transferencia fue aumentado en la misma magnitud (1.5 veces con respecto al Caso 1, de $7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ a $1.17 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$) y $S_{im} = 7.51 \times 10^{-5}$. Como puede observarse en la Figura 3.10, aplicando un mismo incremento ya sea en α o en S_{im} , la evolución del flujo de entrada permanece prácticamente invariante en el tiempo con un pequeño desfase en los tiempos finales, de alrededor del 10% menor con respecto al caso 1. Con ello se vislumbra que ambos parámetros poseerían igual impacto sobre el fenómeno estudiado ante un cambio de igual magnitud.

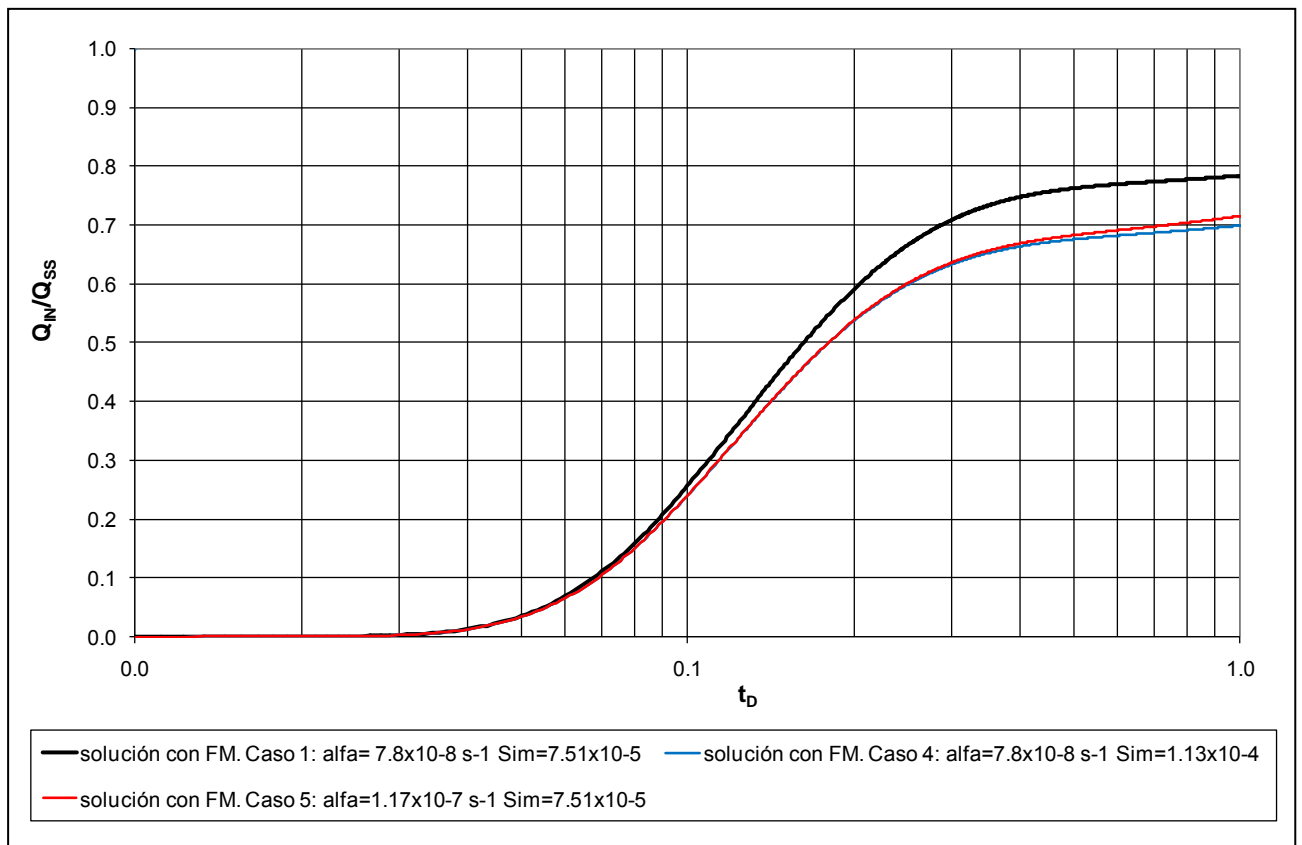


Figura 3.10.Sensibilidad relativa de los parámetros S_{im} y α .

3.3. Simulación bidimensional

Antes de analizar la performance del modelo propuesto en un caso sintético heterogéneo, se realizó un detallado análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo, α y S_{im} , con el fin de orientar la selección de los mismos en un test heterogéneo sencillo.

El test implementado es un clásico ensayo de bombeo, donde se extrae un volumen de agua a una tasa constante desde el centro del dominio de simulación, y se analizan los descensos de

niveles en un punto de observación cercano al pozo de bombeo. La Figura 3.11 muestra esquemáticamente la conceptualización del test, donde las celdas sombreadas corresponden a las celdas de nivel constante, la celda central es donde se ubica el pozo de bombeo y el punto es indicativo de la ubicación del pozo de observación.

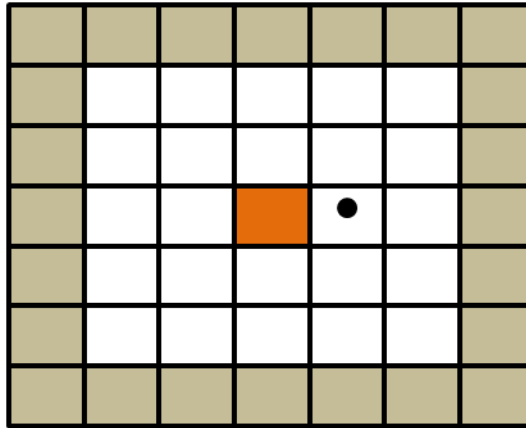


Figura 3.11. Esquema del test numérico en 2D

La elección del tamaño del dominio de simulación fue determinada (en sucesivas simulaciones) de forma tal de prevenir que el cono de abatimiento alcanzara los bordes del dominio, y así evitar cualquier superposición del efecto de borde al análisis del drenaje diferido, que por hipótesis, se consideró exclusivamente originado por la heterogeneidad. En este caso se adoptó una grilla de 503 m x 503 m, con una discretización espacial $\Delta x = \Delta y = 1$ m, equivalente a 251001 celdas activas o nodos de cálculo, con un espesor del acuífero de 4.40 m. Las condiciones de borde fueron de nivel constante $h = 0$ m en toda la frontera del dominio para todo $t > 0$, mientras que la condición inicial se estableció en $h_0(x,y,0) = 0$ m. Como se explicó para el caso unidimensional, es necesario definir una condición inicial para el nivel en la zona inmóvil. Aquí se asume una condición de equilibrio, es decir $h_{im}(x,y,0) = h_0(x,y,0)$. El pozo de observación se colocó a un radio de 2 m del pozo de bombeo. El caudal de bombeo fue de $2.28 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, mientras que los parámetros hidráulicos se fijaron en $T = 4,7 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ y $S_m = 9.4 \times 10^{-4}$ dando lugar a una difusividad hidráulica $D = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$.

Siguiendo el mismo algoritmo del código MODFLOW (McDonald y Harbaugh, 1988), la discretización temporal fue telescópica, donde el primer paso de tiempo Δt_1 se calcula de la forma

$$\Delta t_1 = t_{\text{sim}} \left[\frac{\text{mult}-1}{\text{mult}^{NT}-1} \right] \quad (3.2)$$

Donde t_{sim} es el tiempo de simulación, $mult$ es un multiplicador para definir el tamaño de cada paso de tiempo sucesivo y NT es el número de pasos de tiempo.

Con el fin de capturar adecuadamente el fenómeno simulado, y prevenir los efectos de borde, se realizaron pruebas preliminares con diferentes discretizaciones temporales. Como resultado, se estableció un tiempo total de simulación de 121000 s, $NT=39$ y $mult= 1.3$.

Las características del test descrito hasta aquí es el utilizado para todos los cálculos subsiguientes.

Las simulaciones con la discretización espacial y temporal explicadas previamente (matrices de 501 x 251001 elementos) demandaron entre 2 y 3 horas cada una, dependiendo del juego de parámetros utilizados.

3.3.1. Resolución del sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones resultante de la ecuación nodal (2.41) da lugar a una matriz pentadiagonal, motivo por el cual se recurrió a un resolutor disponible en la librería computacional de uso libre LAPACK (Linear Algebra PACKage), también escrita en lenguaje Fortran 90. LAPACK es un paquete computacional provisto por la Universidad de Tennessee, la Universidad de California en Berkeley, la Universidad de Colorado en Denver y NAG Ltd. bajo el financiamiento de National Science Foundation (NSF) y el Departamento de Energía de Estados Unidos (Anderson et al., 1999).

La rutina utilizada en este caso fue la denominada DPBSV de la versión 3.4 de LAPACK, que calcula la solución de un sistema real de ecuaciones lineales de la forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, donde \mathbf{A} es una matriz banda de dimensiones $NN \times NN$, simétrica, definida positiva y, \mathbf{x} y \mathbf{b} son los vectores incógnita e independiente, respectivamente. El sistema se resuelve mediante una descomposición de Cholesky para factorizar la matriz \mathbf{A} como $\mathbf{A} = \mathbf{U}^T \mathbf{U}$ o $\mathbf{A} = \mathbf{L} \mathbf{L}^T$, ya sea que se utilice la parte simétrica superior (\mathbf{U} , upper) o la inferior (\mathbf{L} , lower). Ambas matrices, \mathbf{U} o \mathbf{L} tienen el mismo número de súper o sub-diagonales que \mathbf{A} .

El código 2D, incluido en el Anexo 4, se compiló bajo el entorno Linux, que permitió agregar las librerías necesarias para su implementación. Las simulaciones se llevaron a cabo en una computadora de escritorio con un procesador AMD Phenom(tm) II X4 965 Processor de estructura de 64 bits. La memoria RAM de la PC es de 8GB, con una frecuencia de acceso de 1800MHz (0N6ns).

De los cuatro núcleos que posee el procesador, al momento de las simulaciones se ha corroborado que la ejecución del código abarcó el uso de dos de dichos núcleos al 100%, mientras que el consumo de memoria RAM alcanzó valores cercanos a 2GB. Otro parámetro que se ha

observado es la carga promedio del procesador, que indica el número promedio de procesos esperando por ser ejecutados; era de esperar que este valor se incremente durante las simulaciones debido a que dos de los cuatro núcleos del CPU son consumidos en forma exclusiva.

A partir de sucesivas simulaciones se ha observado que los recursos computacionales (memoria y procesador) no han sido aprovechados al máximo posible (Figura 3.12), si bien parte del tiempo de ejecución depende del acceso a dispositivos de entrada/salida(E/S) como el disco rígido, es de esperar que la paralelización de este código en el futuro mejore el desempeño notablemente.

El hecho de trabajar en una computadora de escritorio y no en forma paralela mediante el uso de algún cluster de los disponibles en el entorno de la ciudad universitaria, se debe a que la idea a futuro es desarrollar un módulo autocontenido que incluya el efecto de la función de memoria en la ecuación de gobierno, que pueda ser utilizado con el código MODFLOW, el que posee una estructura modular muy versátil que permite activar o desactivar módulos acorde al problema a resolver.

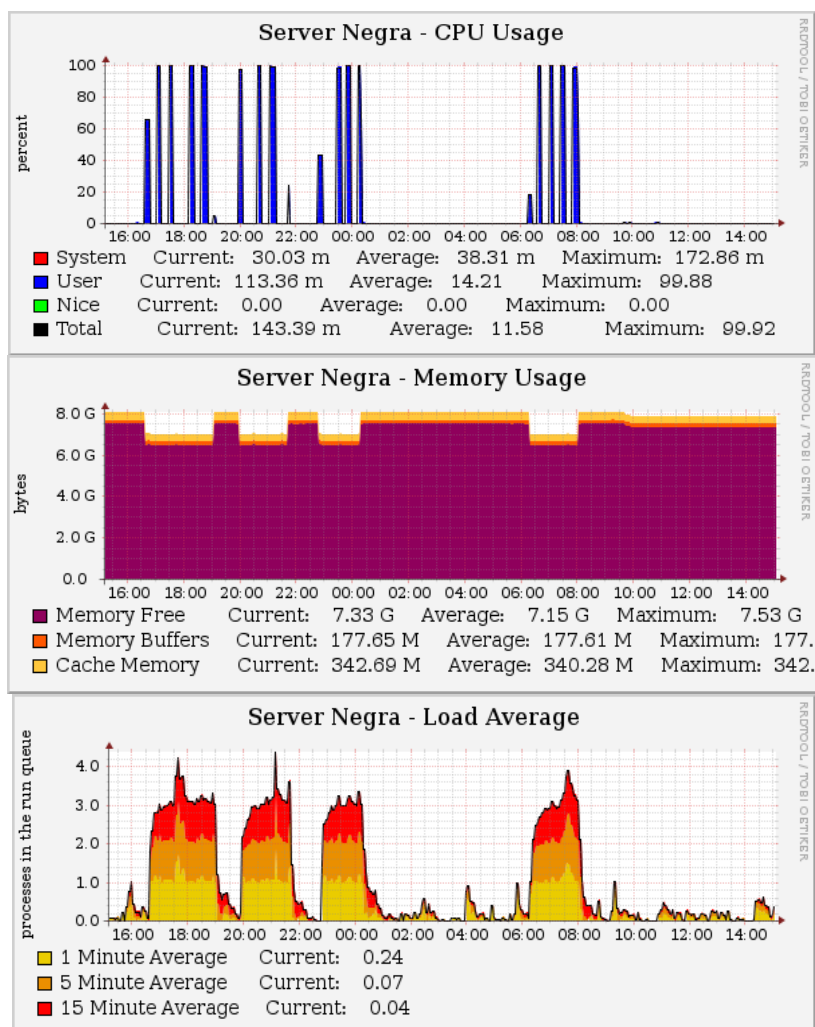


Figura 3.12. Uso del CPU, memoria RAM y carga promedio para cuatro simulaciones sucesivas.

3.3.2. Validación

3.3.2.1 Validación numérica

El código desarrollado es versátil pudiendo utilizarse para resolver tanto la ecuación de flujo sin FM como con FM. El test descrito al inicio de la sección 3.3.1 fue resuelto con el código sin FM y con MODFLOW bajo la interface GMS v8.0 (2011) y ambas comparadas con el caso analítico de Theis. La Figura 3.13 muestra los descensos en el pozo de observación en función del tiempo adimensional, donde se observa el adecuado ajuste de ambas soluciones numéricas a la solución analítica.

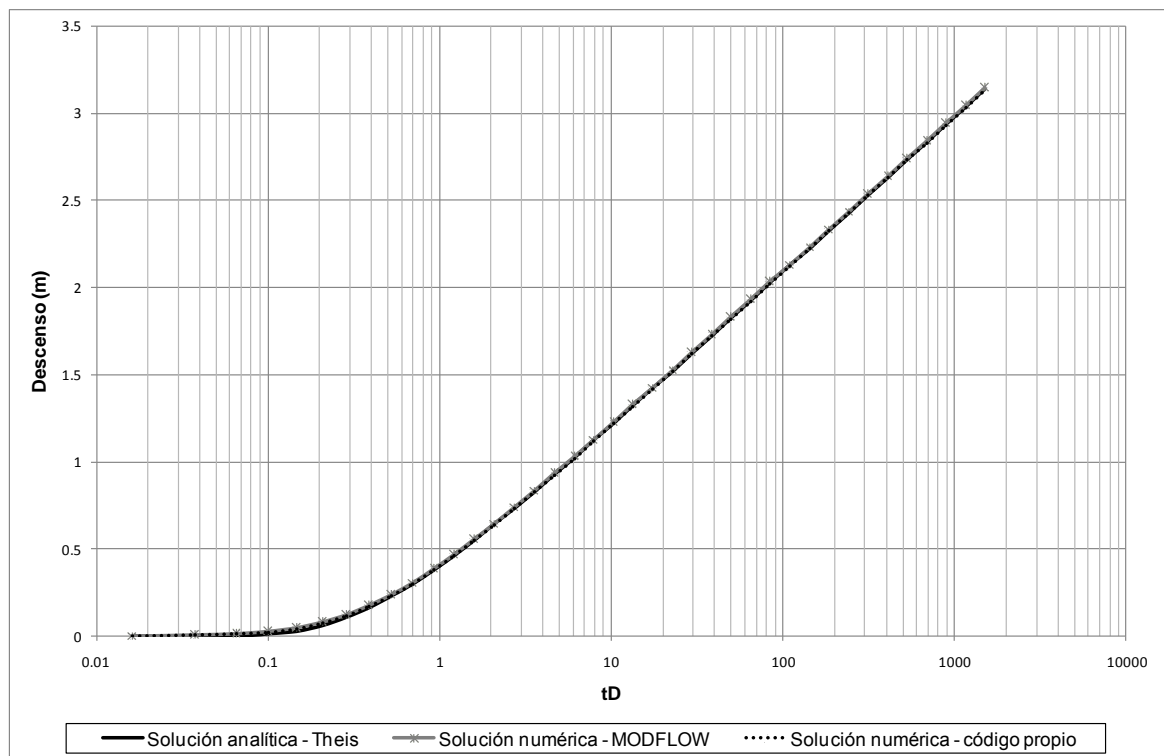


Figura 3.13. Validación del código numérico sin FM con la solución analítica de Theisy comparación con la simulación numérica en MODFLOW.

En todo código es imprescindible verificar el cierre del balance de masa. Para ello se comparó la magnitud de los términos del balance calculados con el código propio con los calculados por MODFLOW, dada la robustez de este código y las innumerables aplicaciones que de él se han publicado en la literatura. La Figura 3.14 muestra la evolución de los términos de variación del almacenamiento, la entrada de agua por las condiciones de borde y el bombeo en ambas implementaciones. Se aprecia que el código propio reproduce fielmente el cierre del balance.

Los resultados del balance también demuestran que el efecto de las condiciones de borde sobre los descensos es despreciable, verificándose que el cociente entre el flujo entrante a través de

los bordes no supera el 10 % de la variación del almacenamiento ($CH_{in} / Storage_{in} < 10\%$), condición necesaria para que el caudal de bombeo sea extraído exclusivamente del almacenamiento.

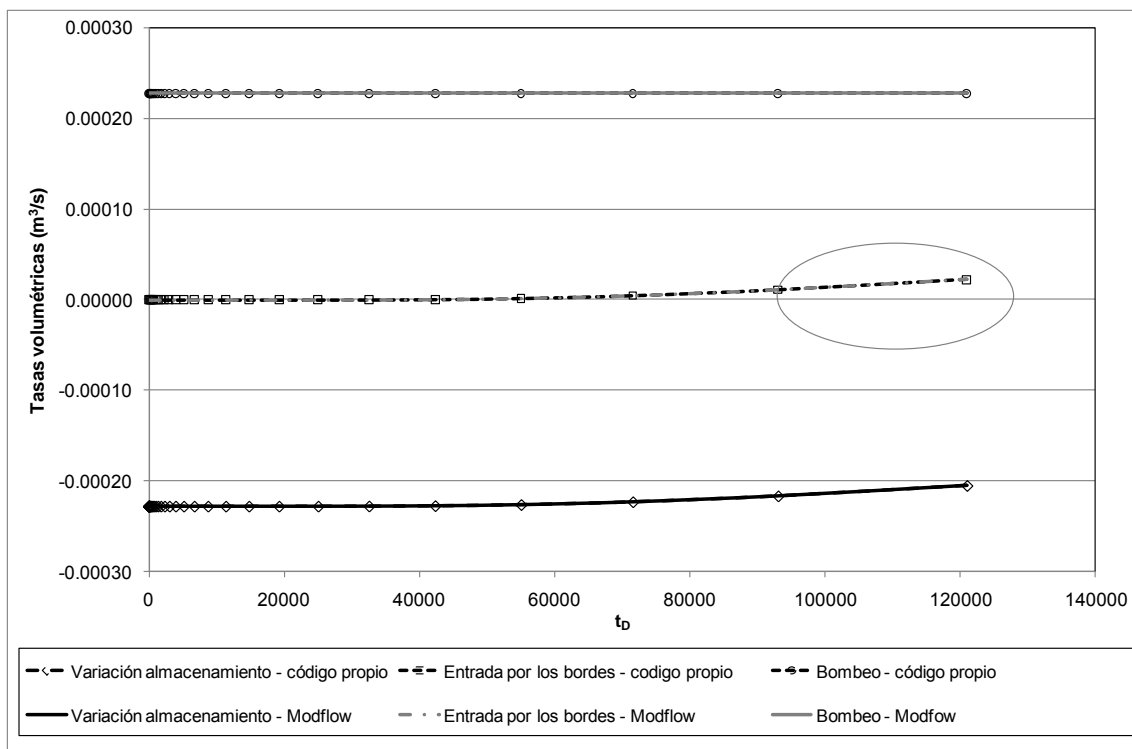


Figura 3.14. Términos del balance de masa. El círculo indica la zona donde comienza a aparecer un flujo de entrada por las condiciones de borde, pero que acarrea un error despreciable.

3.3.2.2 Validación analítica

Son escasos los antecedentes de trabajos que estudian el NE manifestado en problemas de drenaje diferido. Boulton (1955) desarrolló una solución analítica para flujo radial no estacionario de un pozo de bombeo que evidencia un drenaje diferido desde el almacenamiento. Dicha solución contempla dos casos, el primero donde el drenaje diferido es causado principalmente por una capa de materiales finos suprayacente al acuífero principal y que contiene la superficie freática, y el segundo caso donde el drenaje diferido proviene de una capa compresible de material fino intercalado dentro de un acuífero artesiano que se encuentra confinado por capas impermeables horizontales. Este último caso es el que se puede asemejar a nuestro test numérico 2D implementado en la sección anterior y que se encuentra esquematizado en la Figura 3.15.

Partiendo de la ecuación clásica de flujo en coordenadas radiales, utilizando una serie de hipótesis y herramientas matemáticas como Transformada de Laplace y funciones de Bessel, Boulton(1955) arribó a la solución analítica:

$$s_1 - s = \frac{Q}{4\pi T} [\ln \eta + Ei(-at) - Ei(-\eta at)] \quad (3.3)$$

donde:

$s_l - s$ = representa la corrección a ser sustraída del descenso teórico estimado mediante la solución de Theis, utilizando los parámetros T y S , para obtener el descenso correcto s , provocado en la situación con drenaje diferido.

η = es la relación del coeficiente de almacenamiento total efectivo al coeficiente de almacenamiento asociado con un drenaje instantáneo $= \frac{S+S}{S} = \frac{S_m+S_{im}}{S_m}$.

E_i =es la función exponencial integral que se resuelve mediante rutinas desarrolladas en FORTRAN (Zhang y Jin, 1996).

α = constante empírica que equivale a la tasa de transferencia de primer orden.

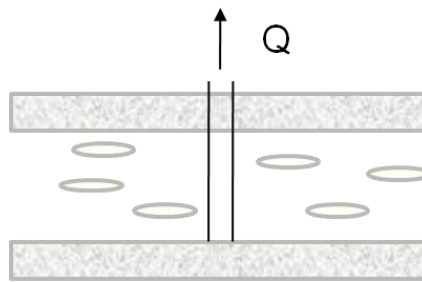


Figura 3.15. Esquema de acuífero artesiano confinado por dos capas impermeables y con intercalaciones de material más fino, situación que resuelve la solución analítica de Boulton (1955).

Vale remarcar que la ecuación 3.3 es una aproximación para radios de observación pequeños, por lo que se implementó la misma para un radio de 0.5 m, respecto al pozo de bombeo. La Figura 3.16 muestra los descensos en función del tiempo obtenidos tanto mediante la solución numérica implementada como la solución analítica de Boulton (1955). Además se graficó la respuesta teórica que se obtendría a partir de Theis, es decir sin la presencia de un drenaje diferido. Los parámetros utilizados se encuentran en el pie de la figura.

Como puede observarse, la solución numérica ajusta fehacientemente la solución analítica. Ambas soluciones se comportan en forma similar a la respuesta teórica de Theis a tiempos pequeños ($t < 12$ s), indicando una entrega instantánea del almacenamiento. A tiempos intermedios ($12 < t < 11000$ s) se puede identificar el período donde el drenaje diferido es evidente, explicado por el hecho de que ciertas porciones del medio (lentes de material más fino) comienzan a aportar masa desacelerando el incremento de los descensos en el tiempo. A tiempos largos el sistema llega a una nueva situación de equilibrio de entrega instantánea de almacenamiento, que también podría interpretarse mediante la solución de Theis pero con un almacenamiento mayor al utilizado en tiempos pequeños, y que se denomina $S_{TOTAL} = S_m + S_{im}$.

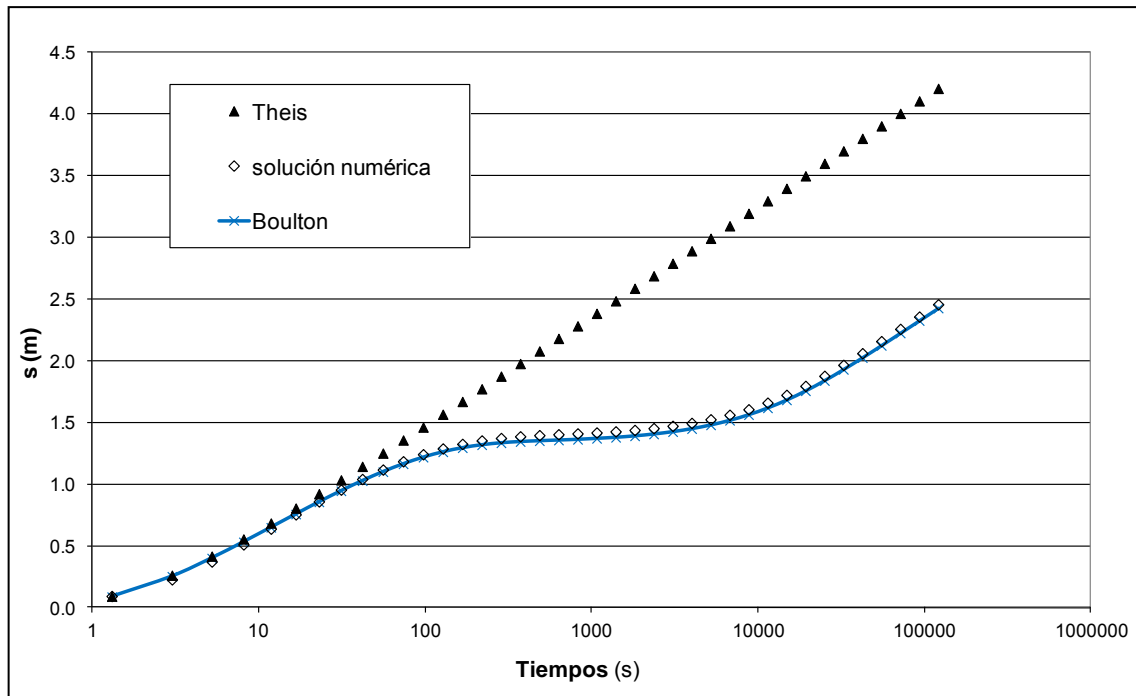


Figura 3.16. Solución numérica vs. solución analítica de Boulton (1955). $S_m = 9.4 \times 10^{-4}$, $S_{im} = 9.4 \times 10^{-2}$, $T = 4.7 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\alpha = 7.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, $Q = 2.28 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

3.3.3. Análisis de sensibilidad de los parámetros asociados a la Función de Memoria

Al igual que en el caso unidimensional, se analizó la sensibilidad del modelo ante un cambio de los parámetros α y S_{im} de la función de transferencia de masa o FM.

Por un lado, se fijó S_{im} variando α , definiendo dos casos: 1) $S_{im} = 9.4 \times 10^{-3}$ (Figura 3.17.); 2) $S_{im} = 9.4 \times 10^{-2}$ (Figura 3.18), ambos para un rango de α comprendido entre $7 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ y $7.8 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$. En las figuras se graficaron las curvas de descenso con y sin FM.

Ambos gráficos demuestran que el valor de S_{im} condiciona la posición de la asíntota que trabaja como atractor para todos los valores de α probados, mostrando que los descensos convergen a esa asíntota, paralela a la correspondiente al caso sin FM. Cuando S_{im} es mayor, dicha asíntota se aleja más de la asíntota sin FM; esto quiere decir que el sistema inmóvil tiene una mayor capacidad de almacenamiento y por lo tanto los descensos en la zona móvil son menores ya que dicho almacenamiento va entregando agua paulatinamente al acuífero en función de la tasa de transferencia que se aplique.

A partir del tiempo en el que se alcanza la nueva asíntota, se puede asumir que el sistema móvil-inmóvil llega a un nuevo equilibrio, en tanto que la tasa de variación de los descensos se hace constante (dada por la pendiente de la asíntota). Para esta condición, el almacenamiento disponible en forma instantánea sería un nuevo coeficiente de almacenamiento al que se llama $S_{TOTAL} = S_m + S_{im}$.

A valores pequeños de la tasa de transferencia el sistema tiende a comportarse de la misma forma que el caso sin FM durante un mayor lapso desde el comienzo del bombeo. Sin embargo, la aparición del efecto de la zona inmóvil ocurre a diferentes tiempos dependiendo de su capacidad de almacenamiento, es decir, a mayor S_{im} aparece más temprano, y viceversa. También las Figuras 3.17 y 3.18 muestran que para un valor fijo de S_{im} el efecto de drenaje diferido se presenta con antelación cuanto mayor es el valor del coeficiente de transferencia

A tiempos cortos, $t_D < 0.1$, el sistema se comporta como si fuera una sola zona móvil, para $t_D > 0.1$ comienza el efecto del drenaje diferido, que es cuando las zonas inmóviles comienzan a transferir agua a la zona móvil. El tiempo para alcanzar el estado asintótico es fuertemente dependiente de la magnitud de la tasa de transferencia α . Para los mayores valores α , el estado asintótico se alcanza más rápidamente, y viceversa. Incluso, para $\alpha = 7.8 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$, no se alcanza el nuevo equilibrio para el tiempo de simulación elegido, que se definió para evitar los efectos de borde, dado el tamaño del dominio.

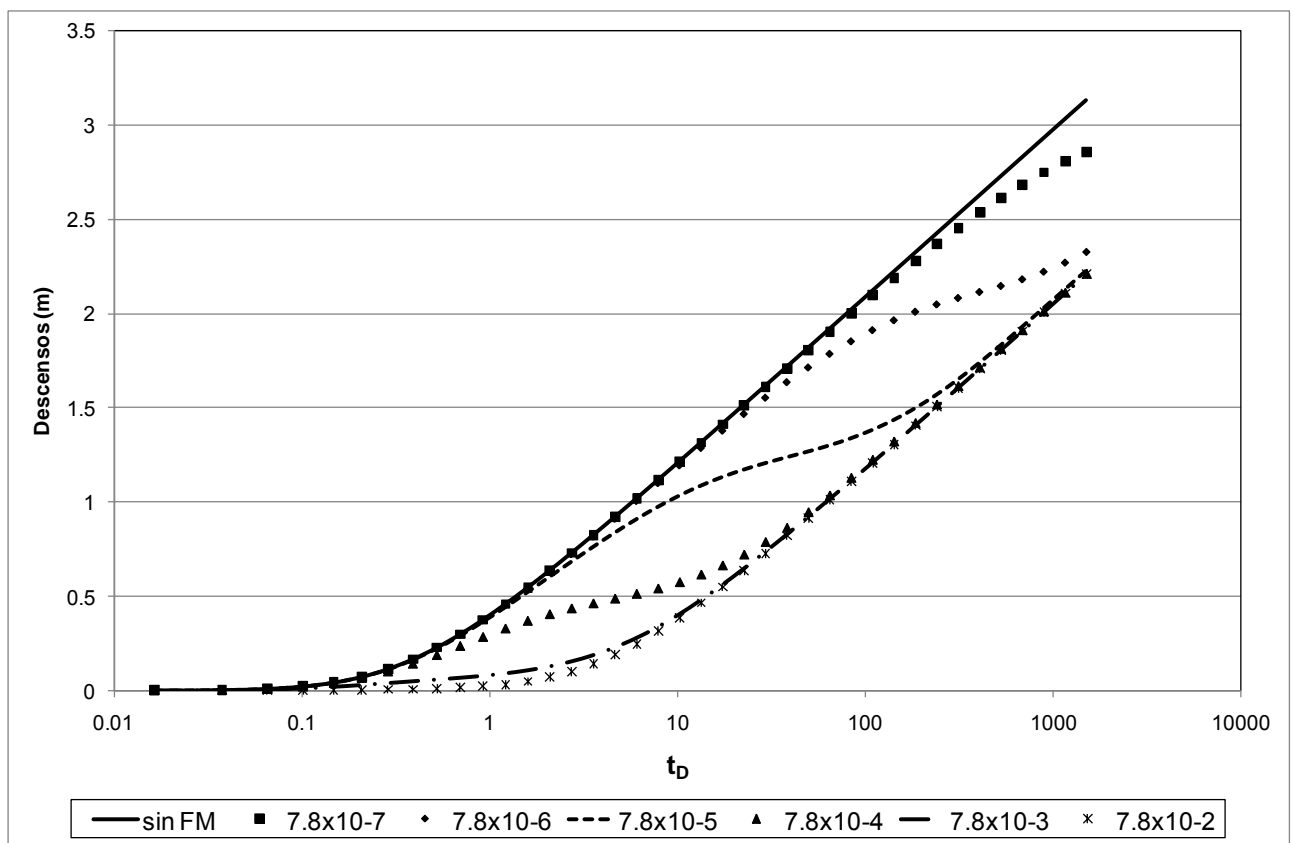


Figura 3.17. Análisis de sensibilidad al parámetro alfa. $S_{im} = 9.4 \times 10^{-3}$

Por otro lado, se fijó α , variando S_{im} en un rango comprendido entre 9.4×10^{-1} y 9.4×10^{-3} , graficándose las curvas de descenso con y sin FM (Figura 3.19). En realidad, se aplican las mismas observaciones realizadas sobre las gráficas anteriores.

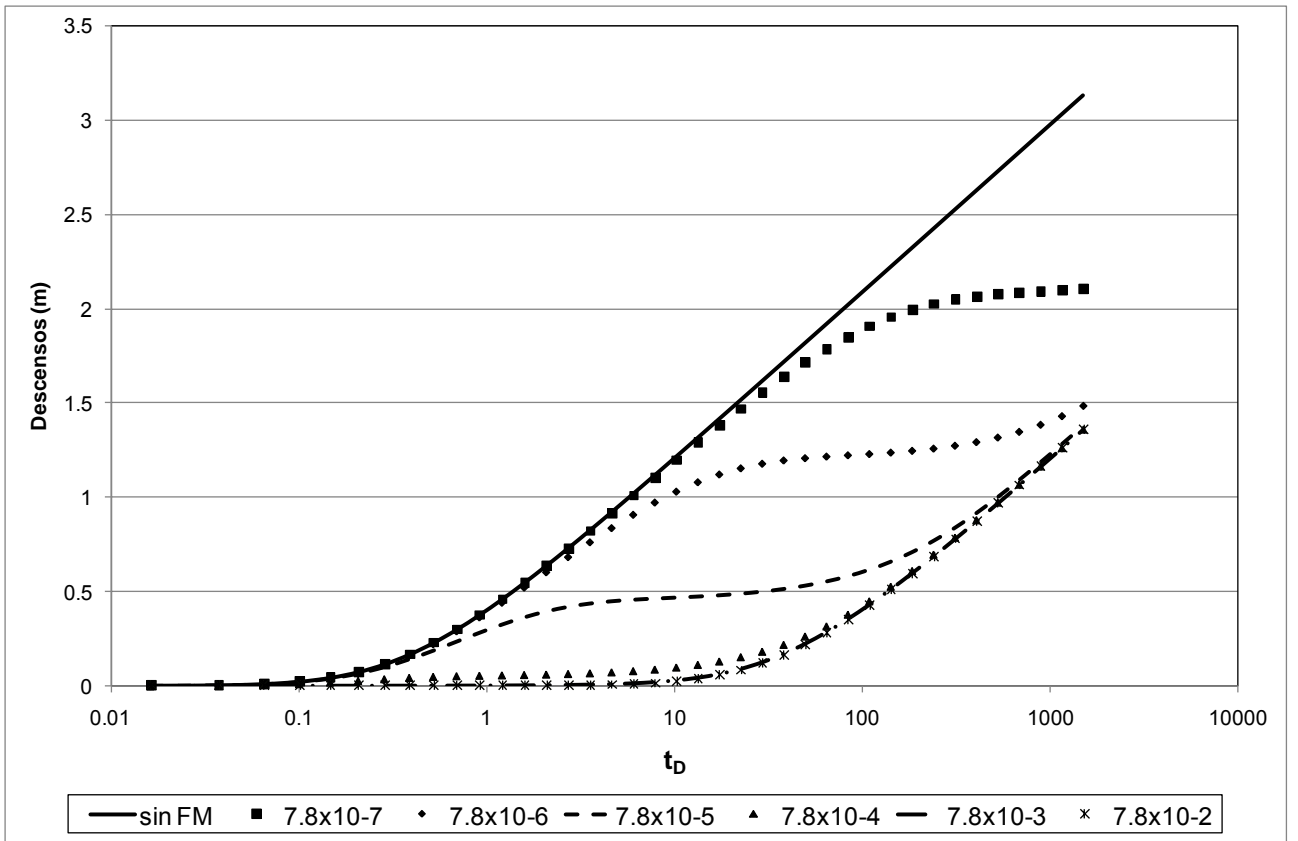


Figura 3.18. Análisis de sensibilidad al parámetro α . $S_{im} = 9.4 \times 10^{-2}$

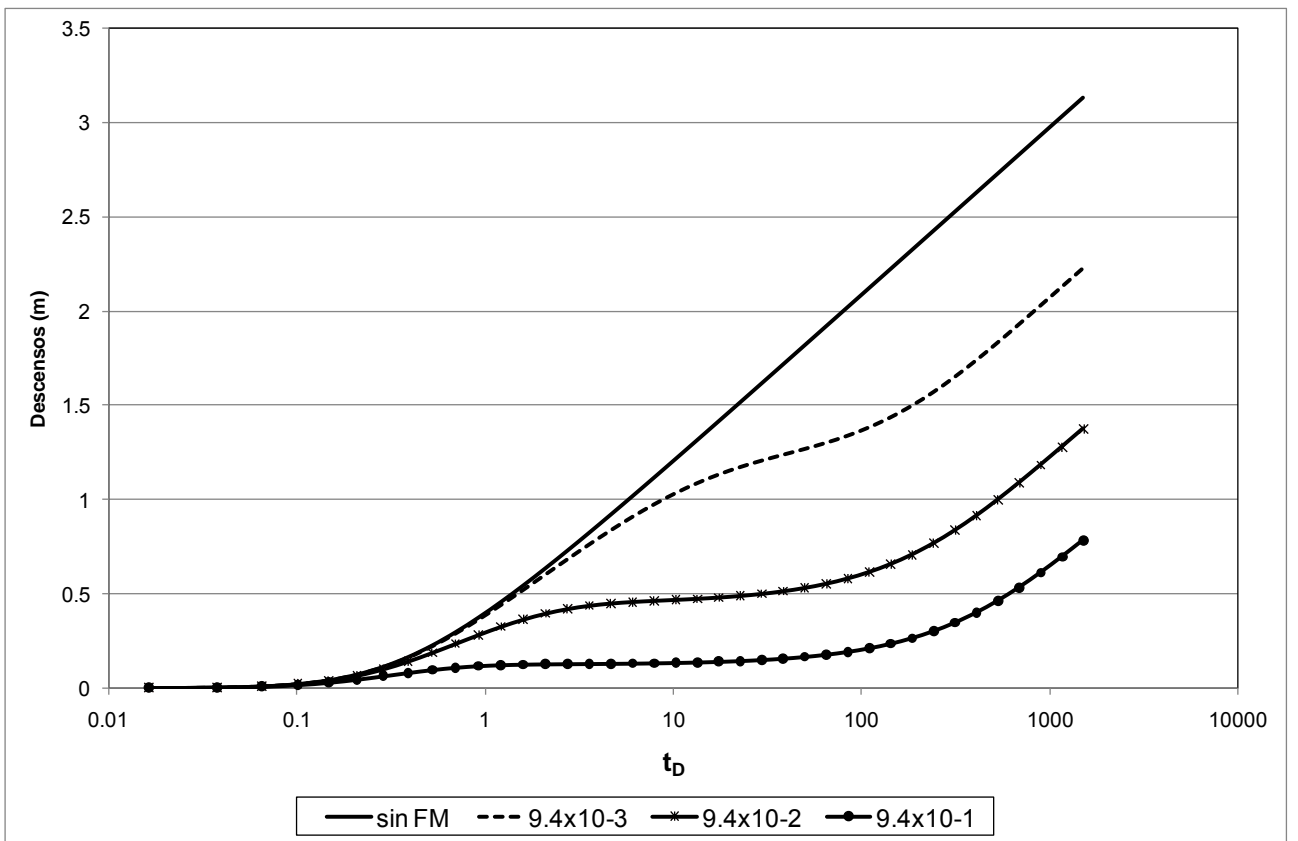


Figura 3.19. Análisis de sensibilidad al parámetro S_{im} , $\alpha = 7.8 \times 10^{-5} s^{-1}$

3.4. Caso heterogéneo simple 2D

Primeramente, el modelo se aplicó en un caso heterogéneo sintético con dos transmisividades, según lo esquematizado en la Figura 3.20, manteniendo el tamaño del dominio (501x501 celdas, $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ m}$) y las condiciones de simulación del caso descrito en el análisis de sensibilidad. La zona con transmisividad igual a T_1 abarca un área igual a 131x131 celdas, centrada en el pozo de bombeo. El valor de la transmisividad en la zona circundante T_2 es menor a T_1 . Los parámetros elegidos y las demás variables del test se resumen en la Tabla 3.2.

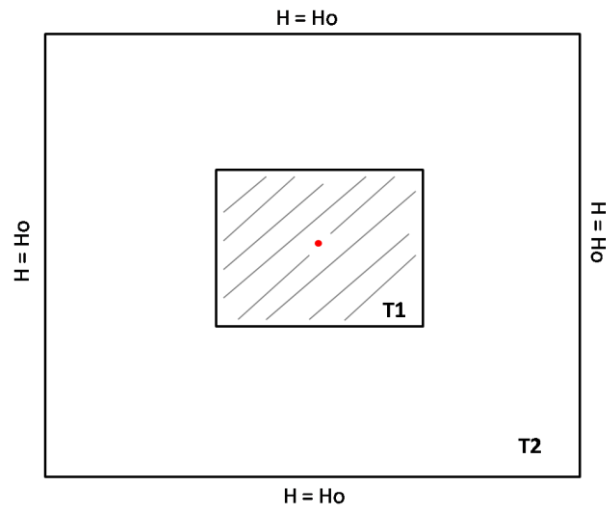


Figura 3.20. Esquema del caso heterogéneo sintético.

Parámetro	Valor
Transmisividad zona $T1$ (m^2s^{-1})	8.5×10^{-5}
Transmisividad zona $T2$ (m^2s^{-1})	4.37×10^{-5}
Coefficiente de almacenamiento S (adim.)	9.4×10^{-4}
Espesor b (m)	4.4
Caudal de extracción Q ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)	2.28×10^{-4}
Condición inicial para h y h_{im} a $t=0$ (m)	0
Condición de borde h en Γ (m)	0

Tabla 3.2. Condiciones del test 2D

En primera instancia, se llevó adelante una simulación del flujo regional para el estado estacionario que permitió estimar la transmisividad equivalente del sistema heterogéneo a partir de la ecuación de Darcy para el flujo estacionario simulado. El valor resultante de la transmisividad equivalente fue de $T_{eq} = 4,7 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. En la Figura 3.21 se muestra la piezometría y el campo de velocidades de la simulación heterogénea obtenidos mediante el uso de MODFLOW 2000 bajo la

interface GMS (GMS, 2011). Seguidamente, se simuló el flujo radial en el medio heterogéneo descrito (caso sintético representando la realidad) utilizando el mismo software y se graficaron los descensos en el pozo de observación, ubicado a 2 m del pozo de bombeo, en función del tiempo (Figura 3.22). La discretización temporal telescópica fue igual a la utilizada para el caso homogéneo sin función de memoria (duración de 121.000 s, 39 pasos de tiempo y un coeficiente multiplicador de 1.3).

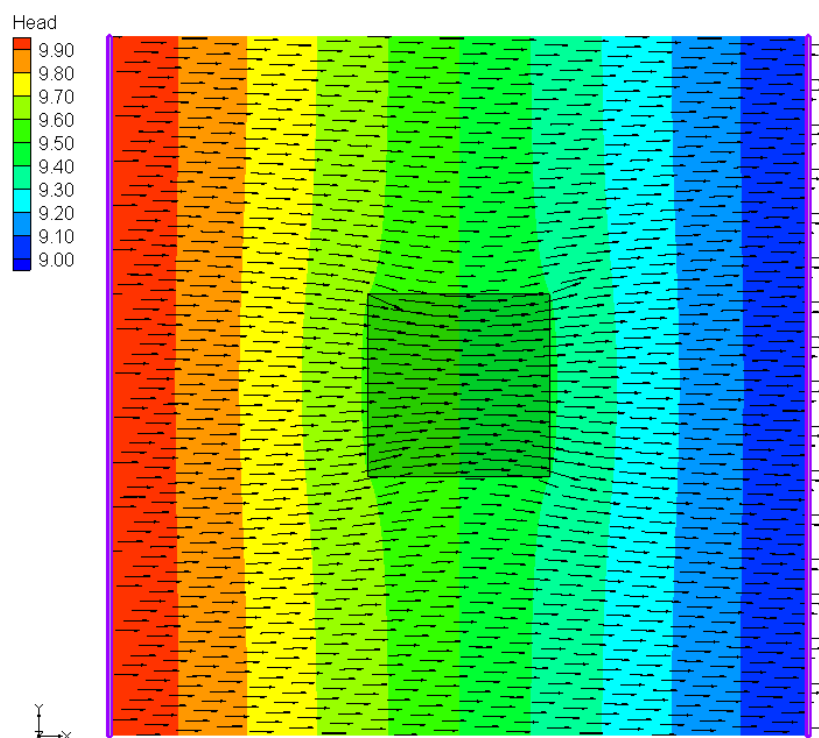


Figura 3.21. Piezometría y campo de velocidades del flujo regional estacionario

A continuación, y a los fines de la comparación, se llevó a cabo una simulación de flujo radial en estado transitorio para un medio homogéneo utilizando la transmisividad equivalente estimada previamente, también, mediante el uso de MODFLOW 2000. La Figura 3.22 muestra los descensos para ambos casos. Se destaca que para tiempos cortos la heterogeneidad (línea punteada) ocasiona mayores descensos que en el caso homogéneo equivalente (aceleración). Para un tiempo de aproximadamente 180 s, la respuesta de los descensos se invierte, es decir la heterogeneidad genera una desaceleración reflejada en los menores descensos (Knudby y Carrera, 2006). Dada la limitación relativa a la duración de la simulación de flujo radial, caso heterogéneo, que no permitió alcanzar el estado asintótico necesario para el análisis que se describe más abajo, se debió expandir el tamaño del dominio de simulación a 1501×1501 celdas, manteniendo las dimensiones de la zona de T_1 , con el fin de alcanzar ese comportamiento. En la Figura 3.23 se muestra la piezometría y el campo de velocidades de la simulación de flujo radial en el dominio heterogéneo extendido.

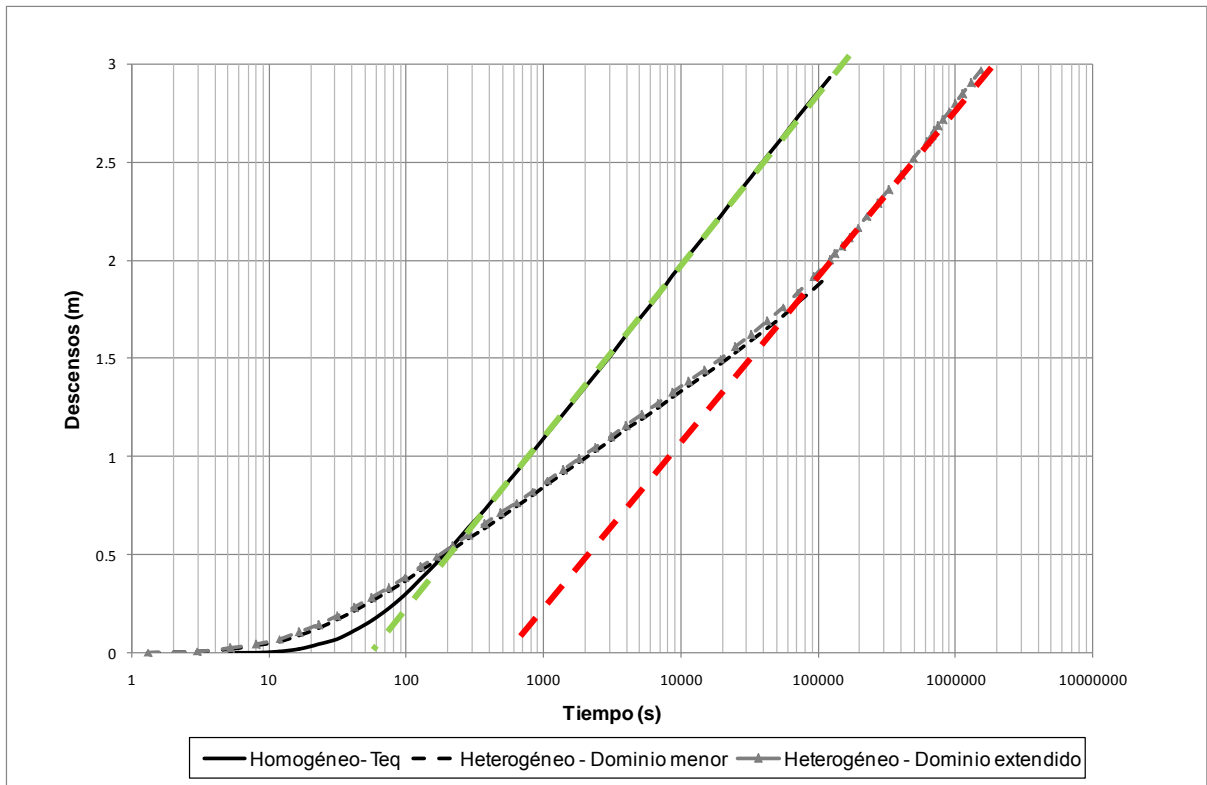


Figura 3.22. Descensos para el caso homogéneo equivalente y heterogéneo. Las líneas a trazos representan las asíntotas utilizadas para la estimación de parámetros para aplicar el método de Cooper – Jacob.

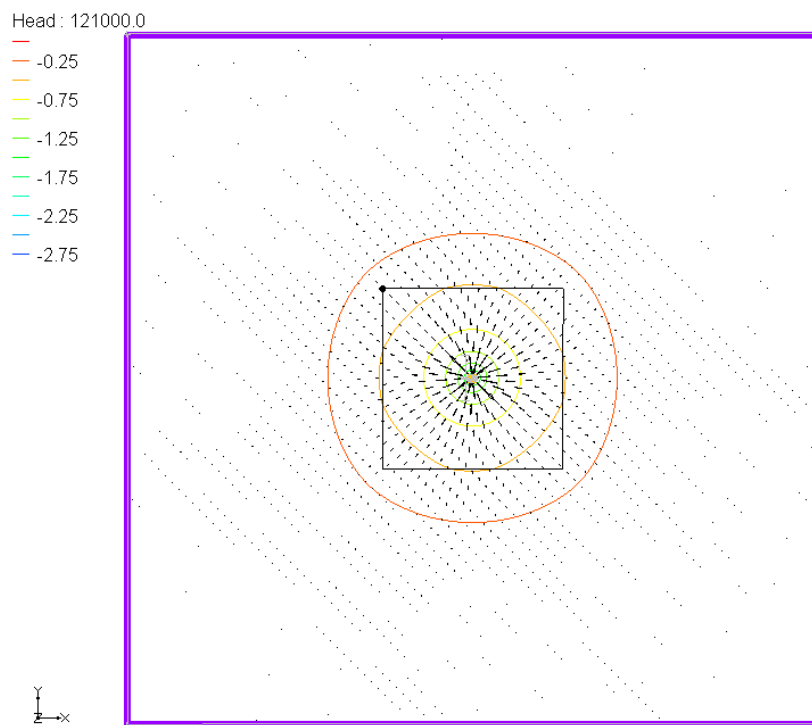


Figura 3.23. Abatimientos y campo de velocidades para flujo radial (caso heterogéneo)

3.4.1. Aplicación de la formulación equivalente a un caso heterogéneo simple

La hipótesis en la que se basa esta tesis es que los efectos de aceleración/desaceleración del flujo se deben al drenaje diferido inducido por la heterogeneidad. El modelo desarrollado, con los parámetros de la función de memoria y los de la zona móvil capaz de conducir agua (T y S_m), intenta capturar este fenómeno.

Tal como se explicó en el Capítulo I, uno de los mayores desafíos de los modelistas es encontrar el juego de parámetros que mejor ajuste al comportamiento deseado del sistema modelado. En este caso ese comportamiento es la curva de descensos obtenida para el caso heterogéneo “real” (línea gris, Figura 3.22). En el caso de los problemas de transporte, la estimación de los parámetros de la función de memoria se puede obtener a partir de las curvas de llegada de solutos, “breakthrough curves” (Willmann et al., 2008). En este caso, y a los fines de reducir los grados de libertad del proceso de calibración, esto es, el número de parámetros a determinar, y contar con una estimación previa de los parámetros, se recurre al análisis del comportamiento asintótico de Cooper-Jacob (1946). Así, la transmisividad aparente de la zona móvil T_{ap} y el almacenamiento total S_{TOTAL} alcanzado en la situación de equilibrio (línea roja de la Figura 3.22) pueden obtenerse a partir de las ecuaciones:

$$T_{ap} = \frac{2.3 Q}{4\pi\Delta h} \quad (3.4)$$

$$S_{TOTAL} = \frac{2.25 T t_0}{r^2} \quad (3.5)$$

Donde r es la distancia del pozo de observación al pozo de bombeo, Δh es la variación del nivel en un ciclo logarítmico, t_0 es el tiempo correspondiente al punto de intercepción de la asíntota con el eje de los tiempos, y las demás variables fueron definidas anteriormente. De dicha gráfica se pudo extraer $t_0 = 550$ s, y $\Delta h = 0.85$ m, obteniéndose una transmisividad aparente $T_{ap} = 4,91 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ y que difiere en un 11.8 % de la T_{eq} estimada a partir del flujo regional en estado estacionario para el mismo dominio.

A partir de la asíntota correspondiente al caso homogéneo equivalente (línea verde de la Figura 3.22), podría obtenerse el coeficiente de almacenamiento de la zona móvil S_m .

Dado que los descensos observados en el sistema heterogéneo “real” son menores que los observados en el sistema homogéneo equivalente, el almacenamiento del sistema “real” es $S_{TOTAL} = S_{im} + S_m$, de allí se despeja el valor de S_{im} , conociendo S_m . Los parámetros estimados de estos cálculos se resumen en la Tabla 3.3. Para el cálculo del coeficiente de almacenamiento S_{TOTAL} se consideraron tanto T_{ap} como T_{eq} .

Transmisividad utilizada (m^2s^{-1})	S_{TOTAL}	S_{im}
T_{ap}	0,015	0,014
T_{eq}	0,014	0,013

Tabla 3.3. Parámetros estimados

A partir de esta estimación previa, se procedió al ajuste de los otros parámetros del modelo. La Tabla 3.4 resume las distintas combinaciones de parámetros probadas mientras que las Figuras 3.24.A a 3.24.D muestran los resultados para los distintos casos.

Caso	S_m	$T[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$	$\alpha (\text{s}^{-1})$	S_{im}
1	9.4×10^{-4}	4.7×10^{-4}	5×10^{-3}	1.26×10^{-2}
2	9.4×10^{-4}	4.91×10^{-5}	5×10^{-3}	1.42×10^{-2}
3	9.4×10^{-4}	4.91×10^{-5}	5×10^{-4}	1.42×10^{-2}
4	9.4×10^{-4}	8.5×10^{-5}	5×10^{-3}	1.42×10^{-2}
5	9.4×10^{-5}	8.5×10^{-5}	5×10^{-3}	1.42×10^{-2}
6	9.4×10^{-4}	4.91×10^{-5}	9×10^{-5}	1.42×10^{-2}

Tabla 3.4. Resumen de los parámetros utilizados en las simulaciones de calibración.

En la Figura 3.24.A, se muestran dos simulaciones con el modelo equivalente, casos 1 y 2, una con el coeficiente S_{im} estimado a partir de la T_{ap} y otra con el S_{im} estimado a partir de la T_{eq} . La transmisividad empleada en sendas simulaciones es la utilizada para el cálculo de S_{im} en cada caso, es decir T_{ap} y T_{eq} , respectivamente. Se observa que no hay diferencias significativas entre sí, guardan igual tendencia que el caso equivalente pero desplazadas a la derecha dado que el almacenamiento es mayor (este comportamiento fue explicado en el análisis de sensibilidad). Este juego de parámetros no contribuye al ajuste esperado.

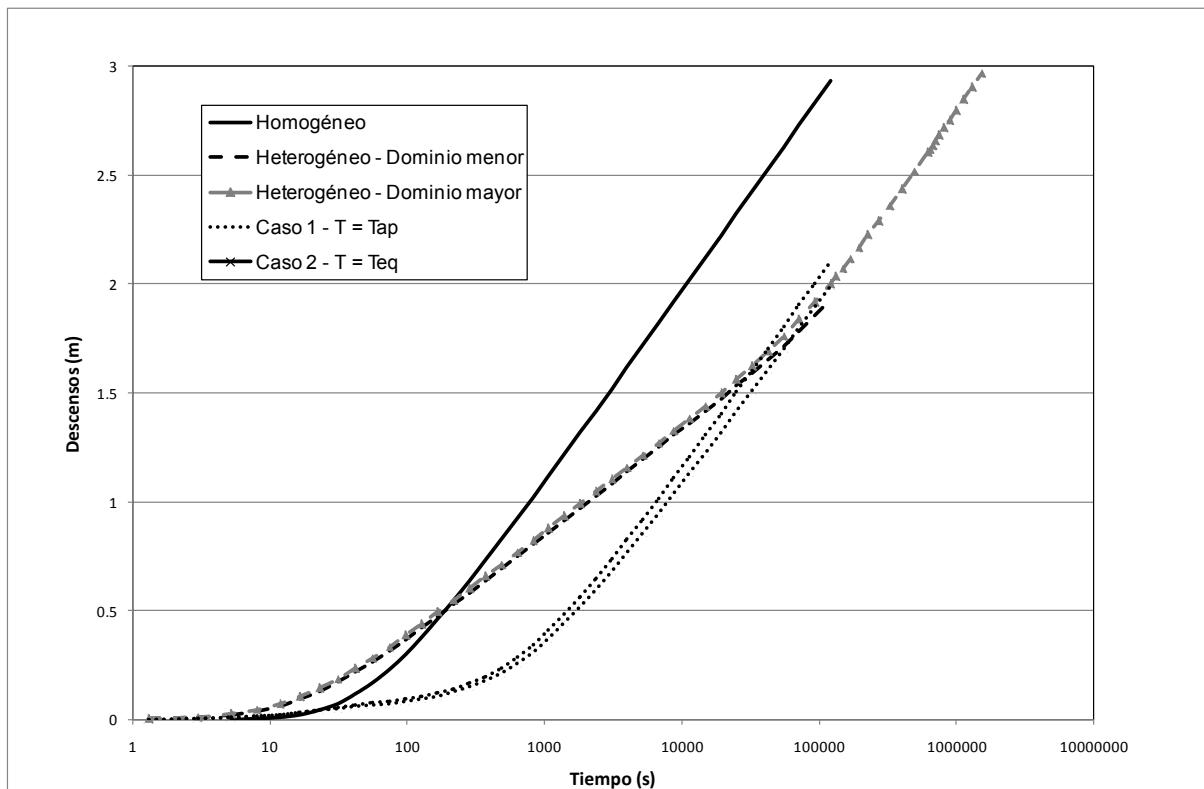
El paso siguiente fue explorar el coeficiente α para capturar la curvatura de la curva “real” a tiempos cortos e intermedios. En la Figura 3.24.B se comparan el caso 2 con el caso 3; en este último el coeficiente de transferencia se reduce un orden de magnitud. Con el valor de alfa menor se logra capturar los descensos hasta un t de aproximadamente 95 s, a partir del cual la curva diverge de la correspondiente a los “descensos observados” afectada por un efecto de drenaje más pronunciado para luego alcanzar el equilibrio con antelación a lo observado al “caso real”.

En el caso 4 se planteó la estrategia de mantener los parámetros del caso 2 variando la transmisividad, utilizando un valor igual a T_1 ($8.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$). Los resultados se muestran en la

Figura 3.24.C (casos 2 y 4); el cambio no mostró mejoras en el ajuste respecto de lo obtenido en el caso 3.

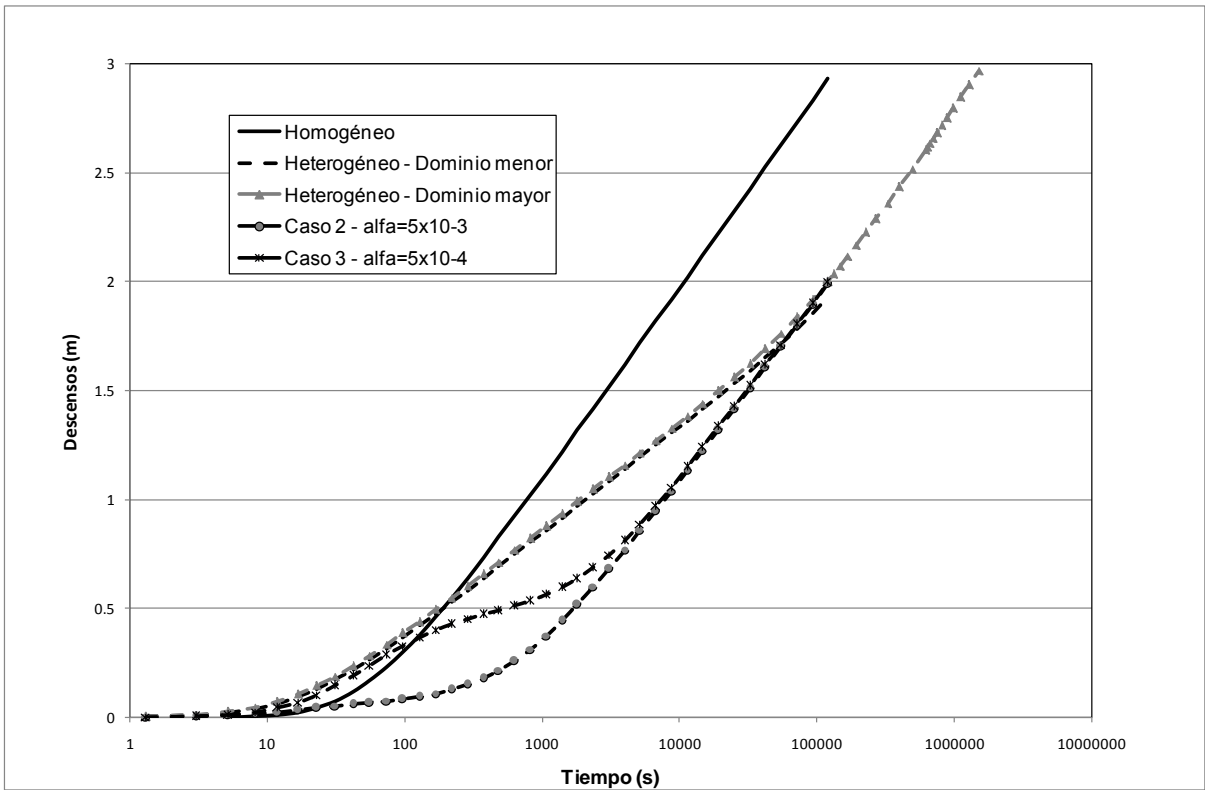
Dado que los descensos simulados están por debajo del caso “real”, en el caso 5 se disminuyó S_{TOTAL} reduciendo S_m sin alterar el S_{im} . Los resultados no fueron muy satisfactorios ya que los descensos simulados en el caso 5 fueron superiores a los observados durante los primeros tiempos del ensayo (ver Figura 3.24.D, casos 4 y 5).

Finalmente, en el caso 6, y partiendo del caso 3 (Figura 3.24.B), se disminuyó el valor del coeficiente de transferencia α a $9 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. En la Figura 3.24.E (casos 3 y 6) se puede ver que con este cambio se logró capturar la tendencia del comportamiento deseado durante un tiempo más prolongado que en el caso 3. Este resultado indica que, a pesar de que la curvatura de los descensos simulados no es la deseable, el modelo propuesto captura en una primera aproximación el efecto de drenaje diferido inducido por la heterogeneidad. No obstante, el ajuste debe ser mejorado en el futuro a partir de un algoritmo de calibración automática que facilite el proceso de ajuste de parámetros. Asimismo, de los resultados del modelo se infiere la necesidad de incorporar un número mayor de zonas inmóviles conectadas a cada nodo del modelo ($N > 1$) lo que permitiría un mejor ajuste de la evolución de los descensos observados durante la etapa afectada por drenaje diferido.

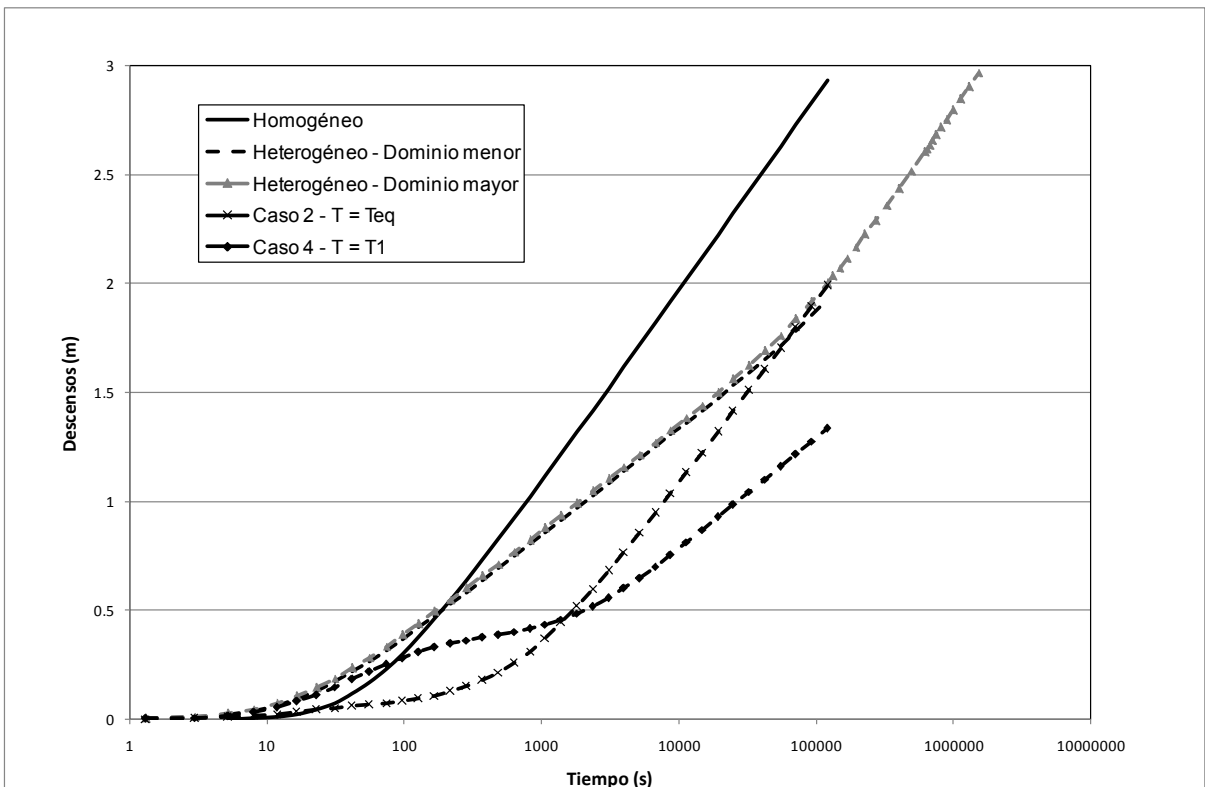


(A)

Figura 3.24.A. Descensos obtenidos en las simulaciones. Casos 1 y 2.

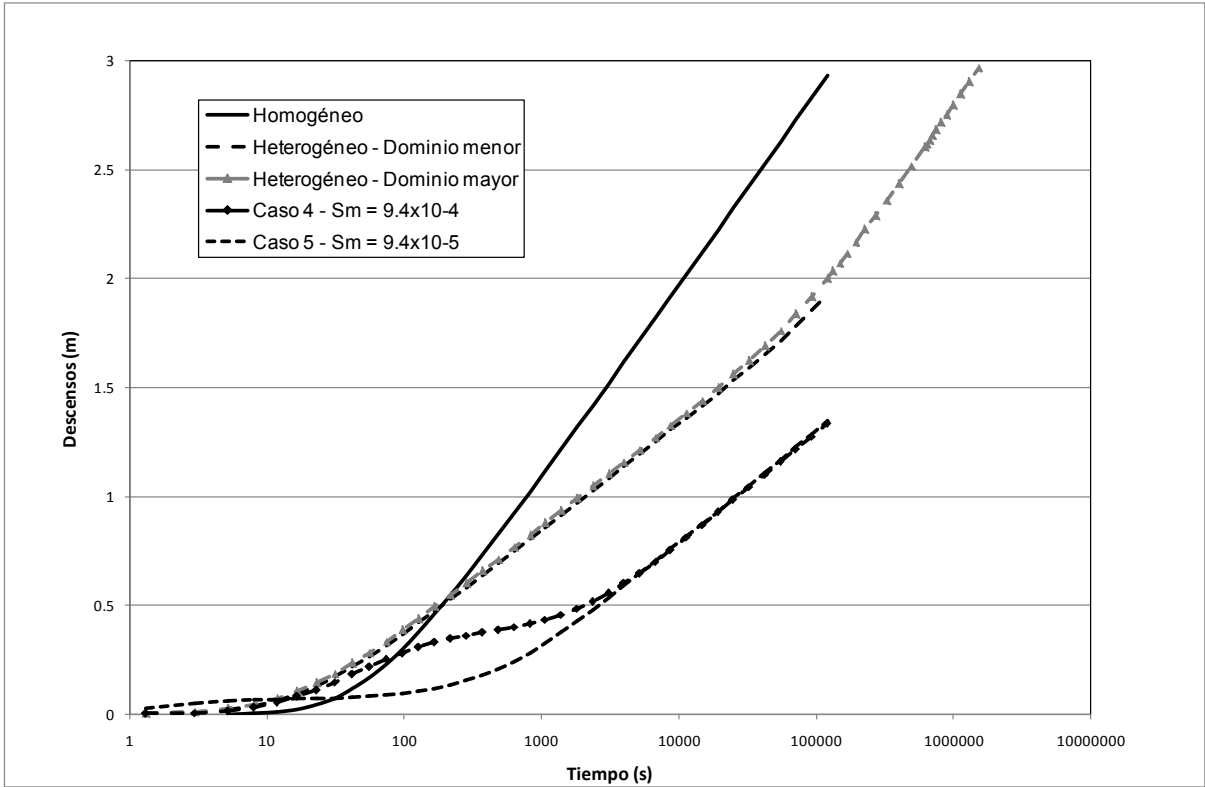


(B)

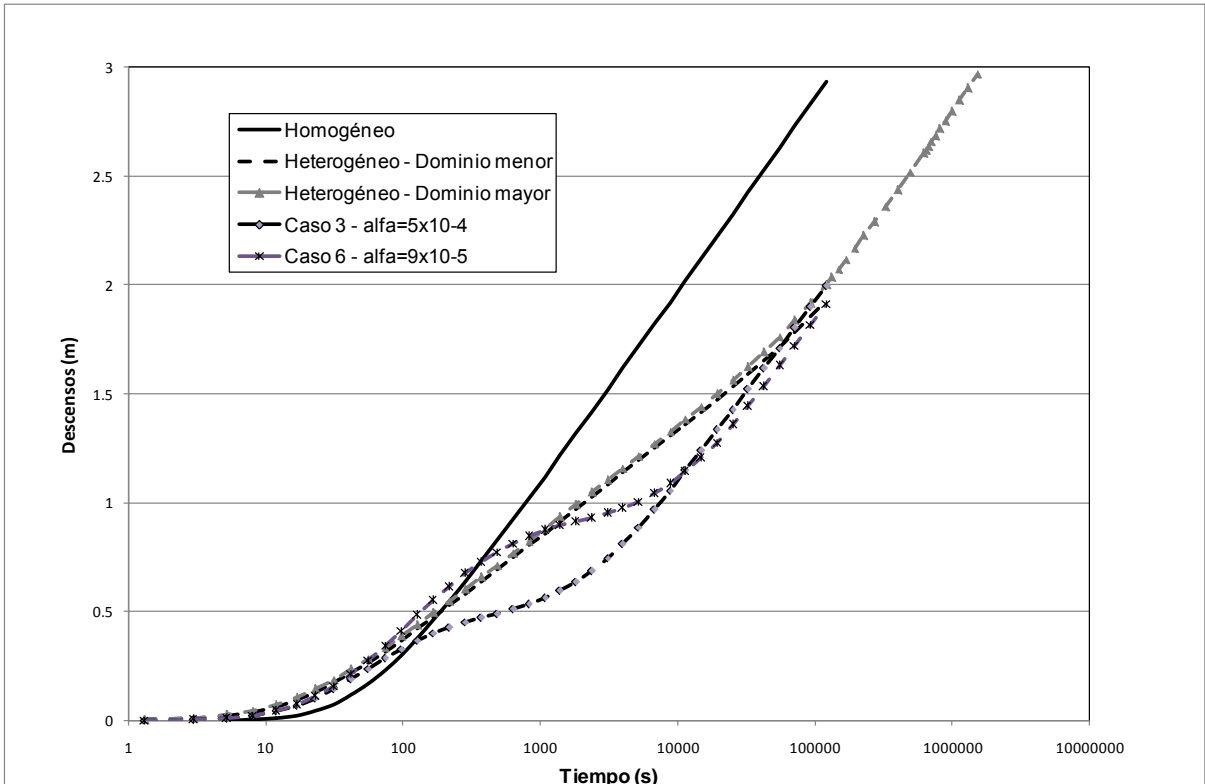


(C)

Figura 3.24. Descensos obtenidos en las simulaciones. **B)** Casos 2 y 3. **C)** Casos 2 y 4.



(D)



(E)

Figura 3.24. Descensos obtenidos en las simulaciones. D) Casos 4 y 5. E) Casos 3 y 6.

3.5 Aplicación a casos basados en modelos geoestadísticos

En este apartado se presenta la aplicación de la formulación equivalente para otros campos heterogéneos de la transmisividad hidráulica $T(\mathbf{x})$ generados a partir de modelos geoestadísticos. Previamente a describir la aplicación de la ecuación de flujo equivalente es necesario introducir algunos conceptos relacionados a la geostatística clásica.

3.5.1 Conceptos de geostatística

Se dice que la transmisividad es una variable aleatoria regionalizada, es decir que su distribución en el espacio presenta una cierta estructura espacial de correlación (De Marsily, 1986). Este tipo de variables son estudiadas mediante la geostatística, ciencia que aborda los fenómenos de correlación espacial.

La geostatística está basada en el concepto de función aleatoria (FA), que se define como un conjunto de variables $Z(\mathbf{x})$ aleatorias usualmente dependientes, una para cada posición \mathbf{x} en el área de estudio A , $\{Z(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in A\}$. Cualquier conjunto de N posiciones \mathbf{x}_k , $k = 1, \dots, N$ corresponde a un vector de N variables aleatorias $\{Z(\mathbf{x}_1), \dots, Z(\mathbf{x}_N)\}$ que es caracterizado por la función de distribución acumulada (fda) N -variada. La fda N -variada brinda la probabilidad de que la variable Z_k en la posición \mathbf{x}_k no sea mayor a un valor umbral dado, z_k :

$$F(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N; z_1, \dots, z_N) = \text{Prob}\{Z(\mathbf{x}_1) \leq z_1, \dots, Z(\mathbf{x}_N) \leq z_N\} \quad (3.6)$$

La fda multivariada caracteriza la incertidumbre conjunta acerca de los valores reales $z(\mathbf{x}_1), \dots, z(\mathbf{x}_N)$. El conjunto de todas las N -variadas fda's, para cualquier entero positivo N y para cualquier elección de las posiciones \mathbf{x}_k , constituye la ley espacial de la FA $Z(\mathbf{x})$.

En la práctica, el análisis se limita a fda's que involucran no más que dos posiciones a un mismo tiempo, \mathbf{x} y \mathbf{x}' , separados una distancia \mathbf{h} ; y sus correspondientes momentos:

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; z, z') = \text{Prob}\{Z(\mathbf{x}) \leq z, Z(\mathbf{x}') \leq z'\} \quad (3.7)$$

$$\text{Valor esperado de } Z: \quad m(\mathbf{x}) = E\{Z(\mathbf{x})\} \quad (3.8)$$

$$\text{Varianza de } Z: \quad \sigma^2 = \text{Var}\{Z(\mathbf{x})\} = E\{[Z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})]^2\} \quad (3.9)$$

$$\text{Covarianza de } Z: \quad C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = E\{Z(\mathbf{x}) \cdot Z(\mathbf{x}')\} - E\{Z(\mathbf{x})\} \cdot E\{Z(\mathbf{x}')\} \quad (3.10)$$

Variograma de Z :

$$2\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \text{Var}\{Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x}')\} = E\{[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x}')]^2\} = E\{[Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})]^2\} \quad (3.11)$$

La estructura de correlación espacial de $Z(\mathbf{x})$ se determina a partir del semivariograma, $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ o $\gamma(\mathbf{h})$, donde \mathbf{h} es el vector que indica la distancia y dirección de separación entre las posiciones \mathbf{x} y \mathbf{x}' y γ es una función escalar. Normalmente el semivariograma es una función

monótona no decreciente, como se puede observar en la Figura 3.25. Si Z es estacionaria, γ alcanza un valor constante llamado meseta y que coincide con la varianza σ^2 de Z . La distancia a la que se alcanza dicho valor se denomina rango o alcance y marca la zona de influencia en torno a un punto. Aunque $\gamma(0) = 0$, con frecuencia el semivariograma es discontinuo en el origen, con un salto finito denominado efecto pepita. Por último, se define como distancia integral o alcance integral el valor de h en el que las áreas rayadas de la Figura 3.25 son iguales. La distancia integral suele emplearse para medir el grado de correlación espacial de la variable.

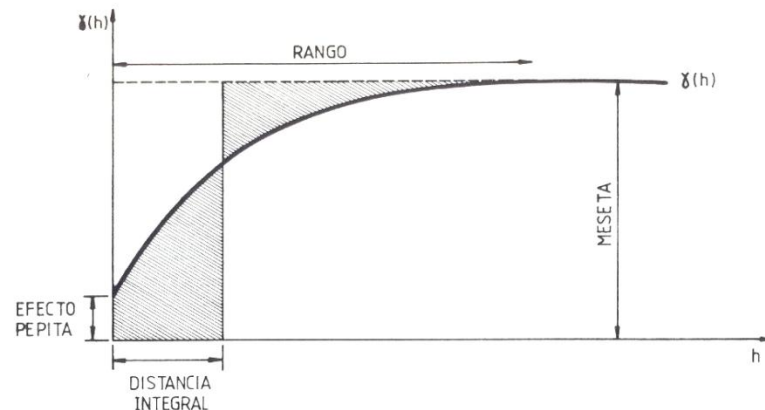


Figura 3.25. Semivariograma típico y sus parámetros, Samper y Carrera (1990).

Las FA se pueden clasificar como estacionarias o no estacionarias. Se dice que una FA es estrictamente estacionaria si su fda es invariante respecto a cualquier traslación del vector \mathbf{h} . La ventaja de asumir la estacionariedad es que matemática y estadísticamente hay una serie de propiedades que simplifican la descripción del campo de distribución de la heterogeneidad. Una de las más importantes es saber que los dos primeros momentos existen y que la varianza de la distribución de la variable se encuentra acotada, mientras que para campos no estacionarios la varianza puede crecer infinitamente.

Otra propiedad que se desprende de la estacionariedad es que la covarianza y el semivariograma tienen una relación directa entre sí, como lo muestra la Figura 3.26, que viene dada por:

$$\gamma(\mathbf{h}) = C(\mathbf{0}) - C(\mathbf{h}) = \sigma^2(Z) - C(\mathbf{h}) \quad (3.12)$$

Para mayor detalle en estos temas se puede recurrir a los libros de texto de Goovaerts (1997); Samper y Carrera (1990) y De Marsily (1986), entre otros.

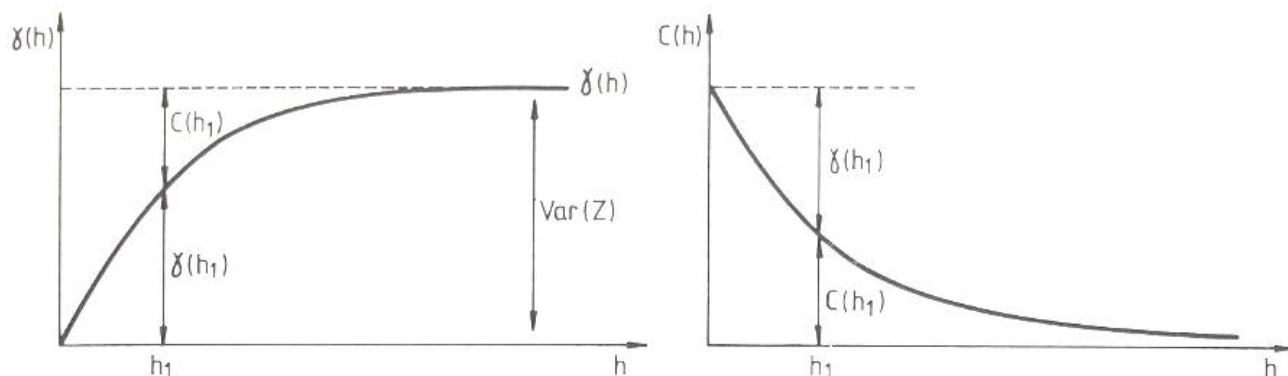


Figura 3.26. Relación entre el semivariograma y la función de covarianza, Samper y Carrera (1990).

3.5.2 Metodología

La metodología consistió en tres pasos principales:

- 1) Generación de dos tipos de campos de transmisividad sintéticos heterogéneos que presentan una cierta estructura de correlación espacial, esto es un semivariograma conocido. Uno es un campo Gaussiano Multivariado y el otro sigue un modelo Fraccional Browniano. Los detalles de cada uno se explican a continuación.
- 2) En cada uno de los campos generados se simuló ensayos de bombeo utilizando MODFLOW, para conocer la respuesta en dichos medios heterogéneos.
- 3) En los campos donde se identificó un drenaje diferido debido a la heterogeneidad se aplicó la formulación equivalente para tratar de emular dicho comportamiento.

Para generar los campos se utilizó Simulación Secuencial Gaussiana (SSG). Este algoritmo asume que la variable simulada $Z(\mathbf{x})$ se distribuye como una normal estandarizada, por lo que los datos utilizados para condicionar la simulación deben ser transformados a una distribución normal estandarizada. No está demás aclarar que la transformación de las transmisividades mediante el logaritmo natural es requerida ya que es esta transformación es la que garantiza una distribución normal de dicho parámetro, condición necesaria para este modelo geoestadístico. El algoritmo define un camino aleatorio para visitar cada nodo de simulación por única vez donde se construye la fda multiGaussiana para un nivel creciente de información correspondiente a los datos condicionantes más los simulados en nodos visitados previamente. La estimación de los parámetros de la distribución multigaussiana en cada nodo es llevada a cabo mediante Krigeado Simple (KS), con el semivariograma estandarizado representando la continuidad espacial de $Z(\mathbf{x})$. El krigeado simple lleva adelante la estimación mediante regresión lineal en cada punto del dominio y optimiza

dicha estimación por el método de mínimos cuadrados, es decir, minimiza la varianza del error σ_e^2 bajo la condición de estimador insesgado. KS considera que la media de los datos es conocida y constante en el área de estudio, por lo que el estimador $Z^*(\mathbf{x})$ que se utiliza se define como:

$$Z^*(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{x})} \lambda_{\alpha}(\mathbf{x}) [Z(\mathbf{x}_{\alpha}) - m(\mathbf{x}_{\alpha})] \quad (3.13)$$

Donde λ_{α} es el peso asignado a los datos $Z(\mathbf{x}_{\alpha})$ y $m(\mathbf{x}_{\alpha})$ es la media de los datos.

En síntesis, la SSG se lleva a cabo mediante los siguientes pasos:

- Se define un camino aleatorio para visitar cada nodo de la grilla del dominio de cálculo sólo una vez.
- En cada nodo se determinan los parámetros (media y varianza) de la fda Gaussiana usando KS con el modelo de semivariograma ajustado a los datos condicionantes.
- Se simula el valor de $Z(\mathbf{x})$ correspondiente al nodo de la grilla donde se está situado y se añade al conjunto de datos condicionantes.
- Se avanza hacia el siguiente nodo a través del camino aleatorio y se repiten los dos pasos anteriores hasta que todos los nodos de la grilla han sido simulados.

El proceso se repite por n realizaciones de la variable regionalizada $Z(\mathbf{x})$. En esta tesis se utilizó solo una de dichas realizaciones ya que lo que interesa es analizar su comportamiento en cuanto a la aparición o no de un drenaje diferido y no el comportamiento del drenaje en el ensamble de las realizaciones.

Luego se lleva a cabo la transformación inversa de la variable estandarizada a la variable $Y(\mathbf{x}) = \ln T(\mathbf{x})$ y luego la transformada de esta última a la variable original $T(\mathbf{x})$ mediante los siguientes pasos:

$$Y(\mathbf{x}) = Z(\mathbf{x})\sigma_y + Y_m, \quad \text{para } Y_m = \ln T_g$$

$$T(\mathbf{x}) = e^{Y(\mathbf{x})}$$

Donde Y_m es la media de la variable transformada; T_g es la media geométrica representativa del campo de transmisividades ensayado, y σ_y es la desviación estándar del $\ln T(\mathbf{x})$.

La metodología se llevó a cabo mediante la rutina SGSIM de la librería GSLib (Deutschy Journal, 1992) bajo la interface SGeMS que genera campos con distribución normal estándar $N(0,1)$, es decir de media = 0 y varianza = 1.

El primer tipo de campo ensayado fue el Gaussiano Multivariado (GMV) que es el modelo paramétrico más ampliamente utilizado. El mismo fue implementado con un semivariograma exponencial de la forma:

$$\gamma(h) = \left(1 - e^{-\left(\frac{3h}{a}\right)}\right) \quad (3.14)$$

Donde a es el rango que marca la distancia a partir de la cual la correlación entre dos puntos separados dicha distancia es nula, o sea que los valores de la variable son independientes entre sí.

El segundo tipo de campo ensayado fue el obtenido a partir del Modelo de Movimiento Fraccional Browniano, que es un modelo geostadístico no estacionario (la distribución de probabilidad y la covarianza dependen de la localización o traslación). Se caracteriza por representar al medio heterogéneo con una correlación “infinita” a lo largo de varias escalas de la heterogeneidad espacial. El proceso fraccional browniano representa la correlación espacial a través de un semivariograma de potencia, conocido como Semivariograma Universal (Neuman, 1995) y expresado de la forma:

$$\gamma(h) = C_0 h^{2H} \quad (3.15)$$

Donde C_0 es un factor de escala y H es el coeficiente de Hurst. Este tipo de semivariograma confiere características fractales (similaridad de la estructura de la variabilidad espacial a lo largo de varias escalas desde un punto de vista geostadístico). Dada su condición de no estacionariedad, no posee varianza y media definidas. La varianza crecerá con la distancia acorde con el semivariograma potencial (que no es acotado) a una tasa que dependerá del coeficiente de Hurst y en una magnitud que dependerá del coeficiente C_0 .

En esta tesis, la metodología para generarlo es similar a la aplicada por Meier et al. (1998) y Walker et al. (2006), donde el campo de $Z(\mathbf{x})$ es simulado mediante un proceso Fraccional Browniano utilizando una versión modifica del SGSIM (GSLIB, Deutsch y Journel, 1998), es decir un algoritmo de Simulación Secuencial a la que se le impone un semivariograma de potencia igual a la expresión (3.15).

Neuman (1995) observó que si una variable $v(\mathbf{x})$ posee un semivariograma de potencia, entonces es similar a lo largo de varias escalas y el valor esperado (media del ensamble de realizaciones) y varianza son generalmente no definidas; el autor definió que para un proceso condicionado a un valor $v_0(\mathbf{x})$ en algún punto del dominio, dicho valor condicionaría a la media del ensamble. De ello se interpreta que un proceso Fraccional Browniano necesitaría al menos un valor condicionante para definir la media. Por ende, en la simulación secuencial condicionada, la media del proceso estaría definida por el dato condicionante o por la media de los datos condicionantes. En trabajos como los presentados por Walker et al. (2006) y Meier et al. (1998), se utilizó un dato

condicionante igual a la media geométrica de las transmisividades del medio estudiado, el cual, a su vez, constituyó la media del proceso Fraccional Browniano.

En este caso el valor medio no fue verificado geostadísticamente ya que se llevó adelante una sola realización. Aquí sólo interesa analizar el drenaje diferido que podría estar asociado a un campo del $\ln T(\mathbf{x})$ distribuido como un modelo Fraccional Browniano. La verificación requeriría llevar adelante numerosas realizaciones a los fines de analizar las fluctuaciones ergódicas de la estimación del valor esperado de $T(\mathbf{x})$ en el ensamble de las realizaciones. No está de más acotar que Meier et al. (1998) observaron que la transmisividad aparente T_{ap} de Cooper-Jacob es un buen estimador de la Transmisividad equivalente obtenida de la simulación estacionaria del flujo regional tanto para modelos estacionarios (como los multigaussianos) como para modelos no estacionarios (como los Fraccionales Brownianos). Asimismo, observaron que la T_{ap} obtenida de los modelos Brownianos no era buen estimador de la media geométrica T_g .

Dado que en la realidad la condición de dominio infinito no es posible de representar para obtener un proceso Fraccional Browniano teórico con escalas de correlación infinita, el semivariograma de potencia utilizado es necesariamente truncado en el límite superior por el tamaño del dominio (también lo es en el límite inferior para la resolución de la grilla utilizada). Semivariogramas de potencia truncados han sido utilizados con éxito en trabajos precedentes (Meier et al. 1998., Walker et al. 2006).

Una vez generados los campos, sobre ellos se realizaron simulaciones de un ensayo de bombeo en el dominio de 503x503 celdas, de 1 m x 1 m de tamaño, en cuya celda central se ubica un pozo de bombeo que extrae agua a una tasa de $2.28 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Las condiciones de borde son de nivel constante e igual a 0 m, lo mismo que la condición inicial para todo el dominio, por lo que los resultados son directamente los descensos en cada celda de cálculo. La discretización temporal fue telescópica con 39 pasos de tiempo, un multiplicador de 1.3 y un tiempo total de simulación de 121000 segundos. Las simulaciones se llevaron a cabo con MODFLOW 2000 (Harbaugh et al, 2000) bajo la interface GMS (GMS v.8, 2011), para visualizar la respuesta al bombeo.

Por último, en un campo donde el drenaje diferido fue evidente se aplicó la formulación equivalente de forma similar a lo explicado en el apartado 3.3.5.

3.5.3 Resultados

3.5.3.1 Campos Gaussianos Multivariados (GMV)

Se generó un campo GMV mediante SSG con sólo un punto condicionante en la localización del pozo de bombeo con el objetivo de obtener una zona de alta transmisividad en dicho punto y su

entorno, el valor de Z en el mismo punto fue 3 y el rango utilizado para el semivariograma exponencial fue 20 m. El campo se muestra en la Figura 3.27.

Al campo se le aplicó una transformada normal inversa mediante la ecuación:

$$Y(\mathbf{x}) = Z(\mathbf{x}) \cdot \sigma + \bar{y} \quad (3.16)$$

Donde $Z(\mathbf{x})$ es la variable distribuida $N(0,1)$, σ y \bar{y} son el desvío estándar y el valor medio de la variable $\ln T(x)$, respectivamente. El valor de \bar{y} utilizado fue -9.965 que corresponde a una Transmisividad media de $4.7 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ y dos valores de varianza, $\sigma^2 = 1$ para el caso GMVa y $\sigma^2 = 2$ para el caso GMVb.

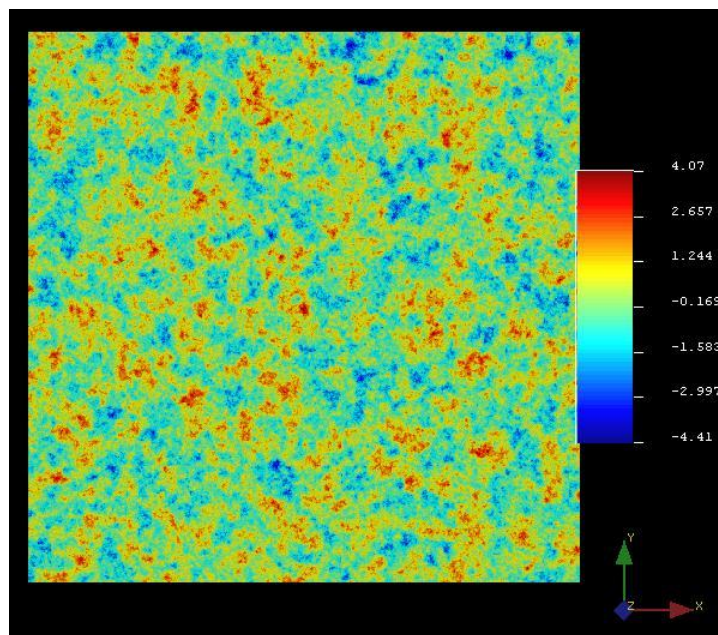


Figura 3.27. Distribución de la variable normal $Z(\mathbf{x})$ para el campo GMV.

3.5.3.1.a Caso GMVa

La Figura 3.28 muestra la respuesta obtenida en dos pozos de observación ubicados a 1 m y 2 m del pozo de bombeo, respectivamente. Para cada medio heterogéneo se calculó la transmisividad equivalente T_{eq} mediante una simulación de flujo regional en estado estacionario, estimando la T_{eq} a través de la ley de Darcy. Los descensos obtenidos para el medio homogéneo equivalente se obtuvieron mediante la simulación de flujo radial en estado transitorio con una transmisividad igual al $T_{eq} = 4.59217 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ previamente estimado.

La diferencia resultante entre la T_{eq} y la T_g utilizada para la denormalización fue de 2.9%, y se halla en el rango observado por Meier et al. (1998) y Walker et al. (2006) para el caso de modelos estacionarios de varianza moderada.

Los descensos en el medio heterogéneo están atenuados respecto a los obtenidos para el caso homogéneo equivalente. Efectivamente, a una distancia de 1 m del pozo de bombeo y para el último paso de tiempo, el descenso es aproximadamente la mitad de lo que se observa en el medio homogéneo equivalente. En el medio heterogéneo no se observan diferencias significativas para uno y otro radio, esto puede deberse a la ubicación particular de los pozos de observación, que pueden estar asociados a una zona de igual transmisividad hidráulica resultante de la generación del campo, donde se utilizó un rango de 20 m y un valor condicionante en el pozo de bombeo. De todas formas la evidencia de un drenaje diferido clásico como lo observado en Boulton (1955) y otros autores no es tan clara. No obstante se evidencia un retraso en el tiempo de la respuesta al bombeo que podría estar vinculado a un tipo particular de drenaje diferido.

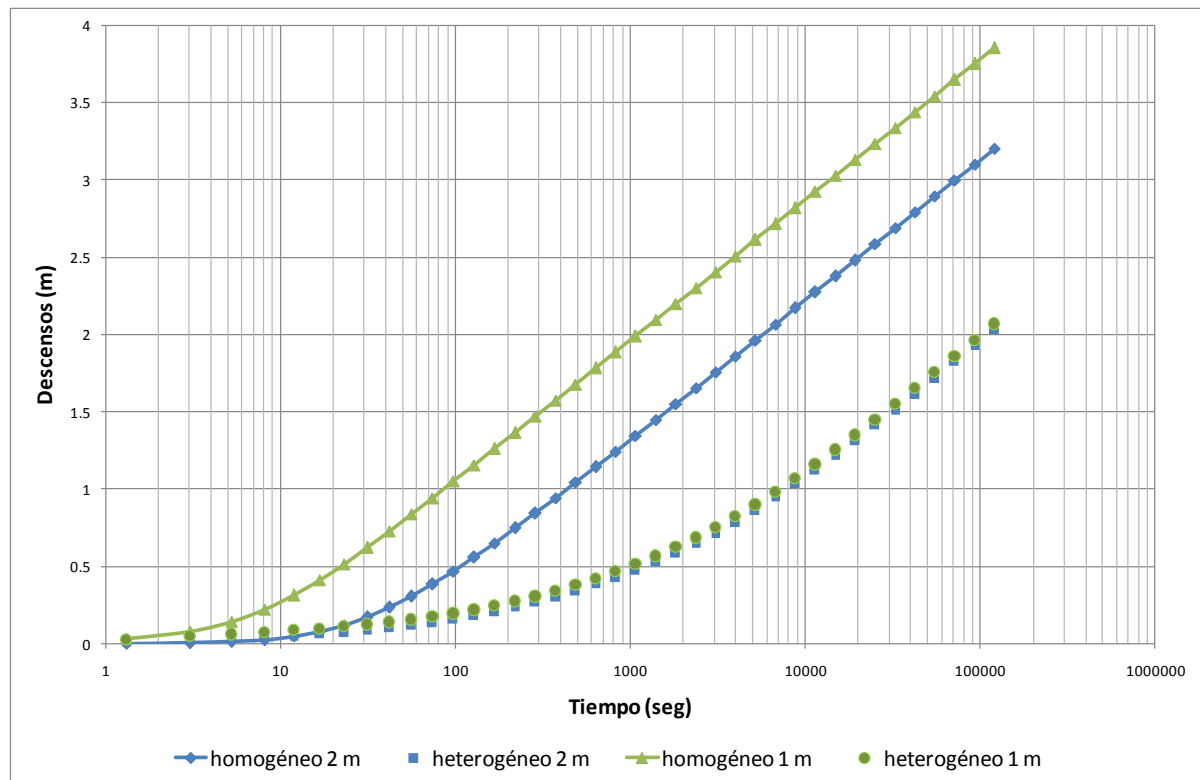


Figura 3.28. Descensos en función del tiempo observados a 1 m y 2 m del pozo de extracción para el campo GMVa.

La Figura 3.29 muestra la configuración del cono de descensos en el último paso de tiempo simulado (121000 s). La irregularidad de las líneas de igual descenso denotan el efecto de la heterogeneidad del medio; y si bien no se observa el efecto de drenaje diferido con descensos mostrando una curvatura como la observada en Boulton (1955), quizás se trate de un caso que no pueda representado con solo una zona móvil ($N = 1$), sino que requiera de varios almacenamientos

pequeños ($N \gg 1$) contribuyendo al drenaje diferido en el tiempo y a lo largo a varias escalas de heterogeneidad.

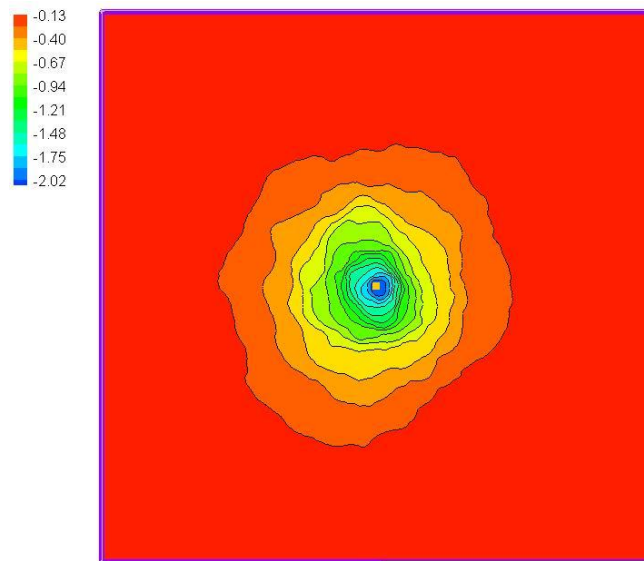


Figura 3.29. Configuración del cono de descensos para el caso GMVa a $t = 121000$ s.

3.5.3.1.b Caso GMVb

Este campo se denormalizó con una varianza igual a 2, es decir que la meseta del variograma tiene un valor que duplica al valor de la meseta correspondiente al campo GMVa. Los resultados de sendos ensayos de bombeo se muestran en la Figura 3.30, tanto para el medio heterogéneo como para el homogéneo equivalente.

Las curvas son muy similares a las del campo GMVa, aunque los descensos al final de la simulación son menores (2.03 m para GMVa y 1.86 m para GMVb). En este caso ambas curvas, para un radio de 1 m y 2 m, se superponen aún más, contrariamente a lo esperado por poseer una mayor variabilidad espacial. Esto podría deberse a que se analizó una sola realización en particular, y se escogieron dos puntos de observación cercanos al pozo de bombeo con el dato condicionante. Para comprender mejor a qué se debería ese comportamiento, habría que analizar el promedio de un ensamble de realizaciones, y/o la observación de los descensos en un punto más alejado del pozo de bombeo, que no es el objetivo que se persigue en este trabajo.

La Figura 3.31 muestra la configuración del cono de descensos para el caso GMVb donde el incremento de la varianza del campo de transmisividades se evidencia en curvas piezométricas menos “suavizadas” respecto al caso anterior. En la figura se observan zonas de flujo preferencial dada la asimetría del cono de descensos pero ello no es suficiente a los fines de generar un efecto de

drenaje diferido como el indicado por Boulton (1955) entre zonas menos permeables y zonas más permeables, probablemente indicando que la hipótesis de $N = 1$ tampoco es la más adecuada.

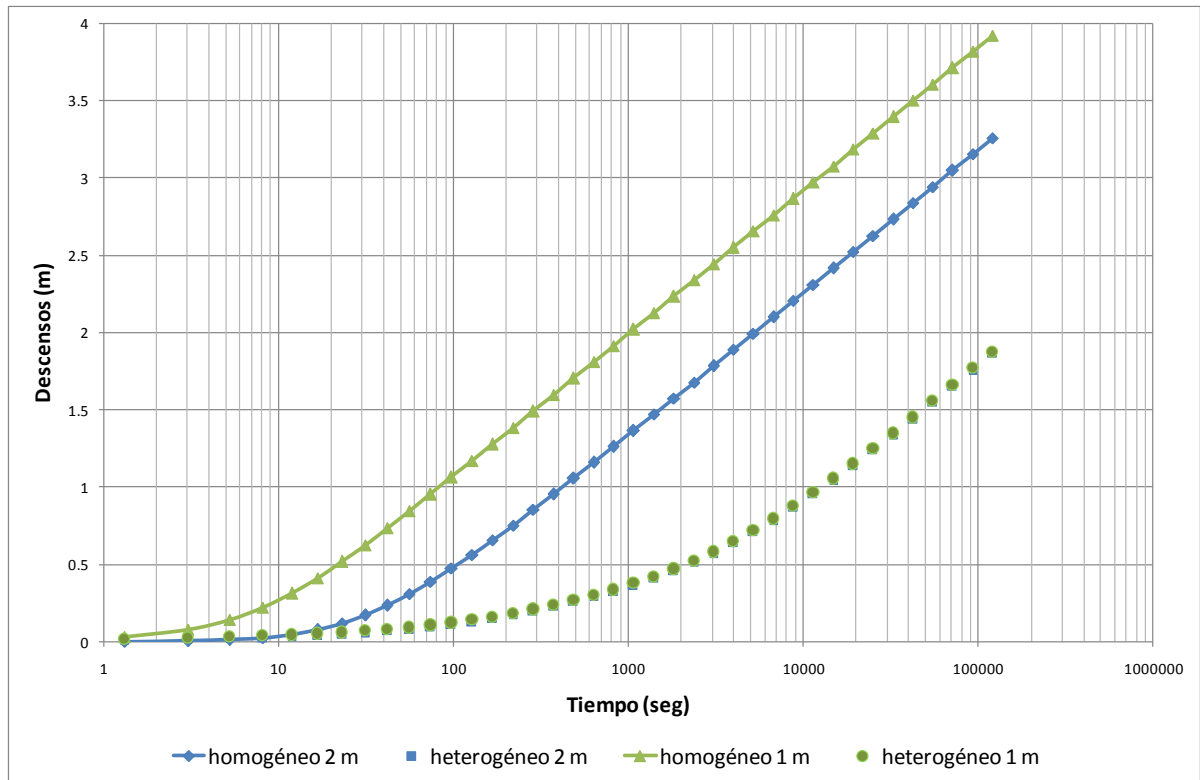


Figura 3.30. Descensos en función del tiempo observados a 1 m y 2 m del pozo de extracción para el campo GMVb.

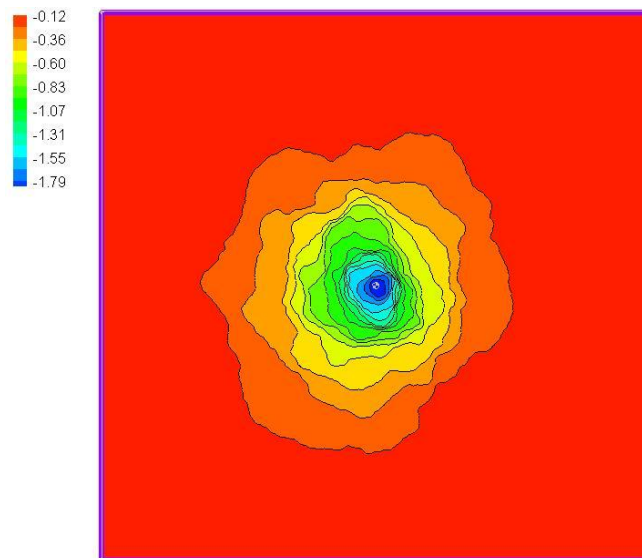


Figura 3.31. Configuración del cono de descensos para el caso GMVb a $t = 121000$ s.

Ambos casos de modelos gaussianos multivariados ensayados no inducen un drenaje diferido clásico, esto puede deberse a la estacionariedad propia que le confiere este tipo de modelos al campo simulado, donde la varianza se encuentra acotada. Otra característica particular que tiene

este tipo de modelos es que, para mantener la normalidad en la distribución de la variable, la conexión se da entre los valores medios de la misma, quedando zonas con valores extremos mínimos o máximos desconectados. Dichos valores extremos son los que provocarían el drenaje diferido esperado en concordancia a lo establecido por Boulton (1955) para $N=1$. De los resultados obtenidos en modelos multigaussianos se infiere que el drenaje diferido estaría vinculado a la conectividad, no de valores medios, sino de valores altos de la transmisividad y al contraste entre los valores extremos. Esta situación motiva la aplicación de un modelo no estacionario como el abordado a continuación.

3.5.3.2 Campos de Movimiento Fraccional Browniano (MFB)

Se generaron 3 campos de MFB condicionados con 39 puntos que forzaron la generación de una zona conductiva caracterizada por altos valores de $T(\mathbf{x})$. Los campos se escalaron para un valor de $\ln Tg = -11$, que equivale a una transmisividad de $1.67 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Los parámetros de la ley de potencias se obtuvieron de campos previamente generados por Walker et. al. (2006) y corresponden a datos empíricos de una dolomita de Nueva México, EEUU. La Tabla 3.5 muestra los parámetros utilizados en cada uno de los modelos de semivariograma para los 3 casos.

Caso	C_0	H	Varianza Total
MFBa	0.027	0.35	2.09
MFBb	0.27	0.25	6.04
MFBc	0.27	0.35	20.92

Tabla 3.5. Parámetros utilizados en el semivariograma potencial de los campos MFB.

El parámetro H indica la pendiente del semivariograma, o sea la tasa de variación de la varianza en función del vector h . El caso pivote fue MFBc donde los parámetros del semivariograma fueron $C_0 = 0.27$ y $H = 0.35$. El Caso MFBb consistió en reducir el coeficiente de Hurst, mientras que en el Caso MFBa se disminuyó el C_0 . La varianza total fue mayor para el caso pivote disminuyendo para los casos MFBb y MFBa, entendiéndose como varianza total al valor del semivariograma a una distancia de 503 m que es la distancia máxima que trunca la ley de potencias utilizada. El campo MFBc presenta la mayor varianza total debido a la combinación de ambos parámetros, C_0 y H .

Las Figuras 3.32, 3.33 y 3.34 muestran los campos resultantes, MFBa, MFBB, y MFBC, respectivamente. Además, la Figura 3.33 muestra la ubicación de los puntos condicionantes utilizados.

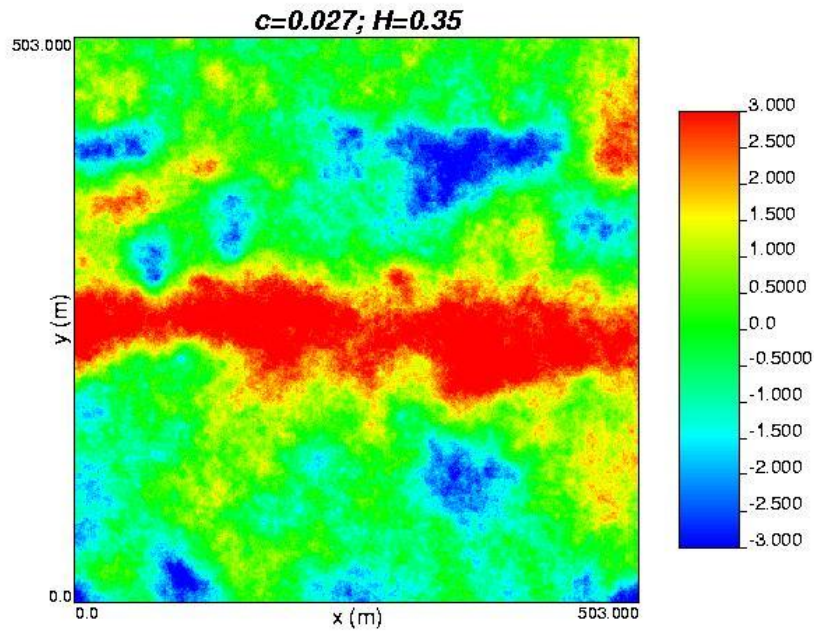


Figura 3.32. Distribución de la variable normal $Z(\mathbf{x})$ para el campo MFBa $\gamma(h) = 0.027h^{0.7}$ y varianza total = 2.09.

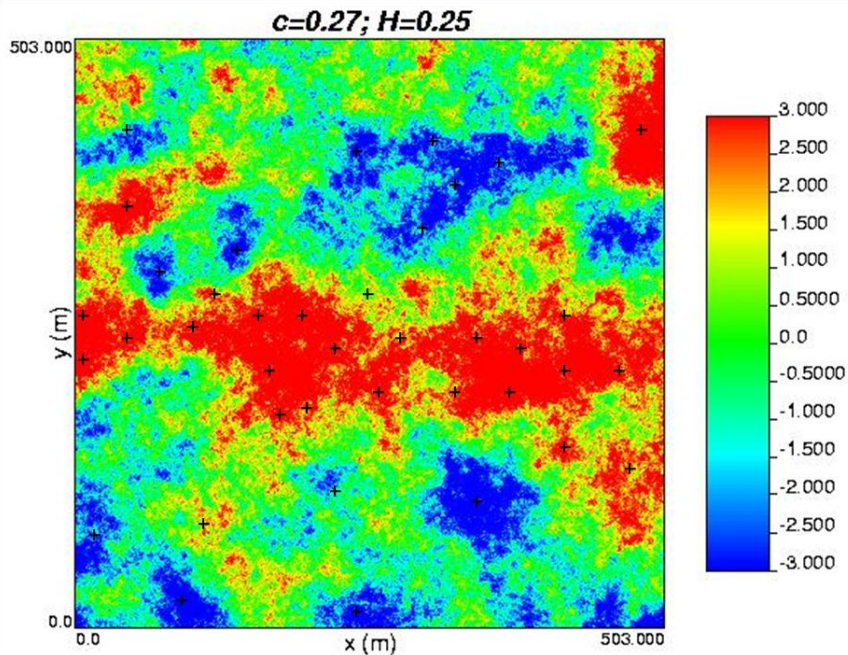


Figura 3.33. Puntos condicionantes utilizados y distribución de la variable normal $Z(\mathbf{x})$ para el campo MFBB $\gamma(h) = 0.27h^{0.5}$ y varianza total=6.037.

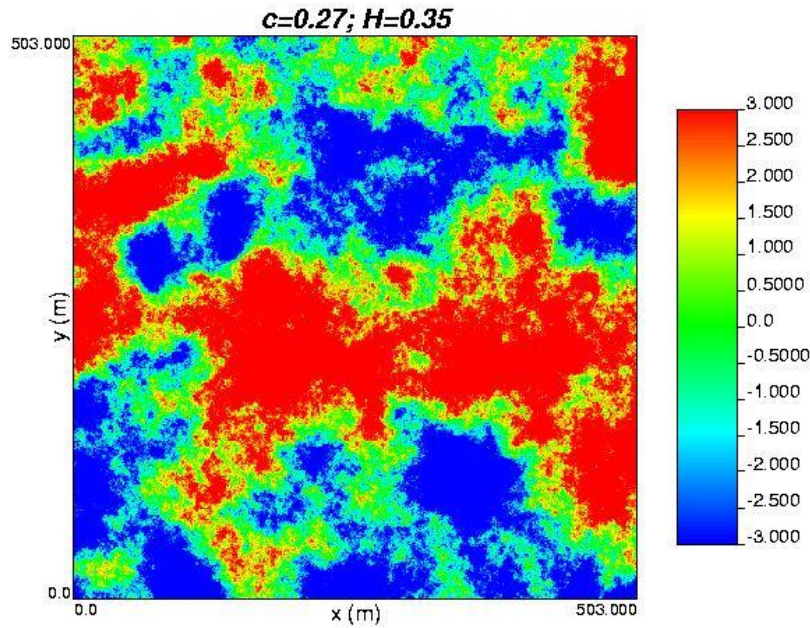


Figura 3.34. Distribución de la variable normal $Z(\mathbf{x})$ para el campo MFBC $\gamma(h) = 0.27h^{0.7}$ y varianza total = 20.9239.

3.5.3.2.a Caso MFBa

Como se dijo anteriormente, los campos que siguen el modelo fraccional browniano utilizan un semivariograma de ley de potencias y, por ende, no cumplen con la estacionariedad, por lo que la varianza no es acotada sino que crece indefinidamente. Para dominios de 503 m x 503 m, la varianza total o máxima es la que corresponde a esa distancia. El campo MFBa presenta una varianza de 2.09 y los descensos observados a 1 m y 2 m se grafican en la Figura 3.35. Al igual que para los campos GMV, no se observa un patrón de drenaje diferido clásico (ver Figura 3.35) aunque en la Figura 3.36 se puede apreciar la influencia de la zona de transmisividades altas en la configuración de la piezometría, lo que evidencia una vía preferente de flujo.

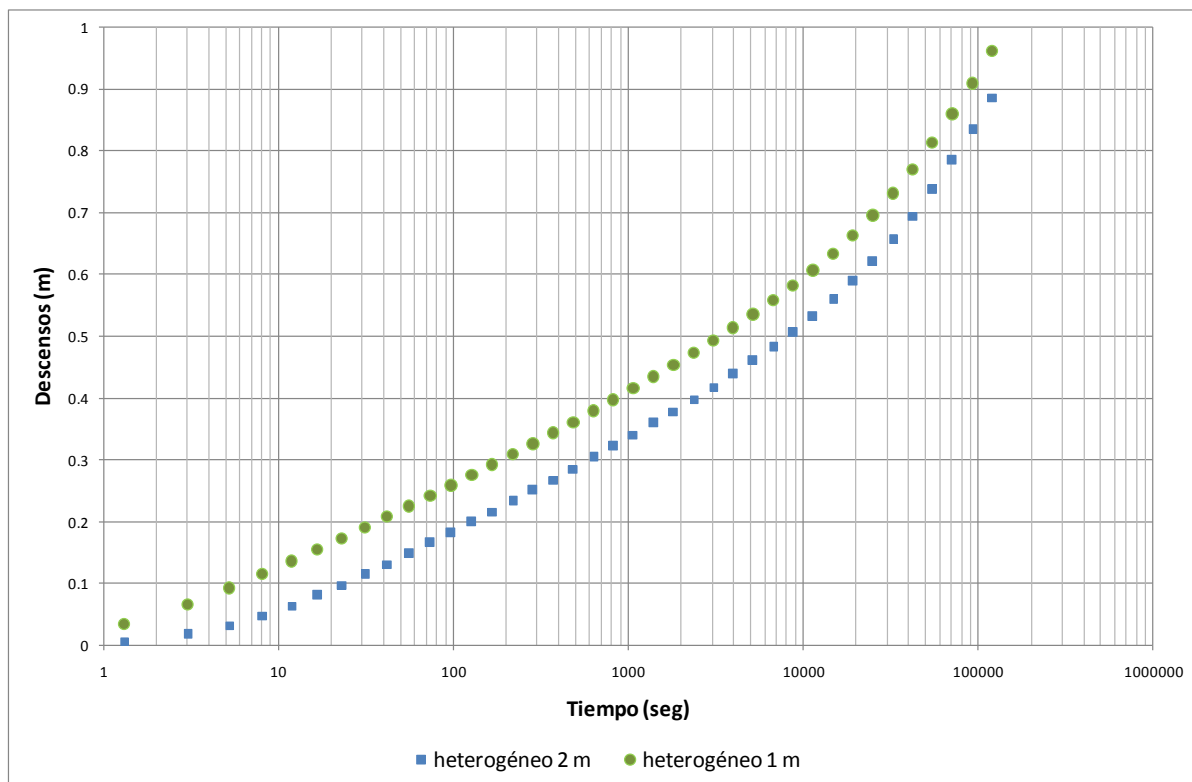


Figura 3.35. Descensos en función del tiempo observados a 1 m y 2 m del pozo de extracción para el campo MFBa.

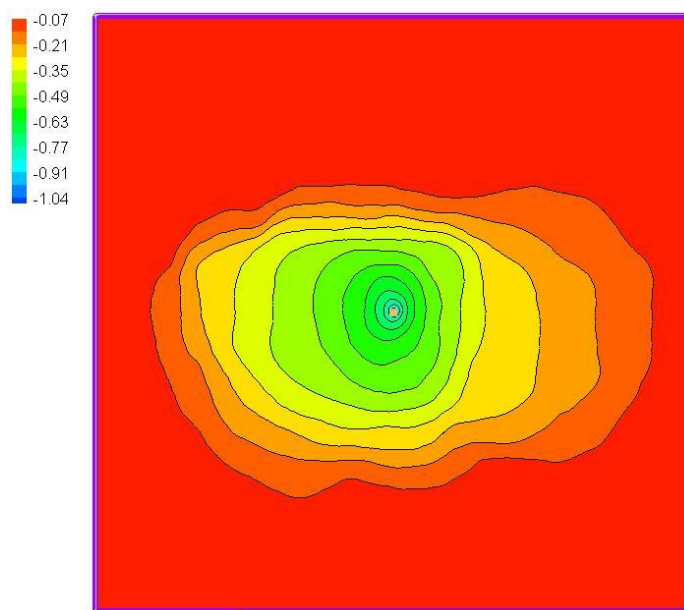


Figura 3.36. Configuración del cono de descensos para el caso MFBa a $t = 121000$ s.

3.5.3.2.b Caso MFBB

Las Figuras 3.37 y 3.38 muestran las curvas de descensos en función del tiempo y la configuración de las líneas piezométricas para el caso MFBB, respectivamente.

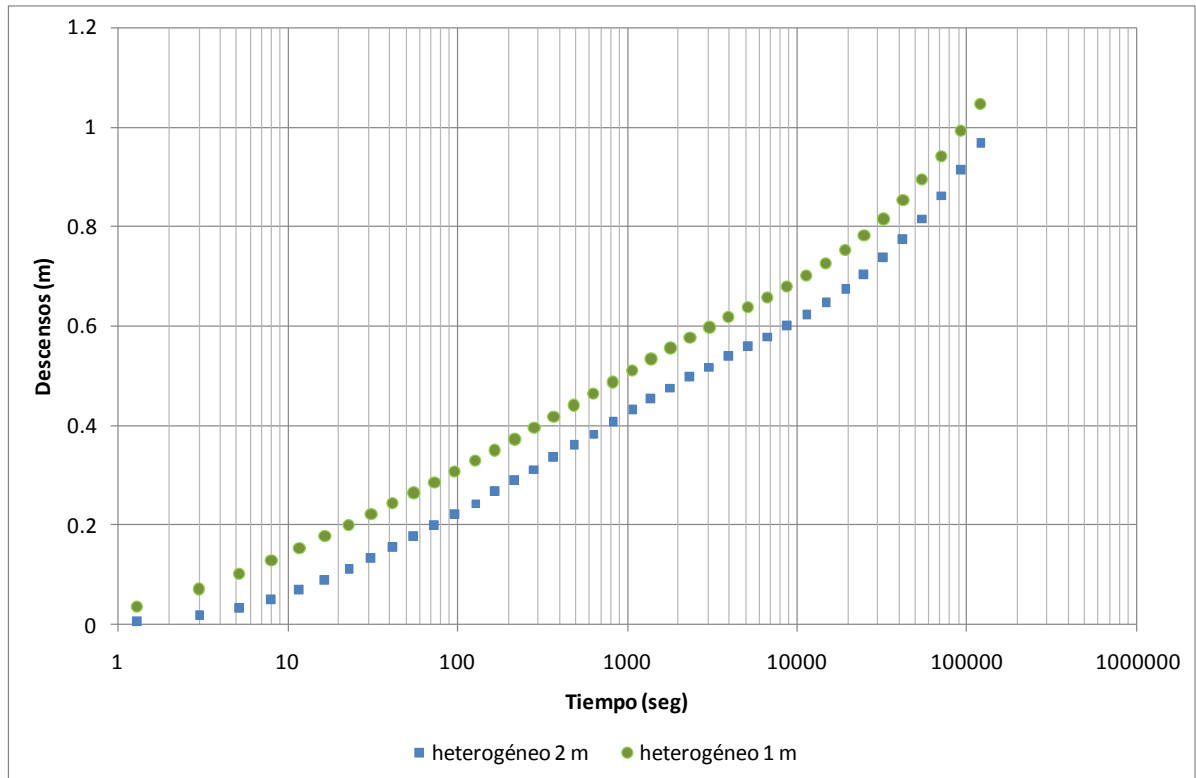


Figura 3.37. Descensos en función del tiempo observados a 1 m y 2 m del pozo de extracción para el campo MFBb.

En la Figura 3.37 se puede ver que al comienzo del cuarto ciclo logarítmico ($t = 1000$ s) parece esbozarse una zona de transición que podría ser evidencia de un drenaje diferido diferido tal como se observa de la solución analítica de Boulton (1955), pero que quizás actúa con una tasa de transferencia alta entre las zonas móviles y las inmóviles, por lo que rápidamente se alcanzaría el nuevo estado de equilibrio entre ambas zonas.

El cono de descensos observado en la Figura 3.38 muestra el efecto de la mayor varianza respecto del caso MFBa, con líneas piezométricas más irregulares. El canal de flujo preferencial también es notorio, aunque no provoca un drenaje diferido acentuado en los descensos simulados mostrados en la Figura 3.37.

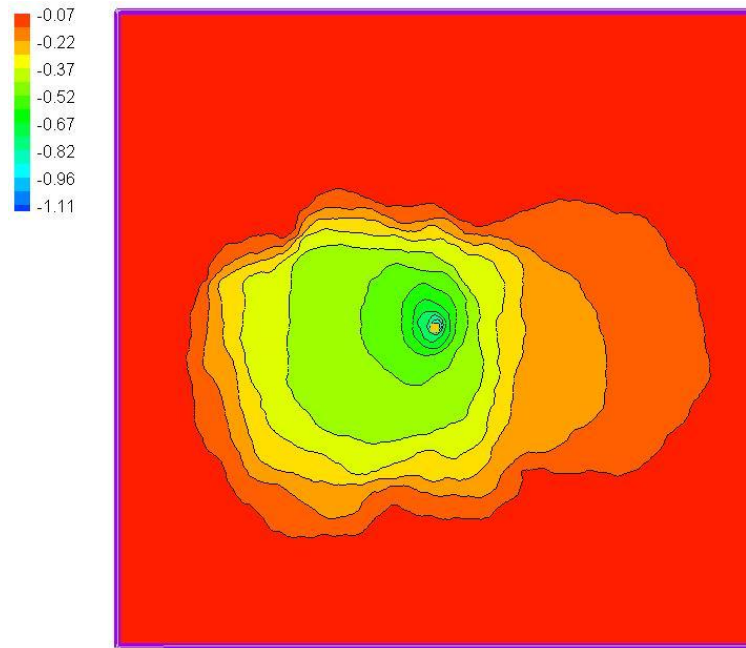


Figura 3.38. Configuración del cono de descensos para el caso MFBb a $t = 121000$ s.

3.5.2.2.c Caso MFBc

En el último campo ensayado se aprecia el efecto buscado como puede observarse en la Figura 3.39, donde hasta aproximadamente los 1000 s el sistema se comportaría como en un estado de equilibrio inicial, dominado por las propiedades de la zona móvil, para luego comenzar una etapa de transición o de drenaje diferido que depende de la tasa de transferencia entre zona móvil e inmóvil. Finalmente el sistema alcanza un nuevo estado de equilibrio, donde el sistema completo se comportaría como cuasi-homogéneo. Para el pozo de observación a 1 m el tiempo de inicio del drenaje diferido es $t_1 = 1071$ s y el tiempo para el cual se alcanza el nuevo equilibrio es $t_2 = 19279$ s; para el pozo de observación a 2 m el tiempo de inicio del drenaje diferido es $t_1 = 1394.5$ s debido a que se encuentra más alejado del pozo de bombeo, mientras que el tiempo para el cual el sistema alcanza la nueva situación de equilibrio es $t_2 = 25064$ s (ver Figura 3.39).

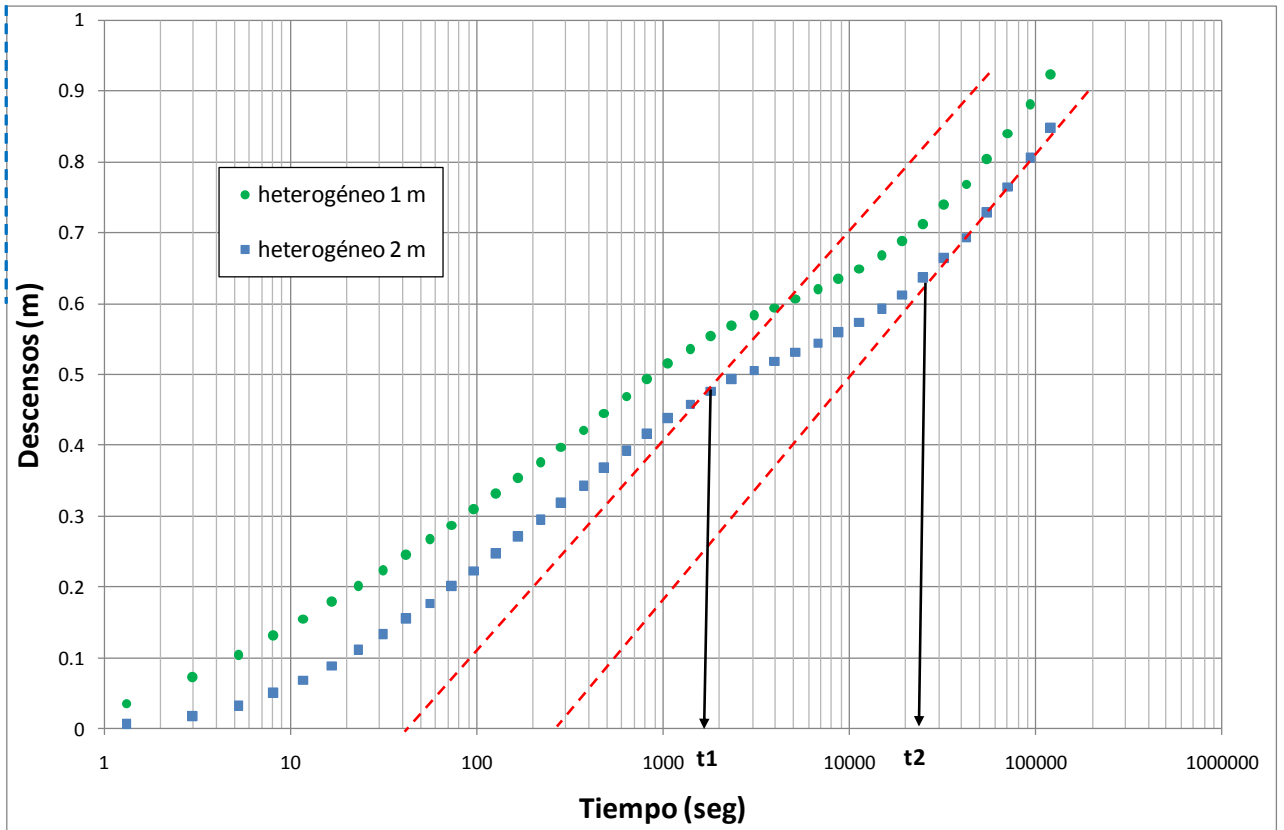


Figura 3.39. Descensos en función del tiempo observados a 1 m y 2 m del pozo de extracción para el campo MFBC. Las líneas a trazos indican el comportamiento asintótico de una condición de equilibrio inicial y final. Las líneas negras verticales señalan los tiempos inicial (t_1) y final (t_2) que demarcan el período con drenaje diferido para el caso del radio 2 m.

La Figura 3.40 muestra lo errático del comportamiento de las curvas piezométricas, altamente influenciadas por la distribución de la heterogeneidad.

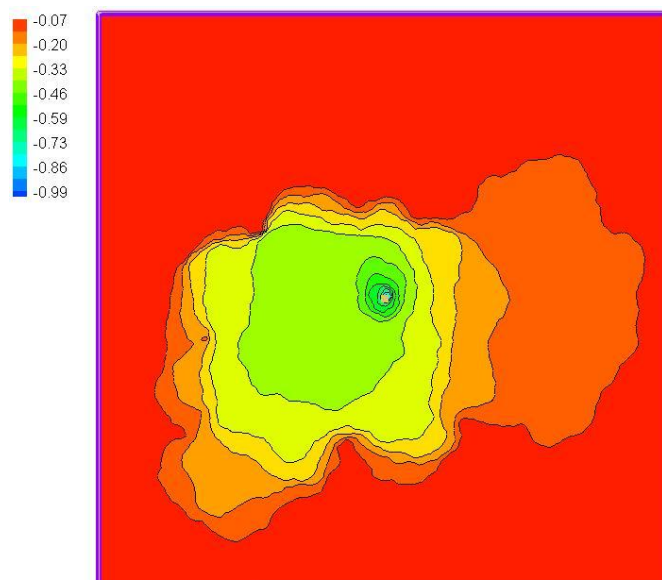


Figura 3.40. Configuración del cono de descensos para el caso MFBC a $t = 121000$ s.

La Figura 3.41 muestra la evolución del cono de descensos para ciertos tiempos característicos de la curva de abatimientos para el caso MFBC.

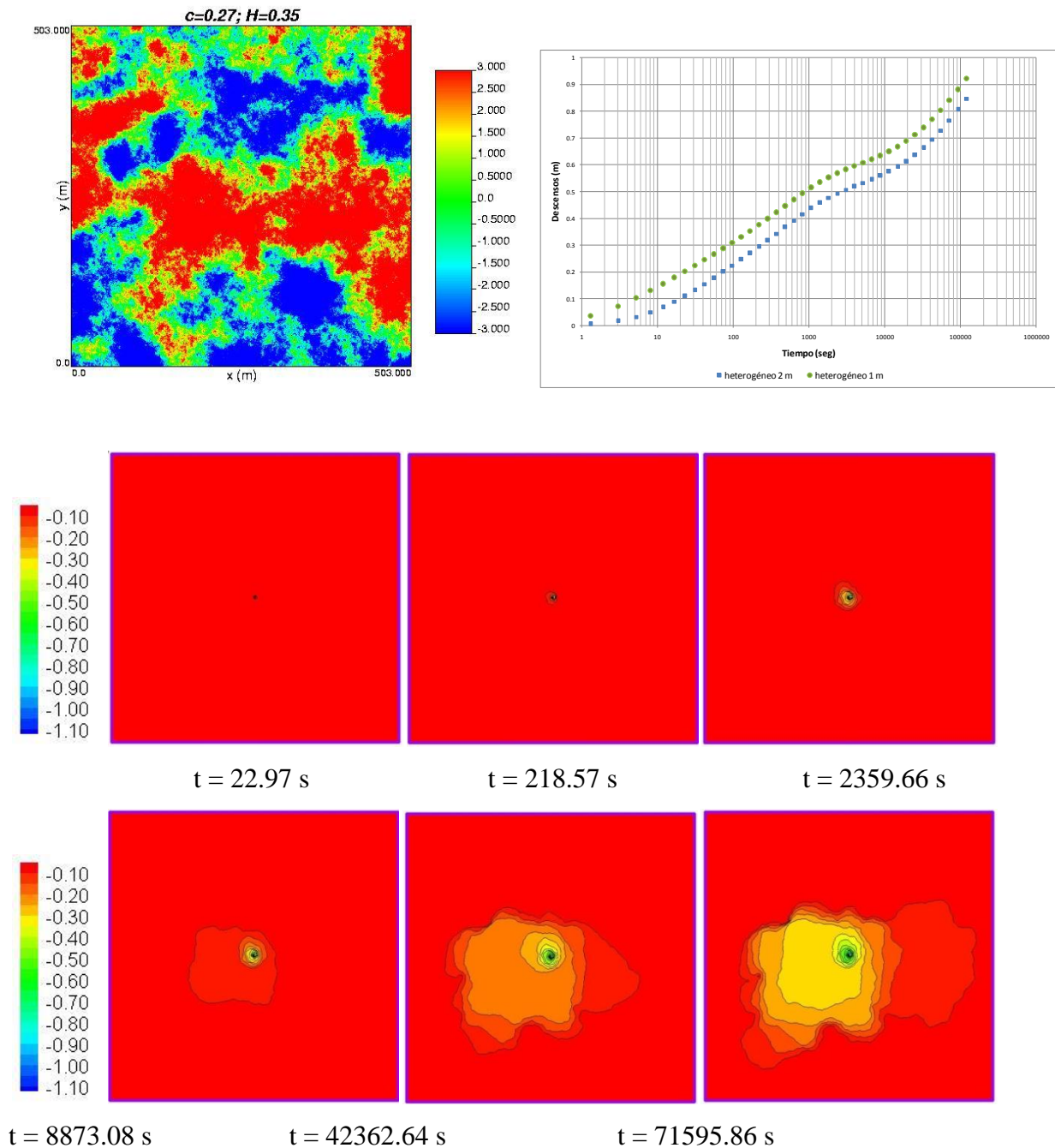


Figura 3.41. Evolución del cono de descensos a diferentes tiempos para el caso MFBC. En primer lugar se colocan el campo de transmisividades y la curva de descensos para poder inferir la ubicación del cono en relación al avance del tiempo.

Los dos primeros cuadros de la Figura 3.41 muestran la evolución de los descensos en tiempos cercanos al inicio del bombeo, donde el agua extraída proviene exclusivamente de la zona móvil, el drenaje diferido no ha comenzado a actuar, y el cono alcanza una extensión reducida del dominio, imperceptible en la escala gráfica de la figura. Los tres tiempos siguientes corresponden a

la zona de desaceleración de los descensos, allí se puede ver como el cono evoluciona hacia el extremo inferior izquierdo. Si se compara con el campo de transmisividades, ese sector corresponde a una zona altamente conductiva. El último tiempo es cuando ya se ha arribado a la nueva situación de equilibrio (nueva porción recta de la curva de abatimientos) y donde el cono involucra un mayor volumen de acuífero, actuando éste como un sistema cuasi-homogéneo a tiempos largos.

Los descensos máximos alcanzados para un radio de $r = 1$ m fueron de 1.04 m para el campo MFBa, de 0.96 m para MFBb y de 0.92 m para MFBc. De la misma forma, a un radio de 2 m los descensos máximos fueron 0.97 m, 0.89 m y 0.85 m, en los campos MFBa, MFBb y MFBc respectivamente. A ambos radios, los menores descensos se observan en el campo MFBc debido justamente al efecto del drenaje diferido.

De los campos ensayados se hace evidente que el drenaje diferido en concordancia a lo interpretado por Boulton para $N=1$ sería una característica propia de los campos que presentan alto contraste entre valores altos y bajos de transmisividad (varianza grande) y una relativa conectividad entre dichos valores extremos.

3.5.3.3 Aplicación de la formulación equivalente

Con los resultados obtenidos para el campo MFBc y siguiendo la metodología del apartado 3.3.5, en primer lugar se determinaron los parámetros de transmisividad aparente de la zona móvil (T_{ap}) y el coeficiente de almacenamiento total (S_{TOTAL}) a partir de la curva de descensos para el pozo de observación ubicado a 2 m.

Para ello, se utilizaron las ecuaciones 3.3 y 3.4 a partir del comportamiento asintótico al que arriba el sistema en tiempos largos del ensayo de bombeo. La T_{ap} resultante fue 1.3×10^{-4} m²/s y sería el parámetro que rige la pendiente del comportamiento asintótico en los últimos tiempos. Para ambos pozos de observación, la pendiente a tiempos largos es igual, y por lo tanto la T_{ap} calculada es la misma. El S_{TOTAL} fue 0.021 para el radio de 2 m. Además se determinó el coeficiente de almacenamiento de la zona móvil S_m mediante la misma metodología de Cooper-Jacob para un comportamiento asintótico ideal que se esperaría para la situación de equilibrio inicial, es decir sin drenaje diferido, donde sólo la zona móvil estaría actuando. Dicho comportamiento asintótico se infirió mediante una recta con pendiente igual a la observada en el medio heterogéneo pero desplazada un $\Delta t = t_2 - t_1$, aproximado. El valor resultante de S_m fue de 4.69×10^{-3} (ver Figura 3.39).

Los valores de T_{ap} , S_{TOTAL} y S_m obtenidos para la curva de descensos correspondiente al radio de 2 m constituyeron un primer conjunto de parámetros que se utilizó para simular los descensos mediante la ecuación de flujo equivalente. Los coeficientes de transferencia α y los almacenamientos en las zonas móvil e inmóvil fueron modificados, bajo la restricción de mantener

constante el S_{TOTAL} en un proceso de calibración de prueba y error a los fines de obtener el mejor ajuste posible a los valores “observados”, tomándose como tales a la respuesta obtenida mediante MODFLOW en el campo heterogéneo MFBC.

La Figura 3.42 muestra la curva de descensos “observada” para 2 m en el medio heterogéneo sintético (campo MFBC, línea punteada) y los resultados de 3 simulaciones, cuyos parámetros α , S_m y S_{im} están especificados en la leyenda.

El modelo equivalente captura la curvatura en la zona de drenaje diferido en la Simulación 1, no obstante sobreestimarse los descensos en tiempos anteriores. Aumentando el parámetro α pudo corregirse esa sobreestimación en detrimento del ajuste en la zona del drenaje diferido.

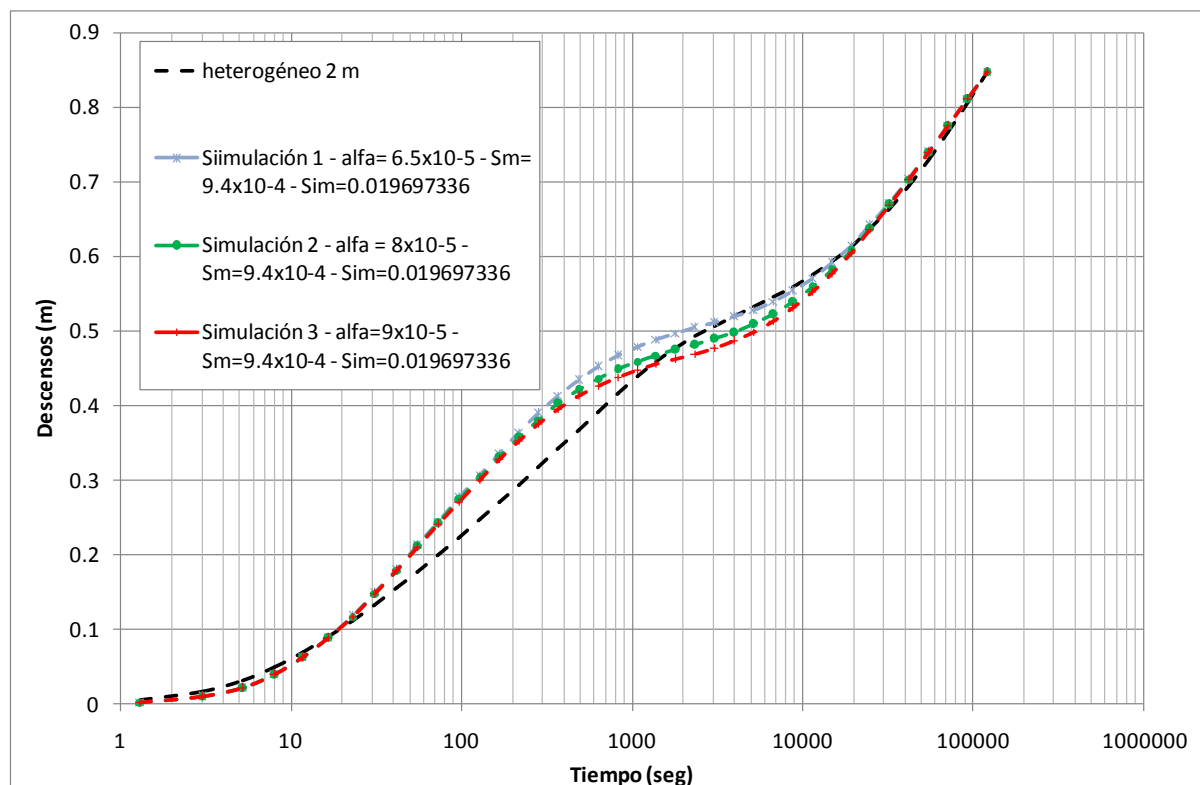


Figura 3.42. Descensos obtenidos en las simulaciones vs. el caso heterogéneo sintético (valores de α expresados en s^{-1})

A los fines de evaluar cuantitativamente la bondad del ajuste en las tres situaciones presentadas se plantea un análisis de los errores medios y medios cuadráticos. El Error Medio (EM) que se define como (Zheng y Bennett, 1995):

$$EM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (cal_i - obs_i) \quad (3.17)$$

donde N es el número total de puntos observados; cal_i y obs_i son los valores calculados y observados para cada celda de cálculo, respectivamente, en este caso el descenso calculado

mediante la formulación equivalente y el calculado mediante la ecuación de flujo clásica llamado aquí “observado”. Un valor de EM cercano a cero indica un buen ajuste entre cal_i y obs_i , mientras que el signo del EM indica la tendencia a la subestimación (-) o a la sobreestimación (+). Sin embargo, pueden existir grandes errores positivos o negativos que se compensen mutuamente, y por lo tanto este estimador pierde robustez como indicador del ajuste.

Un mejor indicador del ajuste que el anterior es el Error Medio Cuadrático (root mean of squared residual errors), cuya expresión de cálculo es (Zheng y Bennett, 1995):

$$RMSE = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (cal_i - obs_i)^2 \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

El RMSE es similar a la Desviación Estándar cuando el EM es cercano a cero y el tamaño de la muestra (N) es grande. La Tabla 3.6 muestra los EM y RMSE para las simulaciones mostradas en la Figura 3.41, considerándose aceptables por estar en el orden del error de las mediciones de niveles que pudieran llevarse a cabo.

Simulación	EM (m)	RMSE (m)
1	0.02	0.034
2	0.01	0.030
3	0.008	0.029

Tabla 3.6. Errores en las simulaciones con ecuación equivalente.

No obstante los resultados alentadores de la simulación 3 que muestran un buen ajuste para tiempos cortos y largos, el ajuste para tiempos intermedios muestra un apartamiento entre los descensos “observados” y calculados. En el futuro deberán abordarse técnicas de calibración alternativas que aceleren la búsqueda de parámetros, que en definitiva conduzca a una mejora en la calibración. Eventualmente, la ecuación de flujo equivalente deberá ser modificada a los fines de considerar más de una zona inmóvil por nodo de la grilla del modelo numérico. Ello permitirá una mayor flexibilidad a los fines de la calibración a la vez que analizar el drenaje diferido de modelos geoestadísticos que inducen a un comportamiento de drenaje diferido atípico como el caso de los modelos multigaussianos.

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1. Conclusiones

De la aplicación de modelos de flujo de agua subterránea en sistemas de alta complejidad surge una enorme gama de desafíos asociados a la conceptualización, a la representación matemática de los procesos físicos involucrados, a la estimación de los parámetros representativos, y a la escala espacial y temporal de trabajo, entre otros.

Uno de los principales inconvenientes de la modelación es la selección de los valores de los parámetros asociados al fenómeno modelado, teniendo en cuenta su variabilidad espacial (y temporal si se aplica), acorde a la escala de modelación.

La estimación de los parámetros tales como la transmisividad T o la conductividad hidráulica K utilizados en los modelos, generalmente se realiza a partir de valores puntuales determinados por ensayos de bombeo, entre otros métodos, que luego son llevados a la escala de trabajo. Los ensayos de bombeo son interpretados mediante modelos teóricos que asumen homogeneidad e isotropía, además de otras hipótesis que simplifican su aplicación. Sin embargo, en la mayoría de los análisis surgen desviaciones del comportamiento teórico atribuibles a diferentes causas, entre ellas la heterogeneidad de los acuíferos. Podría suponerse entonces que las clásicas ecuaciones de flujo pueden no ser del todo adecuadas para capturar comportamientos asociados a determinadas escalas de la heterogeneidad para las cuales el sistema no se comporta como macroscópicamente homogéneo.

Las ecuaciones clásicas de flujo y transporte se basan en el concepto de volumen elemental representativo asumiendo equilibrio local. Sin embargo, en la realidad suele observarse un fenómeno de no equilibrio (NE). Este NE se manifestaría como un drenaje diferido o una transferencia de almacenamiento retrasado desde zonas menos conductivas a zonas más conductivas del medio poroso.

Existe una amplia gama de trabajos que representan el NE basadas en aproximaciones no locales en el tiempo, esto es que la movilización o transferencia de agua almacenada en el acuífero no depende solamente de los niveles actuales, sino también de la variación de los niveles en tiempos precedentes. En la práctica, estas formulaciones involucran la adición de un término fuente-sumidero o un término de almacenamiento adicional a la ecuación convencional de flujo de agua subterránea tradicional. Estos términos de almacenamiento simulan un proceso de transferencia de masa en donde el sistema acuífero se representa conceptualmente por un conjunto de regiones

móviles e inmóviles superpuestas que intercambian masa entre sí, intercambio que se simula mediante una aproximación de primer orden de la variable de estado.

En esta tesis, todo el análisis supuso que el comportamiento observado del flujo mostrando un drenaje diferido en respuesta al bombeo se debe sólo a la influencia de un tipo particular de la heterogeneidad del medio que posee correlación espacial a lo largo de un amplio espectro de escalas espaciales de heterogeneidad.

A partir de esta hipótesis se modificó la ecuación clásica de flujo en medios porosos saturados, adoptando una formulación no local en el tiempo del tipo de transferencia de masa a tasa múltiple-MRMT o función de memoria-FM. La ecuación resultante es una ecuación de flujo equivalente en el sentido que el término adicional de transferencia de primer orden “equivale” al efecto que la heterogeneidad produciría en el comportamiento del flujo subterráneo a diferentes escalas. Aquí el esquema conceptual consistió en remplazar el medio continuo convencional por una región continua móvil y una inmóvil que intercambia masa linealmente con la anterior.

La ecuación de flujo clásica y la equivalente se resolvieron en una y dos dimensiones mediante códigos numéricos en diferencias finitas desarrollados a tal fin. En esta tesis se asumió que cada celda de la zona móvil recibe el aporte de sólo una zona inmóvil.

La metodología planteada consistió en la simulación de dos ensayos numéricos en régimen transitorio para un acuífero confinado. El primer ensayo consistió en un flujo regional unidimensional motorizado por un cambio instantáneo del gradiente regional. El mismo permitió evaluar el efecto de drenaje diferido en los descensos observados dados distintos juegos de parámetros de la FM y a la vez, comparar los resultados con la respuesta del acuífero simulado con el modelo clásico de flujo subterráneo (sin FM).

En el ensayo unidimensional de flujo regional se observó el efecto de drenaje diferido, donde los descensos esperados para el caso de la ecuación de flujo clásica son amortiguados en el tiempo por el flujo de transferencia proveniente de las zonas inmóviles conectadas a cada celda del dominio de cálculo. Consecuentemente, los flujos relativos de entrada para el caso con memoria resultaron menores, es decir, el drenaje diferido retrasa el escenario para el cual el flujo de entrada al sistema alcanza la condición estacionaria. El comportamiento de la función de memoria en este caso es análogo a considerar una fuente en cada celda que suministra agua al sistema a una tasa igual a la tasa de transferencia α .

Del análisis de sensibilidad 1D de los parámetros de la función de memoria, α y S_{im} , se observó que un incremento en los mismos produce un retraso del perfil piezométrico para alcanzar la estacionariedad. Además, aplicando un mismo incremento ya sea en α o en S_{im} , la evolución del flujo de entrada permanece prácticamente invariante en el tiempo con un pequeño desfasaje en los

tiempos finales. Con ello se vislumbra que ambos parámetros poseen igual impacto sobre el fenómeno estudiado ante un cambio de igual magnitud.

La validación de la ecuación equivalente bidimensional se realizó comparándola con el modelo de Boulton (1955), utilizando una equivalencia entre los parámetros de la función de memoria con los parámetros del modelo de Boulton, obteniendo un ajuste notable entre la solución numérica y la solución analítica. Ambas soluciones se comportan similares a la respuesta teórica de Theis a tiempos pequeños, indicando una entrega instantánea del almacenamiento. A tiempos intermedios se puede identificar el período donde el drenaje diferido es evidente, explicado por el hecho de que ciertas porciones del acuífero comienzan a aportar masa desacelerando el incremento de los descensos en el tiempo. Y a tiempos largos el sistema llega a una nueva situación de equilibrio de entrega instantánea de almacenamiento, que también podría interpretarse mediante la solución de Theis pero con un almacenamiento mayor al utilizado en tiempos pequeños, y que se denomina $S_{TOTAL} = S_m + S_{im}$.

Respecto al análisis de sensibilidad, en los ensayos de S_{im} fijo y α variable, el valor de S_{im} actúa como atractor para todos los valores de α probados, mostrando que los descensos convergen a la asíntota determinada por el valor de S_{im} , que a su vez es paralela a la correspondiente asíntota del caso sin FM. Cuando S_{im} es mayor, dicha asíntota se aleja más de la asíntota sin FM; esto quiere decir que el sistema inmóvil tiene una mayor capacidad de almacenamiento y por lo tanto los descensos en la zona móvil son menores ya que dicho almacenamiento va entregando agua paulatinamente al acuífero en función de la tasa de transferencia que se aplique. A partir del tiempo en el que se alcanza la nueva asíntota, se puede asumir que el sistema móvil-inmóvil llega a un nuevo equilibrio, en tanto que la tasa de variación de los descensos se hace constante. Para esta condición, el almacenamiento disponible en forma instantánea es el nuevo coeficiente de almacenamiento S_{TOTAL} .

A valores pequeños de la tasa de transferencia el sistema tiende a comportarse como un sistema sin función de memoria independientemente de la magnitud del almacenamiento en la zona inmóvil y por un período prolongado; el efecto de drenaje diferido se vislumbra con mayor retraso a lo observado en el caso de tasas de transferencia más altas. La aparición del efecto de la zona inmóvil ocurre a diferentes tiempos dependiendo de su capacidad de almacenamiento. A mayor S_{im} aparece más temprano, y viceversa. Además, la magnitud de la tasa de transferencia α tiene un fuerte impacto sobre el tiempo de arribo al nuevo estado de equilibrio.

Mediante una técnica de búsqueda de estimaciones previas de los parámetros de la ecuación equivalente basada en el concepto de Cooper-Jacob, se ensayaron combinaciones de parámetros en un proceso de calibración preliminar mediante prueba y error. Una de las combinaciones probadas

mostró que el modelo propuesto captura, en una primera aproximación, el efecto de drenaje diferido clásico de Boulton inducido por la heterogeneidad definida en el caso sintético simple, ajustándose de manera aceptable a la respuesta “observada” en los tiempos iniciales, como así también en el comportamiento asintótico de la nueva situación de equilibrio.

Considerando los restantes campos de transmisividad analizados generados con un esquema de una zona inmóvil por cada nodo de simulación o celda de zona móvil, tal como lo descrito por Boulton (1955), se puede concluir que el drenaje diferido podría ser una característica propia de los campos de transmisividades que presentan alto contraste entre valores grandes y pequeños (varianza grande) y una relativa conectividad entre valores grandes de transmisividad. El campo que reúne estas características fue generado a partir de Simulación Secuencial Gaussiana imponiendo un Modelo Fraccional Browniano que sigue un semivariograma de ley de potencias, con un coeficiente C_0 igual a 0.27 y un coeficiente H igual a 0.35.

Los casos de Modelos Gaussianos Multivariados ensayados no evidenciaron un drenaje diferido esperado, esto puede deberse a la estacionariedad propia que le confiere este tipo de modelos al campo simulado, donde la varianza se encuentra acotada y la conexión se da entre los valores medios de la misma, quedando zonas con valores extremos mínimos o máximos desconectados.

En este sentido la ecuación de flujo equivalente se aplicó también a campos que siguen el Modelo Fraccional Browniano donde se pudo capturar un drenaje diferido. En primer lugar se estimaron los parámetros T_{ap} , S_{TOTAL} y S_m a partir de las ecuaciones de Cooper-Jacob. T_{ap} rige la pendiente del comportamiento asintótico en los últimos tiempos, mientras que α y S_{TOTAL} controlan la posición y la magnitud donde el comportamiento asintótico comienza a desarrollarse.

En el modelo equivalente el efecto de drenaje diferido aparece antes que en el observado, sin embargo, sirvió para capturar la curvatura de la curva de descensos en el período de drenaje diferido con un parámetro $\alpha = 6.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, $S_m = 9.4 \times 10^{-4}$ y $S_{im} = 0.02$. No obstante los resultados alcanzados, el ajuste debe ser mejorado en el futuro a partir de un algoritmo de calibración automática que facilite el proceso de ajuste de parámetros.

Se debe resaltar que las simulaciones abordadas intentan reproducir una situación real con campos de transmisividad de relativa complejidad y ensayos de bombeo con tasa de extracción y duración suficientes para “testear” un amplio espectro de escalas espaciales de la heterogeneidad de los campos generados. Por ende, el análisis del drenaje diferido, a partir del ajuste del modelo equivalente a los descensos “observados” constituye un desafío que ha tenido pocos precedentes en la literatura especializada y resulta promisorio tanto para investigaciones futuras como para aplicaciones de la práctica ingenieril.

4.2. Problemas encontrados durante el desarrollo de la tesis/soluciones posibles

Respecto a los problemas detectados pueden identificarse los siguientes:

- 1) La simplificación de adoptar sólo una zona inmóvil por cada celda móvil podría no ser lo más acertado dependiendo del caso de heterogeneidad. Para ello se podrían ensayar campos alternativos de transmisividad con diferentes conectividades a los fines de verificar si en alguno de ellos se puede identificar un drenaje diferido a distintas escalas, donde éstas estarían representadas en la formulación discreta por un número de zonas móviles N mayor que uno.
- 2) Los resultados hallados corresponden al caso donde la condición inicial de los niveles en la zona inmóvil, $h_{im}(x,y,0)$ está en equilibrio con la zona móvil. Sin embargo, el impacto de una condición inicial diferente sobre la respuesta de un sistema conceptualizado como móvil-inmóvil no ha sido evaluada apropiadamente. Si bien es de esperar que, independientemente del punto de partida de las simulaciones en $t = 0$, las soluciones tenderían a un mismo resultado de equilibrio dada el comportamiento típico de la ecuación de difusión, debería abordarse un análisis de sensibilidad formal.
- 3) La calibración para valores alternativos de la transmisividad de la zona móvil se realizó partiendo de estimaciones previas obtenidas del comportamiento asintótico de la interpretación de Cooper Jacob, del flujo regional equivalente, o del valor correspondiente a la zona más conductiva. La selección del valor más apropiado requerirá un análisis de escalado aplicado para cada caso de la heterogeneidad espacial en estudio.
- 4) La metodología de prueba y error adoptada en la calibración preliminar permite analizar más de cerca la física del proceso simulado. Sin embargo, ha sido tediosa y computacionalmente costosa. A los fines de alcanzar el ajuste apropiado de los parámetros en forma más eficiente se podría implementar alguna rutina automática que optimice la calibración.

4.3. Tareas futuras/posibles líneas de investigación

1) Implementar un resolutor iterativo para el código 2D a los fines de reducir los tiempos de cálculo y también incrementar el potencial del mismo para resolver problemas de dominios más grandes. Además, se pretende implementar algún algoritmo de calibración automática para agilizar el proceso de búsqueda de los valores óptimos de los parámetros de calibración.

2) Indagar sobre el efecto de la condición inicial de la zona inmóvil sobre el comportamiento del drenaje diferido estudiado en la tesis y determinar la robustez del modelo, esto es, ver cuán sensible es el mismo ante determinadas variaciones en los parámetros.

3) Utilizar diferentes escenarios de heterogeneidad generados, por ejemplo, por modelos geoestadísticos convencionales y no convencionales, con miras a evaluar la capacidad del modelo propuesto en lo relativo a las diferentes respuestas de drenaje diferido atribuidas a diferentes estructuras de la variabilidad espacial de T .

4) Analizar las respuestas en varias realizaciones de cada campo generado a partir de diferentes modelos geoestadísticos y con diferentes parámetros.

5) Adaptar el código 2D a la estructura modular de MODFLOW 2000.

BIBLIOGRAFIA

- Acheson, D. (1997) *From Calculus to Chaos. An introduction to Dynamics.* Oxford University Press.
- Anderson, E.; Bai, Z.; Bischof, C.; Blackford, S.; Demmel, J.; Dongarra, J.; Du Croz, J.; Greenbaum, A.; Hammarling, S.; McKenney, A.; Sorensen, D. (1999) *LAPACK Users' Guide (Third ed.).* Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics. ISBN 0898714478.
- Araújo, L.M., Franca, A.B., Potter, P.E. (1999) Hydrogeology of the Mercosul Aquifer System in the Paraná and Chaco-Paraná Basins, South America, and comparison with the Navajo-Nugget Aquifer System, USA. *Hydrogeology Journal*, 7, 317-336.
- Barthel, R.(2011) An indicator approach to assessing and predicting the quantitative state of groundwater bodies on the regional scale with a special focus on the impacts of climate change. *Hydrogeology Journal*, 19, 525-546.
- Bear J.; A. Verruijt (1987) *Modelling groundwater flow and pollution. Theory and applications of transport in porous media.* D. Reidel Publishing Company. 414 p.
- Benson, D.; Wheatcraft, S.; Meerschaert, M. (2000) Application of a fractional advection-dispersion equation. *Water Resources Research* 36(6), 1403 – 1412.
- Berkowitz, B., Klafter, J., Metzler, R., Scher, H. (2002) Physical pictures of transport in heterogeneous media: advection dispersion, random-walk, and fractional derivative formulations. *Water Resources Research*, 38(10), 1191.
- Berkowitz, B., Cortis, A., Dentz, M., Scher, H.(2006) Modelling non-Fickian transport in geological formations as a continuous time random walk, *Reviews of Geophysics*, 44, RG2003, doi:10.1029/2005RG000178.
- Bierkens, M., Van der Gaast, J. (1998). Upscaling hydraulic conductivity: theory and examples from geohydrological studies. *Nutrient Cycling in Agroecosystems* 50: 193 – 207.
- Boulton, N.S., (1955) Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage, *International Association of Scientific Hydrology*, pub.37.
- Bourdet, D.; Whittle, D; Douglas, A. y Pirad, Y. (1983) A new set of type curves simplifies well test analysis. *World Oil*, pp. 95-106.
- Bourdet, D.; Ayoub, J. y Pirad, Y. (1989) Use of pressure derivative in well test interpretation. *SPE Formation Evaluation*, pp. 293-302.
- Cacas, M. (1990) Modelling fracture flow with stochastic discrete fracture network: calibration and validation: 1. The flow model. *Water Resources Research*, 26, 479-489.
- Carslaw, H.S., Jaeger, J.C. (1959) *Conduction of heat in solids.* Second Ed. Oxford Science Publications. 510 pp.
- Carrera J.; Neuman, S. (1986) Estimation of aquifer parameters under transient and steady-state conditions, 1. Maximum likelihood method incorporating prior information. *Water Resources Research*, 22(2), 199-210.

- Carrera, J., X. Sánchez-Vila, I. Benet, A. Medina, G. Galarza, J. Guimera (1998) On matrix diffusion: formulations, solution methods and qualitative effects, *Hydrogeology J.*, 6(1), 178-190.
- Carrera, J., Medina, A., 1999. A discussion on the calibration of regional groundwater models. Modelling of transport processes in soils at various scales in time and space. (J. Feyen and K. Wiyo) Leuven, Belgium, September. pp. 629-641.
- Cello, P. (2009) Use of hydraulics tests to identify conceptual models of heterogeneity for fractured rock aquifers. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Cello, P.; Walker, D.; Valocchi, A.; Loftis, B.(2009) Flow dimension and anomalous diffusion on aquifer tests in fracture network. *Vadose Zone Journal*, 8:258–268.
- Cooper, H., Jacob C. (1946) A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos Trans., AGU*, 27(4), 526-534.
- Dahlquist, G.; Bjorck, A. (1974) Numerical methods. Prentice Hall Series in Automatic Computation. 573 pp.
- De Marsily, G. (1986) Quantitative hydrogeology. Groundwater hydrology for engineers. Academic Press Inc. 440 pp.
- De Marsily, G., Delay, F., Teles, V., Schafmeister, M. (1998).Some current methods to represent the heterogeneity of natural media in hydrogeology. *Hydrogeology Journal* 6: 115 – 130.
- De Marsily, G.; Delay, F., Goncálves, J.; Renard, P., Teles, V., Violette, S.(2005) Dealing with spatial heterogeneity. *Hydrogeology Journal* (13) 161-183.
- Deutsch, C., Journel, A. (1992) GSLIB. Geostatistical Software Library. Oxford University Press, New York.
- Feyen, J., Wiyo, Z., (1999). Modeling of transport processes in soils at various scales in space and time. Feyen, J., Wiyo, Z. (Eds). WageningenPers, Wageningen, The Netherlands, Softcover 794 pp.
- Fletcher, C. (1991). Computational techniques for fluid dynamics. Volume I. Springer Verlag, 401 p.
- Foster, S., Hirata, R., Vidal, A., Schmidt, G., Garduño, H. (2009). The Guarani Aquifer initiative – Towards realistic groundwater management in a transboundary context. *GW-Mate Sustainable Groundwater Management, Lessons for Practice, Case Profile Collection Num. 9.*
- Freeze A., Cherry, J. (1979) Groundwater. Prentice Hall. 604 pp.
- Galarza, G., Medina, A, Carrera, J.(1996) TRANSIN III. Applications to 3-D media and non-linear problems. Topical report 17, volume IV, El Berrocal Project, EC Contract FI2W/CT91/0080. pp. 425 – 634.
- Gerke, H.H.; van Genuchten, M.T. (1993) Evaluation of a first-order water transfer term for variably saturated dual-porosity flow models. *Water Resources Research* 29(4):1225-1238.
- GMS V 8.0 (2011) Brigham Young University. Aquaveo Inc., USA.

- Gómez, A.; Vives, L.; Rodríguez, L. (2008) Modelación regional del Sistema Acuífero Guaraní. ENIEF 2008: XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones. San Luis, Argentina. Mecánica Computacional Vol. XXVII, pp. 319-336. Editores: Alberto Cardona, Mario Storti y Carlos Zuppa.
- Gómez, A.; Rodríguez, L., Vives, L. (2010) The Guarani Aquifer System: estimation of recharge along the Uruguay-Brazil border. *Hydrogeology Journal*, Vol.18 (7), 1667–1684. Doi: 10.1007/s10040-010-0630-0.
- Gómez, A., Vives, L., Rodríguez, L. y Cota, S. D. S. (2012) Importancia de la formulación del régimen temporal de flujo en el modelo numérico del Sistema Acuífero Guaraní. *Boletín Geológico y Minero*, 123 (3): 267-280. ISSN: 0366-0176
- Gómez-Hernández, J. (2003). El cambio de escala en medios heterogéneos. *Geoestadística y modelos matemáticos en Hidrogeología*. Jorge Mateu e Ignacio Morell (eds.). Publicaciones de la Universidad Jaume, España.
- Goovaerts, P. (1997) *Geostatistics for natural resources evaluation*, Oxford University Press, New York.
- Haggerty, R., Gorelick, S.M. (1995) Multiple-rate mass transfer for modelling diffusion and surface reactions in media with pore-scale heterogeneity. *Water Resources Research* 31(10), 2383-2400.
- Haggerty, R., McKenna, S.A., Meigs, L.C. (2000) On the late-time behaviours of tracers test breakthrough curves. *Water Resources Research* 36(12):3467-3479.
- Hantush, M. (1956) Analysis of data from pumping tests in leaky aquifers. *Transactions, American Geophysical Union*, 37: 702-714.
- Hantush, M. y Jacob, C. (1954) Plane potential flow of ground-water with linear leakage. *Transactions, American Geophysical Union*, 35:917-936.
- Harbaugh A. (2005) MODFLOW 2005, the U.S. Geological Survey modular ground-water model – the ground water flow process. *USGS Techniques and methods 6-A16*.
- Harbaugh, A.W., E.R., Banta, M. Hill y M. Mc Donald (2000) MODFLOW 2000-The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model-User Guide to Modularization Concepts and The Ground-Water Flow Process. U.S. Geological Survey, open-file report 00-92.
- Herrera, I., Rodarte, L. (1973). Integrodifferential equations for system of leaky aquifers and applications. 1. The nature of approximate theories. *Water Resources Research* 9(4), 995-1005.
- Herrera, I., Yates, R. (1977) Integro-differential equations for systems of leaky aquifers and applications. 3. A numerical method of unlimited applicability. *Water Resources Research* 13(4):725-732.
- Indelman, P and Dagan G. (1993a) Upscaling of permeability anisotropic heterogeneous formations. 1. The General Framework. *Water Resources Research* 29(4):917-923.
- Indelman, P and Dagan G. (1993b) Upscaling of permeability anisotropic heterogeneous formations. 1. General structure and small perturbations analysis. *Water Resources Research* 29(4):925-933.

- Kroszynski U.I., G. Dagan (1975). Well pumping in unconfined aquifers: the influence of the unsaturated zone. *Water Resources Research*. 11: 479-490.
- Lallahem, S., Lamouroux, Ch., Mania, J., Hani, A. (2007) A proposed structure-groundwater model: application to chalky media of the Paris Basin. *Hydrological Processes*, 21 (22): 3072-3077.
- Lebac (2008) Mapa hidrogeológico del Sistema Acuífero Guaraní (Hydrogeological map of the Guarani Aquifer System). Project for Environmental Protection and Sustainable Development of the Guarani Aquifer System. Global Environment Facility (GEF). Technical Report. 57 p.
- Le Borgne, T.; Dentz, M., Carrera, J. (2008) Lagrangian statistical model for transport in highly heterogeneous velocity fields. *Physical Research Letters* 101(9).
- Lin H.J., D.R. Richards, J. Yeh, J. Cheng, H. Cheng, N.L. Jones. 1997. FEMWATER: A three dimensional finite element computer model for simulating density dependent flow and transport, TR CHL-97-12, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS.
- Martínez-Landa, L., Carrera, J. (2005) An analysis of hydraulic conductivity scale effects in granite (Full-scale Engineered Barrier Experiment (FEBEX), Grimsel, Switzerland). *Water Resources Research* (41), W03006, doi: 10.1029/2004WR003458.
- McCarthy, J. (1993) Continuous - Time – Random - Walks on random-media. *J. Phys. Math.Gen.* (26): 2495-2503.
- McDonald, M., Harbaugh, A. (1988) A modular three-dimensional-finite-difference ground-water flow model. *Techniques of water resources investigations of the United States Geological Survey*, part 2, United States Government Printing Office, Washington.
- Medina A., G. Galarza and J. Carrera.(1996) TRANSIN II. Fortran code for solving the coupled flow and transport inverse problem in saturated conditions. El Berrocal Project. Characterization and validation of natural radionuclide migration processes under real conditions on the fissured granitic environment. European Commission Contract nº FI2W/CT91/0080. Topical Report 16. ENRESA.
- Meier M., Carrera J., Sánchez-Vila X. (1998). An evaluation of Jacob's method for the interpretation of pumping tests in heterogeneous formations. *Water Resources Research*, Vol. 34 (5), 1011-1025.
- Moench, A. (1993) Computation of type-curve analysis for flow to partially penetrating wells in water-table aquifers. *Ground Water*, 31(6): 966-971.
- Moench, A. (1996) Flow to a well in a water-table aquifer: an improved Laplace transform solution. *Ground Water*, 34(4): 593-596.
- Moreno, L., Tsang, I.C.F. (1994) Flow channelling in strongly heterogeneous porous media: a numerical study. *Water Resources Research* 37:831-835.
- Neuman S.P. (1972) Theory of flow in unconfined aquifers considering delayed response to the water table. *Water Resources Research* 8: 1031-1045.
- Neuman S.P. (1975) Analysis of pumping test data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response. *Water Resources Research* 11: 329-342.

- Neuman, S.P. (1995). On advective transport in fractal permeability and velocity fields. *Water Resources Research* 31(6):1455-1460.
- Noetinger, B., Artus, V. and Zargar, G. (2005) The future of stochastic and upscaling methods in hydrogeology. *Hydrogeology Journal* 13:184 – 201.
- NRC (1996) *Rock factors and fluid flow: contemporary understanding and applications*. National Research Council. Washington D.C. 551 pp.
- Nwankwor R.W., Gillham R.W., van der Kamp G., Akindunni F.F. (1992) Unsaturated and saturated flow in response to pumping of an unconfined aquifer: field evidence of delayed drainage. *Groundwater*, 30(5): 690 - 700.
- Papadopolus, I. y Cooper, H. (1967) Drawdown in a well of large diameter. *Water Resources Research*, 3(1): 241-244.
- Prudic D.E. (1989) Documentation of a computer program to simulate stream-aquifer relations using a modular, finite difference, ground-water flow model: U.S. Geological Survey Open-File Report 88-729, 113 p.
- Renard, Ph. and de Marsily G. (1997). Calculating equivalent permeability: a review. *Advances in Water Resources* 20: 253 - 278.
- Rodríguez, L.; Vives, L., Gómez, A. Conceptual and numerical modelling of the Guaraní Aquifer System. HESS To be submitted
- Rovey C. y D. Cherkauer (1995). Scale dependency of hydraulic conductivity measurements. *Groundwater*, 33(5): 769-780.
- Samper, F.J., J. Carrera (1990) *Geostatística. Aplicaciones a la Hidrogeología Subterránea*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona.
- Sánchez-Vila, X., Girardi, J., Carrera, J. (1995) A synthesis of approaches to upscaling of hydraulic conductivities. *Water Resources Research*, 31 (4): 867-882.
- Sánchez-Vila, X. (1999) Pumping test in heterogeneous aquifers: an analytical study of can be obtained from the interpretation using Jacob's method. *Water Resources Research*, 35(4):943 - 952.
- Sánchez-Vila, X.; Guadagnini, A., Carrera, J. (2006) Representative hydraulic conductivities in saturated groundwater flow. *Reviews of Geophysics*, 44, RG3002, doi:10.1029/2005/RG000169.
- Schad H., Teutsch G. (1994) Effects of the investigation scale on pumping test results in heterogeneous aquifers. *Journal of Hydrology*, 159 (1): 61 - 77.
- Silva, O.; Carrera, J.; Dentz, M.; Kumar, S.; Alcolea, A.; Willmann, M. (2009) A general real time formulation for multi-rate mass transfer problems. *Hydrology and Earth System Sciences*, 13: 1 - 13.
- Theis, C. (1935) The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. *Trans. American Geophysical Union*, 2: 519 – 524.

Thiem, G. (1906) *Hydrologische methoden*. Leipzig: Gebhardt, 56 pg.

Vives L., L. Rodríguez, A. Gómez, S. Santos Cota (2009) Avance del conocimiento del Sistema Acuífero Guaraní. Modelo numérico regional. VI Congreso Argentino de Hidrogeología y IV Seminario Hispano-Latinoamericano sobre temas actuales de la Hidrología Subterránea, Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

Walker, D., P. Cello, A. Valocchi, B. Loftis (2006) Flow dimensions corresponding to stochastic models of heterogeneous aquifers. *Geophys. Res. Lett.* 33:L07407, doi:10.1029/2006GL025695.

Warren, J.E., P.J. Root. (1963) The behaviour of naturally fractured reservoirs. *SPE J.* 245–255.

Waterloo Hydrogeologic (2006) FEFLOW, Finite Element Flow Model.

Willmann, M., Carrera, J., Sánchez-Vila, X., (2008) Transport upscaling in heterogeneous aquifers: what physical parameters control memory functions? *Water Resources Research*, 44, doi: 10.1029/2007WR006531.

Zhang, S. y Jin, J. (1996) *Computation of special functions*. University of Illinois at Urbana-Champaign. John Wiley & Sons, Inc.

Zhang, Y.; Benson, D., Reeves, D. (2009) Time and space non-localities underline fractional derivatives models: distinction and literature review of field applications. *Adv. Water Res.*, 32(4): 561-581.

Zheng C., Bennett G. (1995) *Applied contaminant transport modeling – Theory and Practice*. Ed. Van Nostrand Reinhold, USA.

ANEXO I

Gómez, A.; Rodríguez, L., Vives, L.(2010). The Guarani Aquifer System: estimation of recharge along the Uruguay-Brazil border. *Hydrogeology Journal*, Vol.18 (7), 1667–1684

The Guaraní Aquifer System: estimation of recharge along the Uruguay–Brazil border

Andrea A. Gómez · Leticia B. Rodríguez · Luis S. Vives

Abstract The cities of Rivera and Santana do Livramento are located on the outcropping area of the sandstone Guaraní Aquifer on the Brazil–Uruguay border, where the aquifer is being increasingly exploited. Therefore, recharge estimates are needed to address sustainability. First, a conceptual model of the area was developed. A multilayer, heterogeneous and anisotropic groundwater-flow model was built to validate the conceptual model and to estimate recharge. A field campaign was conducted to collect water samples and monitor water levels used for model calibration. Field data revealed that there exists vertical gradients between confining basalts and underlying sandstones, suggesting basalts could indirectly recharge sandstone in fractured areas. Simulated downward flow between them was a small amount within the global water budget. Calibrated recharge rates over basalts and over outcropping sandstones were 1.3 and 8.1% of mean annual precipitation, respectively. A big portion of sandstone recharge would be drained by streams. The application of a water balance yielded a recharge of 8.5% of average annual precipitation. The numerical model and the water balance yielded similar recharge values consistent with determinations from previous authors in the area and other regions of the aquifer, providing an upper bound for recharge in this transboundary aquifer.

Keywords Groundwater recharge/water budget · Numerical modeling · Brazil · Uruguay · Transboundary aquifer

Introduction

Campana (2005) defined that “transboundary ground water refers to a continuous ground water reservoir (generally an aquifer) that underlies or whose water flows beneath two or more political jurisdictions and can be exploited by each jurisdiction”. Jurisdictions can be either different nations or different states (or provinces) within a nation. While debates regarding management of transboundary river basins have been taking place for many years, transboundary aquifers have received more recent attention. Wolf and Giordano (2002) reported that more than 3,600 water-related treaties have been signed by countries sharing some of the 263 international river basins between the years 805 and 1984. In contrast, agreements or treaties on international groundwater resources date back only to the last 50 years, with none of them developed in South America (Jarvis et al. 2005).

Over the past two decades, the scientific community started developing an increasing interest in transboundary groundwaters. As a result of preliminary meetings, a program for an international initiative on internationally shared/transboundary aquifer-resources management (ISARM/TARM) was established (Puri et al. 2001). Recently, the World-wide Hydrogeological Mapping Assessment Program (WHYMAP), launched in 1999 under the sponsorship of many organizations, published a world inventory of transboundary aquifer systems (TAS; BGR/UNESCO 1999).

One of the TAS mapped is the Guaraní Aquifer System (GAS), the largest in South America and one of the largest in the world. The GAS covers an area of approximately 1.2 million km² (Fig. 1), with an estimated volume of water of 40,000 km³ (Araújo et al. 1999). It extends under the territory of four countries: 840,000 km² in Brazil, 255,000 km² in Argentina, 71,700 km² in Paraguay and 58,500 km² in Uruguay. More than 20 million people live in the area where the aquifer is being increasingly exploited and constitutes an important source of freshwater for urban supply as well as for industrial and agricultural use.

Received: 9 June 2009 / Accepted: 30 June 2010
Published online: 19 August 2010

© Springer-Verlag 2010

A. A. Gómez (✉) · L. B. Rodríguez
Centro de Estudios Hidroambientales,
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas,
Universidad Nacional del Litoral,
C.C. 217, 3000, Santa Fe, Argentina
e-mail: aagomez@fich1.unl.edu.ar
Tel.: +54-342-4575234
Fax: +54-342-4575224

L. S. Vives
Instituto de Hidrología de Llanuras,
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires,
Italia 780, 7300, Azul, Provincia de Buenos Aires, Argentina



Fig. 1 a Location of Guaraní Aquifer System (GAS) in South America. Red dashed line indicates approximate aquifer western–southern boundary. b Location of study area within the southern portion of the GAS

A multidisciplinary, multinational work team recently concluded the Guaraní Aquifer System Project, hereafter GASP, developed thanks to the sponsorship of the Organization of American States, the World Bank and other cooperating agencies. The long-term objective of the GASP was to achieve the management and sustainable use of the aquifer. The work presented here was part of a local-scale modeling effort developed within GASP to study particular areas intensively exploited, characterized by different hydrogeological, social, political and economic aspects.

The aquifer is contained within sandstones of Jurassic-Cretaceous origin, overlain by a thick mantle of basalts in the central portions of the aquifer (Araújo et al. 1999). Water quality and depth to groundwater vary regionally. Due to its economic and social strategic relevance, it is the subject of increasing research efforts. In spite of those efforts, the knowledge and understanding of the system functioning is still limited.

Sandstones crop out along aquifer edges, deepening toward the center of the basin (see Fig. 1), where they can reach a maximum thickness of some 600 m and depths of 2,200 m. Outcropping areas are supposed local recharge or discharge zones, depending on piezometric conditions. The outcropping area located in northern Uruguay and southern Brazil, around the cities of Rivera (Uruguay) and Santana do Livramento (Brazil), is of special interest due to its population concentration, water uses, transboundary nature and recharge area. Overall, the GAS contains an enormous volume of water. However, it is not well known, so that it is hard to assess the impact of exploitation and the magnitude of mass-balance compo-

nents, especially recharge. This is a sensitive issue because the aquifer is shared by four countries. The situation in the Rivera/Santana conglomerate is a local scale example, with its peculiarities, of the regional situation.

Recharge estimation has been the topic of numerous studies in the last 15–20 years (Scanlon et al. 2002). Devlin and Sophocleous (2005) stated that groundwater recharge rates are not required to assess sustainable pumping; however, they are needed to address sustainability, a broader term that involves issues such as water quality, ecology and human and environmental welfare. In tune with the long-term goal of the GASP and the statement by Devlin and Sophocleous (2005), this work presents the results of research aimed at estimating recharge rates in the Rivera-Santana area.

De Vries and Simmers (2002) reported that regional recharge can be reasonably estimated applying methods including regional-flux determination by isotope dating, Darcian flow modeling, chloride mass-balance calculations, and direct measurement of spring discharge or base flow, among others. Choosing an appropriate technique depends on the study objectives, the precision of the sought results, the working time/space scales and background information on recharge (Lerner et al. 1990; Scanlon et al. 2002). Given the uncertainties and factors involved in the estimation of recharge, it is desirable to apply several methods to restrict the resulting rates (Rushton and Ward 1979). Data availability in the study area was determinant for selecting applicable methods. In this work, a numerical model and a water balance were

implemented to obtain two independent recharge values. Comparison with previous determinations in the area and other regions of the aquifer were performed to assess the consistency of the results.

Study area

The study area covers approximately 750 km² around the neighboring cities of Rivera (Uruguay) and Santana do Livramento (Brazil; Figs. 1 and 2). It is located on the southern Brazil/northern Uruguay border, at 30°53'40"S latitude and 55°32'17"W longitude. The landscape is characterized by smooth topography with some steep slopes, with maximum elevations reaching 400 m above sea level (m.a.s.l.) in the western part, disrupted by the transition between basalts and the adjacent outcropping sandstones, noticeable in the field or in topographic maps by the presence of steep slopes representing successive lava flows. The minimum elevation is around 130 m.a.s.l. in the east of the area. The elevation dataset generated by the Shuttle Radar Topography Mission carried out by the National Aeronautics and Space Administration (NASA) and the National Geospatial-Intelligence Agency from USA was used to generate the digital terrain model (DTM) of the area shown in Fig. 2, where the aforementioned geomorphs can be identified.

Only one weather station, Rivera, is available within the area. Based on the time series 1960–1997, the mean

annual precipitation is 1,639 mm (see Fig. 3 for the annual precipitation distribution in Uruguay). The mean annual temperature is around 17.5°C (DNM 2006). The relative humidity of the air oscillates, on average, between 72 and 77%.

The drainage network can be easily identified from the DTM (Fig. 2). Most streams in the area carry rapid flows during the rainy season, originating in high elevations, where they traverse along valleys carved in basalt terrain. As they descend they interact with groundwater in the sandstones. The most important water course is the Cuñapirú Creek, located along the southeastern border of the study area. Its sub-watershed occupies all the outcropping area in the Rivera County. This creek joins the Tacuarembó River outside the study area. There are no gauging stations within the study region, either in Uruguay or Brazil. The headwaters of Cuñapirú Creek and Tacuarembó River are shown in Fig. 2. Located approximately 75 km south of the southern boundary of the study area is the Manuel Díaz gauging station on the Tacuarembó River, which drains 5,500 km² (Fig. 3). The mean discharge of Tacuarembó River is 22 m³/s and the mean annual precipitation nearby is 1,450 mm (DNM 2006). Therefore, the ratio between mean annual discharge and mean annual precipitation yields a runoff coefficient of 8.7%.

From a regional point of view, the GAS is formed by a collection of consolidated and fractured geologic units with structural control. Shallow cracks and fractures are associated with basalts overlying the sandstone Guaraní Aquifer. Deep fractures and faults associated with vertical

Fig. 2 Digital terrain model (DTM), main cities, numerical model boundary, and main water courses in the study area

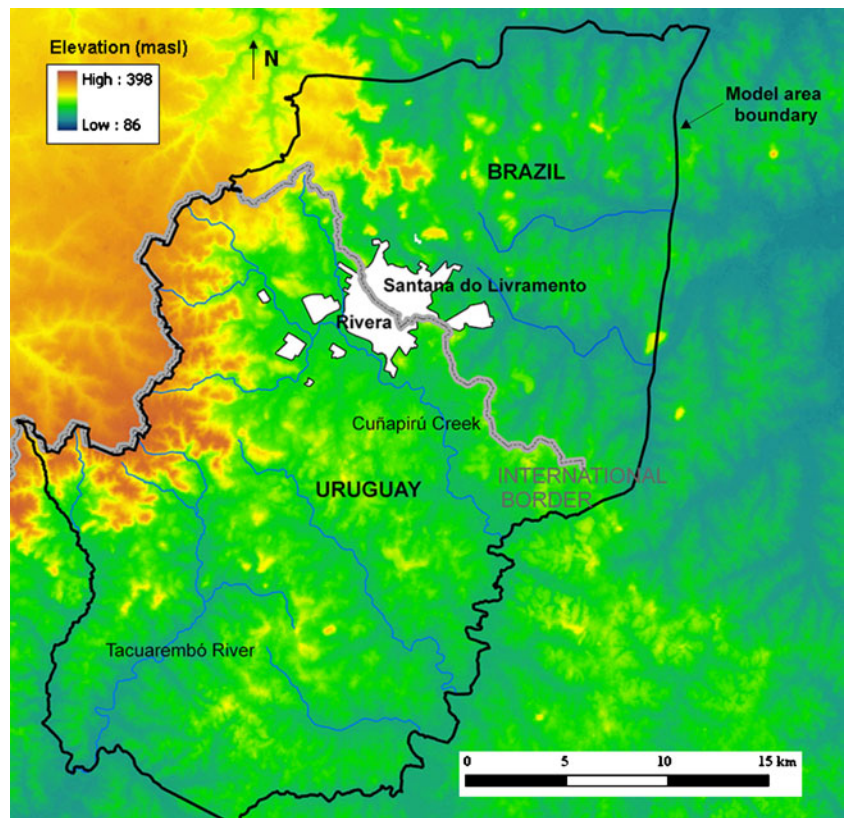
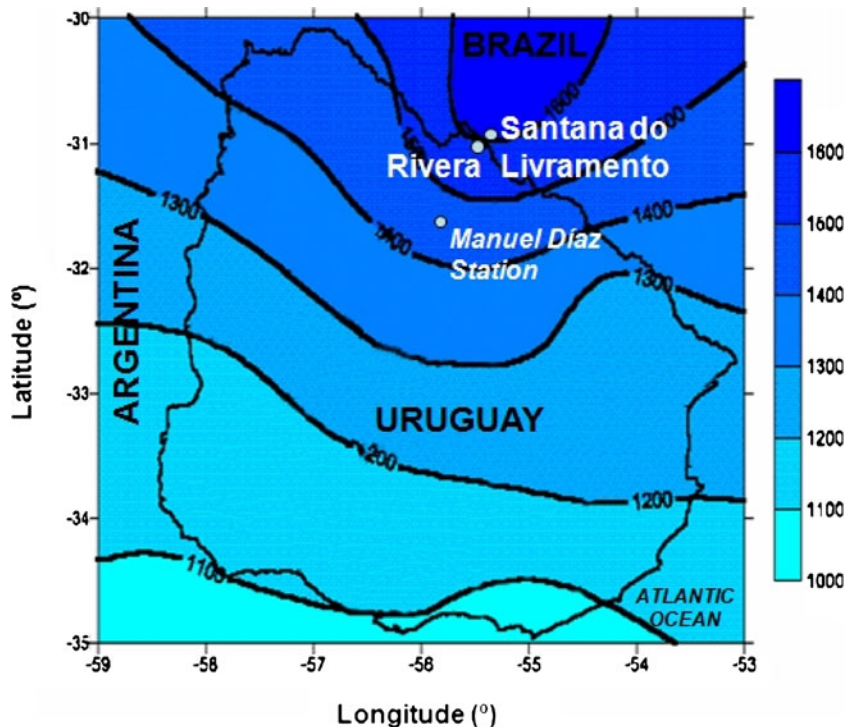


Fig. 3 Mean annual precipitation distribution of Uruguay (in mm/year). Source: National Direction of Meteorology (Uruguay; DNM 2006)



and horizontal movements may control groundwater flow at regional scale. A more detailed regional description of the complex geological characteristics of the GAS can be found in Rebouças (1976), Araújo et al. (1999) and Kittl Täge (2000), among others.

On a local scale, the study area belongs to the “Cuenca Norte Uruguaya”, an interior cratonic basin composed by depositional events from the Devonian to the late Cretaceous (Oleaga 2002). The Jurassic-Cretaceous sequence is represented by the Cuchilla Ombú, Tacuarembó and Rivera Formations (see Fig. 4 for their identification on a stratigraphic profile). These formations, composed of sediments of fluvial and eolian origin, form the GAS, which crops out at the surface along the eastern boundary of the aquifer, and hence the study area, deepening in the E–W direction as it enters the Argentinean territory. Basalts of the Arapey formation, known as Serra Geral in Brazil, are not currently considered part of the GAS; however, they may be hydraulically connected to underlying sandstones through fractures; this hypothesis is reflected in the conceptual model that supports the numerical model presented in the following sections. Quaternary sediments constitute the uppermost unit of the lithologic profile, though its areal extent is limited to small areas along streams and rarely described in stratigraphic profiles from wells.

Direct recharge to the GAS originates in precipitation while an unknown quantity of water from overlying fractured basalts may potentially contribute to indirect recharge (Silva Busso 1999; Oleaga 2002). This recharge, for which the magnitude is still unknown, would occur mainly in places where the basalt is not thick (near sandstone outcropping areas) and its fractures would be

well connected between each other, reaching the underlying GAS (Rosa Filho et al. 2003). More details regarding the hydrogeology of the area are included in the following section.

Conceptual model and aquifer parameters

The first step within the modeling process was the development of a sound conceptual model representing the aquifer system structure and its hydraulic behavior. Stratigraphic profiles from 141 boreholes (70% of which were no more than 20 m deep), geologic maps, hydro-geochemical data and water levels measured at 69 wells were analyzed and integrated into the conceptual model (Gómez 2007; Rodríguez et al. 2008).

Sandstones of the Tacuarembó/Rivera Formations, basalts of the Arapey Formation and Quaternary sediments aligned with streams are the predominant geologic units surrounding both cities. The thickness of basalts ranges from 0 to 500 m, while sandstone layer thickness ranges from 0 to 200 m.

Between August and December 2005, a field campaign was conducted to measure static water levels and sample wells for hydrochemical analyses. These data, completed with water levels surveyed in rural areas by Collazo (2006), allowed the authors to postulate a conceptual model and to define the flow system. Differences in water levels were identified in the field (Rodríguez et al. 2008), which could trigger vertical flows. One level was within basalts, above water levels in shallow sandstones, with water-level differences of up to 40 m. Basalt data are scarce and this could well be a perched-aquifer situation.

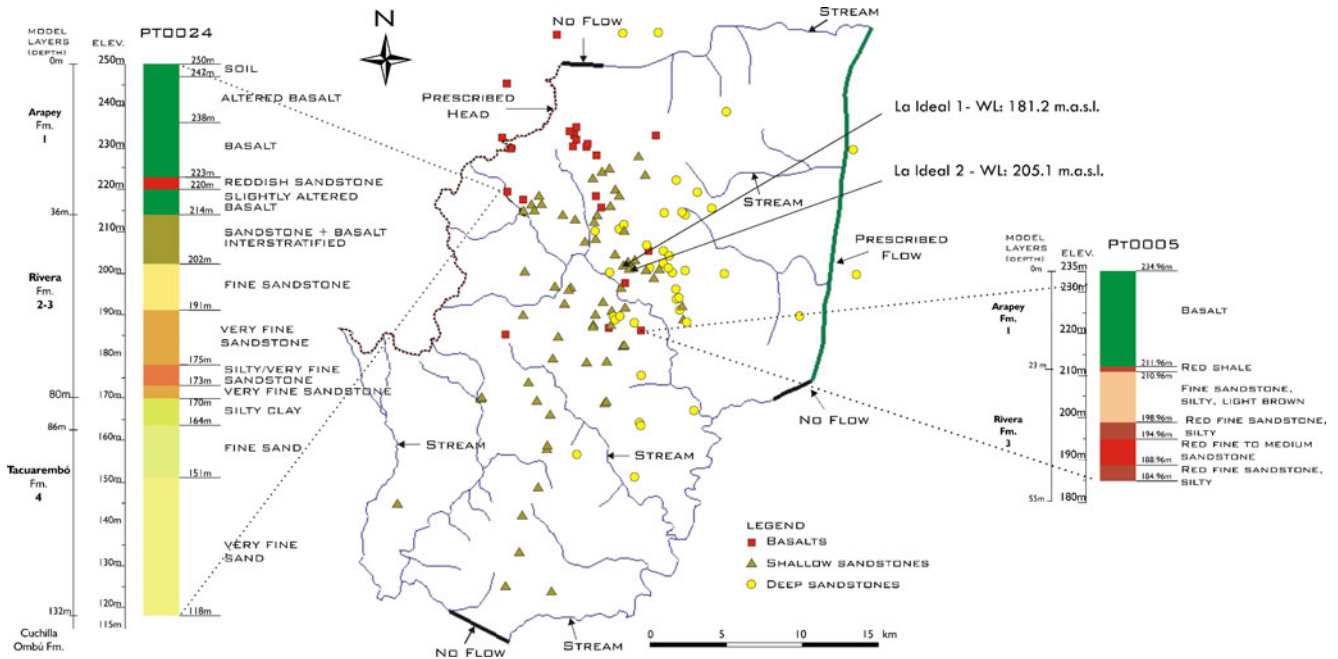


Fig. 4 Location of wells for which logs were available for examination, superimposed onto the boundary of the study/modelled area (*symbols* at each location indicate the outcropping material at the well site). Stratigraphic profiles of two wells (*PT0024* and *PT0005*) show geologic formations. Locations of wells (*La ideal 1* and *La ideal 2*) are also shown. *WL* water level. Elevations are in m above sea level

Even so, one can hypothesize that a large enough hydraulic gradient exists so as to produce downward flows through preferential flow paths associated with fractures. This is also supported by the hydrochemistry (Rodríguez et al. 2008). During the field campaign, a surface lineaments reconnaissance was performed within Uruguayan territory. With the aid of satellite images, 366 shallow lineaments were mapped, characterized by a mean length of 340 m and a standard deviation of 300 m (Gómez 2007). Even though the connectivity of this family of fissures is yet to be explored, the hypothesis of basalts/GAS hydraulic connectivity is feasible.

Underlying the basalt and outcropping to the east, a shallow, permeable sandstone layer, hydraulically connected to streams that cut across the landscape, was identified. This layer disappears in Brazilian territory.

A deep, sandstone aquifer located in very permeable sectors of the GAS was present, with hydraulic parameters and water yield varying locally. Within Uruguay, groundwater from the shallow aquifer would discharge into the Cuñapirú Creek. Water levels in the shallow sandstone aquifer were always higher than in the deep sandstone aquifer supporting the hypothesis of downward flows between these two layers. A maximum water level difference of 24 m between shallow and deep sandstone was measured at two wells that are close to each other and tapping the two formations (wells *La ideal 1* and *La ideal 2*; see Fig. 4). A high-clay-content interbedded layer was detected in a few wells in the central area of the study region. The well log for *PT0005* (see Fig. 4) shows a sequence of finer sandstones that hydrogeologists have associated with aquitard conditions that would locally affect groundwater flow.

The thick, deep aquifer accommodates most of the water-supply wells for both cities. Flow direction is mainly towards Brazil, locally disrupted by two incipient cones of depression in urban areas, one in Uruguay, one in Brazil. The hydraulic gradient near the international border is 3.5×10^{-4} . Close to the northwestern border of the study area, an easterly flow is present, with a hydraulic gradient slightly higher (5×10^{-4}). Close to the area affected by pumping, a higher hydraulic gradient was found.

Consequently, the proposed conceptual model for the aquifer system, from top to bottom, is:

1. Upper aquifer: contained within altered basalts areas
2. Lower, multilayer sandstone Guaraní Aquifer with the following layers
 - a. Shallow Guaraní Aquifer that sustains small and sparse domestic wells
 - b. Aquitard, composed of high clay-content sandstones
 - c. Deep Guaraní Aquifer that sustains high pumping-rate wells, exploited by water-supply companies

Figure 5 shows the reconstructed stratigraphy and conceptual model. The three-dimensional (3D) stratigraphic model was built with the Groundwater Modelling System (GMS V 6.0 2006).

Pumping tests previously conducted near the cities of Rivera and Santana do Livramento were re-interpreted to estimate the hydraulic conductivity (*K*) of the different formations. Data from a total of 24 wells, 17 from Rivera and 7 from Santana do Livramento, were analyzed. Most of the tests were performed at the time of the well

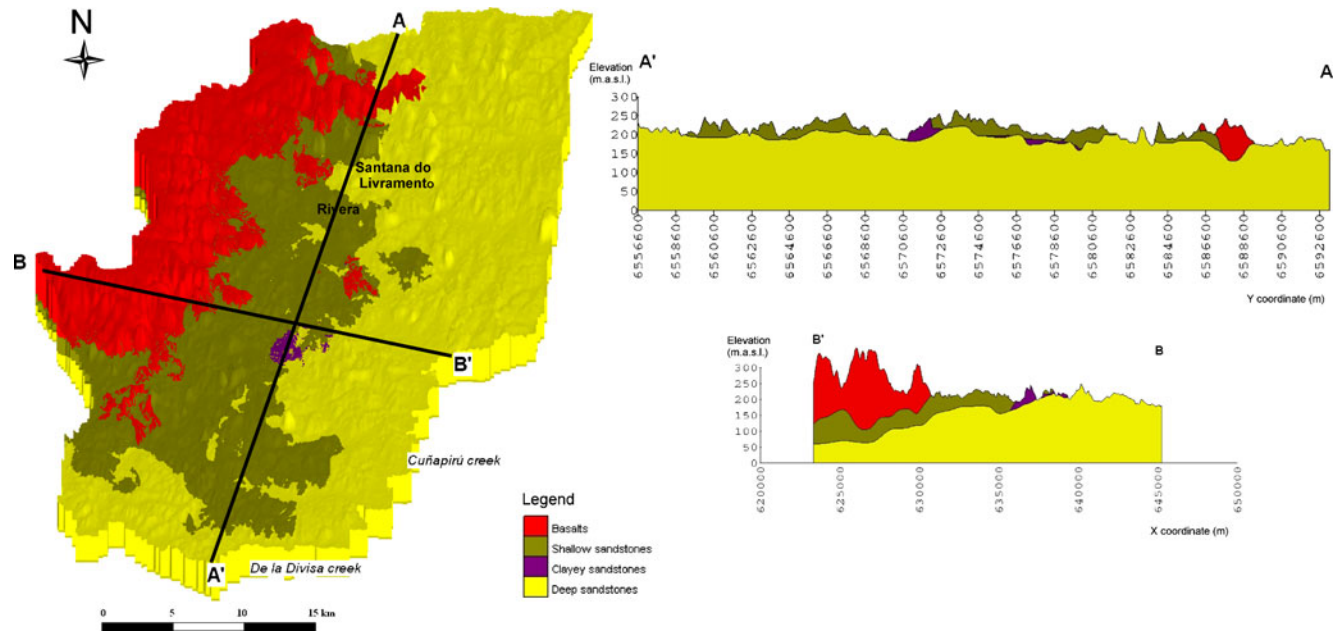


Fig. 5 Three-dimensional stratigraphic model of the aquifer system. Characteristic profiles in NE–SW and W–E directions

construction; wells were partially penetrating and screen-length data was readily available. Aquifer thickness at the sites was unknown. Transmissivity (T) was estimated through the Theis method, and K was calculated by dividing T by the screen length at each well. It is acknowledged that this procedure strictly applies to fully penetrating wells, which causes the flow in the aquifer to be strictly horizontal. Hantush (1964) recommended reaching a certain distance between the pumping well and the observation well in order to neglect the effect of a partially penetrating well. Nonetheless, he stressed that, if both pumping and observation wells are partially penetrating, the drawdown formula becomes quite complex. Neuman (1974) also suggested conditions to overcome such an effect that would make it possible to use the Theis curve. The absence of data regarding observation wells distances and aquifer thickness complicated the analysis and leads one to make simplifying assumptions that may yield overestimated aquifer parameters. For this reason, estimated values were compared to K values obtained in other parts of the aquifer. Table 1 contains estimated K values while Fig. 6 shows the location of pumping test wells used for the analysis. Notice that all data are highly concentrated. For the deep aquifer, K ranged from 0.12 to 5.76 m/day, with a mean of 1.5 m/day. The high-end value seems high for sandstone aquifers; however, Araújo et al. (1999) reported an average K as high as 8.64 m/day for the GAS, while Sracek and Hirata (2002) published K values ranging from 2.07 to 64.8 m/day. For the shallow sandstone a single value of 0.48 m/day was found.

All K values were in accordance with K values reported for these materials published by Custodio and Llamas

(1983), towards the upper end of the interval reported by Freeze and Cherry (1979) and towards the lower end of the range published for the entire GAS. No pumping tests were available for basalts at the study site. Hydraulic conductivity obtained at other intensively studied basalt areas were used as reference, being cautious due to geologic particularities of each site. Nimmo et al. (2004)

Table 1 Estimated hydraulic conductivities (K) values from pumping tests. D deep sandstone; S shallow sandstone; B basalt; ND not determined

Borehole	K (m/day)	Layer
PT0005	0.72	D
PT0021	1.97	ND
Registro 3	1.15	D
AC2	0.48	D
La ideal	0.48	S
La ideal	1.44	D
10.4.031	3.12	B
10.4.033	0.17	D
10.4.003	1.15	ND
10.4.005	5.28	ND
10.4.008	2.16	D
10.4.011	0.31	D
PT0007	5.76	D
PT0019	19.92	D
Vertedero	1.68	D
10.4.025	0.34	D
Kennedy 2	3.36	D
AL1	0.55	D
10.4.034	2.98	D
Wilson 3	0.77	D
AC4	0.12	D
Prado 1	8.88	D
10.4.007	1.13	ND
10.4.030	1.13	D

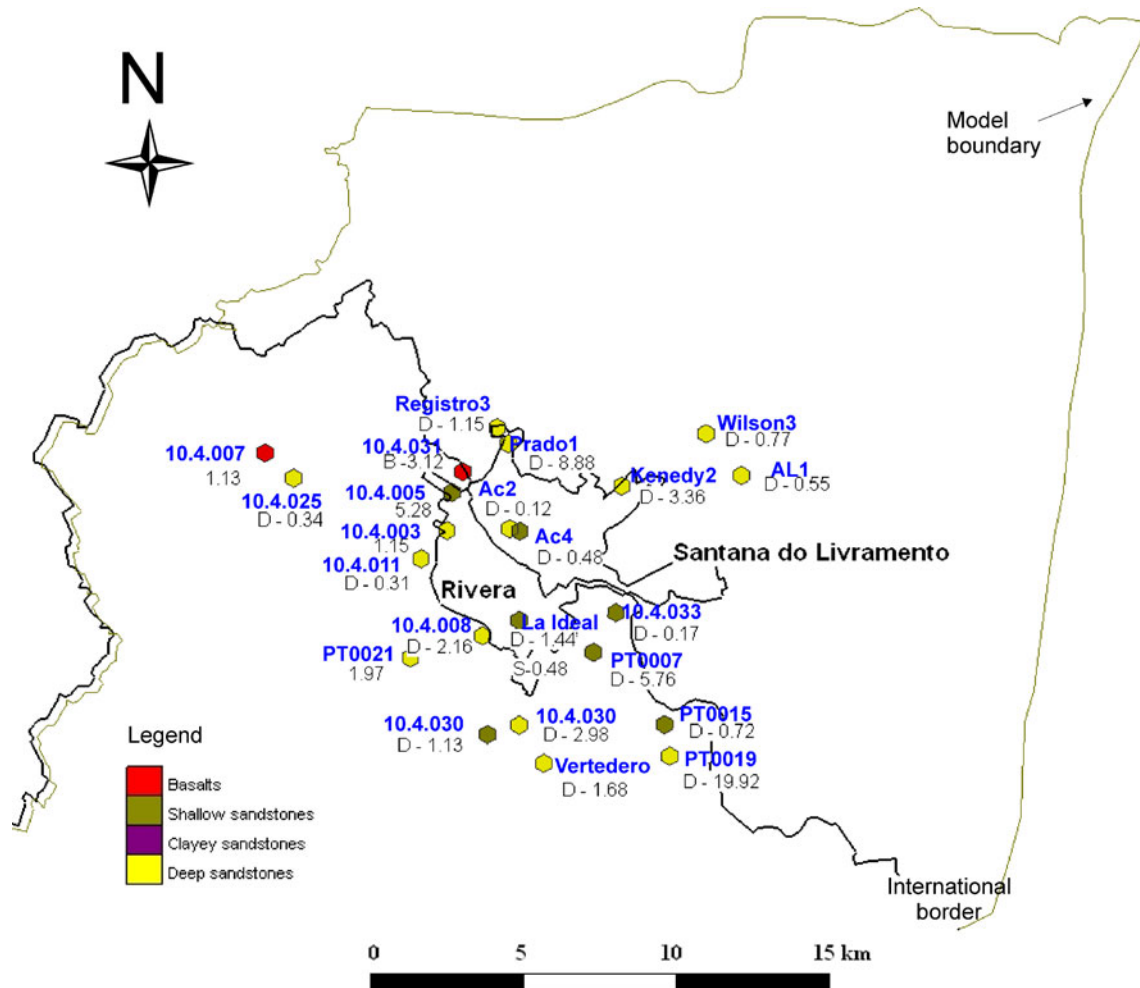


Fig. 6 Location of pumping test wells. Highlighted in gray is the hydraulic conductivity value (in m/day) estimated at each site. The letter *D* indicates that the well belongs to deep sandstones, *S* to shallow sandstones and *B* to basalts. If no letter is indicated, the well could not be associated to a particular material/layer

used several approaches to determine basalts hydraulic properties, from single-well aquifer tests, laboratory measurements, large-scale infiltration tests, to inverse modeling, and forward modeling. The testing site for their work was the Idaho National Engineering and Environmental Laboratory Vadose Zone (INEEL) in the USA. Based on estimates from single-well aquifer tests of 114 wells at and near INEEL, they found saturated K ranging from 9.6×10^{-6} to 9,760 m/day. They reported that the largest values correspond to fractured basalt and near-vent volcanic deposits while the smallest correspond to dikes, dense basalt, and altered basalt. About two thirds of these estimates are >25.9 m/day, and about one third are >302 m/day. For permeable basalts, Domenico and Schwartz (1990) provide K values between 0.034 and 1730 m/day.

Most of the K values for Serra Geral basalts result from calibration of groundwater flow models. For fractured basalt in Paraguay, Vassolo (2007) estimated horizontal K (K_h) = 2 m/day and vertical K (K_v) = 3×10^{-3} m/day. In Brazil, Rebouças (1988) provided a range for K between 8.6×10^{-2} and 86 m/day. For altered basalts $K_h = 0.2$ and

$K_v = 0.8$ m/day were estimated through a groundwater model calibration, defining $K_h/K_v < 1$ due to fracturing (Heine 2008). Fracturing can create preferential flow paths defining a secondary K bigger than that of the rock matrix. Fernandes and Rudolph (2001) stated that in Serra Geral, apertures in the order of 1–2 mm are enough to increase basalts transmissivity considerably.

Methods

Data availability in the study area was important for selecting applicable methods to estimate recharge. A numerical model developed with MODFLOW (McDonald and Harbaugh 1988) was used to validate the postulated conceptual model and calibrate recharge rates and other aquifer parameters to match current piezometric conditions. The water balance EASY-BAL (Vazquez-Suñé and Castro 2002) was implemented to obtain a second recharge rate estimate in accordance with recommendations regarding the use of multiple methodologies. Results of the water balance are presented first.

Water balance model

Simple water balance models have been extensively used for estimating groundwater recharge R (see, for instance, Finch 1998). The most common way to estimate R with this method is the residual approach in which all variables are calculated/measured separately, except R (Scanlon et al. 2002). In this work, EASY-BAL, a sequence of simple equations built on a spread-sheet environment applied to monthly conditions (monthly serial water balance), was used. EASY-BAL computes potential evapotranspiration (ETP) using the Thornthwaite method (Thornthwaite and Mather 1955), transforms ETP into real evapotranspiration (RET) based upon water availability in the soil profile, field capacity, wilting point, soil thickness and precipitation. A critical parameter to the model is the runoff threshold (RT), which defines the upper bound for infiltrated water for each month, i.e. RT controls the maximum amount of monthly precipitation available for infiltration. Depending on the relative magnitude of RET and precipitation, calculations may result in a water deficit or water excess; in the latter case recharge will be estimated. A complete explanation of model variables and equations can be found in Vazquez-Suñé and Castro (2002). A summary of EASY-BAL is given in at the end (see Appendix).

The series 1960–1997 was used for monthly meteorological data (temperature and precipitation) corresponding to the Rivera Station, obtained from the National Direction of Meteorology of Uruguay. In the EASY-BAL spreadsheet the user has to define RT, the initial reserve and the useful reserve. In this work, the RT was defined as

100 mm, the initial reserve was set at 3.4 mm and the useful reserve was set at 100 mm.

Calculated monthly recharge was annualized to render values comparable to other authors' estimates. Average annual recharge for the period 1960–1997 was 139.5 mm/year (8.5% of mean annual precipitation, which is 1,639 mm/year) for a value of the monthly RT of 100 mm (named RT_{100} hereafter). Figure 7 shows normalized annual precipitation P , annual recharge R and real evapotranspiration ETR. The effect of evapotranspiration over the magnitude of recharge is noticeable. For instance, in 1967, the precipitation was close to average while RET was well below average producing a mean annual recharge above average. The same situation occurs in 1985 when RET suffered a significant reduction, and in 1997. Other cases are observed in 1969 and 1979 when, in spite of below-average ETR, a low precipitation produces a small annual recharge.

Because the magnitude of the initial reserve was unknown, several water-balance calculations were performed starting from different initial conditions to analyze the sensitivity of the results during the first few months. Those would be candidates to show some effect, if any. It was found that the effect of the initial condition quickly dissipated after the first month. For instance, an initial reserve value of 24 mm, i.e. seven times higher than the calibrated value, caused a 50% increment on RET for the first month and 0% change in following months. On an annual basis, RET for the first year increased 3%. Recharge for the first month was not affected. The useful reserve constitutes an upper bound for the initial reserve. When the initial reserve was set equal to 100 mm, RET

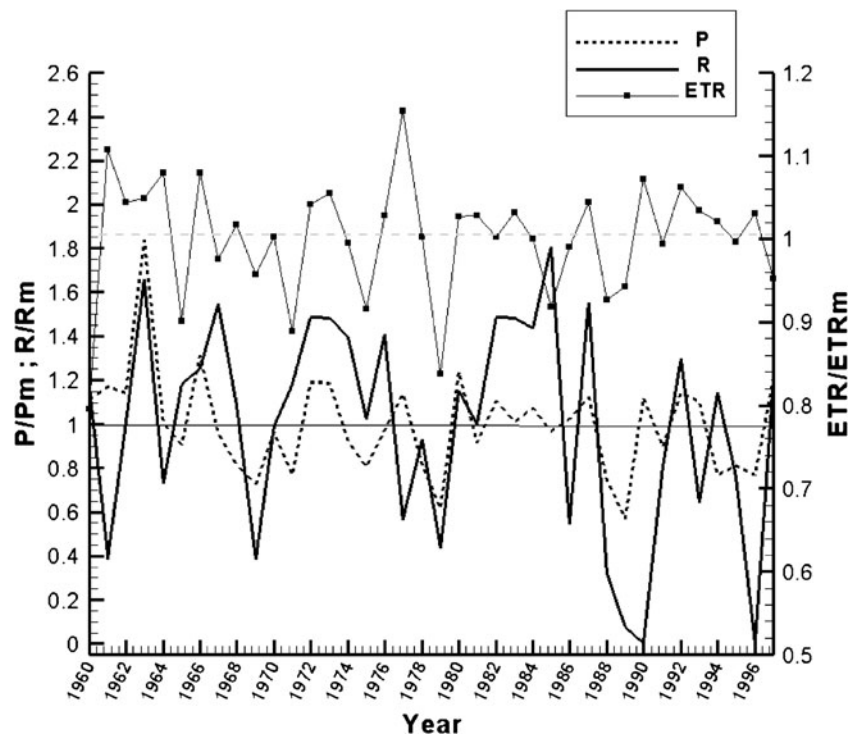


Fig. 7 Annual precipitation (P), real evapotranspiration (ETR) and recharge (R) at Rivera Station (Uruguay). The subscript m means mean value of each variable used for normalization

for the first month increased as much as 240%, which means a 14.3% increment on annual RET for 1960. Recharge was not affected. In conclusion, effects were constrained to the first month; hence, the first year of the time series was discarded from the analysis of results.

The useful reserve parameter would represent the soil capacity to retain water. It would depend on various variables such as root depth, effective soil porosity, among others. Root depth and depth to groundwater vary greatly throughout the study area, characterized by several land uses. Considering a porosity equal to 0.1 and a soil column of 1 m, a 100 mm useful reserve results. This crude estimate is considered a lower bound for the study area. Consequently, recharge calculations based on the water balance would be somehow overestimated. A higher useful reserve would cause more water to be retained in the soil profile and less water available for recharge. A 50% increment on the useful reserve value produced a 30% decrease in mean annual recharge.

Runoff threshold was estimated from the runoff coefficient obtained for the Tacuarembó River basin and the precipitation at Rivera Station. Note that approximately 550 km² of the study area are contained within that basin occupying the highest slopes and elevations. Slopes can reach as much as 20%. Also note that the mean annual precipitation at Rivera is 13% higher than at Manuel Díaz, the site where streamflow and precipitation data outside the model area were available. Based on this information, a higher runoff coefficient of 25% was estimated. Applying that coefficient to the mean monthly precipitation of 134 mm for the calculation series, yields 100 mm for the monthly threshold runoff value.

Water balance models are known to be sensitive to land surface parameters (Finch 1998). According to its authors, EASY-BAL is more sensitive to the parameter RT; therefore, the water-balance sensitivity to this parameter was also explored. Figure 8 shows the response of the relative recharge R_r to changes in RT relative to the value RT_{100} . The variable R_r was defined as the normalized relative recharge equal to $(R_i/R_{100}-1)$, where R_{100} is the

recharge obtained for RT_{100} and R_i the recharge corresponding to RT_i , respectively. It can be seen that a 50% reduction in RT causes a 100% reduction of R_r , while a 50% increase in RT causes a 59% increase in R_r . Higher values of RT were not explored because they were considered physically infeasible. Physically, this asymmetric behavior could be explained considering the soil capacity to infiltrate water. When RT increases, i.e. for the case $RT/RT_{100} > 1$, there is less runoff water and more water available for the soil profile and potentially for recharge, so water availability is less limiting. When RT decreases, i.e. $RT/RT_{100} < 1$, there is more runoff water and less water available for the soil profile to satisfy ETP and any water deficit in the profile; therefore, recharge may be reduced.

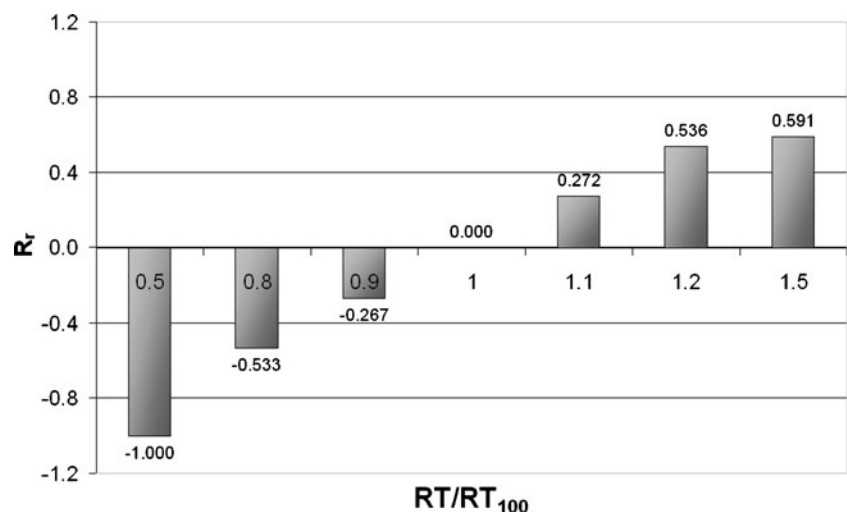
Groundwater flow model

Model set up

The numerical model selected for this work was MODFLOW 2000 (Harbaugh 2005). A multi-layer, heterogeneous and anisotropic model was built. Due to the lack of water-level data encompassing long enough time periods and extensive areas, the model was run considering the steady state in equilibrium. Rabelo and Wendland (2009) used a similar approach in the Guaraní Aquifer System in the state of Sao Paulo, Brazil.

The conceptual model of the study area was transformed to a numerical groundwater model within the user interface GMS V 6.0. Individual coverages made up of points, arcs, and polygons were developed within GMS to represent components of the system such as wells, streams and recharge areas, respectively. The first task was the buildup of the three-dimensional (3D) reconstruction of the aquifer system, based upon borehole data and the layering identified on the vertical conceptualization shown in Fig. 4. The resulting construction is presented in Fig. 5. MODFLOW relies on alternative approaches to formulate the internal flow terms, i.e. flows between adjacent finite-difference

Fig. 8 Sensitivity of water-balance-calculated relative recharge (R_r) to the parameter threshold runoff RT



cells/blocks: the Block-Centered Flow (BCF) package and the Layer-Property Flow (LPF) package. The LPF package supports two types of aquifer layers: confined and convertible. A confined layer is one in which transmissivity, computed from hydraulic conductivity and cell elevation, is constant throughout the simulation. A convertible layer is one in which transmissivity varies based on head throughout the simulation. The stratigraphic model shown in Fig. 5 was later imported into MODFLOW to replicate the layers within the LPF module. A more detailed explanation regarding the LPF package can be found in Harbaugh (2005).

GMS tools were used for automated grid generation and MODFLOW packages input files construction, based upon the stratigraphic model. The finite difference grid consisted on 135 rows and 156 columns, with a regular cell size of 250×250 m. Vertically, the model contained four layers coincident with the aquifer units identified in the conceptual model. As shown in Fig. 9, a different number of active cells was used in each layer to represent their distinct aerial extent. Layer 1 (basalts) had 2,049 active cells, layer 2 (shallow sandstone) 5,666 active cells, layer 3 (sandstone + embedded aquitard) 5,666 active cells, and layer 4 (deep sandstone) 12,476 active cells.

GMS contains a suite of tools for interpolating and manipulating layer elevation data. Cell size in the z direction for each layer equaled the thickness of the corresponding aquifer unit (Fig. 5). Ranges for vertical cell sizes were 3–259, 3–52, 4.4–65.1, and 45.9–240 m, for layers 1, 2, 3 and 4, respectively. The thickness of each unit was obtained from stratigraphic profiles, supported with ancillary data such as geologic maps and geophysical information. Stratigraphic profiles were transformed into the 3D representation known as “solid” or subsurface model shown in Fig. 5 using graphical tools available in GMS with linear interpolation. Then the “Solids-to-MODFLOW” command within GMS was used to automatically define the elevation arrays in MODFLOW.

The definition of an appropriate set of boundary conditions (BC) for each layer was part of the calibration process considering the actual magnitude and direction of flows across model boundaries. Combinations of no-flow, prescribed flow, prescribed head, and river boundaries were set for all layers, as can be seen in Fig. 9. No-flow boundaries were assumed for layer 1. Boundary conditions for layer 2 included a no-flow boundary reach in the north, a prescribed head condition along the west boundary coincident with the confinement area caused by the Serra Geral formation, and a river-type condition along the southwestern portion simulating the presence of the Aurora Creek in outcropping sandstones. In layer 3, boundary conditions were similar to those of layer 2, except that the river condition was replaced by a no-flow boundary. For layer 4, the border within Brazilian territory was particularly critical due to scarce information regarding the aquifer head distribution. In that case, the following strategy was applied: given few water levels available, and knowing it is an outflow boundary, first a prescribed head was defined according to those levels and topographic elevations. Once the magnitude of the outflow

was obtained, that was imposed to replace the prescribed head boundary. The starting value for prescribed head in layers 2, 3 and 4 was defined based on water levels surveyed during the field campaign and topographic elevations, adjusted during calibration.

MODFLOW allows simulation of river–aquifer interactions by means of add-on packages. Streams within the model area and along portions of the model boundary, shown in Fig. 10, were simulated with the River (RIV) package, which considers constant river heads and no variation in river flows (McDonald and Harbaugh 1988). The package does not simulate surface-water flow in the river, only the river–aquifer seepage. River seepage is independently simulated for each river reach and added up to compute river–aquifer interaction fluxes. River–aquifer seepage magnitude is proportional to the hydraulic head gradient between the water level in the stream, i.e. stage, and the groundwater level in the adjacent aquifer. The conductance of the streambed material is the proportionality coefficient between the gradient and the seepage magnitude.

Simulated streams intercepted the corresponding uppermost model layer. No data existed for parameters related to the surface-water system; water level in the streams was first assigned the topographic elevation and later adjusted during the calibration process. A uniform conductance value of $1 \text{ m}^2/\text{day}/\text{m}$ was defined and its uncertainty explored through sensitivity analysis. Considering that most of the streams are intermittent and the lack of field data, those values were deemed a good first approximation to represent base flows instead of fast surface flows.

Pumping was simulated in layers 2, 3 and 4, and distributed with 17, 7 and 106 wells and a total pumping rate of 1.06×10^3 , 2.68×10^3 and $69.3 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{day}$, respectively. These rates were estimated from information provided by local water companies and additional rates from a small number of domestic wells. The pumping layer was assigned based upon the well-screen depth data, comparing this depth with the layer elevation on the 3D stratigraphic model. The estimation also considered the percentage of urban and rural areas, and return flows due to losses along the water supply system. The distribution of pumping wells is shown in Fig. 9.

Aerial recharge was defined in two different areas, one over basalts coincident with the active grid area of layer 1 (Fig. 9a) and the other over outcropping sandstones, at the uppermost cell whether it belonged to layer 2 or to layer 4 (Fig. 9b and d). Initial recharge rates were defined as 10% of mean annual precipitation at the site and later adjusted during the calibration process. No direct recharge was applied to layer 3 as this layer is completely covered by layer 2 having both the same X,Y dimensions (see Fig. 9b and c)

Calibration and results

A trial-and-error calibration was performed to validate the conceptual model and determine an independent estimate of recharge rate, under the premise that simulated groundwater levels closely match field observations. The model

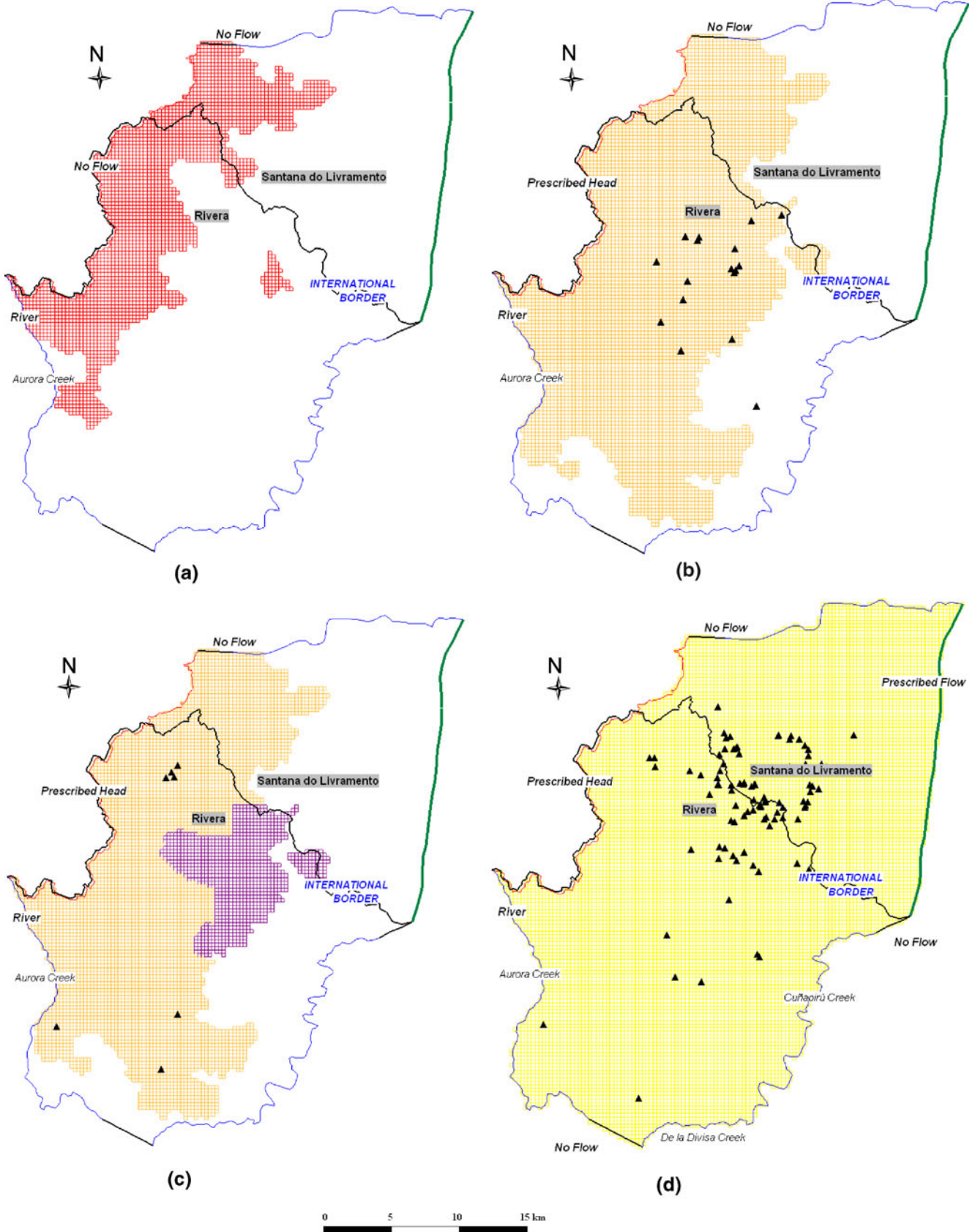


Fig. 9 Finite difference grid, pumping wells (*triangles*) and boundary conditions used in each layer. **a** Layer 1, basalts; **b** layer 2, shallow aquifer; **c** layer 3, shallow aquifer + aquitard (*violet cells*); **d** layer 4, deep aquifer

was run to reproduce current abstraction-influenced groundwater flow conditions under a constant pumping scenario. Boundary conditions, recharge rates, stream/aquifer conductances and hydraulic conductivities were adjusted during the calibration process.

MODFLOW is not intended for use in fractured media but, in this case, the likely presence of connected fractures within basalts was simulated with an anisotropy ratio $K_h/K_v=0.1$, i.e. a vertical hydraulic conductivity value 10 times higher than horizontal hydraulic conductivity. Heine (2008) used a similar approach to model Serra Geral basalts in southern Brazil. Table 2 includes calibrated hydraulic conductivities for all layers. Calibrated K for sandstones were consistent with aquifer test values and K values reported in other regions of the GAS.

Water levels in the streams resulted in a simulated water depth of 0 m in elevated areas of the streams and 0.5 m in the rest of the drainage network. An uniform calibrated conductance, equal to 1 m/day, was obtained. Conductance values were in the same order as K for sandstone because a big portion of the study area is contained within the areas where slopes are high. Therefore, streams may not have low-conductance-streambed sediments typical of lower terrain where smaller slopes causes sedimentation processes from flash flows.

A total of 23 and 39 static levels for layers 2 and 4, respectively, were used for the calibration process (Fig. 10). Permissions from water companies were requested in order to temporarily shut down selected wells so as to obtain close-to-static conditions. In spite of this precaution, the reliability of some field data was questionable as wells are not cased in many cases, resulting in an integrated reading rather than an unique water level that could be easily associated with a particular layer for use in model calibration. The scatter plot of the goodness of fit for layer 4 is presented in Fig. 11. The 95% confidence interval, the regression line and the correlation coefficient were included. The mean error (ME) between computed and measured heads for layer 4 was -2.45 m. The mean absolute error (MAE) and the root mean square error (RMSE) were 4.66 and 6.3 m, respectively. The maximum positive error was 11.3 m at a well located to the west (the one shown in Fig. 4), the maximum negative error was -16 m. It is worth noting that 7 out of the 39 observation points resulted with errors well beyond calibration standards. If those points are not considered in the analysis, calibration results improved considerably: $ME=-0.96$ m; $MAE=3.02$ m and $RMSE=3.77$ m. Factors that may have contributed to those outliers

include non-static conditions at the time of surveying, wells not cased, and readings representing multiple aquifers; therefore, a well assigned to layer 4 may belong to another layer. Given a 73.5 m difference between maximum and minimum observed water levels, a normalized RMSE of 5% renders the model calibration within standards. The lowest head values on the bottom left of Fig. 11 were closely reproduced by the model, corresponding to an incipient cone of depression located on the Brazilian side.

The classical approach of groundwater model calibration or inversion used to predict recharge rates from information on water levels, hydraulic conductivity and other parameters may lead to non-unique modelling results (Scanlon et al. 2002). Hydraulic conductivity and recharge rates are often highly correlated; consequently calibration based only on water level data is limited to estimating the ratio of recharge to hydraulic conductivity. Hence, as Scanlon et al. (2002) stated, the reliability of recharge estimates depends on the accuracy of the hydraulic conductivity data. Due to a reasonable number of pumping test data and to the fact that hydraulic conductivity range does not vary more than one order of magnitude in the study area, it was assumed that hydraulic conductivities are rather representative and recharge rates were the main calibration parameter. Besides, a comparison was made between K values for sandstones in the study area and in other areas of the aquifer in order to build confidence on model results. Calibrated recharge rate over basalts resulted in a 1.3% of mean annual precipitation; recharge rate over sandstones resulted in 8.1%.

The water budget for the entire model is summarized in Table 3 and Fig. 12, which should be assessed qualitatively rather than quantitatively due to limited field data to quantify budget terms independently. In the table, top and bottom flows are explicitly reported; in the figure, net vertical flow between layers is presented. According to observed water levels, there could be downward flow between layers. The simulated direction of net flow terms between layers driven by vertical hydraulic gradients reproduces this situation. Those flows are indicated as net downward flow (NDF) in Fig. 12 and differs from recharge R in the sense that the former represents an exchangeable flux between layers, i.e. an internal flux or indirect recharge, while R represents direct recharge from precipitation.

Simulated stream/aquifer flow (STR) totaled 222.5×10^3 m³/day. Compared to other terms of the mass balance, it amounts to just 2.57 m³/s from the aquifer system to streams, mainly concentrated in outcropping areas of the fourth layer, which contains Cuñapirú Creek, one of the main permanent streams in the study area.

Flows across prescribed head and prescribed flow boundaries were the most uncertain terms of the water budget and should be reassessed in future model improvements. In Fig. 12, the term prescribed head (PH) is shown as a net value with the resulting flow direction, in or out of the corresponding model layer. The prescribed flow

Table 2 Calibrated hydraulic conductivities (K). K_h , horizontal K ; K_v , vertical K ; A_v , vertical anisotropy

Layer	Aquifer	K_h (m/day)	$A_v=K_h/K_v$
1	Basalt	0.168	0.1
2	Shallow sandstone	1.5	500
3	Aquitard	0.09	1,000
3	Shallow sandstone	1.5	500
4	Deep sandstone	0.4-5.0	10

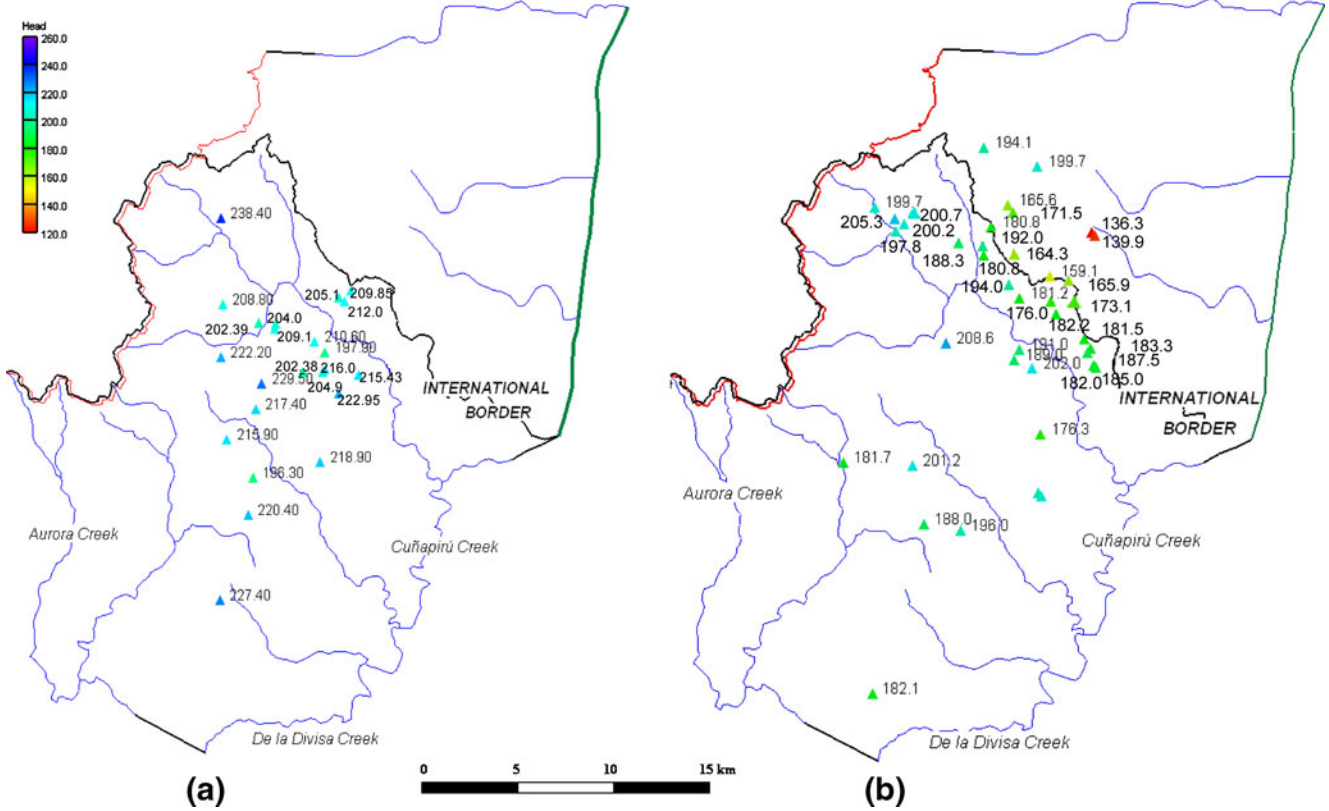


Fig. 10 Observed wells (*triangles*) and their respective piezometric head levels. **a** Shallow aquifer (model layer 2). **b** Deep aquifer (model layer 4). Head data in meters above sea level (m.a.s.l.)

boundary condition in layer 4 equaled $13.7 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{day}$, a small component within the global water budget. Total calibrated recharge resulted in $271.6 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{day}$, $8.4 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{day}$ of which occurs over basalts. The results of Fig. 12 would indicate that the aquifer drains most of its

recharge through streams. Recharge (represented by R in Fig. 12) was applied to the uppermost active cell in the layered system. Because some small-thickness cells in layer 2 became dry, MODFLOW applied the corresponding recharge to the cell immediately underneath (layer 3). The

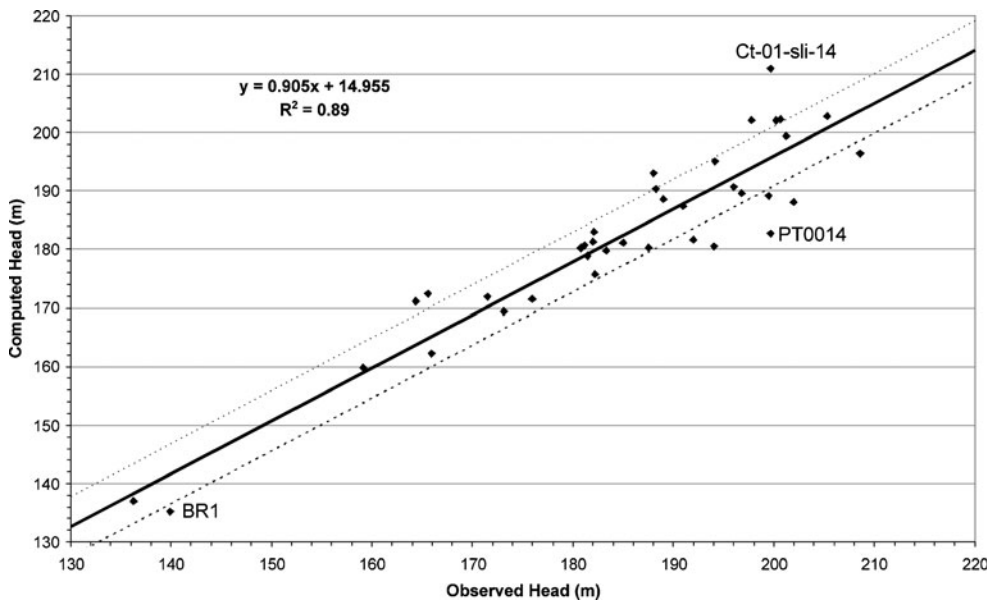


Fig. 11 Comparison between observed and computed water levels for layer 4. *Dotted line* indicates 95% confidence interval. The *three marked wells* are identified in Fig. 10

Table 3 Groundwater model water budget. *STR* stream/aquifer flux; *R* recharge; *P* pumping; *PH* prescribed head flux; *PF* prescribed flow flux; *bottom* flux through layer bottom; *top* flux through layer top (fluxes $\times 10^3$ m³/day)

Layer	STR	R	PH	PF	Bottom	Top	Total
Input flows							
1	0	8.4	0	0	3.0	—	11.4
2	0	54.6	14.5	0	13.1	11.2	93.4
3	0	49.4	27.4	0	25.0	57.1	158.9
4	0	159.2	7.4	0	—	138.3	304.9
Total	0	271.6	49.3	0			
Output flows							
1	0.2	0	0	0	11.2	—	11.4
2	32.2	1.1	0	0	57.1	3.0	93.4
3	4.8	2.7	0	0	138.3	13.1	158.9
4	185.3	69.3	11.6	13.7	—	25.0	304.9
Total	222.5	73.1	11.6	13.7			

recharge estimated with EASY-BAL was 286.3×10^3 m³/day. Although both methods were based upon very different equations and algorithms, they both yielded similar, but independently estimated recharge values. The next section presents a comparison between the recharge rates determined in the present work and previously published values.

Comparison with previous recharge estimates

Previous researchers have estimated direct recharge in various regions of the GAS using mainly water-balance models. Annual average precipitation for each site was used to compute the percentage of precipitation contributing to recharge. Table 4 compiles those estimated percentages, itemized by region.

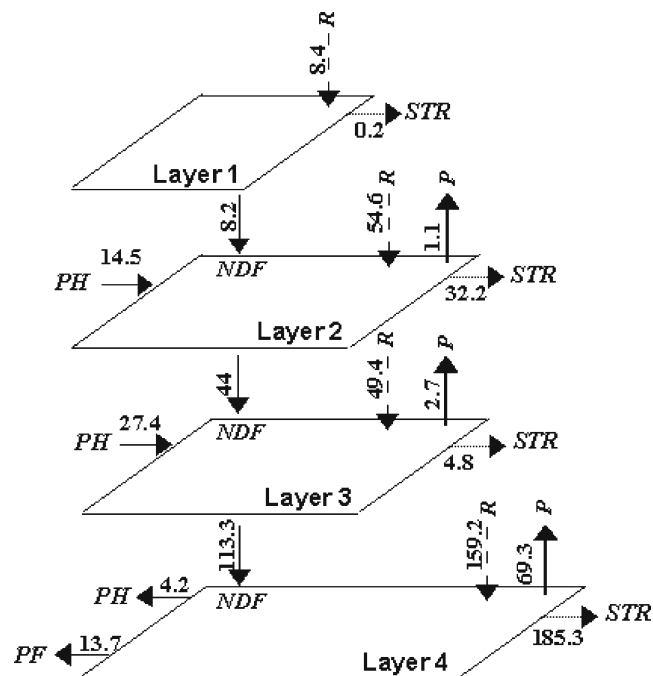


Fig. 12 Model water budget. *R* recharge; *P* pumping; *PH* prescribed head; *PF* prescribed flux; *STR* streams; *NDF* net downward flow (fluxes expressed in 10^3 m³/day)

The water-balance analyses developed by the different authors were carried out under different hypotheses. For example, Chang (2001) took into account, not only the recharge from precipitation, but also a small amount of recharge coming from underlying formations that confine the GAS. Pacheco (2004) calculated a horizontal water balance using two flux lines and obtained the direct recharge. Collazo (2006) performed a water balance considering the soil characteristics, using the Rivera Station data and obtained an estimate of direct recharge. More recently, Wendland et al. (2007) used two methodologies; first they applied the water-level fluctuation method to obtain direct recharge and then this value was used to estimate the deep recharge through a traditional water balance.

Regarding the modeling methods, the three cited works (Vives et al. 2001; Vassolo 2007 and this work) calibrated the recharge term considering direct recharge from precipitation applied to outcropping areas. Recharge rates found during this research using two independent methods were similar though slightly higher than previous estimates for the study area. However, they were in tune with calculations in other outcropping areas of the GAS located in Paraguay and Brazil.

Expressed as percentage of precipitation, model calibrated recharge rates were approximately 2–3 times higher than water balance model recharge rates. The diversity of methods and hypotheses used would preclude any conclusive remark about the goodness of either method. However, except for the early work of Rebouças (1976) and the recent work of Collazo (2006), the rest of the values are very consistent and provide an upper bound to recharge of the GAS.

Sensitivity analysis

A sensitivity analysis was performed, aimed at evaluating the influence of selected parameters on the model response. The groundwater model showed no sensitivity to the anisotropy ratio K_h/K_v of layer 1. Neither the RMSE nor the net downward flow between layers 1 and 2

Table 4 Recharge estimates comparison

City or Region	Author	Method	% PM
Entire GAS	Vives et al. (2001)	M	< 10
Uruguay–Brazil border	Montaño and Carrión (1990)	MWB	3
	Pacheco (2004)	MWB	3.6
	Collazo (2006)	MWB	24
	This work	SWB	8.5
	This work	M	8.1
Paraguay	Vassolo (2007)	M	9.1
Sao Paulo State, Brazil	Rebouças (1976)	MWB	15
	Chang (2001)	MWB	4
	Wendland et al. (2007)	SWB/WLF	3.5

M modeling; *SWB* serial water balance; *MWB* mean water balance; *WLF* water level fluctuations; P_M mean annual precipitation

showed measurable changes for the testing range of the parameter.

The sensitivity of model results to recharge rates over basalts and outcropping sandstone was explored. Higher and lower values than the calibrated rate were defined. The model response was measured as a percent change with respect to the calibrated value for both, the vertical downward flow between layers 1 and 2, and the RMSE for layer 4 (Fig. 13a). A 50% reduction on the basalt recharge rate produced a 43% decrease in downward flow, a 10% reduction on the recharge rate produced a 5% reduction in downward flow, while a 10% increase produced an equal increment in downward flow. Note that even though percent changes are high, the magnitude of flux between layer 1 and 2, i.e. indirect recharge to GAS, was small compared to direct recharge from precipitation in outcropping areas. The RMSE for layer 4 remained almost unaffected.

Recharge over sandstones had a significant influence on flux terms and RMSE (Fig. 13b). The figure shows fluxes between sandstone layers reduced when the recharge rate decreased. Streams in layer 4 were most affected because, as seen in the water budget analysis, they drain a big portion of the aquifer recharge. The RMSE for layer 4 increased substantially in response to a 50% reduction in sandstone recharge rate. Changes in response to smaller changes on recharge rates stayed within 10%.

Water levels and global STR flux manifested some effect in response to changes in stream conductance (Fig. 13c). Only smaller-than-calibrated conductance values were tested. RMSE was not significantly affected until the conductance value was reduced one order of magnitude with respect to its calibrated value. STR fluxes showed low sensitivity to this parameter, with percent changes below 5% for all tested cases.

Conclusions

The Guarani Aquifer System (GAS), one of the largest transboundary aquifers of the world, is being increasingly exploited for freshwater supply, and industrial and agricultural uses. Therefore, groundwater recharge rates are needed to address sustainability. This is especially pressing at local scale sites where pumping is concentrated.

The objective of this study was to validate the postulated conceptual model and obtain an estimate of recharge rates within the flow system for the Guarani Aquifer in the Rivera-Santana transboundary area. The conceptual model, delineated from background information and field data collected during this study, resulted in a multiaquifer system composed of several units with significant water level differences between them, favoring the hypothesis of vertical, downward flows.

A multilayer, heterogeneous and anisotropic groundwater flow model, under steady state in equilibrium, was built to fulfill the objective. A monthly water balance was also applied to independently estimate recharge rates. Numerical model-calibrated parameters were coherent with previous estimates obtained from the literature for

like-aquifers from studies conducted in other parts of the GAS, and from field data. In the absence of flow data of any kind in the study area, recharge rates were calibrated from information on water levels, hydraulic conductivity and other parameters. It is known that this approach may lead to non-unique modelling results. Hydraulic conductivity and recharge rates are often highly correlated; consequently calibration based only on water level data

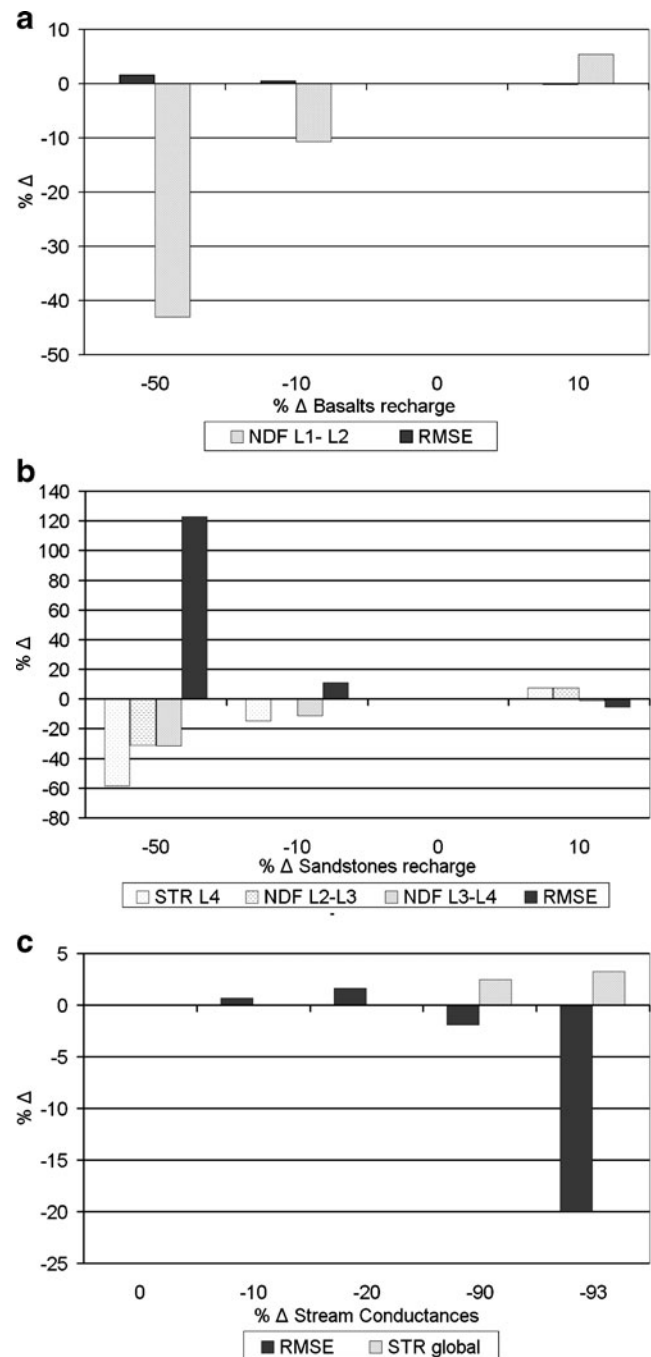


Fig. 13 Numerical model sensitivity analysis for the parameters. **a** Recharge over basalts; **b** recharge over sandstones and **c** stream conductances. *L* layer; *RMSE* root mean square error; *NDF* net downward flow; *STR* stream/aquifer fluxes

is limited to estimating the ratio of recharge to hydraulic conductivity. Consequently, the reliability of recharge estimates depends on the accuracy of the hydraulic conductivity data. Given a reasonable number of pumping test data and field hydraulic conductivity values, constrained to a small-to-medium range available in the study area, it was assumed that hydraulic conductivities were rather representative and recharge rates were the main calibration parameter. Therefore, in spite of the uncertainties derived from the boundary conditions, the calibration was considered acceptable and within standard practice. The RMSE was close to 10%, highly influenced by a handful of wells for which the observed level may be considered questionable. Some of them were deep wells tapping several formations, probably having integrated water levels because wells are not cased. The RMSE without those outliers was less than 5% resulting in a calibration within standard practice.

The calibrated groundwater model revealed that simulated indirect recharge to sandstones represented in the model by the net downward flow from basalts would have a small magnitude in comparison with direct recharge from precipitation. A big portion of sandstone recharge would be drained by streams. The recharge rates over sandstones was 8.1% of the mean annual precipitation, which agree with the findings of similar studies conducted in the same region and in other parts of the same aquifer. The calibrated rate over basalts was 1.3% of the mean annual precipitation.

Measured in terms of changes in water level errors, layer-to-layer fluxes and stream-aquifer flux, model results were most sensitive to changes in recharge rates over basalts and sandstones. Even though the model constitutes a step toward improving the knowledge of the GAS in the area, it is recommended to verify the results with additional field data, mainly regarding boundary fluxes and baseflows on simulated streams. Converting the model to transient flow conditions would also improve recharge estimates. Unfortunately, that can not be implemented until time-varying water levels are monitored on a periodic basis.

On the other hand, a water balance was performed with monthly meteorological data from the Rivera Station. Average annual recharge for the period 1960–1997 was 8.5% of average annual precipitation. Model parameters such as useful reserve and runoff threshold were estimated based on physical characteristics of the basin, soil properties and streamflow measured outside the model area. Uncertainty regarding runoff threshold was evaluated through sensitivity analysis, showing that water-balance computations are affected by this parameter.

Even though the numerical model and the water balance are based upon very different equations and algorithms, they both yielded similar recharge values. A comparison with previous determinations in the area and other regions of the aquifer was performed to assess the consistency of the results. Recharge rates determined during this research were comparable to previous estimates obtained with the same methodologies providing an upper bound for recharge in this transboundary aquifer.

Acknowledgements This work was financially supported by the University Fund for the Environmental Protection and Sustainability of the Guarani Aquifer System Project, through SG/OEA. The authors also thank the Universidad Nacional del Litoral and the Instituto de Hidrología de Llanuras for partial support of this research. Three anonymous reviewers and journal editors are thanked for their useful comments which helped to improve the quality of the original manuscript.

Appendix

EASY-BAL equations

Variables definition

- I : monthly heat index
- L : annual heat index
- a : empiric coefficient
- e : daily mean potential evapotranspiration
- K : radiation coefficient
- PET: monthly potential evapotranspiration
- P : precipitation
- AR: available water from precipitation
- RU: monthly useful reserve
- RT: runoff threshold
- Initial reserve: depends on the soil type
- Useful reserve: depends on the soil type
- RET: real evapotranspiration

Thornthwaite equation

$$I = \left(\frac{T_i}{5} \right)^{1.514}, \quad T_i = \text{mean monthly temperature}$$

$$l = \sum_{n=1}^{12} I_n, \quad n = \text{month of the year}$$

$$a = (0.000000675 \cdot l^3) - (0.0000771 \cdot l^2) + (0.01972 \cdot l) + 0.492/39$$

$$e = 16 \left(10 \frac{T_i}{l_i} \right)^a$$

$$K = \left(\frac{N}{12} \right) \left(\frac{d}{30} \right), \quad N = \text{daily sun hours for each month};$$

d = number of days in each month, considering inclusive leap years.

$$\text{PET} = K \cdot e$$

Spreadsheet algorithms

1. If $P \geq RT$, $AR = RT - PET$, otherwise $AR = P - PET$
2. If $(AR + \text{initial reserve}) > \text{useful reserve}$, $RU = \text{useful reserve}$; otherwise if $(AR + \text{initial reserve}) < 0$, $RU = 0$, otherwise $RU = (AR + \text{initial reserve})$
3. Monthly water deficit/excess = $AR + RU$ of the previous month $- RU$
4. If $(PET + \text{deficit/excess}) > PET$, $RET = PET$, otherwise $RET = (PET + \text{deficit/excess})$
5. Recharge: If $\text{deficit/excess} \leq 0$, $\text{recharge} = 0$, otherwise if $\text{deficit/excess} > \text{useful reserve}$, $\text{recharge} = \text{deficit/excess} - \text{useful reserve}$, otherwise $\text{recharge} = \text{deficit/excess}$

References

- Araújo L, Franca A, Potter P (1999) Hydrogeology of the Mercosul aquifer system in the Paraná and Chaco-Paraná Basins, South America, and comparison with the Navajo-Nugget aquifer System, USA. *Hydrogeol J* 7:317–336
- BGR/UNESCO (1999) World-wide Hydrogeological Mapping and Assessment Programme. <http://www.whymap.org/whymap/EN/Home/>. Cited in May 2009
- Campana M (2005) Foreword: transboundary ground water. *Ground Water* 43(5):646–648
- Chang H (2001) Proteção Ambiental e Gerenciamento Sustentável Integrado do Aquífero Guaraní- tema 3 [Environmental protection and sustainable management of the Guaraní Aquifer, topic 3]. Available in http://www.ana.gov.br/guarani/gestao/gest_cbasico.htm. Cited April 2009
- Collazo P (2006) Investigación hidrogeológica del Acuífero Guaraní en el área aflorante de los departamentos Rivera y Tacuarembó, Uruguay [Hydrogeology research of the Guaraní Aquifer in the outcropping area of the Rivera and Tacuarembó provinces, Uruguay]. PhD Thesis, University of Buenos Aires, Argentina
- Custodio E, Llamas M (1983) Hidrología Subterránea [Groundwater hydrology], 2nd edn. Omega, Barcelona
- Devlin J, Sophocleous M (2005) The persistence of the water budget myth and its relationship to sustainability. *Hydrogeol J* 13(4):549–554
- De Vries J, Simmers I (2002) Groundwater recharge: an overview of processes and challenges. *Hydrogeol J* 10(1):5–17
- DNM (2006) Dirección Nacional de Meteorología [National Direction of Meteorology, Uruguay]. <http://www.meteorologia.com.uy/>. Cited May 2009
- Domenico PA, Schwartz FW (1990) Physical and chemical hydrogeology. Wiley, New York, 824 pp
- Fernandes AJ, Rudolph D (2001) The influence of Cenozoic tectonics on the groundwater-production capacity of fractured zones: a case study in Sao Paulo, Brazil. *Hydrogeol J* 9:151–167
- Finch J (1998) Estimating direct groundwater recharge using a simple water balance model: sensitivity to land surface parameters. *J Hydrol* 211:112–125
- Freeze RA, Cherry JA (1979) Groundwater. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ
- Gomez AA (2007) Análisis del comportamiento hidrológico subterráneo de las “Formaciones Tacuarembó-Arapey” del Sistema Acuífero Guaraní, en el norte de Uruguay [Groundwater hydrologic behaviour analysis of the Tacuarembó-Arapey formations from the Guaraní Aquifer System, in the north of Uruguay]. MSc Thesis, Universidad Nacional del Litoral, Argentina. <http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8180/tesis/handle/1/72>. Cited February 2010
- GMS V 6.0 (2006) Groundwater Modeling System, GMS V 6.0. Brigham Young University, Provo, UT
- Hantush MS (1964) Hydraulics of wells. In: Chow VT (ed) *Advances in hydroscience*, vol 1. Academic, New York
- Harbaugh AW (2005) MODFLOW-2005, The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model: the ground-water flow process. US Geol Surv Tech Methods 6-A16, chap. 16, book 6
- Heine CA (2008) Fundamentos teóricos e concepção do método de análise da Sustentabilidade do uso do Sistema Aquífero Guaraní na região urbano-industrial de Estância Velha e Ivoti – RS. (Fundamental theory and conception of the Guaraní Aquifer System sustainable-use analysis in the urban-industrial area of Estância Velha e Ivoti, RS]. Universidade do Vale do Rio Dos Sinos, São Leopoldo, Brasil
- Jarvis T, Giordano M, Puri S, Matsumoto K, Wolf A (2005) International borders, ground water flow, and hydroschizophrenia. *Ground Water* 43(5):764–770
- Kittl T (2000) Contributions to the knowledge on the stratigraphy and hydrochemistry of the giant Guaraní Aquifer System, South America. International Course of Tropical Hydrogeology, MSc Thesis, Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen, Germany
- Lerner DN, Issar AA, Simmers I (1990) Groundwater recharge: a guide to understanding and estimating natural recharge. *International Contributions to Hydrogeology*, vol. 8, IAH, Goring, UK
- McDonald MG, Harbaugh AW (1988) A modular three-dimensional-finite-difference ground-water flow model. US Geol Surv Tech Water Resour Invest, part 2
- Montaño J, Carrión R (1990) Optimización de la explotación del sistema acuífero Jurásico Triásico Tacuarembó-Buena Vista [Exploitation optimization of Jurassic Triassic Tacuarembó-Buena Vista aquifer system]. 6th Brazilian Congress of Groundwater, Porto Alegre, Brazil, September 1990, pp 181–189
- Neuman S (1974) Effect of partial penetration on flow in unconfined aquifers considering delayed gravity response. *Water Resour Res* 10:303–12
- Nimmo JR, Rousseau JP, Perkins KS, Stollenwerk KG, Glynn PD, Bartholomay RC, Knobel LL (2004) Hydraulic and geochemical framework of the Idaho National Engineering and Environmental Laboratory vadose zone. *Vadose Zone J* 3:6–34
- Oleaga A (2002) Contribución a la Hidrogeología del Acuífero Guaraní en el Sector Uruguayo. Un enfoque Integral [Contribution to the hydrogeology of the Guaraní Aquifer in the Uruguayan area: an integral overview]. MSc Thesis, Geology Institute, UNAM, Mexico
- Pacheco F (2004) Estudio Hidrogeológico del Sistema Acuífero Guaraní en la zona Rivera – Santana do Livramento [Hydrogeology study of the Guaraní Aquifer System in the Rivera – Santana do Livramento area]. Final Report, II International Course of Groundwater Hydrology, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona
- Puri S, Appelgren B, Arnold G, Aureli A, Burchi S, Burke J, Margat J, Pallas P, von Igel W (2001) Internationally shared (transboundary) aquifer resources management, their significance and sustainable management: a framework document. IHP-VI, International Hydrological Programme, Non Serial Publications in Hydrology SC-2001/WS/40, UNESCO, Paris
- Rabelo JL, Wendland E (2009) Assessment of groundwater recharge and water fluxes of the Guaraní Aquifer System, Brazil. *Hydrogeol J* 17:1733–1748
- Rebouças AC (1976) Recursos Hídricos Subterráneos da Bacia do Paraná: Análise da pre-viabilidade [Groundwater Resources of the Paraná Valley: pre-viability analysis]. MSc Thesis, Universidade de Sao Paulo, Brazil, 143 pp
- Rebouças AC (1988) Groundwater in Brazil. *Episodes* 11(3):209–214
- Rodríguez L, Gómez A, Oleaga A, Pacheco F, Roullier G, Seoane N, Silva Busso A, Vives L (2008) Comportamiento del sistema acuífero guaraní en la frontera uruguayo-brasilera. [Guaraní Aquifer System behavior at the Uruguayan-Brazilian border]. *Bol Instit Geol Minero España* 119(1):161–170
- Rosa Filho EF da, Hindi EC, Rostirolla SP, Ferreira FJF, Bittencourt AVL (2003) Sistema Acuífero Guaraní. Considerações Preliminares sobre a Influência do Arco de Ponta Grossa no

- Fluxo das Águas Subterrâneas [Guarani Aquifer System: preliminary considerations about the influence of the Ponta Grossa fringe on the groundwater flux]. *Rev Águas Subterrâneas* 17:91–111
- Rushton KR, Ward C (1979) The estimation of groundwater recharge. *J Hydrol* 41(3–4):345–361
- Scanlon BR, Healy RW, Cook PG (2002) Choosing appropriate techniques for quantifying groundwater recharge. *Hydrogeol J* 10(1):18–39
- Silva Busso A (1999) Contribución al Conocimiento Geológico e Hidrogeológico del Sistema Acuífero Termal de la Cuenca Chacoparanaense Oriental Argentina [Contribution to the knowledge of the geology and hydrogeology of the thermal aquifer system in the Argentinean Eastern Chacoparanaense valley]. PhD Thesis, University of Buenos Aires, Argentina
- Sracek O, Hirata R (2002) Geochemical and stable isotopic evolution of the Guarani Aquifer System in the state of São Paulo, Brazil. *Hydrogeol J* 10:643–655
- Thornthwaite C, Mather J (1955) *The water balance: publications in climatology*. Drexel Institute of Technology, Centeron, NJ
- Vassolo S (2007) *Uso sostenible del sistema acuífero Guaraní en el sector oriental del Paraguay [Sustainable use of the Guarani Aquifer System in the Paraguayan Eastern sector]*. Final Report Project Sistema Acuífero Guaraní in cooperation with SEAM, Asunción, Paraguay
- Vázquez-Suñé E, Castro A (2002) *EASY-BAL (Spreadsheet)*. Hydrogeology Group, UPC-CSIC, Barcelona
- Vives L, Campos H, Candela L, Guarracino L (2001). Modelación del acuífero Guaraní [Guaraní aquifer modeling]. *Bol Geol Minero* 112, Número Especial, pp 51–64
- Wendland E, Barreto C, Gomes LH (2007) Water balance in the Guarani Aquifer outcrop zone based on hydrogeologic monitoring. *J Hydrol* 342:61–269
- Wolf AT, Giordano MA (2002) *Atlas of international freshwater agreements*. Early Warning and Assessment Report Series, RS 02-4. UUNEP, Nairobi, Kenya

ANEXO II

Gómez, A., Vives, L., Rodríguez, L., Santos Cota, S. (2012) Importancia de la formulación del régimen temporal del flujo en el modelo numérico del Sistema Acuífero Guaraní.

Boletín Geológico y Minero de España , 123 (3): 267-280.

Importancia de la formulación del régimen temporal de flujo en el modelo numérico del Sistema Acuífero Guaraní

A. Gómez^(1, 2), L. Vives⁽³⁾, L. Rodríguez⁽¹⁾ y S. D. S. Cota⁽⁴⁾

(1) Centro de Estudios Hidroambientales, Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, Universidad Nacional del Litoral, CC 217, 3000. Santa Fe, Argentina

aagomez@fich1.unl.edu.ar

leticia@fich1.unl.edu.ar

(2) Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina

(3) Instituto de Hidrología de Llanuras, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Italia 780, 7300, Azul, Provincia de Buenos Aires, Argentina

lvives@faa.unicen.edu.ar

(4) Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear, Comissão Nacional de Energia Nuclear, Brasil
stelacota@gmail.com

RESUMEN

En el marco del Proyecto para la Protección Ambiental y Desarrollo Sostenible del Sistema Acuífero Guaraní se desarrolló un modelo regional de flujo de agua subterránea en régimen estacionario que permitió validar diversas hipótesis plausibles de modelos conceptuales, básicamente diferenciados por zonificaciones de la conductividad hidráulica. En este trabajo se analiza la influencia del régimen de flujo (estacionario vs. transitorio) sobre la calibración del modelo regional para un número seleccionado de puntos de observación y los flujos del balance de masa. Adicionalmente se estudia el tiempo de respuesta ante diferentes sollicitaciones externas. Los resultados indican que los efectos del incremento de la explotación son notorios e inmediatos en sitios cercanos al bombeo, mientras que se manifiestan en forma escalonada en el tiempo, aunque de menor intensidad, a medida que uno se aleja del centro de bombeo. A distancias superiores a los 300 km, el efecto del bombeo sería imperceptible, al menos en las condiciones impuestas en el escenario de explotación realizado (100 años).

Palabras clave: cuenca sedimentaria, hidrodinámica, simulación numérica, Sistema Acuífero Guaraní-SAG

The importance of transient flow simulation in the numerical model of the Guaraní Aquifer System

ABSTRACT

A regional groundwater flow model under a steady-state regime has been developed within the framework of the Project for the Environmental Protection and Sustainable Development of the Guaraní Aquifer System. The model has allowed the comparison of several plausible hypotheses concerning different conceptual models, mainly with regard to alternative hydraulic conductivity zoning. We assess here the influence of the flow regime, either steady-state or temporal, on the magnitude of hydraulic conductivity and the water balance. The response time to various external stresses is also analyzed. The results indicate that the effect of increasing pumping is immediately noticeable close to pumping wells whilst the effect manifests with a lag time, though less intensively, as the distance from the pumping centre increments. The effect of pumping would be imperceptible 300 km away, at least for the simulated conditions in a 100-year scenario.

Key words: Guaraní Aquifer System, hydrodynamics, numerical simulation, sedimentary basin

ABRIDGED ENGLISH VERSION

Introduction

The Guaraní aquifer system is the largest transboundary aquifer in South America. It extends for some 1,200,000 km² beneath four countries: Brazil, Argentina, Uruguay and Paraguay (Fig. 1). It is contained within sandstones

and confined by basalts over more than 90% of its extent. A regional groundwater flow model under a steady-state regime has been developed within the framework of the Project for the Environmental Protection and Sustainable Development of the Guarani Aquifer System, PSAG (PSAG, 2009; Vives et al., 2008). Besides being useful as tools to assess the validity of the conceptual hydrogeological model, numerical models are convenient instruments for analysing the dynamic response of groundwater systems to changes in external stresses, which may come about because of fluctuations in recharge due to changes in the precipitation regime, or else an increase in groundwater exploitation. The steady-state model of the GAS permitted a comparison of several plausible hypotheses concerning different conceptual models defined through alternative hydraulic conductivity zonings. We examine here the influence of the flow regime, either steady-state or temporal, on hydraulic conductivity and the water balance. The response time to various external stresses is also investigated.

The implementation of numerical and conceptual models

The findings of the PSAG lead to an operative separation of the aquifer into pre-GAS, GAS and post-GAS formations, assuming the geologic and hydraulic continuity of the aquifer, as can be seen in Figure 2. Pre-GAS formations tend to be Permian sediments of various types whilst the GAS sediments include Cretaceous-Jurassic sandstones and post-GAS rocks comprise basalts and quaternary deposits. LEBAC (2008) postulated that the regional groundwater flow trends from north to south, with the aquifer possibly divided into four domains related to the basin's main structural features: the groundwater in the northeast domain (NE) flows towards the the Paraná River; the east domain (E) is separated from the NE by the Ponta Grossa arch, which causes an east-west flow; whilst the west domain (W) works as an isolated system, with recharge-discharge areas associated to zones of sandstone outcrops. Flows from these three domains, which are not discharged to the west, converge on the axis of the central basin, hence connecting to the south domain (S), located to the south of the Asunción-Río Grande dorsal. These structures were not explicitly included in the numerical model although the influence of their flow patterns was simulated indirectly by choosing hydraulic conductivity zones based on these hydraulic definitions.

The boundary conditions proposed for the GAS are shown in Figure 3 in terms of a combination of no-flow, recharge and discharge zones, with recharge applying to outcropping areas. The current conceptual model does not include indirect recharge/discharge to or from the GAS either from the confining basalts or vertical flows deriving from underlying formations.

The potentiometric map (Fig. 3) was constructed mainly with levels measured when the boreholes were drilled and therefore they represent a time window of 20 to 30 years from 1970.

Methods

Numerical simulations were made with TRANSIN, a finite-element code that solves groundwater flow and transport equations. TRANSIN contains a powerful automatic calibration algorithm for all parameters. Figure 4 shows the modelled area, reticulated into 46,862 triangular elements with 23,890 nodes, with a mean element area of 25 km². The GAS was simulated as a single continuous layer of sandstones with no interaction with neighbouring layers. Hydraulic conductivity (K) was divided into 31 zones according to one of the criteria used in Vives et al. (2008), taking into account the piezometric map and the analysis of hydraulic gradient changes. K values were corrected for temperature according to Schneebeli's formulae, resulting in values of up to three orders of magnitude higher than the point values estimated at surface temperature. Recharge was simulated over outcropping areas and its rate was defined as a percentage of the mean annual precipitation, assuming a mean annual precipitation gradient in a north-south direction from 2,000 mm/yr in the north to 1,600 mm/yr in the south. Local and regional discharges were simulated through the model boundaries and some water courses in contact with the aquifer, as shown in Figure 4. Simulated pumping, distributed among 20 pumping zones, reached 1,040 hm³/yr (Fig. 5).

Results and Discussion

Case 1: The influence of flow regime on calibration and mass-balance terms

Theoretically, a steady-state simulation should represent the state of the system before exploitation, or at least when the rate of pumping does not affect the natural system. A transient simulation is performed subsequently, incorporating the effects of exploitation progressively as pumping increases. Regrettably, according to the PGAS, temporal information was unavailable and so the pumping estimation is only an approximation of the current situation.

The steady-state simulation was called Case 1A and includes exploitation. The calibration strategy consisted firstly in automatically calibrating K using 114 observed groundwater levels to obtain satisfactory agreement between calculated and simulated levels, and K values consistent with our knowledge of the aquifer. The K zones and calibrated values are set out in Figure 7. In Case 1A the K values covered a range of between 0.9

m/d and 35 m/d, with higher values in Zones 3 and 27, located in the north-central region of the model area. Except in a few zones, due to scale effects the calibrated values were higher than those expected for sandstones (Martínez Landa, 2005).

The transient simulation was performed for a 38-year period (1960-1997) using the K zoning of Case 1A and an annual time step. This new case was called Case 1B. The first time step was set as steady-state without exploitation. For the following time steps a temporal function was used for the recharge rate, representing anomalies in mean annual precipitation. The temporal function thus defined (Fig. 6) was applied in each outcrop area, with different rates depending upon their geographical location. Pumping was assumed to be constant for the whole transient simulation. The model was calibrated by comparing observed vs. calculated values in the final time step. In general some K values in each zone were higher than those in Case 1A, although some were the same and others even lower (Figure 7). Figure 8 shows the observed vs. calculated levels for both the steady-state and transient simulations. Simulated levels were within the calibration target. In Case 1A the mean error was 44.41 m, whilst in Case 1B it was slightly lower at 41.26 m. Qualitatively the simulated potentiometric map for both cases outlines the flow patterns defined in the conceptual model (Fig. 9).

Tables 1 and 2 compare the mass-balance flows for both simulations, confirming that flows through the systems are low compared with storage volume and the minimum flows of the Paraná and Uruguay rivers.

Case 2: Analysis of the model's response to different stresses

In this case, the effects of an eventual increase in pumping rates were studied for the K zonation of Case 1A. Pumping was increased along a thermal corridor in Argentina and Uruguay (pumping zone 2) and in the western region of Sao Pablo (zones 14, 15, 16, 17 and 18) (Fig. 5). Three transient simulations were performed for a 100-year period with an annual time step: 1) maintaining present-day pumping (Q_{actual}); 2) doubling present-day pumping ($2Q$); and 3) tripling present-day pumping ($3Q$), whereas the rest of the parameters of the model were kept unchanged. A temporal function for recharge was defined from the 1901–2001 monthly precipitation series obtained from CRU data (Climatic Research Unit, University of East Anglia, Norwich, England) (Fig. 10). Drawdowns in response to pumping in all three scenarios were analysed at observation points, the sites of which are shown in Figure 11. Figure 12 presents the calculated hydrographs for representative observation points.

The results indicate that the effect of increasing pumping is immediately noticeable close to pumping wells (observation points PVIR-01 and PVIR-02), whilst the effect manifests with a lag time, though less intensively, as the distance from the pumping centre increments. The effect of pumping would be imperceptible 300 km away, at least for the simulated conditions over a 100-year scenario.

Introducción

El Sistema Acuífero Guaraní (SAG) es el acuífero transfronterizo más extenso de Sudamérica. Se extiende sobre 1.200.000 km² bajo cuatro países: Brasil, Argentina, Paraguay, y Uruguay (Figura 1). El acuífero está contenido en areniscas, confinadas por basaltos en alrededor del 90% de su superficie. Las areniscas afloran a lo largo de los bordes del acuífero, profundizándose hacia el centro de la cuenca tectónica, alcanzando espesores de 600 m y profundidades de 2200 m. El SAG contiene un volumen de agua considerable, sin embargo su magnitud no es aún conocida con precisión, por lo que es complejo cuantificar el impacto de la explotación actual del acuífero. Este es un tema sensible debido a que se trata de un recurso compartido por cuatro países.

A fin de analizar este y otros aspectos, los cuatro países desarrollaron el Proyecto para la Protección Ambiental y Desarrollo Sostenible del SAG (PSAG), un gran esfuerzo multidisciplinario que culminó en 2008 con la elaboración de diversos productos técnicos y un Programa Estratégico de Acción (PSAG,

2009). Uno de los productos del PSAG fue el modelo numérico regional del funcionamiento hidrodinámico del acuífero (Vives et al., 2008).

Los modelos numéricos son una importante herramienta para validar modelos conceptuales de funcionamiento hidráulico de acuíferos, pero además permiten analizar la respuesta dinámica del sistema de flujo subterráneo ante variaciones de las solicitudes externas por incremento de los volúmenes de explotación y/o por fluctuaciones de la recarga por efecto del régimen de precipitaciones. En el marco del PSAG, se implementó el modelo regional de flujo de agua subterránea en régimen estacionario, lo que permitió validar diversas hipótesis plausibles de modelos conceptuales, básicamente diferenciados por zonificaciones de la conductividad hidráulica. En este trabajo se analizan dos aspectos relativos al régimen transitorio: 1) Influencia del régimen de flujo (estacionario vs. transitorio) sobre la calibración del modelo regional para un número seleccionado de puntos de observación y los flujos del balance de masa; y 2) Análisis de la respuesta ante diferentes solicitudes externas.



Figura 1. Localización del SAG (Modificado de LEBAC, 2008).
Figure 1. Location of the GAS [taken from LEBAC (2008), with modifications].

Área de estudio - modelo conceptual

El modelo conceptual representa la hipótesis de funcionamiento del sistema, y por ende es de carácter cualitativo. Se construye integrando la información geológica, estructural, geofísica, hidrológica/hidrogeológica, hidroquímica e isotópica. En el caso del SAG, además de la información antecedente, se incorporó la generada durante la ejecución del proyecto. Por ende el modelo constituye una nueva y mejorada conceptualización del funcionamiento del SAG respecto a las anteriores (Rebouças, 1976; Araújo *et al.*, 1999; Campos, 2000).

Dentro del PSAG se adoptó un criterio de separación operativa de las formaciones, donde las unidades litoestratigráficas principales que constituyen el Sistema Acuífero Guaraní son las areniscas de la Formación Misiones en Argentina y Paraguay; las areniscas de la Formación Tacuarembó en Uruguay y Argentina, y en el territorio brasileño las formaciones Botucatu y Pirambóia, esta última fundamentalmente en la porción norte, y las formaciones Guará, Caturrita y Santa María en la porción sur del territorio

brasileño (LEBAC, 2008). Otra de las hipótesis básicas del modelo conceptual es la continuidad geológica e hidráulica del SAG, tal como se aprecia en los perfiles de la Figura 2. Sin embargo otros autores (Campos, 2000; Rosa Filho *et al.*, 2003; Machado y Faccini, 2004; Soares, 2008) postulan la presencia de compartimentación geológica definida por la presencia de lineamientos que no necesariamente implican discontinuidades hidráulicas dado que las formaciones infra/suprayacentes pueden ser buenas conductoras de agua en diferentes sectores.

En este sentido LEBAC (2008) afirma que, regionalmente, el flujo subterráneo del SAG presenta una tendencia en dirección Norte – Sur, acompañando el eje de las cuencas sedimentarias Paraná y Chacoparanaense, donde pueden ser reconocidos 4 grandes dominios hidrodinámicos, Noreste (NE), Este (E), Oeste (O) y Sur (S), relacionados directamente con las características estructurales de la cuenca. El dominio NE presenta un flujo en dirección al Río Paraná; el dominio E está separado del dominio NE por el Arco de Ponta Grossa (ver Figura 3) cuyos diques funcionan como una barrera hidráulica que condiciona la dirección preferencial de flujo en sentido E-O; el dominio O funciona como un sistema aislado, con zonas de recarga y descarga asociadas a zonas de afloramientos mostrando una divisoria de aguas subterráneas. El flujo de estos tres dominios que no se dirige al límite oeste converge al eje central de la cuenca, a lo largo del Río Paraná y se conecta con el cuarto dominio, dominio Sur (S), localizado al sur de la dorsal Asunción – Río Grande. Si bien las diferentes estructuras regionales que condicionan esta compartimentación no fueron incorporadas explícitamente en el modelo numérico, los criterios utilizados en la zonificación de la conductividad hidráulica se basaron en las diferencias de gradiente hidráulico observadas atribuidas, entre otros factores, a dichas estructuras.

De acuerdo con la interpretación de LEBAC (2008), los mayores espesores del SAG, de aproximadamente 600 m, se encontrarían en territorio brasileño al oeste de la denominada "calia" central mientras que los mínimos se ubicarían a lo largo de la dorsal Asunción/Río Grande hacia el norte. Esto último se aprecia en los perfiles longitudinales y transversales de la Figura 2, cuya ubicación se encuentra en la Figura 3. En consonancia con las profundidades del SAG existen marcados gradientes de temperatura, presentando los mayores valores en un eje de dirección noreste-suroeste localizado en territorio brasileño, pero no se observan alteraciones geotermales.

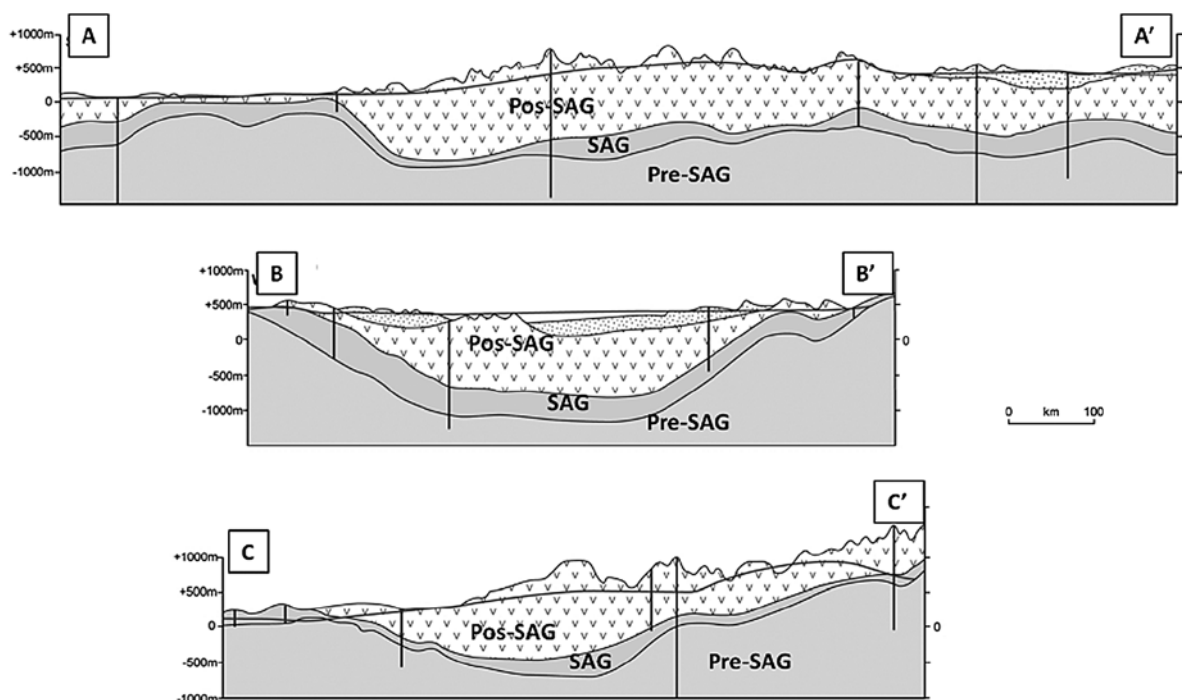


Figura 2. Perfiles geológicos esquemáticos longitudinal (norte-sur) y transversales (oeste-este), modificados de Foster et al. (2009). La ubicación de los perfiles se muestra en la Figura 3.

Figure 2. Longitudinal geologic profile (north-south) and transverse geologic profiles (west-east), [taken from Foster et al. (2009), with modifications]. The locations of the profiles are shown in Figure 3.

La cubierta basáltica del SAG (formación Serra Geral o Arapey según el país) le confiere características de confinamiento y/o surgencia en aproximadamente un 90% de su superficie, siendo el 10% restante de afloramiento. Si bien se desconoce aún en detalle el grado de fracturamiento y/o alteración de los basaltos en toda su extensión, es poco probable que sean completamente impermeables. Numerosos antecedentes a nivel mundial referidos a este tipo de unidades evidencian la posibilidad de una conexión hidráulica con las unidades infrayacentes (Custodio y Llamas, 1976). En el SAG propiamente dicho, estudios recientes de Fernández et al. (2011) en la zona de Ribeirão Preto (São Paulo, Brasil) sugieren que la recarga subvertical del SAG se ve dificultada debido a la no propagación de los sistemas de fracturas de las formaciones basálticas más allá de los 25 m de profundidad, funcionando como una barrera hidráulica de carácter regional.

El SAG recibe recarga directa por precipitación y marcados intercambios con el sistema de agua superficial (fundamentalmente en los sectores de afloramiento). La zona de descarga del sistema regional es aún incierta. Si bien se identifican sistemas locales de recarga/descarga en las zonas de afloramiento en el borde oeste del sistema, las hipótesis acerca de las posibles alternativas de descarga son variadas; por

ejemplo, tramos de los ríos Uruguay y Paraná, formaciones infrayacentes, zonas de fracturamiento de los basaltos, entre otros (Vassolo, 2007; Vives et al., 2008).

El comportamiento en los bordes propuesto para el SAG se presenta en la Figura 3 (LEBAC, 2008), donde puede observarse la alternancia de zonas de flujo nulo, descarga o salida y recarga o ingreso. La recarga en general se asume solo por áreas de afloramiento. Existen dos regiones internas de recarga, la meseta de Mercedes en Argentina y las ventanas en el sector oeste del territorio de Brasil, donde el SAG no está confinado por la Formación Serra Geral y que directamente está conectado a las formaciones terciarias que permitirían la infiltración profunda hacia el SAG. En la Figura 3, estas áreas potenciales de recarga se identifican por la presencia de curvas piezométricas cerradas. El modelo conceptual actual no contempla recarga indirecta al SAG provenientes de los basaltos ni flujos verticales (ascendentes/descendentes de formaciones infrayacentes o pre-SAG).

Los afloramientos del sector oeste se comportan como zonas de recarga local por excedente de la precipitación y como zonas de descarga de flujos, tanto locales como regionales, a través del sistema de ríos que drenan al oeste hacia la cuenca del río

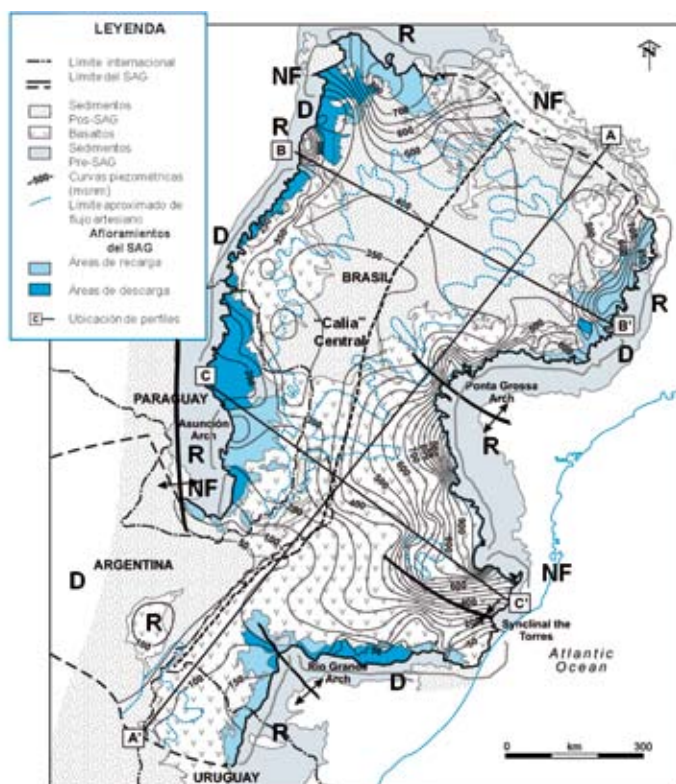


Figura 3. Mapa piezométrico del SAG con las condiciones de contorno. Modificado de Foster *et al.* (2009).

Figure 3. Piezometric map of the GAS with boundary conditions [taken from Foster *et al.*, (2009), with modifications].

Paraguay. Esta situación, aparentemente en menor proporción, también se observa en el sector sur a lo largo de la frontera en el Estado de Santa Catarina, Brasil.

El mapa de niveles piezométricos (Figura 3) fue construido mayormente con datos de niveles medidos en el momento de la construcción de los pozos. En consecuencia abarcan una ventana temporal de 20-30 años a partir del año 1970. La superficie piezométrica resultante no sería representativa de niveles actuales, en particular en zonas de grandes explotaciones. La dirección predominante de flujo a nivel regional es de norte y este hacia el centro de la cuenca, influenciada por las características tectónicas y estructurales de la cuenca sedimentaria.

Métodos -estructura del modelo

Para la simulación numérica se empleó el código TRANSIN, que resuelve las ecuaciones de flujo de agua subterránea y transporte de solutos utilizando el método de elementos finitos (Medina y Carerra, 1996; Medina *et al.*, 1996). TRANSIN incluye un

potente algoritmo de calibración automática para todos los parámetros de flujo y transporte basado en el método de máxima verosimilitud (Carerra y Neuman, 1986). En esencia, los valores de la conductividad hidráulica en el espacio (y algunas veces en el tiempo), se calculan en base a una estimación previa de los parámetros y a valores medidos de niveles piezométricos (y concentraciones para una simulación de transporte), ver Medina *et al.* (1996).

La Figura 4 muestra la región modelada, que cubre 1.200.098 km² (de acuerdo al sistema de proyección de coordenadas Cónica de Lambert modificado, denominado Lambert_SAG4 - ver Vives *et al.*, 2008). El dominio fue discretizado en 46862 elementos triangulares y 23890 nodos. La malla bidimensional presenta un mayor refinamiento en las áreas de elevados gradientes hidráulicos (generalmente en la zonas de afloramiento) con un promedio de 25 km² por elemento. En la zona central del dominio de estudio, coincidentemente con la traza del río Paraná, los elementos tienen los mayores tamaños. El SAG se simuló como una capa continua de areniscas, sin interacción vertical con las unidades geológicas infra o suprayacentes. Esta simplificación implica la simulación de un flujo esencialmente bidimensional.

El valor de la conductividad hidráulica es muy disperso no existiendo un mapa para todo el SAG. Los ensayos de bombeo disponibles y la bibliografía referente al tipo de sedimentos que lo componen brindan un límite máximo aproximado de 1-2 m/d (Freeze y Cherry, 1979) en tanto que en territorio paraguayo se reportaron valores entre 1,6 y 3,8 m/d (Vassolo, 2007). En Uruguay se encuentran conductividades hidráulicas del mismo orden, con un rango entre 0,12 y 5,76 m/d, y un promedio de 1,5 m/d (Gómez *et al.*, 2010). Los valores de conductividad hidráulica utilizados en el modelo fueron corregidos por la temperatura para cada elemento de la malla mediante la formulación de Schneebeli, extraída de Custodio y Llamas (1979):

$$k(\theta) \approx k(20\text{ }^{\circ}\text{C}) \frac{\theta + 20}{40}$$

Siendo θ la temperatura en $^{\circ}\text{C}$. De acuerdo a los valores de θ calculada a partir del mapa de isotermas provisto por LEBAC (2008), los valores de la $k(\theta)$ serán entre tres y cuatro veces mayores que los valores puntuales estimados de conductividad hidráulica a la temperatura de superficie.

La zonificación de la conductividad se desarrolló en base a diferentes criterios: espesores, presen-

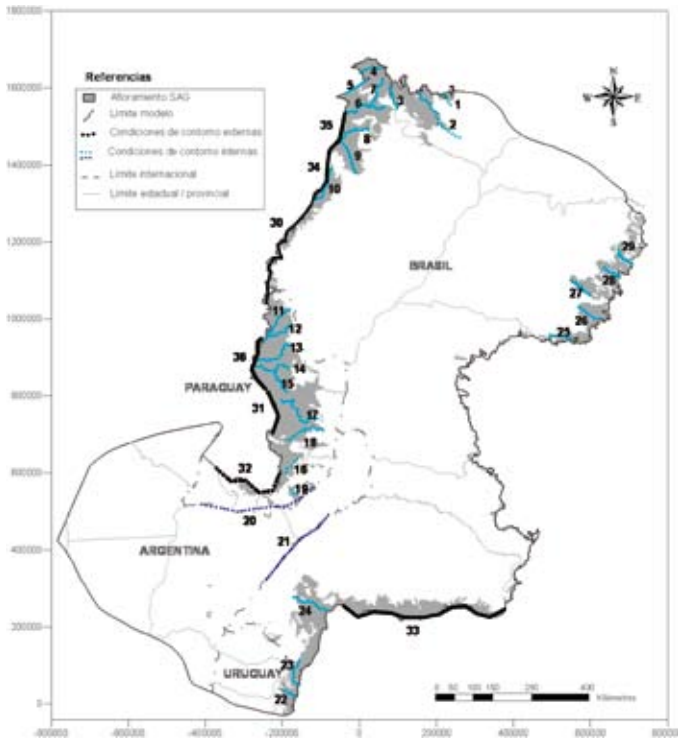


Figura 4. Zona modelada, áreas de recarga coincidentes con las zonas de afloramientos y ríos simulados explícitamente (con su numeración interna).

Figure 4. Modeled area, recharge zones coincide with outcropping areas and simulated streams (containing internal numbering).

cia de estructuras y piezometría, o combinación de ellas. En este trabajo se presentan los resultados que corresponden a la zonificación definida en base al análisis de cambios de gradientes hidráulicos evidenciados por la piezometría, con un total de 31 zonas de conductividad (Vives et al., 2008).

La recarga directa se simuló sobre la zona aflorante (Figura 4), sin sustraer áreas urbanas impermeabilizadas que puedan existir en dichas zonas. La tasa de recarga se definió como un porcentaje fijo de la precipitación media anual, asumiendo un gradiente de precipitación anual en dirección nortesur desde 2000 mm en el norte a 1600 mm en el sur. El porcentaje fue variando en un rango entre 1 y 10% de la precipitación anual, finalmente se trabajó con 5%. Las descargas locales y regionales se simularon a través de los bordes del modelo y de los cursos de agua en contacto con el acuífero (Figuras 3 y 4).

Además se analizó la hipótesis de que tramos de los ríos Paraná (número 20 en la Figura 4) y Uruguay (número 21 en la Figura 4) constituyen zonas de descarga del acuífero. El bombeo simulado alcanzó 1040 hm³/año, distribuido en 20 zonas, tal como se muestra en la Figura 5.

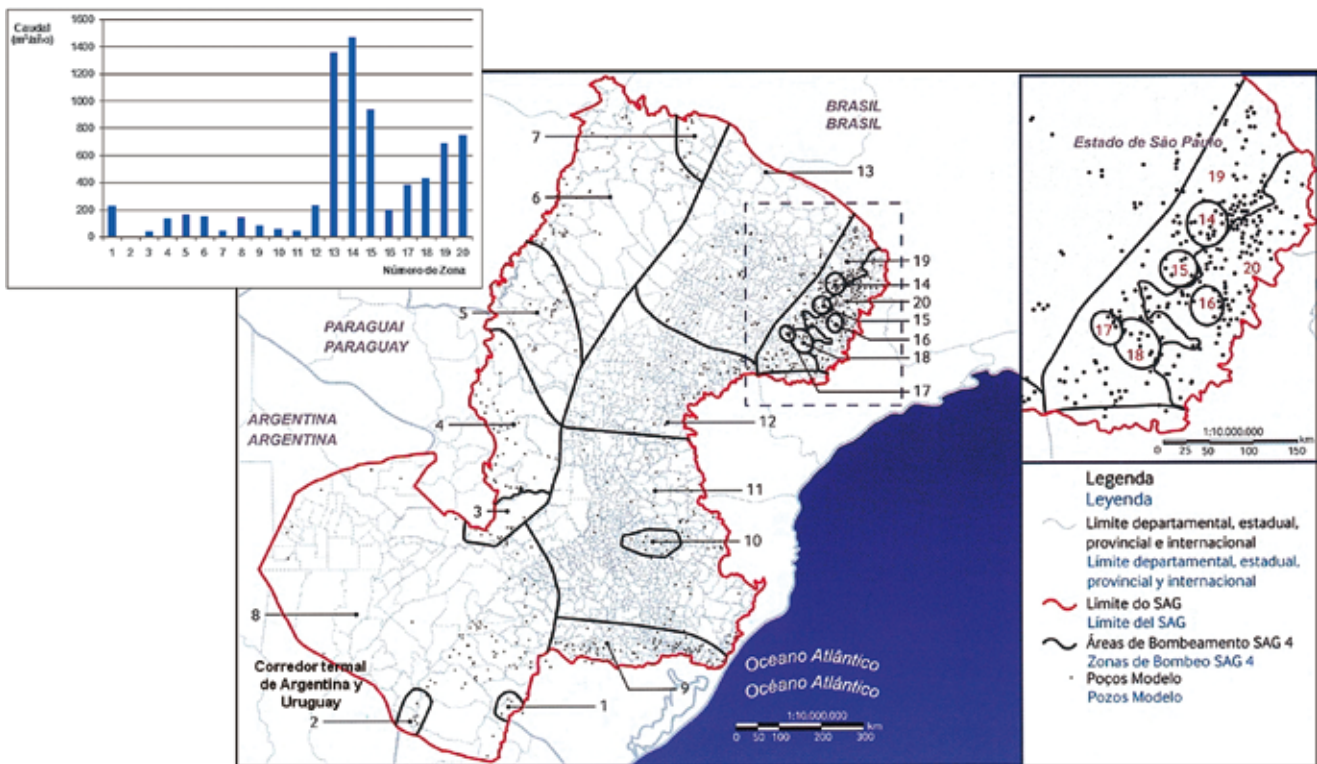


Figura 5. Ubicación de pozos de explotación y zonificación utilizada en el modelo (modificado de PSAG, 2009).

Figure 5. Sites of pumping wells and zoning used in the model [taken from the PSAG (2009), with modifications].

Resultados - discusión

Caso 1: Influencia del régimen de flujo en la calibración

En teoría, una simulación estacionaria debería representar el estado del sistema antes de que se inicien las explotaciones, o por lo menos cuando el grado de explotación es reducido de manera que la afectación del sistema natural es despreciable. Posteriormente, se realiza una simulación transitoria, es decir variable en el tiempo, incorporando progresivamente las explotaciones a medida que se incrementa el bombeo, para lo cual se necesita no solo una evolución temporal del bombeo sino también de los niveles piezométricos. Lamentablemente, en el PSAG no se dispuso de esta información. Los datos de niveles utilizados (114 valores observados elegidos en virtud de su confiabilidad) corresponden al momento de la construcción de los pozos (cuya fecha se desconoce en la mayoría de los casos), en consecuencia abarcan una ventana temporal de 20-30 años a partir del año 1970, y la estimación de las explotaciones es una aproximación a la situación actual. Por ello, primero se realizó una simulación en estado estacionario incluyendo explotaciones, **caso 1A**.

La estrategia de calibración consistió en calibrar automáticamente la conductividad hidráulica (K) empleando 114 observaciones de niveles piezométricos con el objetivo de obtener un buen ajuste entre niveles piezométricos medidos y simulados, que los valores de K sean coherentes con el conocimiento actual del acuífero y que la piezometría calculada sea comparable con la propuesta por el LEBAC (2008). Además de las conductividades, se calibró el coeficiente de almacenamiento en el modelo transitorio.

La Figura 6 muestra las 31 zonas de K con los valores calculados. El rango de conductividades calculadas para el CASO 1A fue de 0,9 a 35 m/d, con valores más elevados en las zonas 3, 4 y 27. Las conductividades de las zonas 9 y 16 no se calibraron, fijándose su valor en 75 y 100 m/d, respectivamente. Excepto en pocas zonas (por ejemplo, 1, 5, 17 y 21) los valores calculados de la conductividad hidráulica resultaron mayores a los esperados para areniscas; esto podría explicarse en parte por los efectos de escala que se manifiestan en modelos regionales (Martínez-Landa y Carrera, 2005). La conductividad hidráulica en la región central del área modelada resultó mayor, coincidiendo con el modelo conceptual que propone la convergencia de la mayoría de los flujos de todo el sistema. Este resultado indicaría la necesidad de modificar el modelo conceptual para que permita la



Zona	K (m/d)		Zona	K (m/d)	
	1A	1B		1A	1B
1	1.28	0.71	16	100.00	27.15
2	7.95	44.20	17	1.45	1.35
3	144.31	101.30	18	2.54	2.47
4	44.00	34.40	19	2.82	2.30
5	1.16	1.01	20	5.06	4.61
6	0.88	0.91	21	1.20	2.69
7	12.50	20.92	22	7.89	7.54
8	5.40	13.61	23	18.95	16.85
9	75.00	11.07	24	23.67	25.23
10	10.46	18.95	25	12.29	10.05
11	5.98	3.32	26	9.06	16.18
12	9.30	25.04	27	66.80	70.12
13	16.10	0.33	28	3.06	81.24
14	2.69	69.15	29	9.43	10.23
15	4.23	5.08	30	34.62	12.91
			31	6.63	1.97

Figura 6. Zonificación de conductividad hidráulica y valores de K calibrados: CASO 1A (estacionario) y CASO 1B (transitorio).
Figure 6. Hydraulic conductivity zone and calibrated K values: CASE 1A (steady-state) and CASE 1B (transient).

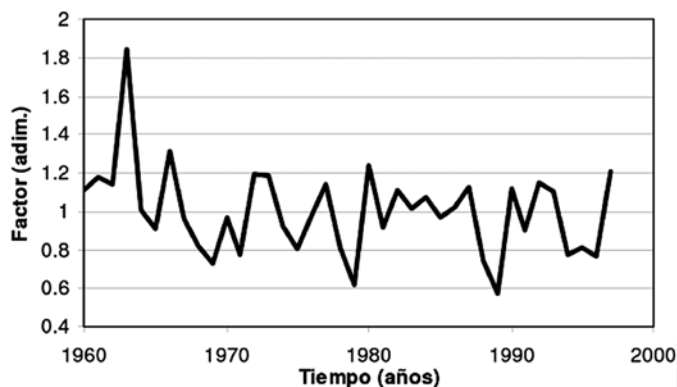


Figura 7. Función de tiempo aplicada a la tasa de recarga.
Figure 7. Time function applied to recharge rate.

conducción de mayores flujos, por ejemplo, mediante la definición de una zona de flujo preferencial o de una conexión con las unidades geológicas suprayacentes.

En el modelo transitorio **caso 1B**, se trabajó para un período de 38 años (1960-1997) utilizando la zonificación del **caso 1A**, con un paso de tiempo anual e iniciando el período de simulación con un estado estacionario sin bombeo. Para los periodos siguientes se construyó una función temporal para la tasa de recarga que representa las anomalías respecto al valor medio anual de la precipitación. Como valor indicativo de la variación de la precipitación anual se utilizó la serie de la estación Rivera-Uruguay; las anomalías respecto de la media resultante (llamado factor, ver Figura 7) se aplicaron a cada zona de recarga, las que poseen diferentes tasas dependiendo de su localización geográfica. Además se supuso que desde el ini-

cio de la simulación transitoria el bombeo se mantiene constante hasta el final del tiempo de estudio. El modelo se calibró comparando los niveles medidos con los calculados al final del período de simulación.

Respecto a los valores de K (Figura 6), los valores más altos para el Caso 1A (zonas 3 y 16) disminuyeron en el caso 1B. La conductividad hidráulica aumentó en 14 zonas, y disminuyó en 13, manteniéndose aproximadamente igual en el resto de las zonas. En el Caso 1A, solo 5 zonas arrojaron valores de K comprendidos entre 15 y 50 m/d mientras que para el Caso 1B, nueve zonas se encontraron dentro de ese rango. No obstante estos resultados, los mayores valores de K en ambas simulaciones corresponden a la zona central donde los gradientes hidráulicos observados son menores, lo que resulta razonable y coherente a lo esperado de acuerdo al modelo conceptual. El valor calculado del coeficiente de almacenamiento fue de 2.9×10^{-4} .

Tanto en la simulación en régimen estacionario como en régimen transitorio, los niveles piezométricos simulados estuvieron dentro de la meta de calibración, definida en base a la cantidad y calidad de los datos observados disponibles. En el CASO 1A, el error medio en valor absoluto fue de 44,41 m, solo 3 puntos presentan errores mayores a ± 100 m, mientras que 51 puntos presentan errores mayores a ± 30 m. Con la simulación en régimen transitorio el error medio se redujo a 41,26 m. En la Figura 8 se comparan los niveles medidos y simulados para el Caso 1A y 1B. Cualitativamente las curvas piezométricas simuladas (Figura 9) muestran una configuración que reproduce los patrones de flujo definidos en el modelo conceptual.

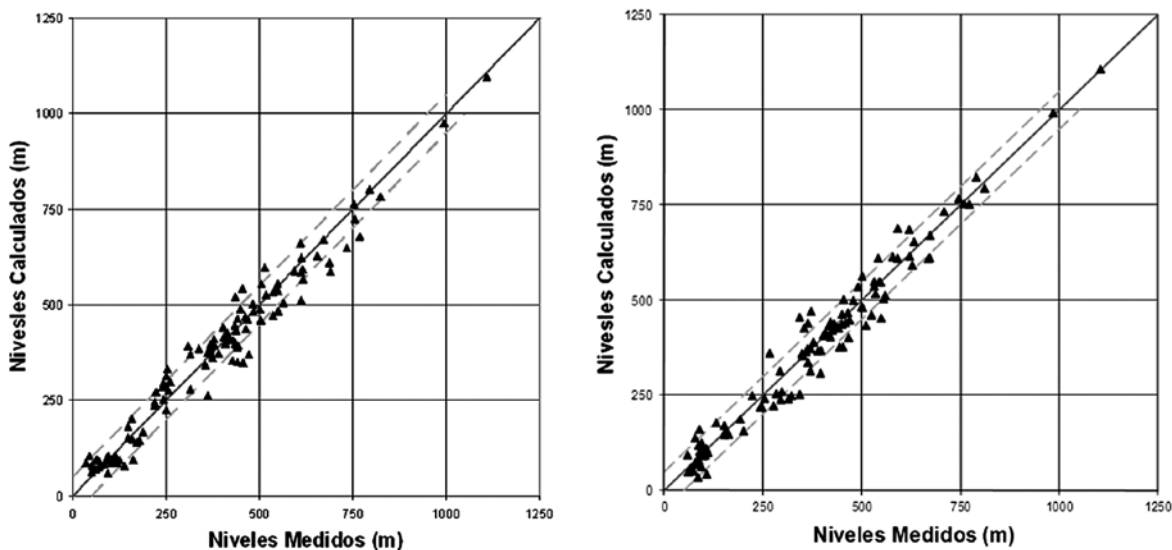


Figura 8. Comparación entre niveles medidos y simulados (izquierda: Caso 1A, derecha: Caso 1B).
Figure 8. Comparison between measured and calculated levels (left: Case 1A, right: Case 1B).

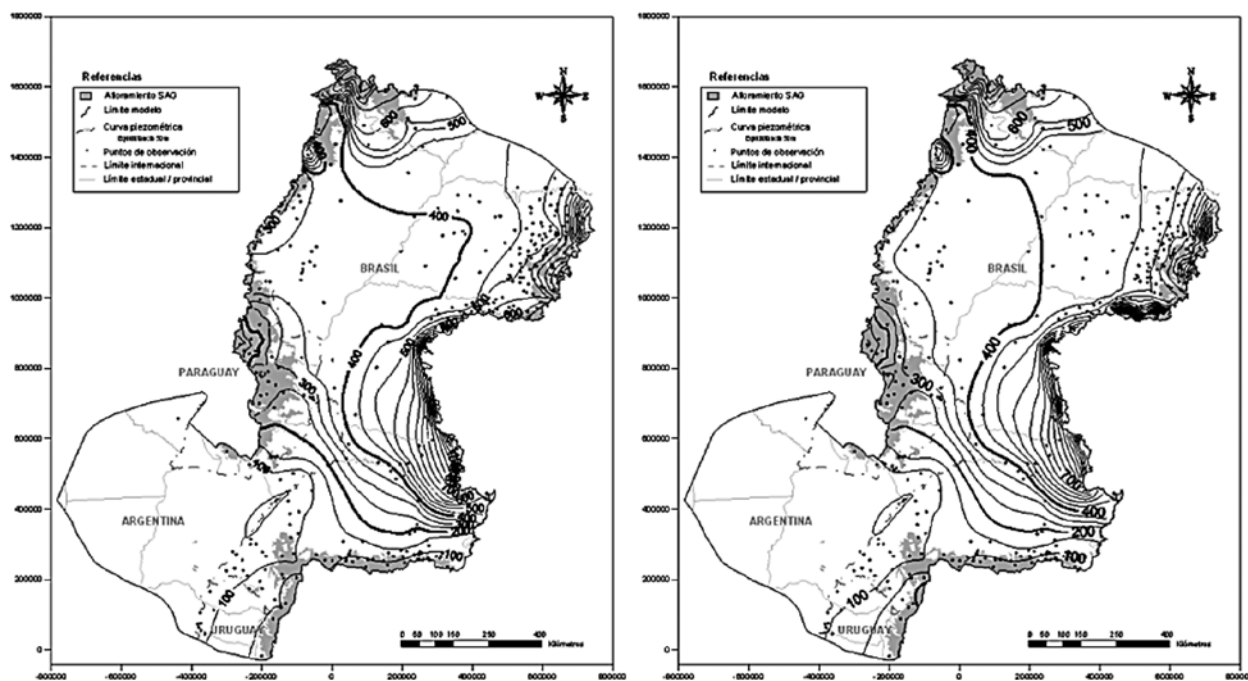


Figura 9. Piezometría (en metros) simulada CASO1A (estacionario) y CASO 1B (transitorio).

Figure 9. Simulated potentiometric map (in metres). CASE 1A (steady-state) and CASE 1B (transient).

El balance de masa del modelo indicó que los flujos a través del sistema son pequeños comparados con el volumen de agua en el almacenamiento subterráneo y la descarga anual de los ríos Paraná y Uruguay. En la Tabla 1 se comparan los flujos para el caso 1A con los flujos del último paso de tiempo del caso 1B. Para el caso transitorio, la recarga y la interacción río/acuífero son las principales entradas y salidas del sistema, respectivamente.

En ambos casos la tasa de explotación no supera la tasa de recarga simulada del acuífero a nivel regional,

pudiendo existir zonas locales donde la explotación sea mayor poniendo en riesgo la sustentabilidad del recurso.

El flujo de salida a través de los 29 tramos de ríos simulados alcanzó un valor de 121.64 m³/s para el Caso 1B, que se encuentra dentro del orden de magnitud de la recarga. Particularmente se analizó el flujo a través de los tramos simulados de los ríos Paraná y Uruguay, por ser hipotéticas zonas regionales de descarga del SAG, y los datos se pueden ver en la Tabla 2.

	Caso 1A		Caso 1B	
	m ³ /s	%	m ³ /s	%
Recarga	113.03	84.2	136.65	84.2
Flujo prescripto por el este	21.18	15.8	25.60	15.8
TOTAL ENTRADAS	134.21	100.0	162.25	100.0
Bombeo	-32.94	24.5	-32.94	23.8
Nivel prescripto	-5.99	4.5	-7.16	6.1
Interacción río/acuífero	-95.27	71.0	-121.64	70.1
TOTAL SALIDAS	-134.21	100.0	-161.74	100.0
Almacenamiento			0.51	

Tabla 1. Balance de masa para los casos 1A (estacionario) y 1B (transitorio). Flujos positivos indican entradas al sistema, y flujos negativos salidas.

Table 1. Mass balances for Case 1A (steady-state) and 1B (stationary). Positive flow indicates recharge into the aquifer and negative flow discharge.

	Caso 1A	Caso 1B
Río Paraná	-0.92	-1.26
Río Uruguay	-9.71	-9.98

Tabla 2. Flujos de salida a través de los ríos Paraná y el Uruguay. Flujos en m^3/s .

Table 2. Discharge flows (in m^3/s) through the Paraná and Uruguay rivers.

La descarga por el Río Paraná aumentó levemente en el caso 1B mientras que por el Río Uruguay se mantuvo prácticamente constante, estos cambios pueden atribuirse a los distintos valores de K calibrados en las zonas por las cuales atraviesan ambos ríos.

Caso 2: Importancia del régimen temporal de flujo sobre el balance de masa y análisis de la respuesta ante diferentes solicitaciones externas

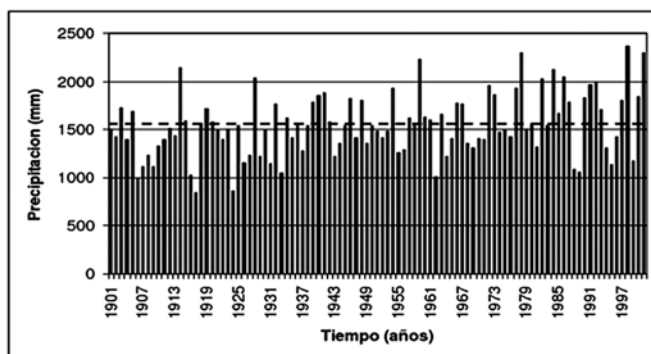
En este caso se estudiaron los efectos de un posible aumento de las extracciones en el corredor termal argentino/uruguayo y en la región oeste del Estado de São Pablo, para la zonificación de conductividad hidráulica resultante del CASO 1A.

El aumento de las extracciones se aplicó en la zona de bombeo 2 para el corredor termal uruguayo-argentino y en las zonas 14, 15, 16, 17 y 18 para la región oeste del Estado de São Pablo (ver Figura 5).

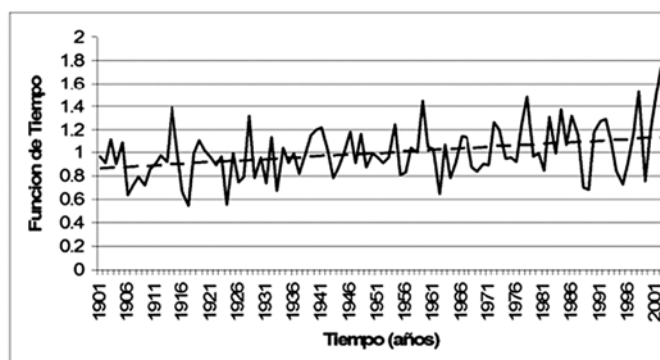
Se realizaron tres simulaciones en régimen transitorio para un período de 100 años (36.000 días), con paso de tiempo anual. En la primera se mantuvo el caudal de bombeo actual durante todo el período simulado (Q_{actual}). En la segunda ($2Q$) y la tercera ($3Q$) se mantuvieron todas las características del modelo para Q_{actual} , pero duplicando y triplicando de forma constante el bombeo actual, respectivamente.

Además se utilizó una función temporal de variación de la recarga en los 100 años definida a partir de la serie histórica de precipitaciones mensuales para la serie 1901-2001, obtenida de la base de datos de CRU (Climatic Research Unit, University of East Anglia, Norwich, Inglaterra). Dichos datos son sintéticos y fueron estimados a partir de una red global de estaciones meteorológicas, para puntos de grilla espaciados 5° entre sí. En este caso se utilizaron los datos del punto $30^\circ 15'$ latitud sur, y $55^\circ 15'$ longitud oeste, cercana a las localidades de Rivera y Santana do Livramento (Figura 10a). Nótese que la media de 1550 mm es superada con mayor frecuencia y montos mayores en la segunda mitad de la serie, lo que se traducirá en un aumento de la recarga. Este efecto puede verse claramente en la Figura 10b, donde se graficó la función de tiempo aplicada a las tasas de recarga. La línea de tendencia muestra que en los primeros 50 años en promedio la precipitación anual fue menor que el promedio histórico (función de tiempo < 1), en la segunda mitad fue mayor (función de tiempo > 1).

Con el fin de analizar el efecto del incremento de las explotaciones sobre el sistema se analizó la diferencia de nivel o descenso que se registraría en puntos específicos del acuífero durante el tiempo de simulación. Para ello se seleccionaron trece puntos dentro del SAG que se denominaron puntos de control de niveles piezométricos o pozos virtuales cuya ubicación se muestra en la Figura 11. Para conocer el radio de influencia de las explotaciones se ubicaron algunos de los pozos virtuales dentro de las zonas de explotación, otros en las cercanías y otros alejados de ellas. El uso del término "pozos virtuales" obedece a una convención, sin que lleven consigo una definición de sus características constructivas. Se trata simplemente de puntos del dominio de modelación donde se



(a)



(b)

Figura 10. a) Precipitación anual serie 1901-2001 en punto de grilla cercano a Rivera-Santana. b) Función de tiempo para la serie anual 1901-2001.

Figure 10. a) 1901-2001 annual precipitation series at a grid-point near to Rivera-Santana. b) Time function for the annual series 1901-2001.

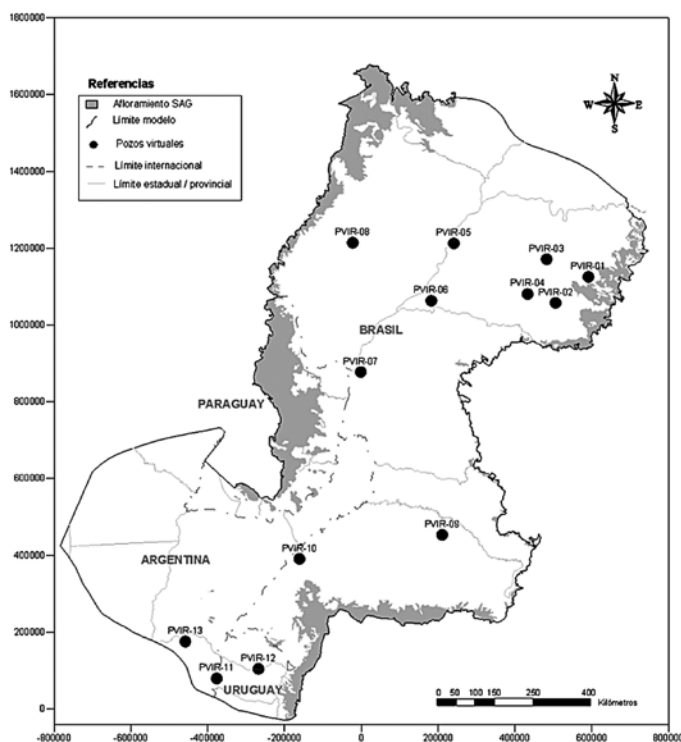


Figura 11. Ubicación de los puntos virtuales o de control.
Figure 11. Sites of virtual or control points.

analiza la evolución de niveles para todos los pasos de tiempo de la simulación transitoria.

En la Figura 12 se presentan los hidrogramas calculados en los pozos virtuales que registraron un cambio producto del incremento en la explotación. Los PVIR-01 y PVIR-02 están emplazados en la zona que concentra más del 50% del volumen estimado de explotación actual, y responden en forma inmediata al incremento del bombeo, observándose que tienden a un nivel de equilibrio hacia el final del período modelado. La magnitud final del descenso es significativa, para el caso de 200% de incremento del caudal es el doble que para un incremento del 100% del caudal de explotación.

En PVIR-03, ubicado aproximadamente a 130 km al oeste de PVIR-01, y PVIR-04, a 100 km al oeste de PVIR-02, se observa un incremento de niveles relativamente pequeño (2-3 m) para el Q_{actual} , que puede atribuirse al incremento de la recarga en las simulaciones transitorias (ver Figura 10.b), ese aumento no compensaría las extracciones cuando estas se duplican o triplican. El efecto del incremento del bombeo cercano recién comienza a notarse luego de 45-50 años del inicio de la simulación en el pozo más alejado y en 20 años en el más cercano.

El PVIR-11, ubicado en una zona donde el acuífero se explota con fines termales, responde rápidamente al incremento de los bombeos. PVIR-13, ubicado en

zona de gran confinamiento, muestra una tendencia al descenso pero de mucha menor magnitud respecto a los demás sitios. PVIR-12, ubicado en una zona de afloramiento con concentración de perforaciones, muestra incrementos de descensos inmediatos para los tres caudales ensayados.

En general, los efectos del incremento de la explotación son notorios e inmediatos en sitios cercanos al bombeo, mientras que se registran retrasos a medida que uno se aleja de la zona de extracción. Más allá de los 300 km, el efecto del bombeo sería imperceptible, al menos en las condiciones impuestas en el escenario de explotación realizado (100 años).

Conclusiones

La implementación del modelo en régimen transitorio permitió analizar la respuesta dinámica del sistema subterráneo ante variaciones en las solicitaciones externas tanto por incremento de los volúmenes de explotación como por fluctuaciones de la recarga por efecto del régimen de precipitaciones. Las principales conclusiones son:

- La calibración en régimen de flujo transitorio mejora la calibración con respecto al régimen estacionario reduciendo significativamente los errores de calibración.
- Los valores de conductividades hidráulicas calibradas tienden a ser mayores que los esperados. Esto podría atribuirse al efecto de una mayor recarga dada por la tendencia creciente de la función temporal en el caso de régimen transitorio que coincide con el período de las observaciones en el régimen transitorio.
- En ambos regímenes de flujo, la dirección predominante de flujo a nivel regional es de norte y este hacia el centro de la cuenca, influenciada por las características tectónicas/estructurales de la cuenca sedimentaria. Los patrones de flujo simulados reproducen los patrones de flujo delineados en los dominios identificados en el modelo conceptual.
- En ambos regímenes de flujo, los gradientes hidráulicos simulados resultan en general similares a los planteados en el modelo conceptual, teniendo presente que el mapa potenciométrico integra niveles medidos en un intervalo de 20-30 años.
- El balance de masa del modelo confirmó que los flujos a través del sistema son pequeños comparados con el volumen de agua en el almacenamiento subterráneo y la descarga anual de los ríos Paraná y Uruguay.
- Los efectos del incremento de la explotación son notorios e inmediatos en sitios cercanos al bombeo,

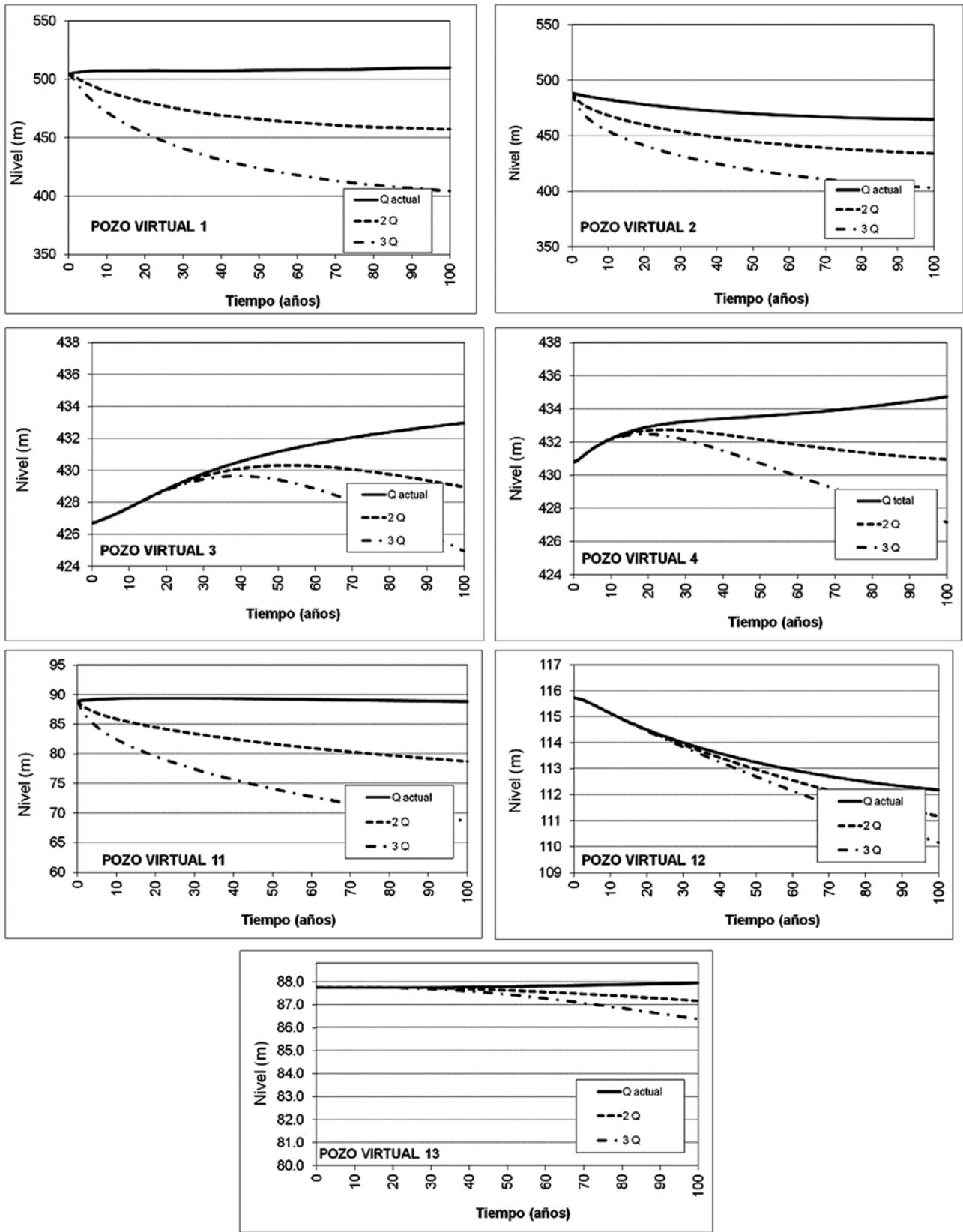


Figura 12. Hidrogramas calculados para los pozos virtuales o de control. Observar que las escalas verticales de los hidrogramas son diferentes.

Figure 12. Hydrographs for virtual or control wells. Note that the vertical scales are different.

mientras que se registran en forma escalonada en el tiempo a medida que uno se aleja de la explotación. Más allá de los 300 km, el efecto del bombeo sería imperceptible, al menos en las condiciones impuestas en el escenario de explotación realizado (100 años).

- Se ha mostrado la potencialidad y necesidad de calibrar el modelo numérico para un transitorio, fundamentalmente por el bajo flujo subterráneo que podría determinar regiones donde puede ser afectado el almacenamiento, modelo fundamental para el gerenciamiento sustentable de los recursos subterráneos en acuíferos con poca tasa de renovación.

Agradecimientos

Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT, Argentina, Proyecto PICT'08 N° 2071), Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina), Integrantes de la Organización de Estados Americanos, Secretaría General del PSAG y Coordinadores Nacionales, Integrantes del Consorcio Guaraní.

Referencias

- Araújo, L.M., Franca, A.B., Potter, P.E. 1999. Hydrogeology of the Mercosul Aquifer System in the Paraná and Chaco-Paraná Basins, South America, and comparison with the Navajo-Nugget Aquifer System, USA. *Hydrogeology Journal*, 7, 317-336.
- Campos, H.C.N.S. 2000. Mapa hidrogeológico do aquífero Guaraní. *Acta Geológica Leopoldensia*, 23 (4), 1-50.
- Carrera, J., Neuman, S. 1986. Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions, I, Maximum likelihood method incorporating prior information. *Water Resources Research*, 22 (2), 199-210.
- Custodio, E., Llamas, J.R. 1976. *Hidrología Subterránea*. Ed. Omega, Barcelona. pp. 2450.
- Freeze, R.A., Cherry, J.A. 1979. *Groundwater*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Fernandes, A. J., Maldaner, C., Rouleau, A. 2011. Análise de fraturas nos basaltos de Formação Serra Geral (Ribeirão Preto, SP): aplicação para a elaboração de modelo hidrogeológico conceitual, *Geologia USP. Série Científica*, v. 11, pp. 3-20.
- Foster, S., Hirata, R., Vidal, A., Schmidt, G., Garduño, H. 2009. *The Guaraní Aquifer Initiative –Towards Realistic Groundwater Management in a Transboundary Context*. GW-Mate Sustainable Groundwater Management, Lessons for Practice, Case Profile Collection Num. 9.
- Gómez, A.A., Rodríguez L.B., Vives, L.S. 2010. The Guaraní Aquifer System: estimation of recharge along the Uruguay-Brazil border. *Hydrogeology Journal*, 18, 1667-1684.
- LEBAC, 2008. *Mapa hidrogeológico del Sistema Acuífero Guaraní. Proyecto para la Protección Ambiental y el Desarrollo Sostenible del Sistema Acuífero Guaraní*. Global Environment Facility (GEF). Reporte Técnico 57 pp.
- Machado, J.L., Faccini, U.F. 2004; Influência dos falhamentos regionais na estruturação do Sistema Aquífero Guaraní no Estado do Rio Grande do Sul. *Congresso Brasileiro de Águas Subterráneas*, 13, Cuiabá, Brasil. ABAS 2004, CD.
- Martínez-Landa, L., Carrera, J. (2005) An analysis of hydraulic conductivity scale effects in granite (Full-scale Engineered Barrier Experiment (FEBEX), Grimsel, Switzerland). *Water Resources Research* (41), W03006, doi: 10.1029/2004WR003458.
- Medina, A., Carrera, J. 1996. Coupled estimation of flow and solute transport parameters. *Water Resources Research*, 32 (10), 3063-3076.
- Medina A., Galarza G., Carrera, J. 1996. *TRANSIN, versión II. Fortran code for solving the coupled flow and transport inverse problem in saturated conditions. El Berrocal Project. Characterization and validation of natural radionuclide migration processes under real conditions on the fissured granitic environment*. European Commission Contract N° FI2W/CT91/0080. Topical Report 16. ENRESA, 1996.
- PSAG – *Proyecto para la Protección Ambiental y Desarrollo Sostenible del Sistema Acuífero Guaraní*. 2009. Acuífero Guaraní, Programa Estratégico de Acción.
- Rebouças, A.C., 1976. *Recursos hídricos subterráneos da Bacia do Paraná. Análise de préviabilidade*. Post Ph.D. Thesis, USP-São Paulo University, São Paulo.
- Rosa Filho, E.F., Forlin, M., Xavier, J.M. 1998. Informações básicas sobre a distribuição do Sistema Aquífero Guaraní nas regiões Sul e Sudeste do Brasil. *A água Rev.* 10, 23-26.
- Soares, A.P., 2008. *Variabilidade espacial no Sistema Aquífero Guaraní: controles estratigráficos e estruturais*. Tesis Doctoral del Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do sul, Brasil.
- Vassolo, S., 2007. *Uso sostenible del sistema acuífero Guaraní en el sector oriental del Paraguay*. Final Report Project Sistema Acuífero Guaraní in cooperation with Environment Secretary (SEAM). Asunción, Paraguay
- Vives L., Campos H., Candela L., Guarracino, L. 2001. Modelación del acuífero Guaraní (Guaraní Aquifer Modeling). *Boletín Geológico y Minero* 112, Número Especial, 51-64.
- Vives L., Rodríguez L., Gómez A., Cota S.D.S. 2008. *Modelación Numérica Regional del Sistema Acuífero Guaraní*. Proyecto para la Protección Ambiental y Desarrollo Sostenible del Sistema Acuífero Guaraní. Global Environment Facility (GEF). Informe Técnico. 144 p.

Recibido: diciembre 2011

Revisado: abril 2012

Aceptado: marzo 2012

Publicado: julio 2012

ANEXO III

Rodríguez, L.; Vives, L. y Gómez, A. Conceptual and numerical modeling of the Guaraní Aquifer System. Hydrology and Earth System Sciences (HESS). To be submitted.

Conceptual and numerical modeling of the Guarani Aquifer System

L.Rodríguez^{1*}, L. Vives² and A. Gomez^{1,3}

{1} Centro de Estudios Hidroambientales, Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, Universidad Nacional del Litoral, CC 217, 3000. Santa Fe, Argentina.

E-mail address: leticia@fich1.unl.edu.ar

{2} Instituto de Hidrología de Llanuras, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires and Comisión de Investigaciones Científicas de la Prov. de Buenos Aires. Italia 780, B7300, Azul, Argentina.

E-mail address: lvives@faa.unicen.edu.ar

{3} CONICET, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina

E-mail: aagomez@fich1.unl.edu.ar

*Corresponding author, leticia@fich1.unl.edu.ar

Tel.: +54-342-4575234 ext. 198. Fax: +54-342-4575224

Abstract

In large aquifers relevant for their considerable size, regional groundwater modeling remains challenging given geologic complexity and data scarcity in space and time. The Guaraní Aquifer System is the largest transboundary aquifer in South America. It contains an enormous volume of water, however, it is not well known being difficult to assess the impact of exploitation currently used to supply over 25 million inhabitants. This is a sensitive issue because the aquifer is shared by four countries. Moreover, an integrated groundwater model, and therefore, a global water balance were not available. In this work, a transient regional scale model for the entire aquifer based upon five simplified, equally plausible conceptual models represented by different hydraulic conductivity parametrizations, is used to analyze the flow system and water balance components. Combining an increasing number of hydraulic conductivity zones and an appropriate set of boundary conditions, the hypothesis of a continuous sedimentary unit yielded errors within the calibration target in a regional sense. The magnitude of the water budget terms resulted very similar for all parametrizations. Recharge and stream/aquifer fluxes were the dominant components representing, on average, 84.2 % of total inflows and 61.4 % of total outflows, respectively. However, leakage was small compared to stream discharges of main rivers. For instance, the simulated average leakage for the Uruguay river was $8 \text{ m}^3/\text{s}$ while the observed absolute minimum discharge was $382 \text{ m}^3/\text{s}$. Streams located in heavily pumped regions switched from a gaining condition on early years to a losing condition over time. Water is discharged through the aquifer boundaries, except at the

eastern boundary. On average, pumping represented 16.2 % of inflows while aquifer storage experienced a small overall increment. The model water balance indicates that the current rate of groundwater withdrawals does not exceed the rate of recharge on a regional sense.

Keywords: Guaraní Aquifer System, numerical modeling, water budget

1 Introduction

The Guaraní Aquifer System, hereafter GAS (also known as SAG from its Spanish and Portuguese name), is the largest transboundary aquifer system in South America. It extends for some 1.2 million km² over four countries: 70% in Brazil, 19% in Argentina, 6% in Paraguay, and 5% in Uruguay (Fig. 1). The aquifer is formed by sandstones and confined by basalts in about 90 % of its extent. Sandstones outcrop along aquifer edges, deepening toward the center of the basin, where they can reach a maximum thickness of some 600 m and depths of 2200 m.

These data point at several peculiarities of the GAS. First, it contains an enormous volume of water, which makes it appealing for groundwater pumping. However, it is not well known, so that it is hard to assess the impact of exploitation. This is a sensitive issue because the aquifer is shared by four countries. These peculiarities are not specific to GAS. Other large aquifers relevant for their considerable size are the High Plains Aquifer in USA (Luckey and Becker, 1999), the Nubian Aquifer shared by Egypt, Chad, Sudan and Lybia (Robinson et al., 2007), the Great Artesian Aquifer in Australia (Habermehl and Lau, 1997), the Yrenda-Toba-Tarijeño Aquifer System shared by Argentina, Bolivia and Paraguay, and the Navajo Aquifer System in USA (Heilweil et al., 2002).

To address these issues and aim towards sustainable management and development of the GAS, the Global Environmental Facility (GEF) financially supported the four countries to develop the “Proyecto de Protección Ambiental y Desarrollo Sustentable del Sistema Acuífero Guaraní - PSAG” (Environmental Protection and Sustainable Development Project for the GAS). The PSAG was a multidisciplinary scientific effort and regional collaboration requiring good cooperation between various disciplines. The project pointed at some of the difficulties associated to the study of regional aquifers.

In this article, like in the recent work of Barthel (2011), the term regional scale refers to areas of approximately 105-106 km² in size. Some of the largest aquifers of the world have been studied for diverse purposes and with different modeling approaches. For instance, the U.S. Geological Survey and the Oklahoma Water Resources Board, USA, conjunctively developed a ground-water flow model of the High Plains aquifer to be used for allocating the amount of water withdrawn from the

aquifer (Luckey and Becker, 1999). The Nubian Sandstone Aquifer has been studied for many years. A preliminary modeling effort on this aquifer was reported by Heintz and Brinkmann (1984), who used a finite element model to address various basic questions regarding the dynamics of the aquifer. In a recent work, Gossel et al. (2004) presented an integrated GIS-based groundwater flow model for the Nubian aquifer intended for improving previous modeling efforts. A transient groundwater model was constructed for the Great Artesian Basin for management purposes (Welsh, 2006). One recent contribution to regional-scale groundwater modeling was given by Michael and Voss (2009), who focused their work on the estimation of regional-scale aquifer properties in the Bengal Basin of India and Bangladesh. In order to accomplish their objective, they combined inverse groundwater modeling using measured heads, model calibration using estimated water ages, and statistical analysis of driller logs.

Several local-scale groundwater models were built in the GAS, either to meet local or state requirements or to analyze a particular behavior/characteristic of the aquifer. Here, the term local refers to models covering areas of approximately 103 km². A thorough study of the aquifer within Paraguayan territory culminated with a multi-layer, steady state groundwater flow model (Vassolo, 2007). Within Brazilian territory, Heine (2008) built a MODFLOW model to quantify recharge for management purposes around the city of Ivoituba in southern Brazil, while Rabelo and Wendland (2009) assessed groundwater recharge and water fluxes in the state of Sao Paulo, Brazil, through a numerical, finite element model, covering over 5000 km² of outcropping sandstones. Within the PSAG project, four pilot areas were selected for detailed study on the basis of their distinct hydrogeologic conditions and potential groundwater exploitation conflicts. In each of them, a local-scale flow model run under MODFLOW intended for management practices was developed (SNC Lavalin 2008a, 2008b, 2008c, 2008d). Recently, Gómez et al. (2010) implemented MODFLOW (Harbaugh et al., 2000) on a region located along the Brazilian-Uruguayan border in order to validate a newly proposed multi-layer conceptual model, verify previous recharge estimates and test future exploitation scenarios. The location of these and all other modeling sites/boundaries described in this section are indicated in Fig. 1.

On the basis of previous work by Campos (1998), Vives et al. (2001) developed the first regional scale groundwater model of the GAS, known as “pre-model” because it was built upon scarce geologic and hydrogeologic data. It was a finite element, two-dimensional, steady state model, which extended over 60 % of the currently identified aquifer area. Regional geologic structures that may condition groundwater flow were included in the model, and a handful of short stream reaches in outcropping areas to the east were explicitly simulated. Nonetheless, many questions remained unanswered or partially addressed due to the simplifications set forth during the modeling process.

For example: where is the south-western boundary of the aquifer located? What are the most likely discharge zones in the southern sector? Could reaches along the Paraná and Uruguay Rivers be potential discharge zones? What's the dynamics of the system along the aquifer Western boundary? How important are stream/aquifer interaction processes in outcropping areas compared to other mass balance components? Are there local recharge/discharge systems identified within a regional context? More importantly, the overall water balance of the aquifer is not known.

Field data generated during the PSAG allowed revisiting the conceptual model, proposing a new southern boundary for the aquifer and postulating its interaction between numerous streams (LEBAC, 2008). The newly proposed conceptual model was numerically validated by Vives et al. (2008), who also hypothesized and numerically tested that the GAS may discharge through selected reaches along the Uruguay and Paraná Rivers. Yet, the magnitude of these discharges is unknown.

All groundwater flow models built so far on the GAS, either at local or regional scale, were run under a steady state regime, which, in turn, limits their use as learning tools as well as management tools. In this work, a transient regional scale model covering the full extent of the GAS is presented. The new model complements its steady state predecessor by Vives et al. (2008), rendering the new modeling approach more informative in the process of enhancing the current hydrogeologic understanding of the aquifer and its potential use as a management device of subsurface resources.

The model was used to test whether the aforementioned questions can be modeled consistently with aquifer head data. It was also instrumental for the evaluating water balance components for the entire aquifer, emphasizing the role of processes such as the stream/aquifer interaction as a leading discharge mechanism in outcropping areas, and the feasibility of some aquifer discharge in the southern portion of the aquifer, a hypothesis that was disregarded in previous studies.

2 Location, geology and hydrogeology

Only a brief description of the main physiographic, geologic and hydrogeologic characteristics of the aquifer is presented here. Further details about the GAS are given by Bigarella and Salamuni (1961), Gilboa et al. (1976), Zálán et al. (1990), Araújo et al. (1999), Campos (1998, 2000), Rosello et al. (2006), among others.

The GAS is located between 16° and 32° South latitude and 47° and 56° West longitude underlying the Río de La Plata drainage basin in South America (Fig. 1). Ground elevations vary from 1700 masl (m above mean sea level) in the southern border down to approximately 30 masl within Argentinean territory. Due to its considerable extent and variations of relief, diverse climates are

identified. Mean annual, altitude-dependent precipitation shows a southward gradient, from 2000 mm in the North to 1400 mm in the South while mean temperature is above 20°C almost everywhere. Mean annual evaporation has been estimated to be around 60 to 70% of the annual precipitation.

The GAS sedimentary sequence consists of aeolian, and fluvial weakly-cemented sandstones beds of Upper Jurassic-Lower Cretaceous age deposited in parts of the tectonic Paraná Basin and Chaco-Paraná Basins (Araújo et al., 1999). Sandstones range in thickness from a few meters in outcropping areas along Western and Eastern aquifer boundaries, to more than 600 m at the center of the basin. Upper Cretaceous basalt flows as thick as 1500 m and varying degrees of fracturing/fissuring cover 90 % of sandstone deposits. The stratigraphic sequence completes with Quaternary, non-uniformly distributed sediments. Fig. 2 shows a simplified geologic map and transverse and longitudinal geologic profiles (Foster et al., 2009). There has been intense debate as to whether the aquifer can be regarded as a single, continuous unit or it is actually separated in geologic compartments that may or may not introduce regional flow discontinuities (Ferreira, 1982; Campos, 1998; Soares, 2008). At regional scale, the GAS can be conceptualized as a sedimentary formation, spatially continuous, composed of sandstones, confined by underlying pre-GAS deposits, and overlying post-GAS deposits (see Fig. 2), except in outcropping areas. The GAS is assumed to range from unconfined to semi-confined in recharge areas. Towards the center of the tectonic basins, it becomes increasingly confined due to the thickening of overlying basalts, which leads to artesian conditions over large areas.

Foster et al. (2009) summarized the hydrogeologic framework as follows: “The aquifer occurs in three main ‘hydrogeological domains’ delimited by two geological structures that have exerted a control on aquifer thickness and depth, and today influence regional groundwater flow : the Ponta Grossa Arch (in the north of Paraná State-Brazil), which forces groundwater to flow from east to west in São Paulo State,-Brazil, the Asunción-Rio Grande Arch, which divides the portion south of the Ponta Grossa Arch into two semi-independent sedimentary basins – the Central Paraná and the south-western Chaco-Lower Paraná. The GAS is also affected by many tectonic structures and crossed by numerous volcanic dykes, but despite these important discontinuities at local scale it is considered to be a ‘continuous groundwater body’ across the entire region”. Regional flow is from North-East to South-West. In outcropping areas, predominantly-recharge regions alternate with predominantly-discharge ones. The latter may discharge regional as well as local flows.

Recharge to the GAS occurs by infiltration of excess rainfall in outcropping regions which cover approximately 10 % of the entire aquifer extent. Estimates of recharge rates range from 10%

(Reboucas, 1976) to 4 % (Chang, 2001) of mean annual precipitation. So far, there is no evidence of recharge from streams. However, it should not be ruled out. Well withdrawals are considered the main source of discharge from the aquifer. Other sinks, though not well known, include seepage to streams and seepage to underlying/overlying formations.

Average salinity in recharge areas is about 50 mg/l, and can be as much as 500 mg/l on the South-Western region. With increasing depth and confinement, and following the general flow direction, the groundwater temperature also increases from 25 to up to 65 °C, increment that has been mostly attributed to the effect of the normal geothermal gradient. A temperature effect on the aquifer's hydraulic conductivity (permeability) may be expected as a result of changing kinematic viscosity. The isotherm map of the GAS developed by LEBAC (2008) is very informative, showing the highest values located within Brazilian territory; nonetheless about 65 % of the aquifer has temperatures between 25 and 45°C.

3 Conceptual hydrogeologic model

A new hydrogeologic conceptual model and a numerical model for the entire aquifer were end-products of the multidisciplinary work within the PSAG. LEBAC (2008) put together a revised much improved conceptual model for the entire aquifer that incorporates many aspects that were overlooked in previous versions. As mentioned previously, from a regional point of view, the GAS was defined as a spatially continuous sedimentary formation, composed of sandstones, confined by underlying pre-GAS deposits, and overlying post-GAS, i.e. basalts and quaternary deposits (see Fig. 2), except in outcropping areas.

The potentiometric map shown in Fig. 2 (Foster et al., 2009) was constructed with 354 static level measurements registered at the time of wells drilling. Therefore, they span a 30-40 year time window starting in the 70's and may not be representative of current conditions, especially in areas of intense pumping. Regionally, groundwater flows from recharge to discharge areas, presenting a directional trend from the northeast and northwest toward the center of the sedimentary basin and then south. This regional flow pattern is influenced by the tectonics of the geologic basins and its evolution, as pointed by Araújo et al. (1999). The potentiometric map reflects the presence of mega-structures. Hydraulic gradients are steeper at or near outcropping areas, with values as high as 3 to 5 m/km in the northeast, 2 to 3 m/km at east-central locations and 1.5 to 2 m/km at the west-northwest. They decrease toward the center of the sedimentary basin as the aquifer deepens. In spite

of the presence of structural discontinuities at different spatial scales, groundwater flow continuity still persists at regional scale (LEBAC, 2008; Foster et al., 2009).

Hydraulic connection across confining layers has been poorly addressed, though it is likely. At present, available data is limited as to assess and quantify inter-layer vertical occurrence, its direction and magnitude. Based on a handful of deep wells that tap underlying permic deposits LEBAC (2008) postulated that the GAS lies over an erosive basal surface extended over parts of the Paraná sedimentary basin, putting the GAS in contact with argillaceous, low permeability units in the north; silty-clayed, more permeable formations at the center and silty-sandy formations of moderate permeability in the south. Neuzil (1994) reported argillaceous permeability for both, lab test and regional scale studies, relating porosity from different materials to permeability to identify possible trends. For clayed sandstone, this author suggested a hydraulic conductivity range between 8.6×10^{-5} and 8.6×10^{-11} m/d for flow parallel and normal to bedding, respectively, which are very low for a quantifiable GAS/pre-GAS hydraulic connection. Considering that inter-layer flow may be controlled by the less permeable material, and the extent of the entire GAS, the magnitude of vertical flows between sandstones and pre-GAS sediments may be assumed negligible.

Water quality data may help to elucidate the interlayer flow connectivity issue. This type of data is scarce and some of dubious quality as to extract definite conclusions about the existence of vertical density gradients, however that possibility is feasible given the great extension of the aquifer. Manzano and Guimaraens (2008) exhaustively analyzed background hydrochemical information and field data generated during the PSAG concluding that the aerial distribution of solutes such as TDS, Na, Cl and SO₄, among others, is dominated by a mixture of GAS waters with saline waters from pre-GAS units. These authors also identified two mixture-dominated areas, suggesting the existence of vertical, upward flows from pre-GAS formations controlled by stratigraphic and structural conditions. Nonetheless, they concluded that up to date, the magnitude of those fluxes is completely unknown, perceived to be rather small compared to other components of the regional water balance.

A number of authors sought evidences of the hydraulic connection between confining basalts and underlying sandstones with divergent conclusive results. Reboucas and Fraga (1988) argued that water flow can predominantly occur along horizontal discontinuities surfaces at the top and bottom of lava flows, i.e. at interflow contacts, and at vertical column disjunctions present at the center of flows. Given this type of flow description, restricted to specific areas within the basalt packet, uncertainties regarding hydrogeologic units interconnections are still great (Latoria et al., 2010). Most gathered evidence regarding GAS/basalts hydraulic connection belongs to the Sao Paulo and

Mato Grosso do Sul States in Brazil, located to the NE and NW of the aquifer, respectively. Fernandes et al. (2008) intensively studied basalts within Sao Paulo State, proposing a conceptual model for water circulation within basalts around the Ribeirão Preto area. In a recent work, Fernandes et al. (2012) used hydrochemistry and basalt fractures mapping to investigate whether vertical conductive structures might conduct water. So far, they have found vertical fractures present only on dense layers that do not penetrate into vesicular layers preventing a hydraulic connection with sandstones underneath. Even though Lastoria et al. (2010) provided some evidence of ascending/descending flows within Mato Grosso do Sul using hydrochemistry, it would be speculative to extrapolate this condition to the entire aquifer. Hence, the current version of the conceptual model assumes neither recharge from nor discharge to confining basalts.

These conceptual simplifications regarding the layer structure of the GAS imply an essentially two dimensional flow regime at regional scale. Therefore, the model will be treated as two dimensional.

One of the great uncertainties of the conceptual model is the location of regional discharge zones and the magnitude of discharge fluxes. Even though local recharge/discharge systems have been clearly identified in outcropping areas along the Western and Southern boundaries (see Fig. 2), regional discharge may occur through selected portions of the boundary or other sinks. In this work it is assumed that short reaches of the Paraná and Uruguay rivers could discharge GAS water.

Net recharge, i.e. effective rainfall minus evapotranspiration, occurs along outcropping areas along portions of the aquifer boundary. If not intercepted by pumping or streams, some of it may become deep recharge.

4 Methods

The code TRANSIN used in this study allows simulating groundwater flow and solute transport (Medina and Carrera, 1996; Medina et al. 1996). TRANSIN includes an algorithm for automatic calibration of all flow and transport parameters based on the maximum likelihood method for parameter estimation, as explained in Carrera and Neuman (1986). In essence, the values of hydraulic properties variable in space (and sometimes in time), are calculated based on a previous estimate of the parameters and measured values of heads (and concentrations if transport is solved). More details on the theoretical background of this model can be found in Medina et al. (1996).

5 Model structure

Following the definition by Carrera et al. (2005), parametrization is one element of model structure. In this work, different parametrizations for hydraulic conductivity are explored to improve model calibration. Five hydraulic conductivity zonations are proposed and evaluated through transient modeling along a 39-year period based upon an annual time step, being the first step the steady state.

5.1 Finite element mesh

The model boundary extends to the entire GAS as shown in Fig. 1. The two dimensional domain was discretized into 46862 triangular elements and 23890 nodes using the mesh generator 2DUMG (Bugada, 1990). Mesh refinements were introduced in areas of expected steep hydraulic gradients, generally associated to heavy pumping in outcropping areas, and in areas of steep topographic gradients in mountain regions located in the central/southeastern portions of the aquifer boundary. Elements area averaged 25 km²; the largest elements were located in the central region of the domain. The element size used here is similar to the cell size used in models of aquifers of comparable size, for example the Great Artesian Basin in Australia, where a uniform 5 km × 5 km cell size was used (Welsh, 2006).

5.2 Spatial zonation of hydraulic conductivity

Zonation is one of the methods to parametrize hydraulic properties needed to solve mathematical equations set forth in inverse modeling (Carrera et al., 2005), each producing an alternative model. Fig. 3 shows five hydraulic conductivity (K) zonings defined upon different criteria: Z1) one zone, i.e. uniform K; Z2) nine zones: their geometry closely replicates the zoning previously defined by Vives et al. (2001) who defined hydraulic conductivity zones based on the location of main geologic structures; Z3) seventeen zones: their geometry and boundaries were delineated following changes on aquifer thickness; Z4) nineteen zones: their geometry combine the patterns of the piezometric map, namely transitions of hydraulic gradients (see Fig. 2) and the zoning defined by Vives et al. (2001); Z5) thirty one zones: their geometry accompany hydraulic gradients of the piezometric map more closely than Z4.

Limited and scattered information on hydraulic conductivity (K) from aquifer tests and anecdotal values served as previous estimates. Freeze and Cherry (1979) indicated a maximum threshold value for sandstones of 1-2 m/d. Araújo et al. (1999) and Sracek and Hirata (2002) reported values of 8.7 m/d and 13 m/d, respectively, for mean K in the Brazilian states of Sao Paulo, Paraná and Rio Grande do Sul (see Fig. 1). Within Paraguayan territory values of 1.6 – 3.8 m/d were reported

by Vassolo (2007) whilst hydraulic conductivities between 0.12 and 5.76 m/d, with an average of 1.5 m/d, were published for Northern Uruguay (Gómez et al., 2010).

The effect of temperature over the flow field was taken into account by correcting the hydraulic conductivity by mean of the Schneebeli formulae (Custodio and Llamas, 1979)

$$k(\theta) \approx k(20^{\circ}\text{C}) \frac{\theta + 20}{40} \quad (1)$$

with θ the temperature in °C. Each finite element within a given zone was assigned a K value corrected for temperature. The temperature was interpolated from the isotherms map provided by LEBAC (2008). Hydraulic conductivity was then converted to transmissivity in TRANSIN by multiplying the corrected initial guess for K for a given element by the mean thickness of the aquifer for that element. Initial K values were recalculated through automatic calibration.

5.3 Boundary conditions, recharge, streams and pumping

According to LEBAC (2008), the GAS limit presents a combination of no flow, outward and inward flow conditions. Fig. 4 shows the boundary conditions implemented in the model, resulting from the proposed conceptual model, the piezometric map and the calibration process. Some portions of the boundary were simulated with a mixed or stream-like boundary condition. The magnitude of eastern fluxes was previously estimated multiplying the area of a narrow strip of outcropping GAS along a stretch of the boundary by a recharge rate of 3 % of the mean annual precipitation in the area. In the rest of the outcropping areas (see Fig. 4), recharge rates were set as a fixed percentage of the mean annual precipitation which varied from north to south according to the precipitation gradient previously mentioned; 3 % was imposed along the western area and 1.5 % along Eastern and Southern areas. Rates were not automatically calibrated; however they were modified annually, multiplying the steady state rate by the value of the temporal function shown in Fig. 5. The value of that function represents the ratio between the annual precipitation for a given year and the mean annual precipitation for the 39-year series. The latter is the amount used for the steady state condition, thus the value of the temporal function corresponding to the first time step is equal to one.

The GAS underlies the Río de la Plata Basin, the second largest in South America, characterized by a highly dense drainage network that discharges into the main waterways of the region: Paraná, Paraguay and Uruguay Rivers. In the occidental border, numerous streams drain toward the Paraguay River, located outside the model area, while the rest of the streams drain toward the

Uruguay and Paraná rivers. Stream-aquifer interactions were simulated along 29 stream reaches (see Fig. 4).

As previously described, there still great uncertainties regarding discharge pathways, without which a sound water balance would be difficult to close. In this work, it was assumed that reaches along the Paraná and Uruguay rivers, located in confined areas but nearby the region where the aquifer is closest to the surface, could interact with GAS waters.

Within TRANSIN, leakage between surface water bodies and the adjacent aquifer is computed as $Q = \alpha (h - H_{ext})$, where Q is the stream leakage (L^3/T); α is the leakance coefficient (L^2/T); h is the piezometric head (L), and H_{ext} (L) is a reference, external water level. If field data is available H_{ext} is usually the stream stage. In absence of such information, in this work H_{ext} was interpolated from ground elevations and piezometric levels, in the latter case only for the Paraná and Uruguay River reaches. Leakance coefficients for all streams were between 1 and 10 m^2/d , except for the Paraná and Uruguay rivers, for which values of 50 and 20 m^2/d , respectively, were used. These coefficients were not calibrated, they were previously estimated based upon riverbed characteristics.

5.4 Pumping

Total pumping was estimated based on pumping rates reported at the time of wells construction; therefore it could be either overestimated, as some wells may not be currently operational, or underestimated, as others may not be accounted for. The current groundwater exploitation totals 2847013 m^3/day , i.e. 1040 $hm^3/year$, distributed as follows: 1.3 % in Argentina, 93.6 % in Brazil, 2.2 % in Paraguay and 2.9 % in Uruguay. Twenty pumping zones were defined, each zone was assigned a different rate based on the geographical distribution of wells. The Sao Pablo State in the northeastern region of the aquifer concentrates the highest amount of wells and water extraction, reaching 63 % of total pumping.

5.5 Calibration

The model calibration approach consisted on using a combination of automated and manual methods. The primary objective of the calibration was to minimize the difference between simulated and observed hydraulic heads, while seeking hydrogeologic parameters values consistent with the current knowledge of the aquifer. Five different hydraulic conductivity zonations, i.e. models, were set forth using the criteria explained in Section 5.2, increasing the number of zones on each zonation pursuing the principle of parsimony whilst relating the zones geometry to different

aquifer characteristics. Previous estimates of hydraulic conductivity for each zone were modified through automatic calibration.

A 39-year transient simulation, with yearly periods, was performed. The model was calibrated against 317 observed piezometric levels. Those levels span a 30-40 year time window starting in the 70's, therefore some may not be representative of current conditions in areas of intense pumping. Moreover, the reliability of some field data is questionable as wells may not be cased along confining units, resulting in an integrated reading that may be interfered by local-type flows. An addition source of error is the value of well elevation, needed for estimating piezometric level, especially in areas of steep slopes. Observations are not evenly distributed across the study area, the majority of measurements are located near or at outcropping areas of the aquifer; along the central region, where the aquifer reaches its maximum depth, data points are sparse. The absence of data is notorious within Argentinean territory. Observed levels range from a maximum of 1202 m.a.s.l. to a minimum of 10 masl. In the absence of transient head data for calibration, all available observations were assigned to the last period. Given the quality of observations and the piezometric levels maximum-minimum range, the calibration target was set at ± 40 m for mean error statistics.

6 Results and discussion

Model performance and results were analyzed following various criteria applied to piezometric levels, mass balance components, hydraulic conductivity zonations and ranges of hydraulic conductivity.

6.1 Piezometric levels

The optimized transient models were evaluated with respect to the match between observed and simulated piezometric levels. The root mean square residuals (RMS) were calculated as (Zheng and Bennett (1995):

$$RMS = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_{obs_i} - h_{sim_i})^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

where h_{sim} and h_{obs} are simulated and observed hydraulic head, respectively, and N is the number of observations. The subscript i indicates observation number, while the term in parenthesis is called model error. RMS values show an improvement of model calibration as the number of K zones increases (Table 1). It remained outside the calibration target for all but the last zonation reaching a minimum of 36.99 m.

The linear correlation coefficient R^2 varied from 0.922 for Z1 zonation to 0.968 for Z5 zonation, indicating a significant linear correlation between calculated and observed levels for all cases (Table 1). Fig. 6 shows calibration results for scenario Z5. Model results closely replicate groundwater flow patterns, both, concerning flow directions and hydraulic gradients. Regional groundwater flow is from northeast and northwest toward the center of the sedimentary basin and then south. Modeling results along the western boundary show that regional flow is disrupted by local recharge/discharge systems, a pattern present in the observed piezometric map of Fig. 2. The eastern boundary and adjacent areas are characterized by steeper simulated hydraulic gradients, in coincidence with observed gradients within highly exploited areas in the northeast and steep terrain in the central-east, while smoother gradients are encountered at the center of the simulated area.

Nonetheless, R^2 is not a good indicator to detect overestimated/underestimated areas. The geographic distribution of errors, with their corresponding sign and magnitude, not only highlights the location and density of calibration data but also helps identifying underestimated/overestimated model areas that would require further modeling efforts, either on the conceptual model or on the calibration process (Fig. 7). The model performs evenly across the modeling domain, with no identifiable overestimated/underestimated regions. As shown in the histogram at the bottom of Fig. 7, the number of outliers, i.e. points for which the absolute value of model error is greater than 80 m, reduces progressively as the number of K zones increases. By the same token, the number of data points within the calibration target also increases reflecting the improvement of model performance, though some extreme errors persist no matter what K zoning is used. This can be explained by several factors: firstly, alternative conceptual models based solely in the K parameter may be an acceptable approach at regional scale but it may be questionable at different spatial scales as the presence of geologic structures not explicitly included in the regional model may influence groundwater circulation. Secondly, calibration data are far from ideal, affecting in turn, model fit. Ideally, availability of transient piezometric levels would be desirable. Only a single set of calibration data points was available with no identification of the time of measurement, limiting transient calibration strategies. This situation is particularly critical in areas of intense pumping. Then, observations were assigned to the last simulated year. Since pumping is very low in regional terms, this approach was considered reasonable, although it is recognized that introduces calibration errors at local-meso spatial scales.

6.2 Water budget

An independent water balance for the entire aquifer is not available, nonetheless qualitative and quantitative analyses are carried out wherever possible to verify the model water budget. Even

though only results for scenario Z5 are shown in Fig. 8, water budget components resulted very similar for all zonations.

Recharge and stream/aquifer fluxes are the dominant input and output flow components, Fig. 8A and 8D, respectively. Simulated stream leakage showed sensitivity to the forcing terms set forth by recharge, prescribed eastern flow (Fig. 8B) and pumping (Fig. 8C). On the contrary, flux through constant head boundaries located to the west (Fig. 8E), and western and southern boundary flows (Fig. 8F and Fig. 8G, respectively) were almost invariant over time and of comparable magnitude, ranging between $155.2 \text{ hm}^3/\text{y}$ and $622 \text{ hm}^3/\text{y}$ (5 to $20 \text{ m}^3/\text{s}$, respectively). Storage augments and decreases in response to sink/sources (Fig. 8H), but no clear trend can be identified. However, during the first years of exploitation, the combination of abundant recharge and low pumping produces a rapid increase in cumulative storage (Fig. 8I). As pumping increases, cumulative storage stabilizes to decline rapidly towards the end of the simulation period, in tune with increasing pumping rates and low-recharge years. Declining recharge rates over time are illustrated by the straight line in Fig. 8I, representing the ratio between the recharge rate for the i -th year, $\text{REC}(i)$, and the steady state recharge rate $\text{REC}(\text{SS})$.

The recent inventory of production boreholes in the GAS (Vives et al., 2008) resulted in a current groundwater exploitation of about $1024 \text{ hm}^3/\text{y}$, with 94% in Brazil (of which 80% is in São Paulo State), 3% in Uruguay, 2% in Paraguay and 1% in Argentina. In global terms, the model water balance indicates that the current rate of groundwater withdrawals does not exceed the rate of recharge. Notwithstanding, pumping is concentrated in heavily populated and industrialized areas where groundwater withdrawals are expected to continue rising in coming years, consequently at local scale the situation may be reversed, even at present. The regional model presented in this work did not intent to quantify local-scale issues. Local models already developed in critical areas would serve that purpose.

Table 2 shows budget terms for the years of maximum and minimum recharge as well as averages for the whole transient period. Recharge ranged from 2014 to $6470 \text{ hm}^3/\text{y}$, averaging $3156 \text{ hm}^3/\text{y}$, equivalent to 84.2 % of inflows. On average, pumping totalled $665 \text{ hm}^3/\text{y}$ representing 16.2 % of outflows. Part of the recharge is converted to leakage along streams. For the minimum recharge year, leakage constituted 53 % of outflows, reaching 70 % for the maximum recharge year, with an average of 61.4 %. Water is discharged through the aquifer boundaries, except at the eastern boundary. This result is consistent with the conceptual model. The magnitude of the western flow plus the outward flow through constant heads to the west is comparable to pumping, while southern flows represent less than 10 % of outflows.

Hirata et al. (2008) made an attempt to independently quantify boundary fluxes using Darcy's law, assuming a hydraulic conductivity range between 1 and 3 m/d and an aquifer thickness between 50 and 300 m, depending on location. They estimated that the southern outward flow would be between 36 and 216 hm³/y; the simulated value for zonation Z5 was 230 hm³/y for steady state conditions, remaining almost invariant throughout transient years. Western boundary flow estimated by Hirata et al. ranged between 137 and 353 hm³/y; the simulated value was 335 hm³/y for steady state, which augmented during the transient period. Albeit the uncertainties and model limitations, this comparison contributes to build confidence on modeling results, helping to progressively close a water balance for the aquifer.

Recent calculations limit recharge to less than 10 % of mean annual precipitation, with values closer to 3-4 %. In a recent study, Rabelo and Wendland (2009) reported 3.5 % of mean annual precipitation of net recharge obtained through a groundwater model calibration in the northeastern region of the aquifer. In this work, the steady state recharge was 3514 hm³/y, equivalent to 35.2 mm/y. Considering a mean annual regional precipitation of 1400 mm, modeled recharge amounts to 2.5 % of that value.

Average stream leakage resulted 2512 hm³/y (81 m³/s) (in actuality, it ranged between 81 m³/s for Z5 zonation to 93.8 m³/s for Z2 zonation). This result leads to two conclusions, firstly stream/aquifer fluxes are not very sensitive to the number of K zones; and secondly, total leakage is small in comparison to minimum flow discharges of the main rivers in the region. For example, the simulated average leakage for the Uruguay river was 8 m³/s while the observed absolute minimum discharge for the period 1931/2001 was 382 m³/s (its average discharge is 2300 m³/s). This meager flow renders the verification of some modeling results very challenging.

Araújo et al. (1999) postulated that the principal discharge area of the GAS was probably located between the Paraná and Uruguay rivers, although Campos (2000) raised doubts about this hypothesis. Nonetheless, this hypothesis was tested with the model and proved to be consistent with the other water budget terms.

Distinct responses are found on a stream-by-stream basis analysis. Four streams were selected in representative areas to study stream/aquifer fluxes in more detail. Those are: Tacuarembó river (outcropping area in Uruguay, intensive pumping, Fig. 9a), Ypané river (outcropping area in Paraguay, low pumping, Fig. 9b), Jacaré Papira River (outcropping area in northeastern Brazil, very intensive pumping, Fig. 9c), and Paraná River (confined area in northeastern Argentina, Fig. 9d). Stream discharge data for the simulated stretches of the first three rivers are lacking.

In the four cases, stream/aquifer fluxes shown on the left of Fig. 9 were sensitive to changes in hydraulic conductivity. Streams located in heavily pumped regions, i.e. Tacuarembó River and Jacaré Papira rivers, switched from a gaining condition on early years to a losing condition over time for Z5 zonation. An auxiliary variable was defined for the analysis. Let DIF be the difference between leakage for a particular year-Flux(i)- and leakage for steady state-Flux(SS)-. Its values are depicted on the right of Fig. 9. Transient recharge relative to steady state recharge, represented as a solid line, are also shown on the same figure. The Tacuarembó and Jacaré Papira rivers show a similar behavior, flow from the river to the aquifer increases over time in response to increasing pumping. This situation has relevant connotations for conjunctive water resources management in localized areas of the aquifer and should be studied in more detail by combining field work to verify flow magnitudes and numerical simulations to predict system response under various scenarios.

Finally, recharge impacts leakage on the Tacuarembó River, however has little influence on the Jacaré Papira River. Recharge and pumping do not affect the stream/aquifer relationship in confined areas of the aquifer, represented in this case by the Paraná River.

6.3 Model structure

In this section, different criteria implemented in TRANSIN II are used to evaluate the model structure. All of them are based on judging the models, i.e. different zonations, according to the maximum likelihood goodness of fit. Table 3 shows the values of each criterion for the different models. The Z5 zonation was the best model, mainly supported by the large number of K zones. Therefore, it is expected to yield the best fit, even at the risk of model overparametrization.

Increasing the number of zones decreases the values of the different criteria, suggesting that the definition of new K zones is a consistent approach. Even though in the case of Z3 a better fit is achieved, the model is overparameterized. This is concluded from the values of ϕ and BIC, which allow seeing the relationship between the number of parameters and the number of data. In contrast, with only two more zones, the Z4 model improves its predecessor suggesting that zoning is defined consistently. This is logic because Z3 and Z4 zonings were defined using different sources of information and criteria (see section 5.2). The interested reader may resort to the original works of Akaike (1974, 1977), Hannan (1980) and Kashyap (1982) or to the discussion by Heredia (1995) for a more in-depth explanation of the criteria themselves and their use in the context of TRANSIN, respectively.

Partitioning the model domain into an increasing number of K zones was effective to improve the model fit, reducing calibration errors. However, calibrated K for all five scenarios were higher in

the central region of the modeled area, with values above the conductivity range typically expected for sandstones, even considering scale effects (Fig. 10). Along a central corridor and some adjacent areas, K was always greater than 15 m/d, even higher than 30 m/d for scenarios Z2, Z4 and Z5, reaching a maximum of 114.8 m/d for scenario Z2. The maximum calibrated K reduced considerably for scenario Z5, reaching 72.6 m/d. Those values are consistent with lower hydraulic gradients in the area, but they also would indicate the need for the model to conduct flows in that area through, for instance, a preferential flow zone or a connection with overlying/underlying geologic units. This option should be explored in the future incorporating a more detailed geologic layering and their hydraulic interconnection to the conceptual model. Zones of low calibrated hydraulic conductivity along parts of the eastern boundary and the northwest coincide with high hydraulic gradients.

Except for the homogeneous case, the lower end of the K range was between 0.1 and 2.3 m/d, a value coherent with sandstone K values reported in the literature (Freeze and Cherry, 1979) and for the GAS. In the next section, scale effects affecting K are addressed.

6.4 Hydraulic conductivity

Transmissivity, and for that matter hydraulic conductivity, is one of many aquifer parameters that vary with the scale of measurement. This issue is well documented in the literature (Sánchez-Vila et al., 1996; Nilsson et al., 2001). An in-depth analysis of this topic is well beyond the scope of this work. Nevertheless, given the spatial extent of the constructed model, a general comment is merited. This is the first, though not exhaustive, attempt to compile published values of hydraulic conductivity for GAS sandstones in the four countries in order to assess the consistency of the model automatically calibrated K and identify spatial scale effects. Fig. 11 shows the range of reported K values compiled so far, attributed to various authors. Instead of the classical representation of $\log K$ vs. the scale of observation, the x axis simply corresponds to a bibliographic reference number.

Depending on the use of packer tests, slug tests or pump tests a clear scale effect in crystalline rocks, porous carbonate rocks and carbonate aquifers was identified by Sanchez-Vila et al. (1996), Schulze-Makuch and Cherkauer (1997) and Whitaker and Smart (2000), respectively. For GAS sandstones, there seems to be a scale dependence in hydraulic conductivity due to progressive incorporation of larger and better connected transmissive zones as the support volume increases. Reported K values from aquifer test data show little variability. Available data sources do not provide enough information as to identify the test-type influence demonstrated by the

aforementioned authors. Mean hydraulic conductivity for this data set is 2.15 m/d, with reported minimum and maximum values of 0.1 m/d and 4.56 m/d, respectively.

The mean K value obtained from calibration of local scale groundwater flow models is 2.38 m/d, comparable to pump test results. This is presumably due to the classical approach of groundwater model calibration in which the model is used to predict recharge rates from information on water levels, hydraulic conductivity and other parameters that may lead to non-unique modeling results (Scanlon et al., 2002). Hydraulic conductivity and recharge rates are often highly correlated; consequently calibration based only on water level data is limited to estimating the ratio of recharge to hydraulic conductivity. Hence, as Scanlon et al. (2002) stated, the reliability of recharge estimates depends on the accuracy of the hydraulic conductivity data. Then, in many local scale models aimed at estimating recharge rates, hydraulic conductivities values estimated from field data are considered rather representative while recharge rates are the main calibration parameter (Rabelo and Wendland, 2009; Gomez et al., 2010), leading to “calibrated” K values very similar to pump test values.

As the size of the region of interest augments, calibrated K also increases in both, its magnitude and calibrated range. It should be pointed out that the Paraguayan groundwater flow model was based on a more detailed representation of geologic formations. GAS sandstones were simulated with two homogeneous layers, for which calibrated K was 0.05 m/d and 3 m/d, respectively; therefore they should be considered single values and not a hydraulic conductivity range (see dotted line in Fig. 11).

7 Conclusions

Fresh water has already become a limiting resource in many parts of the world. In the future, it will become even more limiting due to increased population, urbanization, and climate change. This limitation will be caused not just by increased demand for water, but also by pollution. Immersed within this context, the Guarani Aquifer System (GAS) is being increasingly exploited for freshwater supply, and for industrial and agricultural uses. The present study has shown that a transient-regional scale groundwater flow model can provide valuable insights regarding the flow system functioning and the relative magnitude of water budget components given an extraction volume still very small in comparison with the aquifer volume. Even though the model was constructed on a simplified conceptual model, it constitutes the first attempt to simulate the entire aquifer including budget terms previously overlooked.

The hypothesis of a continuous sedimentary unit may be sustainable as a first approximation to construct a numerical model covering the full extent of the aquifer. Combined with an increasing number of K zones and an appropriate set of boundary conditions, that hypothesis yielded errors within the calibration target in a regional sense. Nonetheless, this approach was insufficient to improve calibration in areas known for the presence of structural controls that may influence groundwater flow patterns.

Given the amount and quality of data for calibration, model results were acceptable as measured by standard statistics. Surely, the availability of current piezometric levels, extraction volumes and stream discharges would help be used to produce a better model.

Calibrated K values were coherent with low/high hydraulic gradients. However, calibrated K in the central region of the modeled area was above the conductivity range typically expected for sandstones. This result highlights the need to analyse the possible hydraulic interconnections between the GAS and pre-GAS/pos-GAS sediments.

The location and character of the south-western boundary of the aquifer remains an open issue, though it was demonstrated that reaches along the Paraná and Uruguay Rivers could be potential discharge zones, as postulated by previous authors. Simulated stream leakage along those reaches resulted very small, but so were other water budget components when analyzed in perspective considering the aquifer extent and its storage volume. The model was also instrumental for the understanding of the dynamics of the system along the western boundary, which resulted on an outflow condition, compatible with observed water level data and hydraulic gradients. The magnitude of the simulated discharge through that boundary matched independent estimates by other researchers.

At a regional scale, the importance of the stream/aquifer interaction process manifested by the 61.4 % contribution of this term to total outflow, being its magnitude second to recharge. In addition, model calculated recharge was coherent with recent estimates from other studies. Even though a water budget for the entire aquifer is not yet available, these qualitative and quantitative analyses contribute to build confidence in model results.

On average, pumping represented 16.1 % of inflows while aquifer storage experienced a small overall increment. The model water balance indicates that the current rate of groundwater withdrawals does not exceed the rate of recharge on a regional sense. Notwithstanding, pumping is concentrated in heavily populated and industrialized areas where groundwater withdrawals are expected to continue rising in coming years, consequently at local scale the situation may just be

reversed, even at present. It is worth noting that this regional model did not intent to quantify local-scale issues. Local models already developed in critical areas would serve that purpose.

The model presented in this work greatly improved its predecessors, integrating information recently generated and extending the model area. In all, the parameter sets and the water balance from the calibrated model add to the current understanding of the hydrodynamics of the GAS, highlighting the importance of contributing water balance terms.

Acknowledgements

This work was financially supported by the National Agency for the Promotion of Science and Technology (Argentina) , the Instituto de Hidrología de Llanuras of the Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (Argentina), and the Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas of the Universidad Nacional del Litoral (Argentina).

References

- Akaike, H.: A new look at statistical model identification. *IEEE Trans Automat Contr* AC-19:716–722, 1974.
- Akaike, H.: On entropy miximisation principles. In: *Proc. Symp. on Applications of Statistics* ed. P. R. Krishnaiah, 27-47''. Amsterdam, The Netherlands, 1977.
- Araújo, L.M., Franca, A.B., and Poter, P.E.: Hydrogeology of the Mercosul Aquifer System in the Paraná and Chaco-Paraná Basins, South America, and comparison with the Navajo-Nugget Aquifer System, USA. *Hydrogeology Journal*, 7, 317-336, 1999.
- Barthel, R.: An indicator approach to assessing and predicting the quatitative state of groundwater bodies on the regional scale with a special focus on the impacts of climate change. *Hydrogeology Journal*, 19, 525-546, 2011
- Bigarella, J. and Salamuni, R.: Early Mesozoic wind patterns as suggested by dune bedding in the Botucatu Sandstone of Brazil and Uruguay. *Geol. Soc. Am. Bull.* 72, 989–1106, 1961.
- Bredehoeft, J.: The conceptualization model problem-surprise. *Hydrogeology Journal*, Volume 13, Number 1, 37-46, 2005.

- Bugeda, G.: Utilización de técnicas de estimación de error y generación automática de mallas en procesos de optimización estructural. Escuela Técnica Superior de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, Doctoral Thesis, 1990.
- Campos, H.C.N.S.: Applied groundwater modeling in the Botucatu aquifer system, Brazil. 8th Congress of the International Association of Engineering Geology and the Environment, Vancouver, Canada. Proceedings Balkema, Rotterdam, 2359-2366, 1998.
- Campos, H.C.N.S.: Mapa hidrogeológico do aquífero Guarani. Acta Geol. Leopoldensia 23 (4), 1–50, 2000.
- Carrera, J. and Neuman, S.: Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions, I, Maximum likelihood method incorporating prior information. Water Resources Research, 22 (2), 199-210, 1986.
- Carrera, J., Alcolea, A., Medina, A., Hidalgo, J., and Slooten, L.: Inverse problem in hydrogeology. Hydrogeology Journal 13: 206-222, 2005.
- Chang, H.: Proteção Ambiental e Gerenciamento Sustentável Integrado do Aquífero Guaraní- tema 3 [Environmental protection and sustainable management of the Guaraní Aquifer, topic 3]. Available in http://www.ana.gov.br/guarani/gestao/gest_cbasico.htm, 2001.
- Custodio, E. and Llamas, J.R.: Hidrología Subterránea. Ed. Omega, Barcelona. pp. 2450, 1976. Fernandes, A.J., Wahnfried, I., Varnier, C., Maldaner, C., Pressinotti, M.M.N., Ferreira, L.M.R., Iritani, M.A., Hirata, R., Shapiro, A., and Rouleau, A.: Modelo conceitual de circulação de água nos basaltos de Ribeirão Preto e como isto afeta a vulnerabilidade do SAG. In: SODERMA, Congr. Aquífero Guarani, 2, Ribeirão Preto, 2008. Anais (CD-ROM), 6p.
- Ferreira, F.J.F.: Alinhamentos estruturais-magnéticos da região Centro-Oriental da Bacia do Paraná e seu significado tectônico. Geología da Bacia do Paraná, Reavaliação da Potencialidade e Prospectividade em Hidrocarbonetos. Sao Paulo, PAULIPETRO, p.143-166, 1982.
- Fernandes, A.J., Negri, F., Azevedo Sobrinho, J.M. Varnier, C., y Janasi, J.: Analise de fraturas dos basaltos do Aquifero Serra Geral e o potencial de recarga regional do Sistema Aquifero Guarani., Boletín Geológico y Minero, Volumen 123, Número 3, 325-339, 2012.
- Feyen, J. and Wiyo, Ž.K.: Modeling of transport processes in soils at various scales in space and time. Feyen, J., Wiyo, Ž.K. (Eds). Wageningen Pers, Wageningen, The Netherlands, 794 pp, 1999.

- Foster, S., Hirata, R., Vidal, A., Schmidt, G., and Garduño, H.: The Guarani Aquifer Initiative – Towards Realistic Groundwater Management in a Transboundary Context. GW-Mate Sustainable Groundwater Management, Lessons for Practice, Case Profile Collection Num. 9, 2009.
- Freeze., R.A. and Cherry, J.A.: Groundwater. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1979.
- Gilboa, Y., Mero, F., and Mariano, I.B.:x The Botucatu aquifer of South America, model of an untapped continental aquifer. *Journal of Hydrology*. 29, 165–179, 1979.
- Gómez, A.A., Rodríguez, L., and Vives, L.: The Guarani Aquifer System: estimation of recharge along the Uruguay–Brazil border. *Hydrogeology Journal*,18: 1667-1684, 2010.
- Gossel, W., Ebraheem, A.M., and Wycisk, P.: A very large scale GIS-based groundwater flow model for the Nubian sandstone aquifer in Eastern Sahara (Egypt, northern Sudan and eastern Libya). *Hydrogeology Journal*, 12:698–713, 2004.
- Habermehl, M.A. and Lau, J.E.: Hydrogeology of the Great Artesian Basin, Australia. 1:2,500,000 map, Australian Geological Survey Organization, 1997.
- Hannan, E.S.: The estimation of the order of an ARMA process. *Ann Stat* (8):1071–1081, 1980.
- Harbaugh, A.W., Banta, E.R., Hill, M.C., and McDonald, M.G.: MODFLOW-2000, the U.S. Geological Survey modular ground-water flow model - User guide to modularization concepts and ground-water flow process. U.S. Geological Survey Open-File Report 00-92. Reston, Virginia, 130 pp, 2000.
- Heilweil, V.M., Watt, D.E., Kip Solomon, D., and Goddard, K.E.: The Navajo aquifer system of Southwestern Utah. Geological Society of America 2002 Rocky Mountain Section Annual Meeting Southern Utah University, Cedar City, Utah, May 6, 2002.
- Heine, C.A.: Fundamentos teóricos e concepção do método de análise da Sustentabilidade do uso do Sistema Aquífero Guarani na região urbano-industrial de Estância Velha e Ivoti – RS”. Universidade do Vale do Rio Dos Sinos, São Leopoldo – Brasil, 2008.
- Heinl, M. and Brinkmann, P.J.: A groundwater model of the Nubian aquifer system. *Hydrological Sciences - Journal - des Sciences Hydrologiques*, 34,4, 1984.
- Heredia, J.: Determinación automática de la geometría de las formaciones hidrogeológicas. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña, España. Pp. 190, 1984.
- Hirata, R., Gastmans D., Santa Cruz, J., Soares, P.C., Faccini, U., Araguas-Araguas, L., and Vives, L.: Modelo conceitual, funcionamento e potencialidades do Sistema Aquífero Guarani. II Congresso Aquífero Guarani, 04 a 07 de noviembre 2008, Ribeirão Preto, Brasil, pp 54, 2008.

Kashyap, R.L.: Optimal choice of AR and MA parts in autoregressive moving average models. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intel PAMI* 4(2):99–104, 1982.

Lastoria, G., Gasmans, D., Chang, H., Sinelli, O., and Hutcheón, I.: Evidências da conectividade hidráulica entre os Sistemas Aquíferos Serra Geral e Guaraní no Estado De Mato Grosso Do Sul e aspectos ambientais correlacionados. XV Encontro Nacional de Perfuradores de Poços. I Simpósio de Hidrogeologia do Sul-Sudeste, 2010.

LEBAC: Mapa hidrogeológico del Sistema Acuífero Guaraní (Hydrogeological map of the Guaraní Aquifer System). Project for Environmental Protection and Sustainable Development of the Guaraní Aquifer System. Global Environment Facility (GEF). Technical Report. 57 pp., 2008.

Luckey, R.R. and Becker, M.F.: Hydrogeology, water use, and simulation of flow in the High Plains aquifer in northwestern Oklahoma, southeastern Colorado, southwestern Kansas northwestern New Mexico, and northwestern Texas. U.S. Geological Survey Water-Resources Investigations Report 99-4104, 1999.

Manzano, M. and Guimaraens, M.: Hidroquímica Regional del SAG. Estudio del origen de la composición química de las aguas subterráneas del Sistema Acuífero Guaraní (Regional Hydrochemistry SAG. Study of the origin of the chemical composition of groundwater Guaraní Aquifer System). Project for Environmental Protection and Sustainable Development of the Guaraní Aquifer System. Global Environment Facility (GEF). Technical Report. 223 pp, 2008.

Medina, A. and Carrera, J.: Coupled estimation of flow and solute transport parameters. *Water Resources Research*, 32(10), 3063-3076, 1996.

Medina, A., Galarza, G. and Carrera, J.: TRANSIN, versión II. Fortran code for solving the coupled flow and transport inverse problem in saturated conditions. El Berrocal Project. Characterization and validation of natural radionuclide migration processes under real conditions on the fissured granitic environment. European Commission Contract n° FI2W/CT91/0080. Topical Report 16. ENRESA, 1996.

Michael, H.A. and Voss, C.I.: Estimation of regional-scale groundwater flow properties in the Bengal Basin of India and Bangladesh. *Hydrogeology Journal* 17: 1329-1346. DOI 10.1007/s10040-009-0443-1, 2009.

Neuzil, C.E.: How permeable are clays and shales? *Water Resources Research* 30(2):145-150, 1994.

Rabelo, J.L. and Wendland, E.: Assessment of groundwater recharge and water fluxes of the Guaraní Aquifer System, Brazil. *Hydrogeology Journal* 17: 1733–1748, 2009.

Reboucas, A.C.: Recursos hídricos subterráneos da Bacia do Paraná -Análise de préviabilidade. Post Ph.D. Thesis, USP-São Paulo University, São Paulo, 1976.

Reboucas, A.C. and Fraga, C.G.: Hidrogeologia das rochas vulcânicas do Brasil. *Revista Brasileira de Águas Subterrâneas*. São Paulo, 12:29-55, 1988.

Robinson, C.A., Werwer, A., El-Baz, F., El-Shazly, M., Fritch, T., and Kusky, T.: The Nubian Aquifer in Southwest Egypt . *Hydrogeology Journal*, volume 15, Number 1, 33-45, 2007.

Rossello, E.A., Veroslavsky, G., de Santa Ana, H., Fúlfaro, V.J., and Fernández Garrasino, C.A.: La dorsal Asunción - Río Grande: un altofondo regional entre las cuencas Paraná (Brasil, Paraguay y Uruguay) y Chacoparanense (Argentina). *Revista Brasileira de Geociências*, volume 36, 181-196, 2006.

Sánchez-Vila, X., Carrera, J., and Girardi, J.P.: Scale effects in transmissivity. *Journal of Hydrology*, 183, 1-22, 1996.

Scanlon, B.,R., Healy R.W., and Cook, P.G.: Choosinh appropriate techniques for quantifying groundwater recharge. *Hydrogeology Journal*, volume 10, number 1, 18-39, 2002.

Schulze-Makuch, D. and Cherkauer, D.S.: Variations in hydraulic conductivity with scale of measurement during aquifer tests in heterogeneous, porous carbonate rocks. *Hydrogeology Journal*, volume 6, number 2, 204–215, 1998.

SNC Lavalin Internacional: Modelo numérico hidrogeológico del área piloto Itapúa. Sistema Acuífero Guaraní. Contrato No. LPI/03/05 Servicios de Inventario, Muestreo, Geología, Geofísica, Hidrogeoquímica, Isótopos e Hidrogeología Localizada de las Áreas Operativas Norte y Sur del Sistema Acuífero Guaraní. Preparado por Dr. Christopher Neville Dr. Henri Sangam, 2008a.

SNC Lavalin Internacional: Modelo numérico hidrogeológico del área piloto Rivera-Santana. Sistema Acuífero Guaraní. Contrato No. LPI/03/05 Servicios de Inventario, Muestreo, Geología, Geofísica, Hidrogeoquímica, Isótopos e Hidrogeología Localizada de las Áreas Operativas Norte y Sur del Sistema Acuífero Guaraní. Preparado por David Charlesworth, Azita Assadi y Henri Sangam, 2008b.

SNC Lavalin Internacional: Modelo numérico hidrogeológico del área piloto Ribeirão Preto. Sistema Acuífero Guaraní. Contrato No. LPI/03/05 Servicios de Inventario, Muestreo, Geología, Geofísica, Hidrogeoquímica, Isótopos e Hidrogeología Localizada de las Áreas Operativas Norte y Sur del Sistema Acuífero Guaraní. Preparado por Henri Sangam, Jonathan Hunt y David Charlesworth, 2008c.

SNC Lavalin Internacional: Modelo numérico hidrogeológico del área piloto Salto-Concordia. Sistema Acuífero Guaraní. Contrato No. LPI/03/05 Servicios de Inventario, Muestreo, Geología, Geofísica, Hidrogeoquímica, Isótopos e Hidrogeología Localizada de las Áreas Operativas Norte y Sur del Sistema Acuífero Guaraní. Preparado por David Charlesworth, Azita Assadi y Henri Sangam, 2008d.

Soares, A.P.: Variabilidade espacial no Sistema Aquífero Guarani: controles estratigráficos e estruturais. Tesis Doctoral del Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do sul, Brasil, 2008.

Sracek, O. and Hirata, R.: Geochemical and stable isotopic evolution of the Guarani Aquifer System in the State of Sao Paulo, Brazil. *Hydrogeology Journal*, 10, 643-655, 2002.

Vassolo, S.: Uso sostenible del sistema acuífero Guaraní en el sector oriental del Paraguay (Sustainable use of the Guarani Aquifer System in the Paraguayan Eastern sector). Final Report Project Sistema Acuífero Guaraní in cooperation with Environment Secretary (SEAM). Asunción, Paraguay, 2007.

Vives, L., Campos, H., Candela, L., and Guarracino, L.: Modelación del acuífero Guaraní (Guaraní Aquifer Modeling). *Boletín Geológico y Minero* 112, Número Especial, 51-64, 2001.

Vives, L.S., Rodríguez, L.B., Gómez, A.A., and Cota, S.D.S.: Modelación numérica regional del Sistema Acuífero Guaraní (Regional numerical modeling of the Guarani Aquifer System). Project for Environmental Protection and Sustainable Development of the Guarani Aquifer System. Global Environment Facility (GEF). Technical Report. 144 pp, 2008.

Welsh, W.D.: Great Artesian Basin transient groundwater model. Report Bureau of Rural Sciences, Australian Government, 2006.

Whitaker, F.F. and Smart, P.L.: Characterizing scale-dependence of hydraulic conductivity in carbonates: evidence from the Bahamas. *Journal of Geochemical Exploration* 69–70, 133–137, 2000.

Zálan, P.V., Wolff, S., Astolfi, M.A., Vieira, I.S., Conceição, J.C.J., Neto, E.V.S., Cerqueira, J.R., and Marques, A.: The Paraná basin. In: Leighton, Jr., M.M., Kolata, D., Oltz, D., Eidel, J. (Eds.), *Interior Cratonic Basins*, vol. 51. American Association of Petroleum Geologists Memoirs, pp. 681–708, 1990.

Zheng, C. and Bennett, G.D.: *Applied contaminant transport, Theory and practice*. Van Nostrand Reinhold, 444 pp., 1995.

Table 1 – Goodness of fit estimators

	Kzones	RMSE	R ²
Z1	1	58.27	0.922
Z2	9	53.12	0.934
Z3	17	45.81	0.950
Z4	19	42.13	0.958
Z5	31	36.99	0.968

Table 2 – Model mass balance (volumetric rates expressed in hm^3/y , percentages referred to average rates) - PEF: prescribed eastern flow; PH: prescribed head; WF: western flow; SF: southern flow. Maximum values correspond to the fourth simulated year, minimum values correspond to the thirtieth simulated year.

<i>Inflow</i>		Max	Min	Average	%
	Recharge	6470	2014	3516	84.2
	PEF	1212	377	659	15.8
	<i>TOTAL</i>	7682	2391	4175	
<i>Outflow</i>					
	Leakage	3135	2155	2512	61.4
	PH	194	149	164	4.0
	WF	602	485	526	12.9
	SF	293	191	227	5.5
	Pumping	248	1024	665	16.2
	<i>TOTAL</i>	4472	4004	4094	
Change in	Storage	3210	-1613	81	

Table 3 – Model structure identification based on the following criteria implemented in TRANSIN: AIC (Akaike, 1974), BIC (Akaike, 1977), ϕ (Hannan, 1980) and d_k (Kashyap, 1982)

	# K zones	AIC	BIC	ϕ	d_k
Z1	1	4281	4285	4282	4289
Z2	9	4240	4275	4254	4285
Z3	17	4233	4300	4260	4314
Z4	19	4133	4209	4163	4221
Z5	31	4064	4188	4113	4229

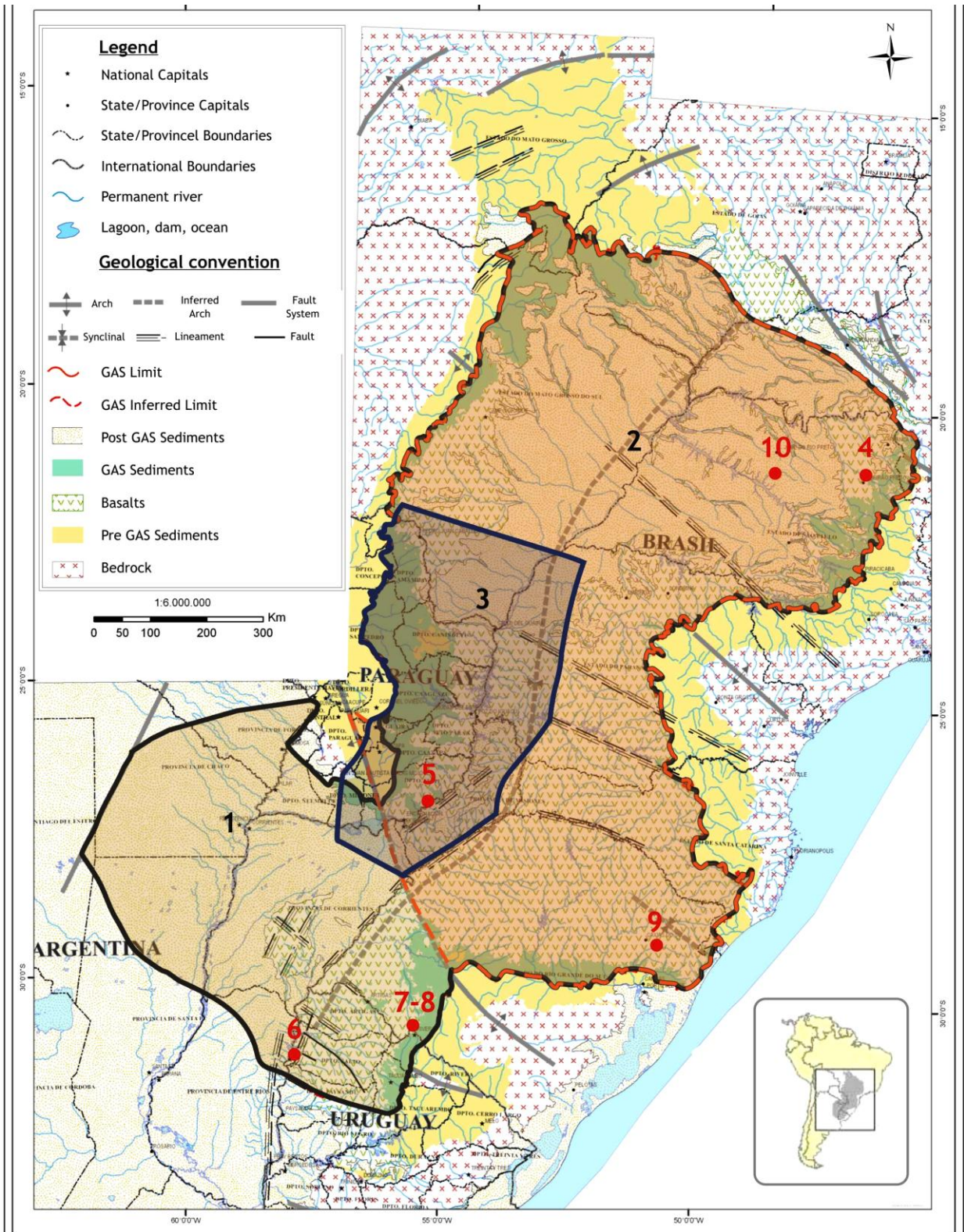


Figure 1. Location of the Guarani Aquifer System. GAS groundwater flow models boundaries: 1) this work; 2) Vives et al. (2001); 3) Vassolo (2007); 4) SNC Lavalin Internacional (2008a); 5) SNC Lavalin Internacional (2008b); 6) SNC Lavalin Internacional (2008c); 7) SNC Lavalin Internacional (2008d); 8) Gómez et al. (2010); 9) Heine (2008); 10) Rabelo and Wendland (2009)

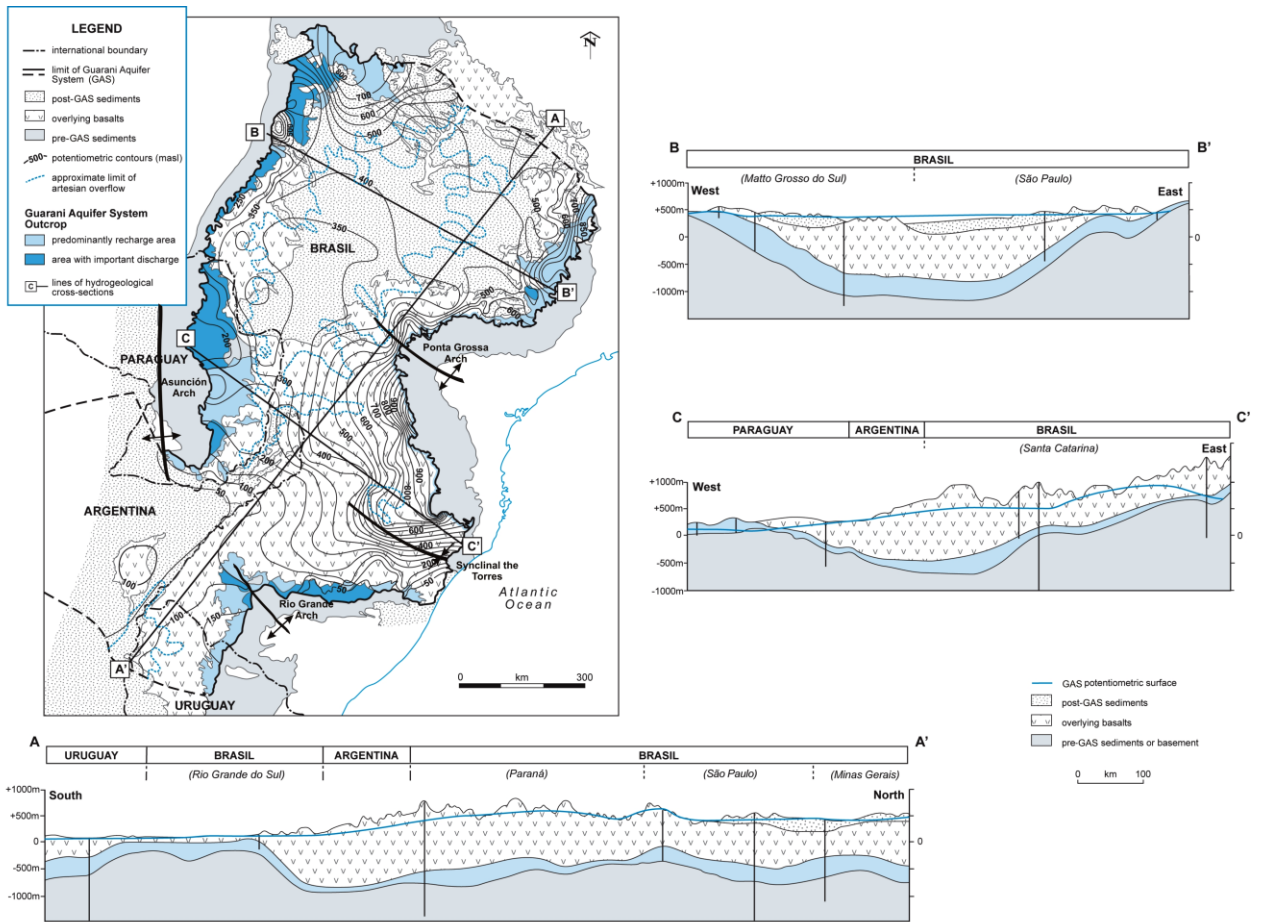


Figure 2. a) Simplified geology showing Pre-GAS and Post-GAS sediments, GAS outcropping areas and potentiometric lines; b) transverse and longitudinal geologic profiles identified in a) (reproduced with permission from Foster et al. 2009)

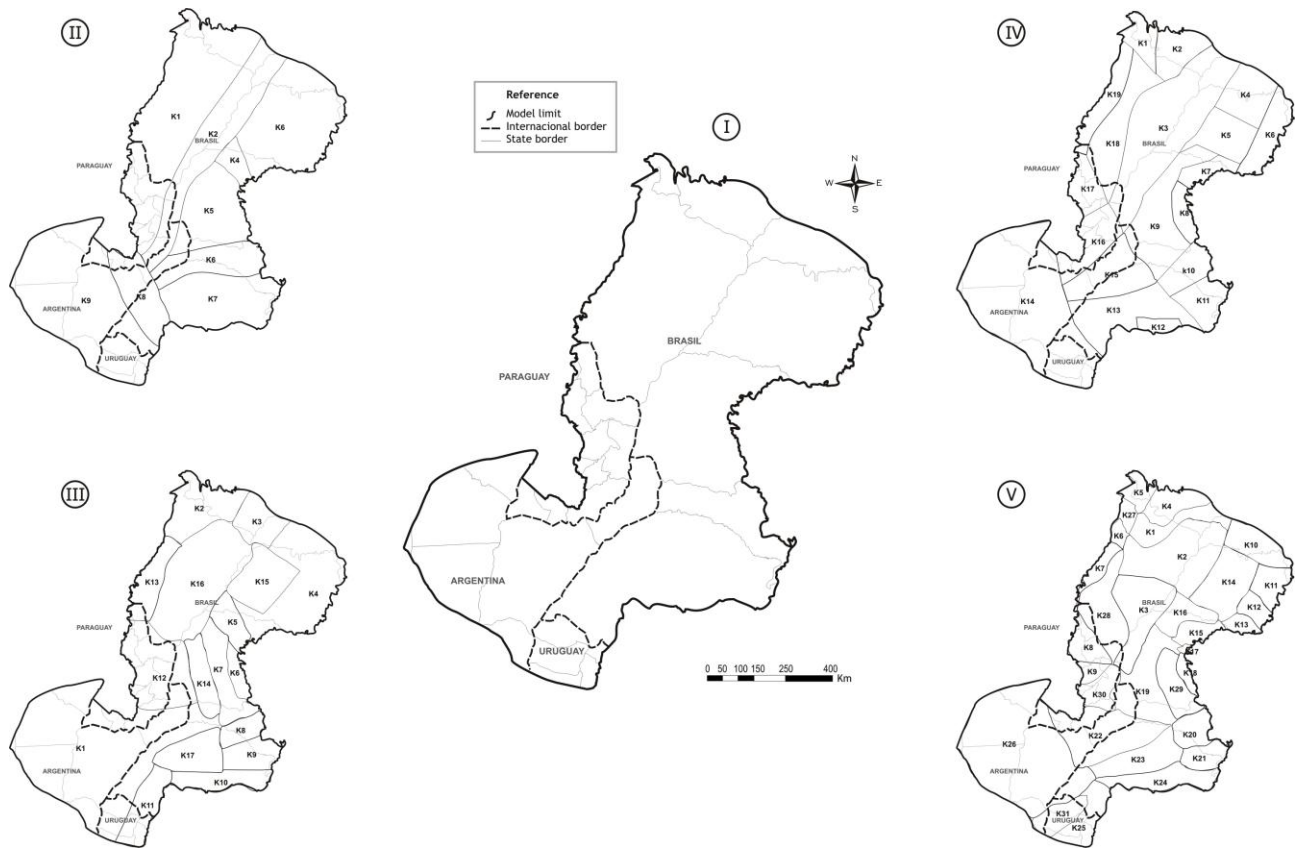


Figure 3. Alternative conceptual models represented by zonings of hydraulic conductivity

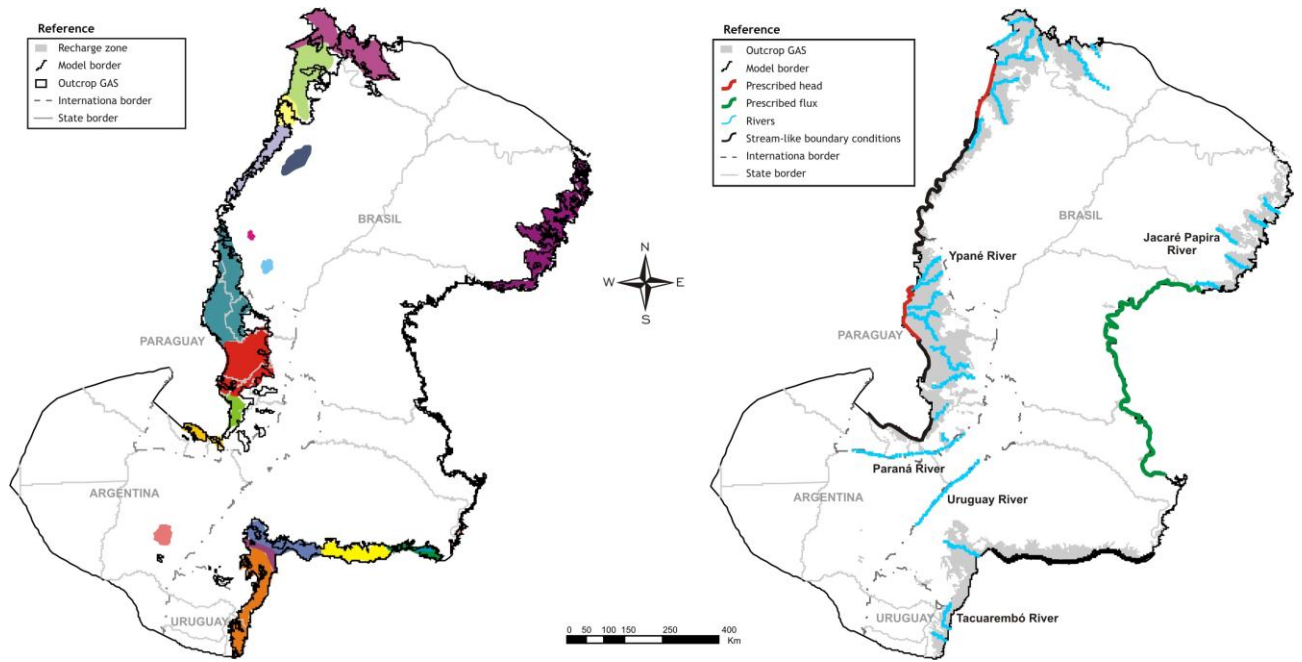


Figure 4. Simulated boundary conditions, recharge areas and stream reaches (Note: only the simulated reach of minor streams and major rivers like the Paraná and Uruguay Rivers, are indicated; the full drainage network is omitted for the sake of clarity)

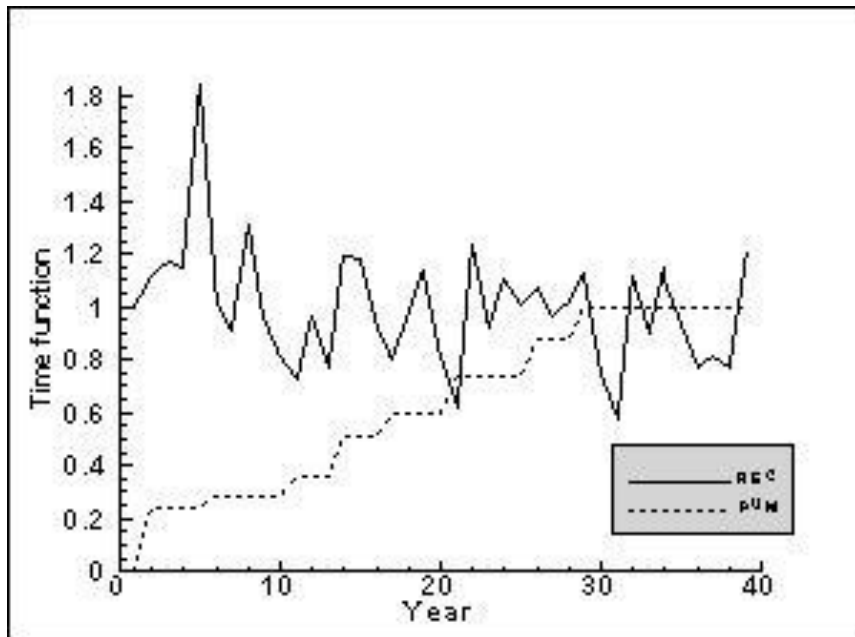


Figure 5. Time function for recharge and pumping applied to the transient simulation

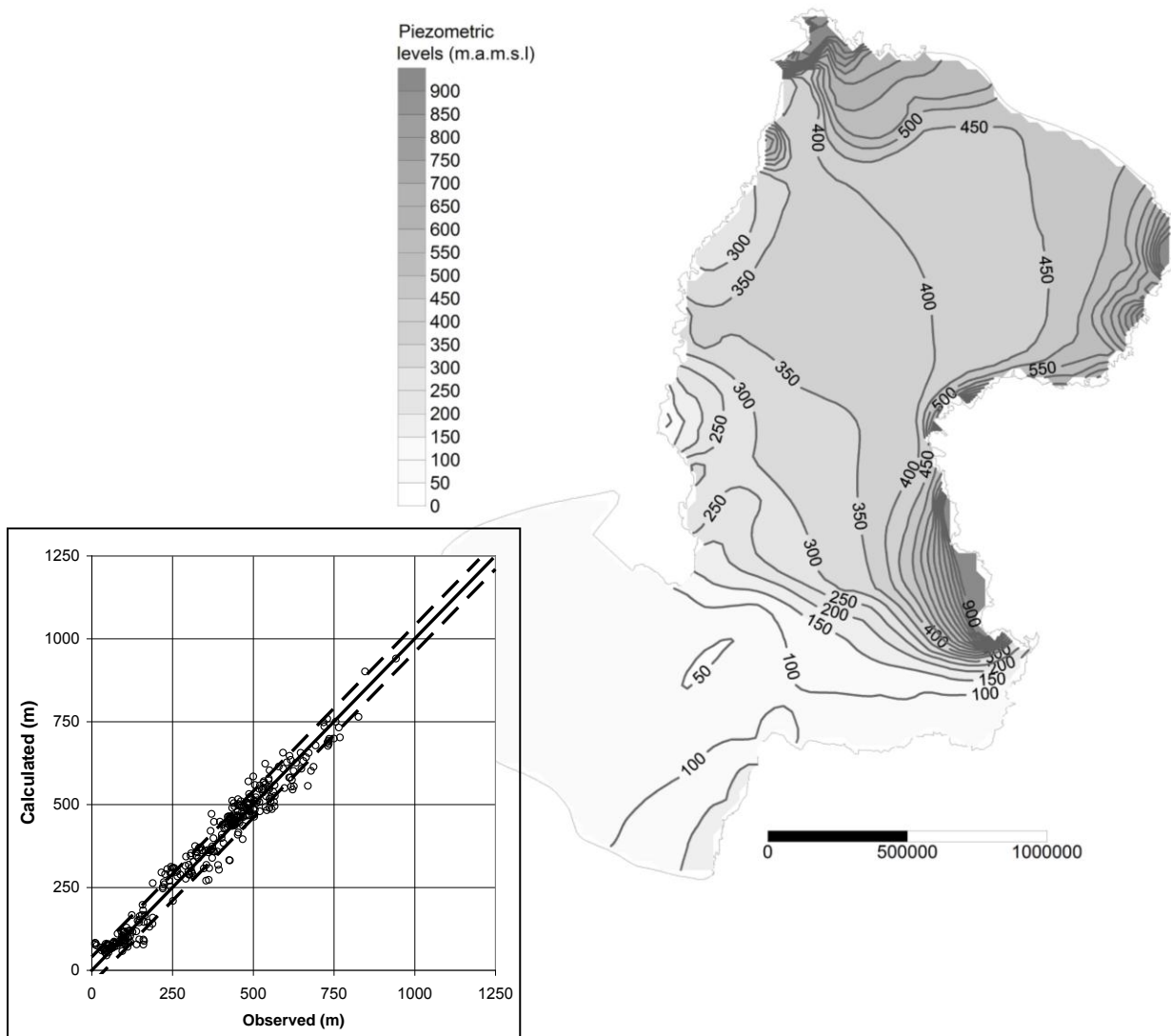
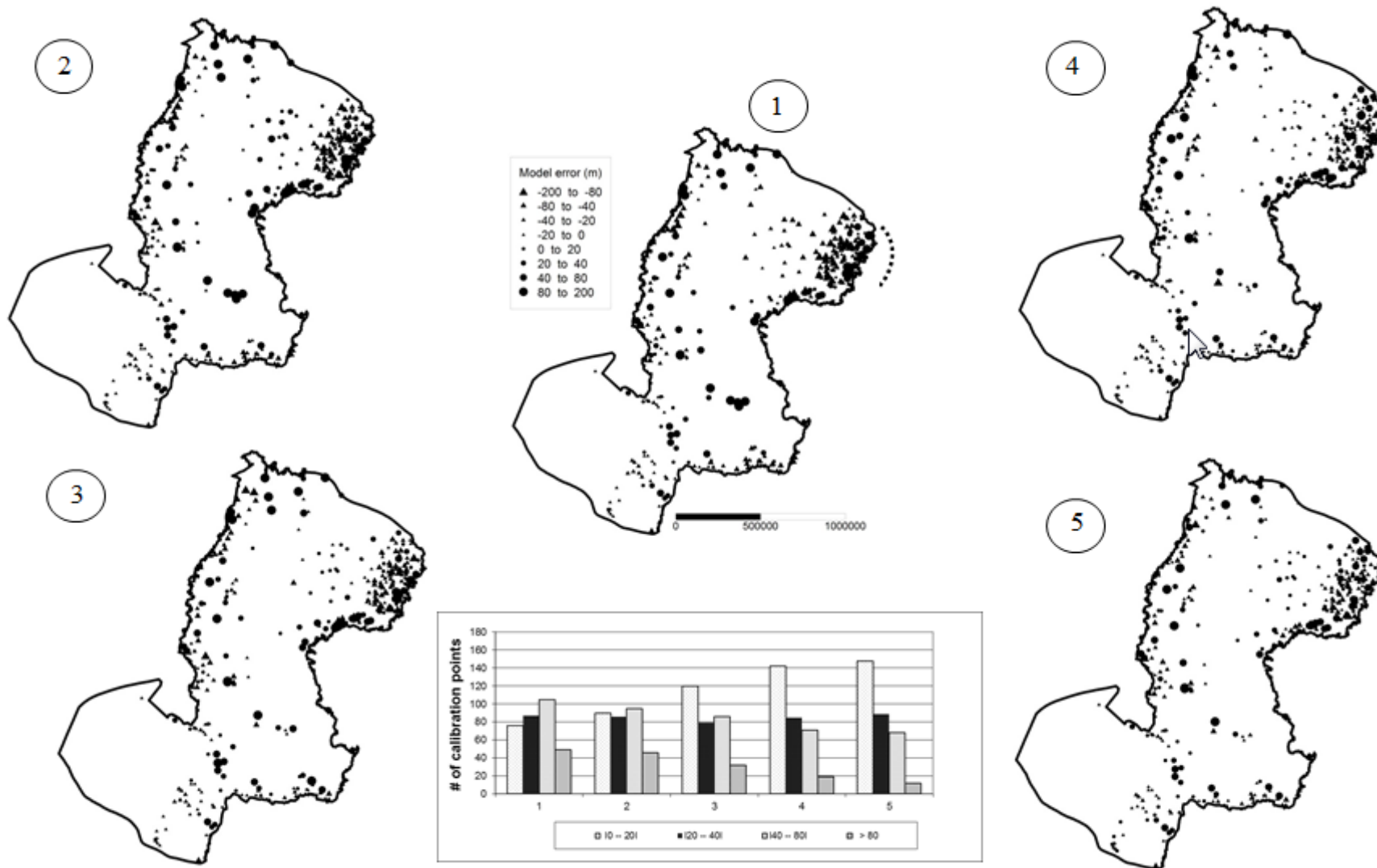
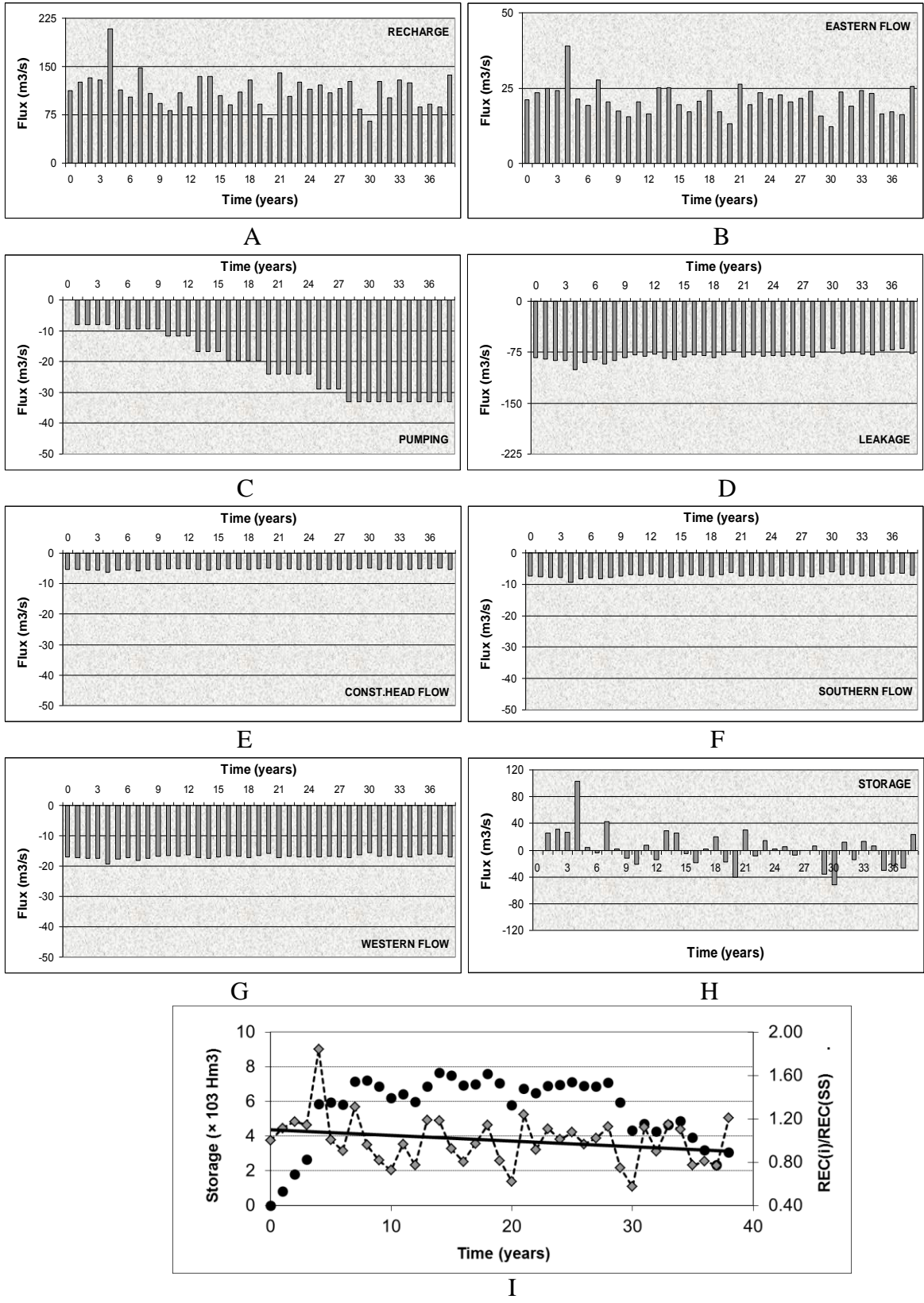


Figure 6. Simulated and observed piezometric levels (m.a.m.s.l) for zonation Z5. (Linear regression and contour map)



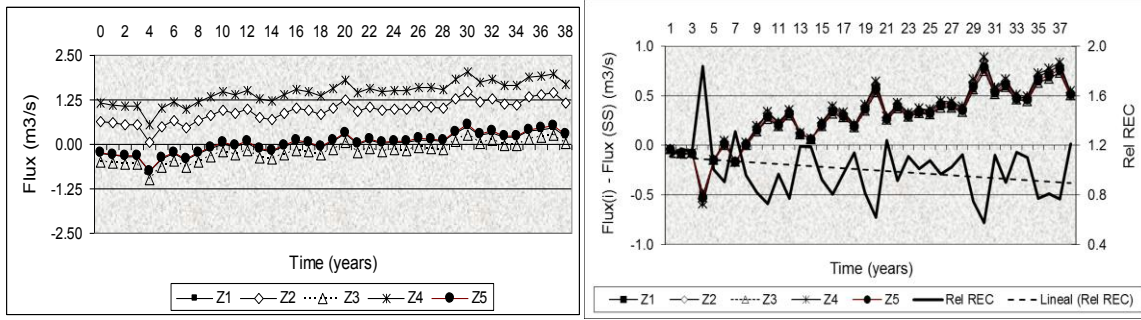
1
 2 Figure 7. Residual error at calibration points for all conductivity zonations. Circles indicate model underestimation, triangles indicate model
 3 overestimation. Residual errors have been grouped into interval classes to highlight the progress of the calibration.

1
2
3
4
5
6
7
8

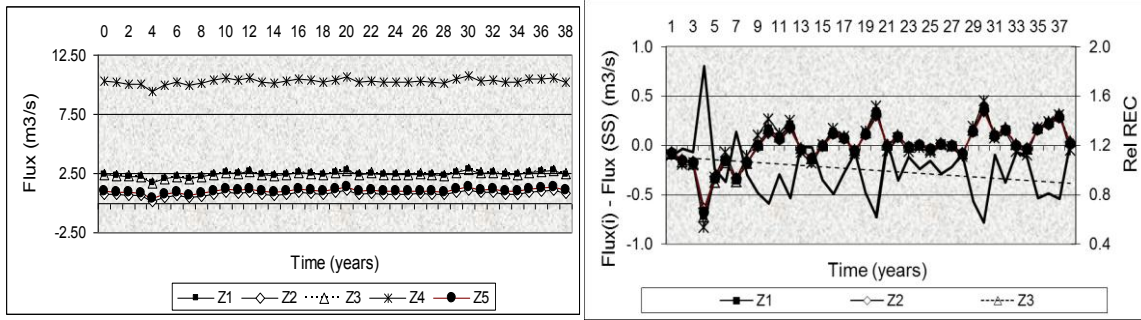


9
10
11
12
13
14
15

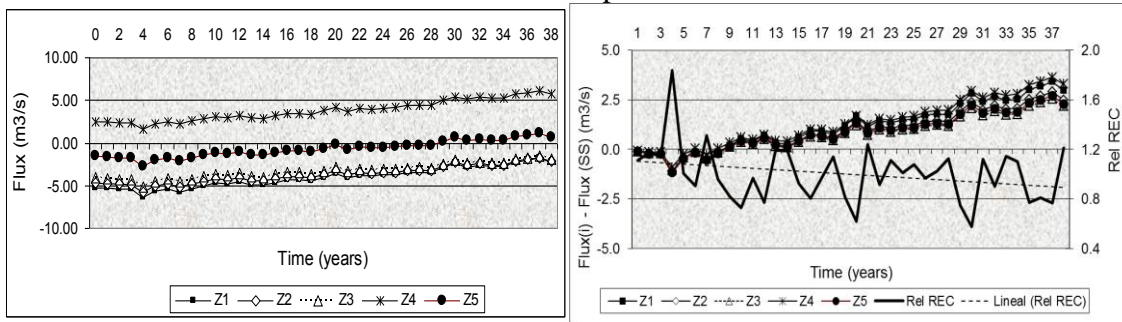
Figure 8. Model water budget components for Z5 zonation. Flow rates are expressed in m^3/s , volumes are expressed in Hm^3 . Negative flows represent water out of the aquifer, positive flows represent water into the aquifer. A, B, C, D, E, F, G and H: annual water budget terms; I : cumulative storage (black circles), relative recharge (gray diamonds).



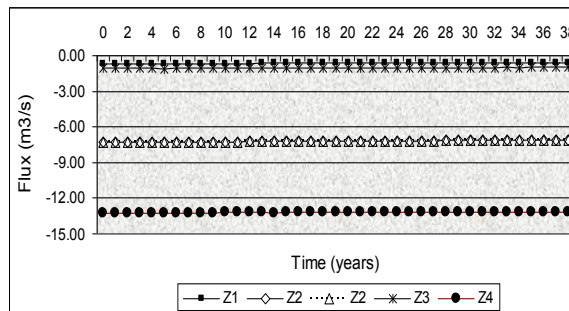
a. Tacuarembó River



b. Ypané River



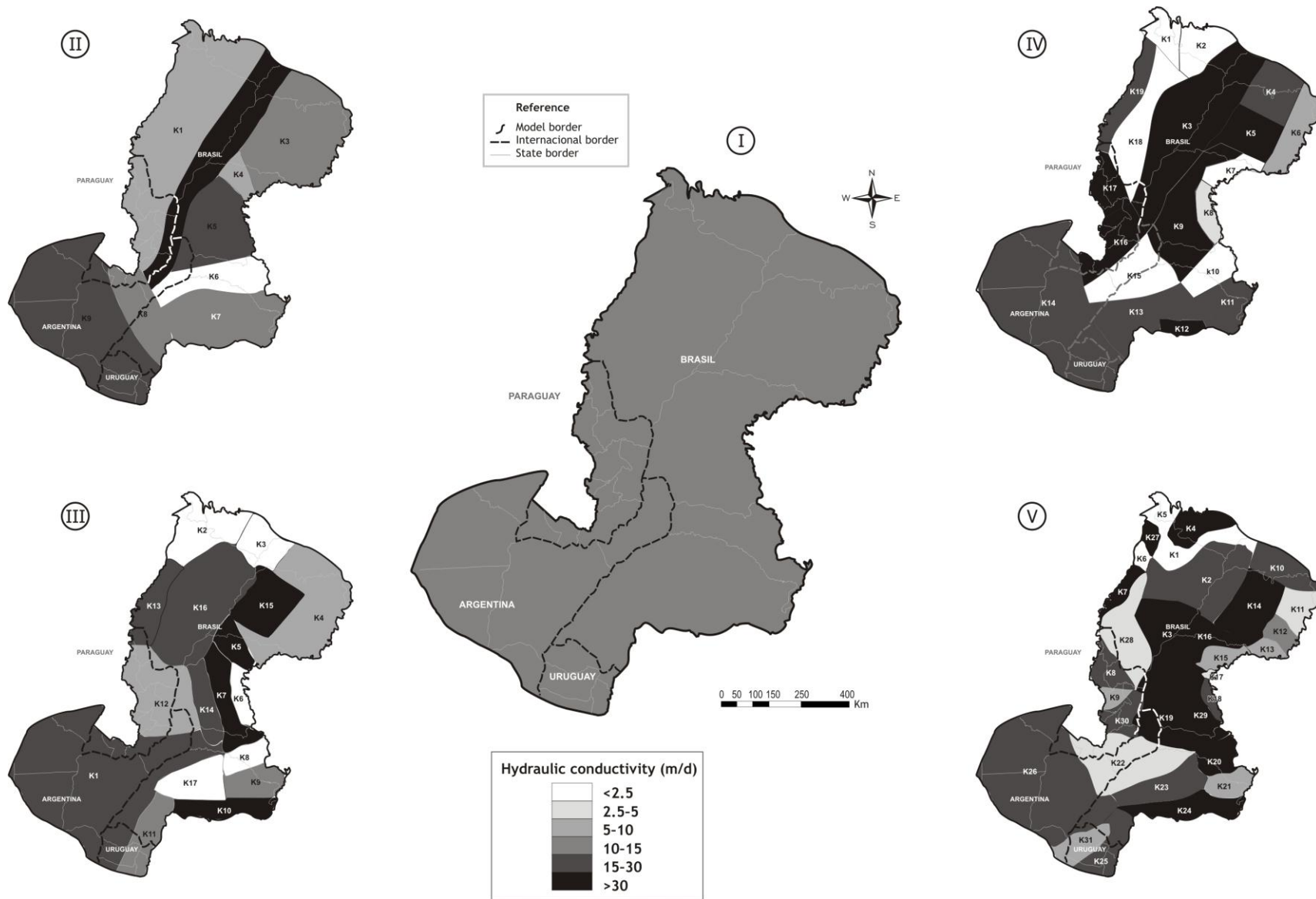
c. Jacaré Papira River



d. Paraná River

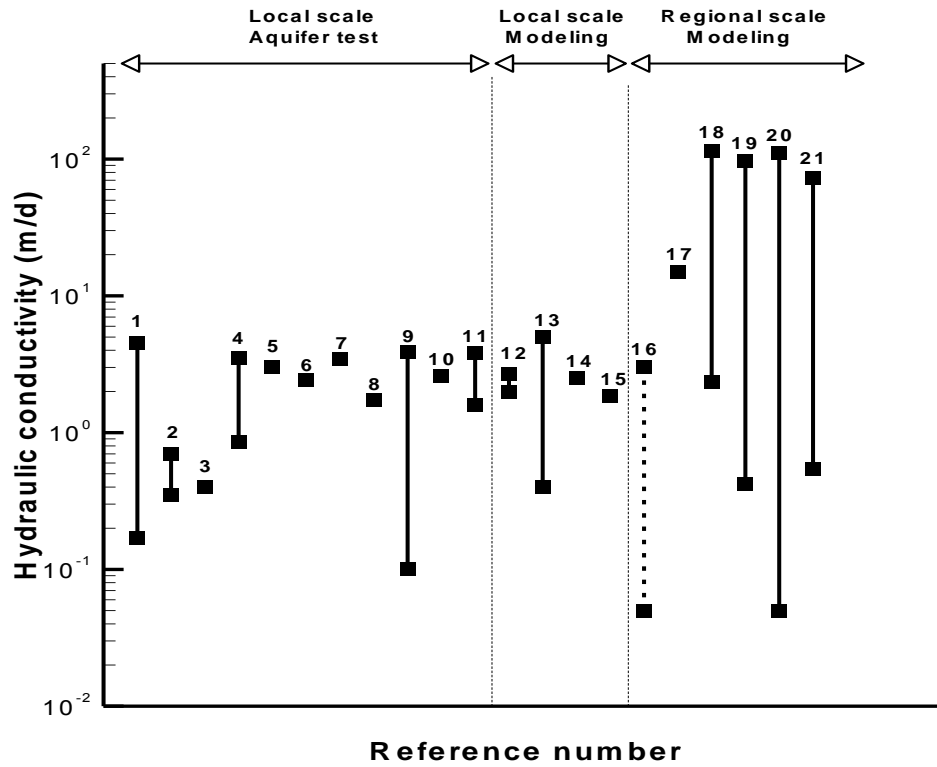
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

Figure 9. Left: stream/aquifer flux (m^3/s) versus time for selected streams for all conductivity zonations. Right: Ratio of transient recharge to steady state recharge (solid line - dimensionless) and change of stream/aquifer flux with respect to steady state condition (m^3/s) for all conductivity zonations.



1
2

3 Figure 10. Calibrated hydraulic conductivity



1
 2 Figure 11. Comparison between calibrated hydraulic conductivity and hydraulic conductivity values
 3 compiled from bibliographic sources. The group “Local scale aquifer test” includes aquifer tests
 4 data; the group “Local scale modeling” includes calibrated K from models ranging from 100 km² to
 5 5000 km² in extent; the group “Regional scale modeling” includes calibrated K from models whose
 6 extent is larger than 400000 km². Reference number 16 corresponds to the model of the Paraguayan
 7 sector of the GAS, references 17-21 to the five zonations discussed in this work. K is reported either
 8 as a single value or a K range.
 9

ANEXO IV

Código computacional 2D

```

1. PROGRAM GWF_Memory_function_2D
2.
3. ! Calcula la ecuacion de flujo subterraneo en 2 dimensiones, para un ensayo de bombeo,
4. ! adicionando un termino de memoria cuando se habilita la opcion necesaria.
5.
6. !VARIABLES
7. !=====
8. !NT, NN, NNY: Numero de pasos de tiempo y de nodos, en la direccion x e y respectivamente.
9. !MF: etiqueta que sirve para habilitar el calculo de funcion de memoria mediante el esquema
   MRMT.
10. !time, t_max: paso de tiempo en consideracion, tiempo maximo para el calculo
11. !h1, h2, hM1, hM2: vectores/matrices de niveles en la zona movil (h) e inmovil (hM), para los
   tiempos anterior (1) y de calculo actual (2)
12. !alpha, SM, S, Kx, Ky: parametros de las zonas movil e inmovil
13. !delt, delx, dely, length1, lengthy, : tamaño del paso de tiempo, tamaño de celda y
   longitud del dominio.
14. !Ho, HL: condiciones iniciales
15. !D, E, F, P, Q, R: parametros que se utilizan para la resolucio del sistema matricial
16. !MB: variable de mass balance, tiene que dar cercano a 0.
17. !Fmem: funcion de memoria para cada una de las celdas en cada paso de tiempo.
18.
19. !Declaración de variables
20. IMPLICIT NONE
21. CHARACTER(len=30) :: UPLO
22. integer i, j, k, l, NNx, NNY, N, MF, KD, NRHS, INFO, LDAB, LDB, r, c, Nodo_central, NSTP
23. integer, ALLOCATABLE, dimension(:) :: IPIV
24. double precision time, alpha, SM, S, Tx, Ty, Ho, HL, Dx, Dy, E, F, G, H, P, U, Z, x, esp, q
25. double precision delx1, length1, dely, lengthy, Aux, PERLEN, TSMULT
26. double precision, ALLOCATABLE, dimension(:) :: delt
27. double precision delV, sum1, sum2, sum3, sum4, sum5, sum6, CH, O, Fmem, MB
28. double precision, ALLOCATABLE, dimension(:, :) :: A
29. double precision, ALLOCATABLE, dimension(:) :: h1, h2, hM1, hM2, B, b1
30. real :: start, finish
31.
32. open(1, file='data.out', status='unknown')
33. open(2, file='matrizA.txt', status='unknown')
34. open(3, file='MB.txt', status='unknown')
35. open(4, file='niveles_M.txt', status='unknown')
36. open(5, file='niveles_IM.txt', status='unknown')
37.
38. !Datos de entrada
39. open(12, file='data.txt', status='old')
40. read(12,*)
41. read(12,*)Tx,Ty
42. read(12,*)
43. read(12,*) S
44. read(12,*)
45. read(12,*) PERLEN
46. read(12,*)
47. read(12,*) TSMULT
48. read(12,*)
49. read(12,*) NSTP
50. read(12,*)
51. read(12,*) length1
52. read(12,*)
53. read(12,*) delx1
54. read(12,*)
55. read(12,*) lengthy
56. read(12,*)
57. read(12,*) dely
58. read(12,*)
59. read(12,*) alpha
60. read(12,*)

```



```

61. read(12,*) SM
62. read(12,*)
63. read(12,*) Ho
64. read(12,*)
65. read(12,*) esp
66. read(12,*)
67. read(12,*) q
68. read(12,*)
69. read(12,*) MF
70.
71. !Estimación del numero de nodos y pasos de tiempo
72. Nnx = length1/delx1
73. Nnx = Nnx + 1
74.
75. Nny = lengthy/dely
76. Nny = Nny + 1
77.
78. N = Nnx*Nny
79. write (1,*) Nnx, Nny, N
80.
81.
82. !Inicialización de las variables de estado
83. ALLOCATE (h1(N), h2(N), hM1(N), hM2(N))
84. h1 = Ho
85. hM1 = Ho
86. h2 = 0.0
87. hM2 = 0.0
88.
89. write(3,*)'time, delV, CH, 0, Fmem, MB'
90. write(4,*)'Pozo obs1   Pozo obs2   Pozo obs3   Pozo obs4   Pozo obs5'
91. write(5,*)'Pozo obs1   Pozo obs2   Pozo obs3   Pozo obs4   Pozo obs5'
92.
93. KD = Nny
94. LDAB = KD+1
95. ALLOCATE(A(LDAB,N))
96. ALLOCATE(b1(N))
97. ALLOCATE(B(N))
98. allocate(delt(NSTP))
99.
100. ! Time cicle
101. call cpu_time(start)
102. DO k=1, NSTP
103.
104.     if(k==1)THEN
105.         delt(k)=PERLEN*((TSMULT-1.)/((TSMULT**NSTP)-1.))
106.         time = delt(k)
107.     ELSE
108.         delt(k)=delt(k-1)*TSMULT
109.         time=time+delt(k)
110.     endif
111.
112.
113.     !Calculo de parametros
114.     Dx =(Tx/S)*(delt(k)/(delx1**2.))
115.     Dy =(Ty/S)*(delt(k)/(dely**2.))
116.     E=(SM*alpha/S)*delt(k)*exp(-alpha*delt(k))
117.     F=(SM/S)*(1.-(exp(-alpha*delt(k))))
118.     Z=(1.-E+F)
119.     G=-Dx/Z
120.     H=-Dy/Z
121.     P=(1.+F+2.*Dx+2.*Dy)/Z
122.     U=E/Z
123.     write(1,100)Dx, Dy, G, H, P, U, Z

```

```

124.      100 format(7F13.5)
125.
126.      !Definicion del vector B
127.      b1=0.0
128.      B=0.0
129.      LDB=N
130.      NRHS=1
131.      Aux=Ho*(Dx+Dy)
132.
133.      IF (MF==0) THEN
134.          b1(1)=Aux
135.          b1(NNy)=Aux
136.          b1(N-NNy+1)=Aux
137.          b1(N)=Aux
138.
139.          do i=2, NNy-1
140.              b1(i) = Ho*Dy
141.          end do
142.          do i=N-NNy+2,N-1
143.              b1(i)= Ho*Dy
144.          end do
145.
146.          do i=NNy+1,N-(2*NNy)+1,NNy
147.              b1(i) = Ho*Dx
148.          end do
149.          do i=(2*NNy),N-NNy,NNy
150.              b1(i) = Ho*Dx
151.          end do
152.          !Bombeo
153.          Nodo_central=(N/2)+1
154.          b1(Nodo_central)=-((q/S)*delt(k))
155.
156.      ELSE
157.
158.          b1(1)= -Ho*(G+H)
159.          b1(NNy)=-Ho*(G+H)
160.          b1(N-NNy+1)=-Ho*(G+H)
161.          b1(N)=-Ho*(G+H)
162.          do i=2, NNy-1
163.              b1(i)=-Ho*H
164.          end do
165.          do i=N-NNy+2,N-1
166.              b1(i)= Ho*Dy
167.          end do
168.
169.          do i=NNy+1,N-(2*NNy)+1,NNy
170.              b1(i)=-Ho*G
171.          end do
172.          do i=(2*NNy),N-NNy,NNy
173.              b1(i) = -Ho*G
174.          end do
175.          !Bombeo
176.          Nodo_central=(N/2)+1
177.          b1(Nodo_central)= -(((q/S)*delt(k))/Z)
178.      END IF
179.
180.      !VECTOR B COMPLETO
181.      IF (MF==0) THEN
182.          B = h1 + b1
183.      ELSE
184.          B = h1+U*hm1+b1
185.      END IF
186.

```

```

187.
188. A=0.0
189. IF(MF==0) THEN
190.     do i = KD+1,N
191.         A(1,i) = -Dy
192.     end do
193.     do i= 2,N
194.         A(KD,i)=-Dx
195.     end do
196.     do i= KD+1,N,KD
197.         A(KD,i)=0.0
198.     end do
199.     do i= 1,N
200.         A(KD+1,i)= 1.+2.*Dx+2.*Dy
201.     end do
202. ELSE
203.     do i= KD+1,N
204.         A(1,i) = H
205.     end do
206.     do i=2,N
207.         A(KD,i)=G
208.     end do
209.     do i=KD+1,N,KD
210.         A(KD,i)=0.0
211.     end do
212.     do i=1,N
213.         A(KD+1,i)=P
214.     end do
215. END IF
216.
217. UPLO = 'U'
218. call DPBSV(UPLO,N,KD,NRHS,A,LDAB,B,LDB,INFO)
219.
220. !Resultados en cada paso de tiempo
221. h2=B
222.
223. !Chequeo del BALANCE DE MASA
224. sum1=0.0
225. sum2=0.0
226. sum3=0.0
227. sum4=0.0
228. sum5=0.0
229. sum6=0.0
230. !variacion del almacenamiento en la zona movil
231. do i= 1,N
232.     sum1 = sum1 + (h2(i)-h1(i))
233. end do
234. delV = S*sum1*delx1*dely
235. !Flujo a travez de los bordes
236. do i=1, NNy
237.     sum2=sum2+(Ho-h2(i))!borde izq
238. end do
239. do i= (N-NNy+1),N
240.     sum3 = sum3+(Ho-h2(i))!borde der
241. end do
242. do i=1, N, NNy
243.     sum4 = sum4+(Ho-h2(i))!borde sup
244. end do
245. do i=NNy, N, NNy
246.     sum5=sum5+(Ho-h2(i))!borde inf
247. end do
248. CH=delT(k)*(sum2*dely*Tx/delx1+sum3*dely*Tx/delx1+sum4*Ty*delx1/dely+sum
5*Ty*delx1/dely)

```

```

249.      !Flujo debido al bombeo
250.      0=q*delx1*dely*delt(k)
251.      !Flujo debido al termino de memoria
252.      do i= 1,N
253.          sum6 = sum6 + (h1(i)-hM1(i))
254.      end do
255.      Fmem = (SM*alpha*sum6*exp(-alpha*delt(k)) + SM*(1-exp(-
          alpha*delt(k)))*sum1/delt(k))*delx1*dely*delt(k)

256.
257.      !Cierre del balance
258.      IF (MF==0) THEN
259.          MB=delV-CH+0
260.      ELSE
261.          MB = delV-CH+0+Fmem
262.      END IF

263.
264.      !Actualizacion de variables
265.      hM2=hM1*exp(-alpha*delt(k))+h1*(1-exp(-alpha*delt(k)))+(h2-h1)/delt(k))*(delt(k)-
          (1/alpha)*(1-exp(-alpha*delt(k))))

266.
267.
268.      !Impresion de resultados puntuales
269.      write(4,*) h2(Nodo_central+2*NNy), h2(Nodo_central+50*NNy),
          h2(int(Nodo_central+0.5*NNy-0.5)),h2(1+NNy/2), h2(N-NNy/2)
270.      write(5,*) hM2(Nodo_central+2*NNy), hM2(Nodo_central+50*NNy),
          hM2(int(Nodo_central-0.5*NNy-0.5)), hM2(1+NNy/2), hM2(N-NNy/2)
271.      !Impresion de terminos del balance de masa para cada tiempo
272.      write(3,*) time, delV, CH, 0, Fmem, MB
273.
274.      hM1 = hM2
275.      hM2 = 0.0
276.      h1 = h2
277.      h2 = 0.0
278.  END DO
279.
280.  do i=1,N
281.      write(1,*) h1(i)
282.  end do
283.
284.  deallocate(A, B, h1, h2, hM1, hM2, b1, delt)
285.
286.
287.  write(3,*) 'CH/storage =', CH/delV
288.  write(*,*)
289.
290.  call cpu_time(finish)
291.
292.  write(3,*) 'Time of simulation = ',finish-start,' seconds.'
293.
294.  END PROGRAM

```